

Fisuración de Miembros de Hormigón en Tracción Directa

Informado por el Comité ACI 224

David Darwin*
Presidente

Andrew Scalon*
Peter Gergey*
Vicepresidentes del
Subcomité

Grant T. Halvorsen
Secretario

Alfred G. Bishara
Howard L. Boggs
Merle E. Brander
Roy W. Carlson
William L. Carlk, Jr.*

Fouad H. Fouad
Tony C. Liu
LeRoy Lutz*
Edward G. Nawy

Milos Polvika
Lewis H. Tuthill*
Orville R. Werner
Zenon A. Zielinski

*Miembros del subcomité que prepararon este informe.

Miembros del Comité que votaron esta revisión:

Grant T. Halvorsen
Presidente

Randall W. Poston
Secretario

Florian Barth
Alfred G. Bishara
Howard L. Boggs
Merle E. Brander
David Darwin
Fouad H. Fouad
David W. Fowler

Peter Gergey
Will Hansen
M. Nadim Hassoun
William Lee
Tony C. Liu
Edward G. Nawy
Harry M. Palmbaum

Keith A. Pashina
Andrew Scanlon
Ernest K. Schrader
Wimal Suaris
Lewis H. Tuthill
Zenon A. Zielinski

*Este informe trata la fisuración del hormigón armado provocada fundamentalmente por tracción directa antes que por flexión. Se repasan las causas de la fisuración en tracción directa, y se presentan ecuaciones para predecir la separación y el ancho de las fisuras. A medida que la fisuración progresa con el aumento de las cargas la rigidez disminuye. Se discuten métodos para estimar la rigidez axial posterior a la fisuración. Este informe concluye con un repaso de los métodos para controlar la fisuración provocada por tracción directa.**

Palabras clave: Fisuración (fractura); ancho y separación de fisuras; cargas (fuerzas); hormigón armado; restricciones; rigidez; deformaciones; tensiones; tensión de tracción; tracción; cambio de volumen.

* La intención de los Informes, Guías, Prácticas Normalizadas y Comentarios de los Comités ACI es proveer lineamientos para la planificación, diseño, ejecución e inspección de las construcciones. Este documento fue preparado para ser utilizado por personas capacitadas para evaluar la relevancia y limitaciones de su contenido y recomendaciones, personas que se harán responsables por la aplicación del material que contienen las publicaciones. El American Concrete Institute deslinda cualquier responsabilidad por los principios expuestos. El Instituto no será responsable por cualquier pérdida o daño que surgiera de los mismos.

No se hará referencia a este documento en ningún documento contractual. Si el Arquitecto / Ingeniero desea que los elementos de este documento formen parte de los documentos contractuales, dichos elementos deberán ser reescritos en términos obligatorios para poder ser incorporados por el Arquitecto / Ingeniero.

Las revisiones de 1992 entraron en vigencia el 1° de Marzo de 1992. Las revisiones consistieron en modificar la designación de las referencias recomendadas para reflejar las últimas versiones de los organismos de normalización.

TABLA DE CONTENIDOS

Capítulo 1 – Introducción, p. 2

Capítulo 2 – Causas de fisuración, p. 2

- 2.1 – Introducción
- 2.2 – Cargas aplicadas
- 2.3 – Restricción

Capítulo 3 – Comportamiento de la fisuración y ecuaciones para su predicción, p. 3

- 3.1 – Introducción
- 3.2 – Resistencia a la tracción
- 3.3 – Desarrollo de fisuras
- 3.4 – Separación de las fisuras
- 3.5 – Ancho de las fisuras

Capítulo 4 – Efecto de la fisuración sobre la rigidez axial, p. 6

- 4.1 – Rigidez axial de miembros lineales
- 4.2 – Aplicaciones de elementos finitos
- 4.3 – Resumen

Capítulo 5 – Control de la fisuración provocada por tracción directa, p. 10

- 5.1 – Introducción
- 5.2 – Control de la fisuración provocada por las cargas aplicadas
- 5.3 – Control de la fisuración provocada por la restricción de los cambios de volumen

Notación, p. 11

Factores de conversión – Equivalentes del SI, p. 11

Capítulo 6 – Referencias, p. 11

- 6.1 – Referencias recomendadas
- 6.2 – Referencias citadas

CAPÍTULO 1 – INTRODUCCIÓN

Debido a que el hormigón es relativamente débil y frágil en tracción, se anticipa que habrá fisuración cuando en un miembro se induzcan tensiones de tracción significativas. Se pueden usar armaduras de acero dulce y/o acero de pretensado para proveerle a un miembro traccionado la resistencia necesaria. Sin embargo, durante el diseño y la construcción es necesario considerar diferentes factores para asegurar un adecuado control de la fisuración.

