

Instituto Nacional  
de Tecnología Industrial

Centro de Desarrollo e Investigación  
en Física y Metrología

Procedimiento específico: PEE41

## **CALIBRACIÓN DE CAJAS DE RESISTORES POR DÉCADAS**

Revisión: Julio 2012

Este documento se ha elaborado con recursos del Instituto Nacional de Tecnología Industrial.  
Sólo se permite su reproducción sin fines de lucro y haciendo referencia a la fuente.

## PEE41 Lista de enmiendas: Julio 2012

[illegible]

## PEE41 Índice: Julio 2012

NOMBRE DEL CAPÍTULO	REVISIÓN
Página titular	Julio 2012
Lista de enmiendas	Julio 2012
Índice	Julio 2012
Calibración de cajas de resistores por décadas	Julio 2012
Anexo 1	Julio 2012

PREPARADO POR

**FIRMA Y SELLO**

REVISADO POR

**FIRMA Y SELLO**

REVISADO POR

**FIRMA Y SELLO**

APROBADO POR

**FIRMA Y SELLO**

PEE41 : Julio 2012

## 1. Objetivo

Calibración de cajas de resistores por décadas

## 2. Alcance

Cualquier caja de resistores que posea una década intermedia de 100  $\Omega$ /paso.

## 3. Definiciones y abreviaturas

Como se indica en la publicación adjunta “Método Semiautomático para la Calibración de Cajas de Resistores por Décadas”

## 4. Referencias

“Método Semiautomático para la Calibración de Cajas de Resistores por Décadas”, publicado en los anales del III Seminario Internacional de Metrología Eléctrica –III SEMETRO–, Setiembre 14-18, 1998, Rio de Janeiro, Brasil. Una copia de esta publicación integra el presente PE como Anexo 1

## 5. Responsabilidades

### 5.1. Del Coordinador de la Unidad Técnica Electricidad

Supervisa el desarrollo de la calibración, verifica el cumplimiento del procedimiento y revisa los resultados.

### 5.2. Del Personal de Laboratorio

Efectúa la calibración, aplica el presente procedimiento de calibración, procesa los datos correspondientes y elabora el certificado de calibración.

## 6. Instrucciones

- Conectar la caja de acuerdo con el circuito indicado en la publicación del Anexo 1.
- Conectar el multímetro a uno de los puertos serie de la PC.
- Ejecutar el software denominado DECADAS y seguir las instrucciones indicadas en la pantalla.

### 6.1. Descripción del sistema

Puede encontrarse en la publicación del Anexo 1.

### 6.2. Incertidumbre: Modelos matemáticos y cálculo de incertidumbre

#### 6.2.1. Dial m0 de 100 $\Omega$ /paso:

##### Modelo matemático para 6.2.1

$$u^2[\Delta(m_{0,j})] = \left(1 - \frac{j}{10}\right)^2 \sum_{i=1}^j u^2[d(m_{0,i})] + \left(\frac{j}{10}\right)^2 \sum_{i=j+1}^{10} u^2[d(m_{0,i})] + \left(\frac{j}{10}\right)^2 [u^2(d_M) + u^2(R_{par}) + u^2(\Delta s)]$$

con:

$$u^2[d(m_{0,i})] = u^2[L_1(m_{0,i})] + u^2[L_2(m_{0,i})] + u_t^2[d(m_{0,i})],$$

PEE41 : Julio 2012

$u_t^2[d(m_{0,i})] = L_2 - L_1$  varianza de la diferencia debido a variaciones de temperatura durante la calibración (típicamente 1 °C). Entonces:

$$u_t^2[d(m_{0,i})] = \left[ i \cdot 100 \Omega \cdot \left( \frac{\alpha_D}{\sqrt{3}} + \frac{\alpha_D}{\sqrt{3}} \right) (\text{ppm} / \text{K}) \cdot \Delta t \right]^2 = i^2 \cdot V_p^2 \cdot 1,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot \Delta t^2 = i^2 \cdot V_p^2 \cdot 0,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot 10^{-12} \quad \Omega^2$$

$V_p$  = Valor de paso del dial en  $\Omega$  (en este caso, 100)

$\alpha_D$  = coeficiente de variación por temperatura de la década

Entonces:

$$u^2[d(m_{0,i})] = u^2[L_1(m_0, i)] + u^2[L_2(m_0, i)] + i^2 \cdot V_p^2 \cdot 0,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot 10^{-12} \quad \Omega^2$$

$$u^2(d_M) = M_2 - M_1 \quad \text{Varianza de la diferencia.}$$

$$u^2(d_M) = u_{M1}^2 + u_{M2}^2 + u_t^2(d_M)$$

$$u_t^2(d_M) = 10^2 \cdot V_p^2 \left( \frac{\alpha_S}{\sqrt{3}} + \frac{\alpha_D}{\sqrt{3}} \right)^2 (\Omega^2 \cdot \text{ppm}^2 / \text{K}^2) \cdot \Delta t^2 = 0,83 \cdot 10^{-7} (\alpha_S + \alpha_D)^2 \quad \Omega^2.$$

$\alpha_S$  = Coeficiente de variación por temperatura del patrón.