Otro informe diferente preparado por el Comité ACI 224 (ACI 224R) cubre el control de la fisuración en miembros de hormigón en términos generales, pero apenas contiene una breve referencia a la fisuración por tracción. Este informe se ocupa específicamente de la fisuración de miembros sujetos a tracción directa.

El Capítulo 2 repasa las principales causas de la fisuración por tracción, las cargas aplicadas y la restricción de los cambios de volumen. El Capítulo 3 discute los mecanismos de fisuración en miembros traccionados y presenta métodos para predecir la separación y el ancho de las fisuras. El Capítulo 4 discute cómo la fisuración afecta la rigidez axial. A medida que se desarrollan fisuras se produce una reducción progresiva de la rigidez axial. Se presentan métodos para estimar la reducción de la rigidez en el rango posterior a la fisuración, tanto para miembros lineales como para sistemas más complejos. El Capítulo 5 repasa medidas que se deben tomar durante el diseño y la construcción para controlar la fisuración de miembros en tracción directa.

CAPÍTULO 2 – CAUSAS DE FISURACIÓN

2.1 – Introducción

Los miembros y estructuras de hormigón que transmiten cargas principalmente por tracción directa antes que por flexión incluyen los silos, tanques, cáscaras, tirantes de arcos, cerchas para cubiertas y puentes y torres y pórticos arriostrados.

Algunos miembros tales como las losas de piso y cubierta, muros o revestimientos de túneles también pueden estar sujetos a tracción directa como resultado de la restricción de los cambios de volumen. En muchos casos la fisuración se puede atribuir a una combinación de tensiones debidas a las cargas aplicadas y la restricción de los cambios de volumen. En las siguientes secciones se discuten los efectos de las cargas aplicadas y la restricción de los cambios de volumen en relación con la formación de fisuras por tracción directa.

2.2 – Cargas aplicadas

Las fuerzas axiales provocadas por las cargas aplicadas generalmente se pueden calcular usando procedimientos de análisis habituales, particularmente si la estructura es estáticamente determinada. Si la estructura es estáticamente indeterminada, las fuerzas en los miembros se ven afectadas por los cambios de rigidez provocados por la fisuración. En el Capítulo 4 se presentan métodos para estimar el efecto de la fisuración sobre la rigidez axial.

Hay fisuración en un miembro cuando la tensión de tracción en el hormigón llega a la resistencia a la tracción. La carga que soportaba el hormigón antes de fisurarse se transfiere a la armadura que atraviesa la fisura. Para un miembro simétrico, la fuerza en el miembro en el momento de la fisuración es

$$P = (1 - \rho + n \rho) A_g f'_t \quad (2.1)$$

donde

A_g = sección bruta

A_s = sección de acero

f'_t = resistencia a la tracción del hormigón

n = relación entre el módulo de elasticidad del acero y el del hormigón

ρ = cuantía de armadura = A_s / A_g

Luego de la fisuración, si la fuerza aplicada permanece constante, la tensión en el acero en una fisura es

$$f_s = \frac{\rho}{A_s} = \left(\frac{1}{\rho} - 1 + n \right) f'_t \quad (2.2)$$

Para $n = 10$, $f'_t = 500$ psi (3,45 MPa). La Tabla 2.1 da la tensión en el acero luego de la fisuración para un rango de cuantías ρ , asumiendo que no se ha superado la resistencia a la fluencia del acero f_y .

Tabla 2.1 – Tensión en el acero luego de la fisuración para diferentes cuantías ρ

ρ	$\frac{1}{\rho} - 1 + n$	f_s^* ksi (MPa)
0,005	209	105 (724)
0,010	109	55 (379)
0,030	42	21 (145)
0,050	29	15 (103)

* Se asume $f_s < f_y$.