Entonces:

$$u^2(d_M) = u_{M1}^2 + u_{M2}^2 + 0,83 \cdot 10^{-7} (\alpha_S + \alpha_D)^2 \quad \Omega^2$$

Así:

$$\begin{aligned} u^2[\Delta(m_{0,j})] &= \left( 1 - \frac{j}{10} \right)^2 \sum_{i=1}^j \left( u^2[L_1(m_0, i)] + u^2[L_2(m_0, i)] + i^2 \cdot V_p^2 \cdot 0,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot 10^{-12} \right) + \\ &+ \left( \frac{j}{10} \right)^2 \sum_{i=j+1}^{10} \left( u^2[L_1(m_0, i)] + u^2[L_2(m_0, i)] + i^2 \cdot V_p^2 \cdot 0,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot 10^{-12} \right) + \\ &+ \left( \frac{j}{10} \right)^2 \left[ u_{M1}^2 + u_{M2}^2 + 0,83 \cdot (\alpha_S + \alpha_D)^2 \cdot 10^{-7} + u^2(R_{par}) + u^2(\Delta S) \right] \end{aligned}$$

$$u^2(\Delta S) = u_{Cal}^2(\Delta S) + u_{Temp}^2(\Delta S) = u_{Cal}^2(\Delta S) + \left[ \frac{\alpha_S S(t - t_{cal})}{\sqrt{3}} \right]^2 \Omega^2$$

con:

S: Valor del patrón a la temperatura de referencia  $t_{cal}$

t: temperatura media de calibración

Llamando:

$$e_i = u^2[L_1(m_0, i)] + u^2[L_2(m_0, i)] + i^2 \cdot V_p^2 \cdot 0,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot 10^{-12} \quad y$$

$$k = u_{M1}^2 + u_{M2}^2 + 0,83 \cdot (\alpha_D + \alpha_S)^2 \cdot 10^{-7} + u^2(R_{par}) + u^2(\Delta S)$$

$$u^2[\Delta(m_{0,j})] = \left( 1 - \frac{j}{10} \right)^2 \sum_{i=1}^j e_i + \left( \frac{j}{10} \right)^2 \left[ k + \sum_{i=j+1}^{10} e_i \right] \quad \Omega^2$$

PEE41 : Julio 2012

### Ejemplo de cálculo de incertidumbre para 6.2.1

### Ejemplo de cálculo de incertidumbre para 6.2.1

Step value 100									
α 20									
$L_1(100,i)$	$u^2[L_1(100,i)]$	$L_2(100,i)$	$u^2[L_2(100,i)]$	$e_i$	$\sum_{i=1}^j e_i$	$\sum_{i=1}^{10} e_i$	$u^2[\Delta(100,j)]$	$U_{95\%}$	
100,016602	1,01E-07	100,00362	3,70E-08	1,46E-06	1,46E-06	5,08E-04	7,03E-06	5,3E-05	
200,008144	1,28E-07	199,99049	1,30E-07	5,54E-06	7,00E-06	5,03E-04	2,77E-05	5,3E-05	
299,995281	4,36E-08	299,98191	5,92E-08	1,20E-05	1,90E-05	4,91E-04	6,04E-05	5,2E-05	
399,986412	9,62E-08	399,98326	7,07E-08	2,13E-05	4,03E-05	4,69E-04	1,02E-04	5,0E-05	
499,987975	5,08E-08	499,97488	8,07E-08	3,31E-05	7,34E-05	4,36E-04	1,47E-04	4,8E-05	
599,979704	2,98E-08	599,96545	6,91E-08	4,76E-05	1,21E-04	3,89E-04	1,87E-04	4,6E-05	
699,969947	9,17E-08	699,96059	1,74E-07	6,49E-05	1,86E-04	3,24E-04	2,13E-04	4,2E-05	
799,965061	4,01E-08	799,95557	7,95E-08	8,46E-05	2,71E-04	2,39E-04	2,13E-04	3,7E-05	
899,960329	5,24E-08	899,95383	8,56E-08	1,07E-04	3,78E-04	1,32E-04	1,73E-04	2,9E-05	
999,95835	4,12E-08	999,94374	6,71E-08	1,32E-04	5,10E-04	0,00E+00	7,71E-05	1,8E-05	
M1	$u^2(M1)$	M2	$u^2(M2)$						
1000,00472	3,16E-08	999,94338	3,98E-08						
k	7,71E-05								

### 6.2.2. Diales mayores que 100 Ω/paso:

### Modelo matemático para 6.2.2

$$u^2[\Delta(m, j)] = \sum_{i=1}^j u^2[d(m, i) + j^2 u^2[\Delta(m + 1, 10)]]$$

con

$$u^2[d(m, i)] = u^2[L_1(m, i)] + u^2[L_2(m, i)] + i^2 \cdot Vp^2 \cdot 0,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot 10^{-12} \quad \Omega^2 = e_i$$

Llamando:

$$VAR10\_ANT = u^2[\Delta(m + 1, 10)]$$

$$u^2[\Delta(m, j)] = \sum_{i=1}^j e_i + j^2 VAR10\_ANT$$

### Ejemplo de cálculo de incertidumbre para 6.2.2

Step value 1000		Higher than 1000 Ω/step)					
Alfa 10							
$L_1(1000,i)$	$u^2[L_1(1000,i)]$	$L_2(1000,i)$	$u^2[L_2(1000,i)]$	$e_i$	$\sum_{i=1}^j e_i$	$u^2[\Delta(1000,j)]$	$U_{95\%}$
999,94017	5,63E-06	999,98842	3,82E-06	4,24E-05	4,24E-05	4,24E-05	1,3E-05
1999,92244	4,53E-06	1999,92446	9,67E-06	1,46E-04	1,89E-04	1,89E-04	1,4E-05
2999,85571	6,52E-06	2999,90013	6,71E-06	3,10E-04	4,99E-04	4,99E-04	1,5E-05
3999,83143	4,10E-06	3999,92038	4,42E-06	5,37E-04	1,04E-03	1,04E-03	1,6E-05
4999,85169	4,98E-06	4999,96662	2,84E-06	8,33E-04	1,87E-03	1,87E-03	1,7E-05
5999,89758	1,19E-06	5999,84567	9,25E-06	1,20E-03	3,07E-03	3,07E-03	1,8E-05
6999,77844	3,38E-06	6999,72483	5,99E-06	1,63E-03	4,69E-03	4,69E-03	2,0E-05
7999,65597	7,36E-06	7999,69411	4,30E-06	2,12E-03	6,82E-03	6,82E-03	2,1E-05
8999,62414	5,16E-06	8999,61025	4,64E-06	2,68E-03	9,50E-03	9,50E-03	2,2E-05
9999,5384	4,05E-06	9999,66283	9,40E-06	3,31E-03	1,28E-02	1,28E-02	2,3E-05

### 6.2.3. Diales menores que 100 Ω/paso (excepto el último dial):

#### Modelo matemático para 6.2.3

$$u^2[\Delta(m, j)] = \left(1 - \frac{j}{10}\right)^2 \sum_{i=1}^j u^2[d(m, i)] + \left(\frac{j}{10}\right)^2 \sum_{i=j+1}^{10} u^2[d(m, i)] + \left(\frac{j}{10}\right)^2 u^2[\Delta(m+1, 10)]$$

Sustituyendo:

$$u^2[d(m, i)] = u^2[L_1(m, i)] + u^2[L_2(m, i)] + u_t^2[d(m, i)]$$

por:

$$u_t^2[d(m, i)] = i^2 \cdot V_p^2 \cdot 0,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot 10^{-12} \quad \Omega^2$$

$$u^2[d(m, i)] = u^2[L_1(m, i)] + u^2[L_2(m, i)] + i^2 \cdot V_p^2 \cdot 0,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot 10^{-12} \quad \Omega^2$$

Llamando:

$$VAR1\_ANT = u^2[\Delta(m-1, 1)]$$

$$u^2[\Delta(m, j)] = \left(1 - \frac{j}{10}\right)^2 \sum_{i=1}^j \left( u^2[L_1(m, i)] + u^2[L_2(m, i)] + i^2 \cdot V_p^2 \cdot 0,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot 10^{-12} \right) + \left(\frac{j}{10}\right)^2 \sum_{i=j+1}^{10} \left( u^2[L_1(m, i)] + u^2[L_2(m, i)] + i^2 \cdot V_p^2 \cdot 0,33 \cdot \alpha_D^2 \cdot 10^{-12} \right) + \left(\frac{j}{10}\right)^2 (VAR1\_ANT)$$

$$u^2[\Delta(m, j)] = \left(1 - \frac{j}{10}\right)^2 \sum_{i=1}^j e_i + \left(\frac{j}{10}\right)^2 \left[ VAR1\_ANT + \sum_{i=j+1}^{10} e_i \right]$$

#### Ejemplo de cálculo de incertidumbre para 6.2.3

Step value		10 (Lower than 100 □/step)						
□		20						
L <sub>1</sub> (10,i)	u <sup>2</sup> [L <sub>1</sub> (10,i)]	L <sub>2</sub> (10,i)	u <sup>2</sup> [L <sub>2</sub> (10,i)]	e <sub>i</sub>	∑ <sub>i=1</sub> <sup>j</sup> e <sub>i</sub>	∑ <sub>i=j+1</sub> <sup>10</sup> e <sub>i</sub>	u <sup>2</sup> [Δ(10,j)]	u <sub>u</sub> (95%)
10.0121054	5.80E-10	10.0127023	1.10E-09	1.49E-08	1.49E-08	5.0818E-06	1.33E-07	7.3E-05
20.0136903	7.19E-10	20.0140152	8.29E-10	5.43E-08	6.92E-08	5.02745E-06	5.27E-07	7.3E-05
30.0150181	5.44E-10	30.014373	7.89E-10	1.20E-07	1.89E-07	4.90732E-06	1.17E-06	7.2E-05
40.015362	3.53E-10	40.0136264	7.36E-10	2.12E-07	4.02E-07	4.69503E-06	2.02E-06	7.1E-05
50.0146791	5.17E-10	50.014827	2.71E-10	3.31E-07	7.32E-07	4.36424E-06	3.03E-06	7.0E-05
60.0158906	3.49E-10	60.0135097	8.80E-10	4.76E-07	1.21E-06	3.88781E-06	4.13E-06	6.8E-05
70.0145498	5.87E-10	70.0150844	5.39E-10	6.48E-07	1.86E-06	3.23989E-06	5.20E-06	6.5E-05
80.0161392	4.99E-10	80.0147474	1.12E-09	8.46E-07	2.70E-06	2.39347E-06	6.14E-06	6.2E-05
90.0158274	9.03E-10	90.0149711	4.00E-10	1.07E-06	3.77E-06	1.32297E-06	6.81E-06	5.8E-05
100.016039	1.25E-09	100.016378	1.72E-09	1.32E-06	5.10E-06	0	7.03E-06	5.3E-05
M1	u <sup>2</sup> (M1)	M2	u <sup>2</sup> (M2)					
100.003271	9.69E-10	100.016553	6.41E-10					

PEE41 : Julio 2012

#### 6.2.4. Ultimo dial:

Se consideran las contribuciones provenientes de la exactitud de rango del multímetro y de la estabilidad de la temperatura

$L_i$  = Valor medio de las lecturas del multímetro para el paso i.

$u_A^2(L_i)$  = Varianza estadística del valor medio  $L_i$

$u_{Temp}^2(L_i)$  = Varianza del valor medio  $L_i$  debido a variaciones de temperatura durante la calibración.

$u_{Mult}^2(L_i)$  = Varianza del valor medio  $L_i$  debido a la exactitud del multímetro. Se considera distribución rectangular.

#### Modelo matemático para 6.2.4

$$u^2(L_i) = u_A^2(L_i) + L_i^2 \cdot \frac{\alpha_D^2}{3} \cdot 0,25 \cdot 10^{-12} + u_{Mult}^2(L_i) \quad \Omega^2$$

#### Ejemplo de cálculo de incertidumbre para 6.2.4

Step value	1	(Last step)			
Alfa	20				
Paso 0	0.0108765 Var(0)	3.50E-11			
$L_i$	$u_A^2(L_i)$	$u_T^2(L_i)$	$u_{mult}^2(L_i)$	$u_{tot}$	$u_{95\%}$
1.00090232	1.15E-10	3.33935E-11	1.41461E-06	1.41E-06	2.4E-03
2.00069419	7.34E-11	1.33426E-10	1.49819E-06	1.50E-06	1.2E-03
3.00094731	5.93E-11	3.00189E-10	1.58422E-06	1.58E-06	8.4E-04
4.00131221	8.87E-11	5.33683E-10	1.67265E-06	1.67E-06	6.5E-04
5.00151365	4.23E-11	8.33838E-10	1.76347E-06	1.76E-06	5.3E-04
6.00133537	6.10E-11	1.20053E-09	1.85666E-06	1.86E-06	4.5E-04
7.00124198	1.55E-10	1.63391E-09	1.95225E-06	1.95E-06	4.0E-04
8.00138195	6.09E-11	2.13407E-09	2.05027E-06	2.05E-06	3.6E-04
9.00125987	1.12E-10	2.70076E-09	2.15066E-06	2.15E-06	3.3E-04
10.0010891	7.04E-11	3.33406E-09	2.25345E-06	2.26E-06	3.0E-04
Mult. Lecture	0.006				
Mult. Range	0.002				

### 7. Identificación y almacenamiento

Las cajas a ser calibradas son identificadas de acuerdo con las instrucciones del MC del INTI - Física y Metrología y son mantenidas, desde el momento de su llegada en el Laboratorio de Patrones Cuánticos, ver capítulo 9 del MC. Una vez calibradas, se mantienen en el laboratorio hasta ser devueltas al cliente.

### 8. Instrumentos a utilizar

- Resistor **General Radio, modelo 1440**, N°. 8634, valor nominal 1000  $\Omega$ .
- Resistor **General Radio, modelo 1440**, N°. 8637, valor nominal 1000  $\Omega$ .
- Resistor **General Radio, modelo 1440**, N°. 8638, valor nominal 1000  $\Omega$ .
- Multímetro **Hewlett Packard, modelo 34401A**, N°. 3146A44366.
- Multímetro **Hewlett Packard, modelo 34401A**, N°. US36076210.



PEE41 : Julio 2012

- Multímetro **Hewlett Packard, modelo 34401A**, M°. US36077418.
- Multímetro **Agilent, modelo 34420A**, N° US36002419.
- Multímetro **Agilent, modelo 34420A**, N° MY420012989.
- Multímetro **Hewlett Packard, modelo 34420A**, N° US36001616.
- Multímetro **Hewlett Packard, modelo 34420A**, N° US36002178.
- Termómetro e hidrómetro digital **TFA** , identificado **EL3**.
- Termómetro e hidrómetro digital **HT3003** , N° 331969.
- Termo resistencia de platino, identificado **TR013 Res-1**.
- **DECADAS.EXE**, software propio.

## 9. Condiciones ambientales

Durante la medición, la variación de temperatura debe ser  $|\Delta T| \leq 1^\circ\text{C}$

## 10. Registros de calidad

Las notas y observaciones originales manuscritas, original o copia de las salidas de software (si resulta de aplicación), copia de los certificados confeccionados y de la orden de trabajo, registros de salida de instrumentos y otros documentos relacionados, son mantenidos de acuerdo con el Manual de Calidad del INTI - Física y Metrología, capítulo 11.

En particular para este procedimiento, la salida impresa producida por DECADAS.EXE, incluyendo valores de temperatura, RH, Rpar and R0, adquiridos manualmente.

## 11. Precauciones

De acuerdo con las provisiones del Decreto 937/74, Artículo 1, Sección d, esta es considerada tarea riesgosa. Por lo tanto deben ser tomadas las precauciones necesarias para prevenir shock eléctrico.

Las operaciones de cambio de conexiones deben ser efectuadas con todos los circuitos de tensión y corriente desconectados.

## 12. Apéndices y Anexos

ANEXO N°	TÍTULO
1	Método Semiautomático para la Calibración de Cajas de Resistores por Décadas.

### Método Semiautomático para la Calibración de Cajas de Resistores por Décadas

Marta Porfiri, publicado en los anales del III Seminario Internacional de Metrología Eléctrica – III SEMETRO–, Setiembre 14-18, 1998, Rio de Janeiro, Brasil.

KEYWORDS: Cajas de resistores por décadas – Calibración – Automatización.

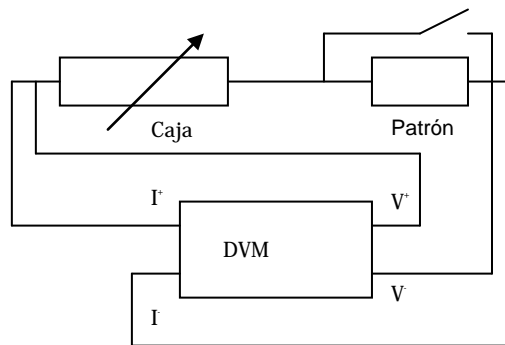
#### Resumen

Se propone un método ágil, cómodo y económico para la calibración de cajas de resistores por décadas, utilizando un multímetro digital de 6 ½ dígitos y un resistor patrón, al cual se refieren los resultados de la calibración.

Opcionalmente, una computadora personal que, dependiendo de la capacidad del multímetro, no requiere placa de interfase IEEE-488, puede guiar la calibración tomando en forma automática los datos y efectuando los cálculos.

#### Introducción

Tal como se esquematiza en la Figura 1, se conecta la caja a calibrar y un resistor patrón en serie al multímetro, que medirá resistencia a cuatro terminales. Sobre los bornes de tensión del patrón se conecta una llave que permite incluirlo o no en el circuito.



**Figura 1**

Considerando todas las resistencias que contribuyen a la lectura del multímetro, llamemos:

- $R_c$  a la resistencia de los cables de conexionado,
- $R_{par}$  a la resistencia del paralelo formado por la llave y el patrón,
- $R_0$  a la resistencia residual de la caja cuando todos los diales se encuentran en la posición cero,
- $S$  al valor nominal del patrón,
- $\Delta S$  al desvío absoluto del patrón respecto a su valor nominal,
- $D_{i,j}$  al valor nominal del paso  $j$  de la  $i$ -ésima década,
- $\Delta_{i,j}$  al desvío absoluto del paso  $j$  de la  $i$ -ésima década respecto a su valor nominal

$R_{par}$ ,  $R_0$  y  $\Delta S$  deben conocerse antes de comenzar la calibración. La resistencia residual de la caja puede, por ejemplo, ser medida en forma potenciométrica comparando la caída de tensión entre sus bornes con la caída sobre un patrón de valor conocido, cuando por ambos circula la misma corriente. De forma análoga puede medirse la resistencia del paralelo formado por la llave y el patrón.

Con esta nomenclatura entonces, cuando la llave está abierta, la resistencia leída por el multímetro es la serie:  $R_c + (S + \Delta S) + \sum_i (D_{i,j} + \Delta_{i,j}) + R_0$ ; en caso contrario,  $R_c + R_{par} + \sum_i (D_{i,j} + \Delta_{i,j}) + R_0$ .

Además,

- $\Delta_{i,0} = 0$  para todas las  $i$  décadas de la caja, ya que el valor de la resistencia de conexionado interno y de los contactos de las llaves se incluyen en  $R_0$ , con lo cual también resulta  $D_{i,0} = 0$ .
- $D_{i,1} = D_{i+1,10}$  para todo  $i < n$ , siendo  $n$  el número de décadas de la caja.

## PEE41 Anexo 1: Julio 2012

Se elige un resistor patrón cuyo valor nominal sea igual a diez pasos de alguno de los diales intermedios de la caja. Si a esta década la denominamos  $m$ , entonces  $S = D_{m,10}$ .

La base de la calibración consiste en comparar sucesivamente dos valores nominalmente iguales de resistencia, pero en los cuales intervienen distintos resistores. Distinguiremos cuatro etapas a seguir, en orden sucesivo:

- La calibración de la década cuyo valor total es nominalmente igual al patrón elegido,
- La calibración de las décadas de valor inferior a la anterior,
- La calibración de la década de menor valor, y
- La calibración de la década con valor de paso nominalmente igual al patrón, y de las superiores.

### Calibración de la década de valor total nominalmente igual al patrón externo (Década $m$ ).

Esta etapa y la que sigue fueron analizadas en un trabajo previo [1]. Se efectúa una primera medida,  $L_1$ , con el dial  $m$  colocado en la posición 0, el inmediato inferior,  $(m+1)$ , en la posición 10 y la llave cerrada. Entonces:

$$L_1 = D_{m,0} + (D_{m+1,10} + \Delta_{m+1,10}) + R_0 + R_{par} + R_c + \varepsilon_M = \\ = (D_{m+1,10} + \Delta_{m+1,10}) + R_0 + R_{par} + R_c + \varepsilon_M$$

siendo  $\varepsilon_M$  el desvío de exactitud del multímetro (constante).

A continuación se coloca la década  $m$  en 1, la  $(m+1)$  en 0 y se lee  $L_2$ :

$$L_2 = (D_{m,1} + \Delta_{m,1}) + D_{m+1,0} + R_0 + R_{par} + R_c + \varepsilon_M = \\ = (D_{m,1} + \Delta_{m,1}) + R_0 + R_{par} + R_c + \varepsilon_M$$

Efectuando la diferencia entre ambas lecturas:

$$d_1 = L_2 - L_1 = (D_{m,1} + \Delta_{m,1}) - (D_{m+1,10} + \Delta_{m+1,10}) = \\ = \Delta_{m,1} - \Delta_{m+1,10}$$

De aquí:

$$\Delta_{m,1} = d_1 + \Delta_{m+1,10}$$

Se mide ahora con el dial  $m$  colocado en la posición en 1 y el  $(m+1)$  en 10:

$$L_1 = (D_{m,1} + \Delta_{m,1}) + (D_{m+1,10} + \Delta_{m+1,10}) + R_0 + R_{par} + R_c + \varepsilon_M$$

y a continuación con el dial  $m$  en la posición 2 y el  $(m+1)$  en la posición 0:

$$L_2 = (D_{m,2} + \Delta_{m,2}) + D_{m+1,0} + R_0 + R_{par} + R_c + \varepsilon_M = \\ = (D_{m,2} + \Delta_{m,2}) + R_0 + R_{par} + R_c + \varepsilon_M$$

Efectuando nuevamente la diferencia:

$$d_2 = L_2 - L_1 = (D_{m,2} + \Delta_{m,2}) - [(D_{m,1} + \Delta_{m,1}) + (D_{m+1,10} + \Delta_{m+1,10})] = \Delta_{m,2} - \Delta_{m,1} - \Delta_{m+1,10}$$

y

$$\Delta_{m,2} = d_2 + \Delta_{m,1} + \Delta_{m+1,10} = d_1 + d_2 + 2 \Delta_{m+1,10}$$

Continuando con el mismo proceso para el resto de los pasos, se llega a:

$$\Delta_{m,j} = \sum_{i=1}^j d_i + j \Delta_{m+1,10} \quad \dots(1)$$

## PEE41 Anexo 1: Julio 2012

En particular, para el paso 10:

$$\Delta_{m,10} = \sum_{i=1}^{10} d_i + 10 \Delta_{m+1,10} \quad \dots(2)$$

Terminados los diez pares de mediciones, se colocan los diales en la posición cero, se abre la llave que cortocircuita al patrón y se lee:

$$M_1 = (S + \Delta S) + R_0 + R_c + \varepsilon_M$$

Y a continuación se cierra la llave y se coloca el dial m en 10, obteniéndose:

$$M_2 = (D_{m,10} + \Delta_{m,10}) + R_0 + R_{par} + R_c + \varepsilon_M$$

Se calcula:

$$\begin{aligned} M_2 - M_1 &= (D_{m,10} + \Delta_{m,10}) + R_{par} - (S + \Delta S) = \\ &= \Delta_{m,10} + R_{par} - \Delta S \end{aligned}$$

Con lo cual:

$$\Delta_{m,10} = (M_2 - M_1) - R_{par} + \Delta S$$

cuyo valor puede conocerse ya que tanto  $R_{par}$  como  $\Delta S$  son valores conocidos.

Con el valor de  $\Delta_{m,10}$  puede calcularse  $\Delta_{m+1,10}$  usando la igualdad (2), y con éste obtenerse los desvíos de todos los pasos del dial m a través de la ecuación (1).

### Calibración de las décadas inferiores

A partir de este punto, el patrón externo utilizado para la calibración de la década m permanece conectado con la llave cerrada.

Se repite en forma idéntica al proceso anterior, utilizando ahora como patrón para la década m+1 el primer paso de la década m, cuyo desvío  $\Delta_{m,1}$  ahora es conocido; para la (m+2) el primer paso de la década (m+1), con desvío  $\Delta_{m+1,1}$  determinado en el paso anterior, y así se continúa hasta agotar el juego de décadas.

### Calibración de la década de menor valor

El último dial se mide directamente con el multímetro. A la resistencia medida de cada paso se le resta la resistencia medida para el paso 0.

Dependiendo del valor y exactitud de esta última década y de la linealidad y exactitud del rango en el cual trabaja el multímetro, deberá o no ser corregida su lectura.

### Calibración de la década de valor de paso nominalmente igual al patrón externo, y superiores. (Décadas (m-1), (m-2), ...)

Se coloca la década (m-1) en 0 y la m en 10 y lee  $L_1$ :

$$L_1 = (D_{m,10} + \Delta_{m,10}) + R_0 + R_{par} + R_c + \varepsilon_M$$

y luego, con la década (m-1) en 1 y la m en 0,  $L_2$ :

$$L_2 = (D_{m-1,1} + \Delta_{m-1,1}) + R_0 + R_{par} + R_c + \varepsilon_M$$

## PEE41 Anexo 1: Julio 2012

resultando:

$$d_1 = L_2 - L_1 = \Delta_{m-1,1} - \Delta_{m,10}$$

y

$$\Delta_{m-1,1} = d_1 + \Delta_{m,10}$$

La diferencia  $d_2$ , entre las lecturas colocando la década (m-1) en 1 y m en 10, y la (m-1) en 2 y m en 0 es:

$$d_2 = \Delta_{m-1,2} - \Delta_{m-1,1} - \Delta_{m,10} = \Delta_{m-1,2} - d_1 - 2 \Delta_{m,10}$$

y el desvío del segundo paso:

$$\Delta_{m-1,2} = d_1 + d_2 + 2 \Delta_{m,10}$$

Continuando con el juego de diales se tiene, en forma genérica:

$$\Delta_{m-1,k} = \sum_{j=1}^k d_j + j \Delta_{m,10}$$

El valor de  $\Delta_{m,10}$  se obtuvo en el primer paso de calibración, y conocido éste se puede calcular los desvíos de cada uno de los pasos de la década (m-1). En particular, el valor de  $\Delta_{m-1,10}$  permite continuar con la calibración del dial (m-2) y, aplicando siempre el mismo procedimiento, calibrar hasta la década de mayor valor de la caja.

Obtenidos los desvíos de todos los resistores que componen la caja respecto a su valor nominal, el valor indicado por los diales queda expresado entonces como:

$$R = \sum_{i=1}^n (D_{i,j} + \Delta_{i,j}) + R_0$$

siendo n el número de diales de la caja y j el valor indicado por el i-ésimo dial.

### Incertidumbres asociadas con la calibración

El análisis detallado de las incertidumbres de calibración se discute en [2]. Mencionaremos aquí cuales son los aportes individuales a la incertidumbre total:

- La estabilidad y resolución del multímetro, ya que el método propuesto no requiere de exactitud excepto, eventualmente, para la última década y pueden introducirse correcciones.
- La incertidumbre con la cual se conoce el valor del patrón externo.
- La repetibilidad de la resistencia residual de la caja a calibrar y de las resistencias de contacto de los diales, y la estabilidad a corto plazo de los resistores que componen sus décadas.
- La repetibilidad de la resistencia de contacto de la llave que cortocircuita el patrón externo.
- La estabilidad de la temperatura ambiente durante el proceso de calibración, dependiendo del coeficiente de variación por temperatura de los resistores y de la exactitud de la caja, y, en caso de tratarse de resistores de alto valor, la humedad.

### Conclusiones

Este método ha sido implementado en nuestro laboratorio. Un multímetro HP 34401A, de 6 ½ dígitos, con capacidad de ser comandado en forma remota por protocolo RS-232 ha sido conectado a uno de los puertos serie de una computadora personal, que dirige la operación solicitando el movimiento de diales antes de tomar una lectura, mide cada punto 10 veces, calcula el promedio y su desvío y finalmente muestra el resultado antes de pasar a la medida siguiente.

CALIBRACION DE CAJAS DE RESISTORES POR DECADAS		
DIAL:		Ohm/paso
DIAL	en:	DIAL en: VALOR
0	X	
1	0	
1	X	
2	0	
.....		
.....		
9	X	
X	0	
PATRON EN EL CIRCUITO. Diales en		
PATRON FUERA DEL CIRCUITO. Dial		

Figura 1

La Figura 1 muestra la tabla que genera el programa de calibración a medida que avanza la medición de un dial. En ella se indica el número de década que está siendo calibrada, su valor de paso y los diales que participan en la medición. Esta tabla se despliega de a un renglón, solicitando el movimiento de los diales a las posiciones indicadas y mostrando el resultado obtenido para las 22 medidas efectuadas.

El resultado de la calibración queda almacenado en un protocolo que indica, para cada década:

- El valor de cada paso y su incertidumbre
- El desvío de cada paso respecto a su valor nominal
- El desvío de cada paso respecto al valor del paso inmediato anterior (desvío de paso).

Dado que la experiencia muestra que la gran mayoría de las cajas poseen un dial intermedio de 100  $\Omega$ /paso, hemos elegido como patrón de referencia un resistor de 1000  $\Omega$ , equivalente al valor total de esa década, pero ese valor no es excluyente. Utilizamos un resistor tipo plaqueta, GR1440, enchufando uno de sus conectores macho a uno de los bornes de la caja, minimizando es esta forma el valor de  $R_c$ . La incertidumbre de calibración de este resistor es de 10 ppm y su coeficiente de variación por temperatura de  $\pm 10$  ppm/K.

A modo de prueba del método, sobre una caja GR1433 se han efectuado las siguientes operaciones:

- Se midieron todos sus diales utilizando un multímetro HP 3458 en la función resistencia a cuatro terminales.
- A continuación se midieron todos sus diales con el método propuesto, e inmediatamente
- se midieron las décadas de 1  $\Omega$ /paso, 0,1  $\Omega$ /paso y 0,01  $\Omega$ /paso por método potenciométrico.

Esta operación se repitió al día siguiente. La Tabla 1 resume las especificaciones de exactitud a 24 horas, para la función resistencia a cuatro terminales, de los multímetros utilizados. La Tabla 2 muestra las especificaciones para la caja GR1433 y la Tabla 3 resume las diferencias máximas entre los valores obtenidos por los tres métodos de medición aplicados en un día y entre días

RANGO [ $\Omega$ ]	$\pm$ (ppm de la lectura + ppm del rango)	
	HP 34401A	HP 3458

## PEE41 Anexo 1: Julio 2012

10		5 + 3
100	30 + 30	3 + 3
1000	20 + 5	2 + 0.2
10000	20 + 5	2 + 0.2
100000	20 + 5	2 + 0.2

Tabla 1: Especificaciones de exactitud a 24 horas de los multímetros utilizados

RESISTENCIA DE PASO [ $\Omega$ ]	EXACTITUD EN EL INCREMENTO DE PASO
0.01	$\pm 2 \%$
0.1	$\pm 0.4 \%$
1	$\pm 0.1 \%$
10	$\pm 0.04 \%$
$\geq 100$	$\pm 0.01 \%$
RESISTENCIA DE CERO	0.001 $\Omega$ por dial a DC
COEFICIENTE DE TEMPERATURA	$< \pm 10 \text{ ppm/K}$ para $R > 100 \Omega$ $< \pm 20 \text{ ppm/K}$ para $R = 100 \Omega$ y menores
EXACTITUD TOTAL	$\pm (0.01 \% + 2 \text{ m}\Omega)$

Tabla 2: Especificaciones típicas para cajas de resistores por décadas.

DIFERENCIAS MAXIMAS ENTRE	DECADA						
	10 k $\Omega$ /paso	1 k $\Omega$ /paso	100 $\Omega$ /paso	10 $\Omega$ /paso	1 $\Omega$ /paso	0,1 $\Omega$ /paso	0,01 $\Omega$ /paso
HP3458-Método propuesto	30 ppm	40 ppm	40 ppm	30 ppm	0.1 %	0.1 %	0.1 %
Potenc.-Método propuesto					0.1 %	0.1 %	0.1 %
Dos series del Método prop.	20 ppm	20 ppm	10 ppm	20 ppm	0.2 %	0.1 %	0.3 %
Dos series con HP3458	30 ppm	50 ppm	30 ppm	30 ppm	0.2 %	0.1 %	0.3 %

Tabla 3: Diferencias máximas obtenidas entre métodos y entre días

De la observación de las tablas se concluye que la exactitud de la medición está limitada por la estabilidad de la caja sujeta a calibración. La concordancia entre series repetidas en días sucesivos utilizando un multímetro de 8 ½ dígitos o aplicando el método aquí presentado, con un multímetro cuyas especificaciones son un orden de magnitud inferior a aquél, es mejor para este último en las décadas de mayor valor y equivalente para los diales inferiores.

Aunque el principio no difiere del propuesto en [1], se han introducido modificaciones que lo mejoran considerablemente. A diferencia de aquél, no imponer la condición que el resistor al cual se refiere la calibración sea de valor nominal igual al valor total de la década de mayor valor, evita todos los inconvenientes y cuidados que significa trabajar con resistencias altas y lo hace más versátil. Además, el uso de un multímetro digital comandado en forma remota no solo acorta considerablemente el tiempo requerido para la calibración – aproximadamente 45 minutos para una caja de 7 décadas – sino que libera al operador de efectuar los balances de un puente (22 por década) y reduce las posibilidades de error.

Se concluye entonces que la exactitud del método resulta satisfactoria para la calibración de este tipo de instrumentos y que el propuesto resulta un procedimiento rápido, sencillo y económico, que utiliza elementos comunes de encontrar en laboratorio y que, con un instrumento más modesto permite calibrar con exactitudes comparables a las obtenidas con multímetros de 8 ½ dígitos, cajas de resistores por décadas.

Se agradecen las sugerencias aportadas por el Ing. R. García y el Sr. E. Lobbe.

## Referencias

[1] "Método de calibración de cajas de resistores por décadas" M.Porfiri, E.Lobbe, R.García. Carta Metrológica N° 2, 1980.

## PEE41 Anexo 1: Julio 2012

[2] "Cálculo de la incertidumbre de calibración de cajas de resistores por décadas". F. Kornblit. Presentado en este Congreso.