Para bajas cuantías de armadura, dependiendo del grado del acero, si la fuerza en el miembro permanece constante se produce fluencia inmediatamente después de la fisuración. La fuerza en el miembro fisurado en el momento de la fluencia del acero es $A_s f_y$.

2.3 – Restricción

Cuando se restringe un cambio de volumen provocado por retracción por secado, contracción térmica u otras causas se desarrollan tensiones de tracción que frecuentemente llevan a la fisuración. La restricción puede ser provista por apoyos rígidos o por barras de armadura. La restricción también puede ser provocada por otras partes del miembro si en ellas se producen cambios de volumen a diferentes velocidades. Por ejemplo, se generan tensiones de tracción cuando el exterior de un miembro se seca más rápidamente que el interior del mismo. ACI 224R contiene una discusión detallada de la fisuración relacionada con la retracción por secado y efectos de la temperatura en las estructuras de hormigón en general.

La retracción puede generar fuerzas axiales no sólo en miembros traccionados sino también en miembros flexionados tales como losas de piso y cubierta. La fisuración no prevista provocada por la restricción axial puede llevar a comportamientos estructurales indeseables tales como deflexiones excesivas en losas de piso¹ y reducción de la capacidad de pandeo de las cáscaras.² Ambas son resultados directos de la reducción de la rigidez flexional provocada por la fisuración por restricción. Además, la formación de fisuras provocada por la restricción puede ocasionar fugas y problemas estéticos si existe la posibilidad de que ingrese agua en las fisuras, como en el caso de las estructuras para estacionamiento de vehículos.

La fisuración provocada por la restricción ocasiona una reducción de la rigidez axial, lo que a su vez lleva a una reducción (o relajación) de la fuerza de restricción en el miembro. Por lo tanto, es posible que los elevados niveles de tensiones indicados en la Tabla 2.1 para cuantías pequeñas no se desarrollen si la fisuración se debe a la restricción. Este punto se demuestra en el análisis numérico de la fuerza de restricción dependiente del tiempo provocada por la retracción por secado realizado por Tam y Scanlon.³

CAPÍTULO 3 – COMPORTAMIENTO DE LA FISURACIÓN Y ECUACIONES PARA SU PREDICCIÓN

3.1 – Introducción

Este capítulo repasa el comportamiento básico de los elementos de hormigón armado sujetos a tracción directa. Se discuten métodos para determinar la resistencia a la tracción del hormigón simple y se examina la influencia de las armaduras en el desarrollo de fisuras y en la geometría de las mismas.

3.2 – Resistencia a la tracción

Los métodos para determinar la resistencia a la tracción del hormigón simple se pueden clasificar en una de las siguientes categorías: 1) tracción directa, 2) tracción por flexión, y 3) tracción indirecta.⁴ Debido a las dificultades asociadas con la aplicación de una fuerza de tracción pura a una probeta de hormigón simple, no existe ningún ensayo normalizado para tracción directa. Siguiendo las normas ASTM C 292 y C 78, el módulo de rotura, una medida de la resistencia a la tracción, se puede obtener ensayando una viga de hormigón simple en flexión. También se obtiene una medida indirecta de la resistencia a la tracción directa mediante el ensayo de tracción por compresión diametral (descrito en ASTM C 496). Como se indica en la Referencia 4, la resistencia a la tracción medida mediante el ensayo en flexión es generalmente entre 40 y 80 por ciento más elevada que la medida mediante el ensayo de tracción por compresión diametral.

Las Tablas 3.1 y 3.2 muestran valores de resistencia a la tracción obtenidos a partir de ensayos y las correspondientes medidas de su variabilidad.

ACI 209R sugiere las siguientes expresiones para estimar la resistencia a la tracción en función de la resistencia a la compresión

$$\text{módulo de rotura: } f_r = g_r \left[w_c (f'_c) \right]^{1/2} \quad (3.1)$$

$$\text{resistencia a la tracción directa: } f_t = g_t \left[w_c (f'_c) \right]^{1/2} \quad (3.2)$$

donde

w_c = peso unitario del hormigón (lb/ft³)

f'_c = resistencia a la compresión del hormigón (psi)

g_r = 0,60 a 1,00

(0,012 a 0,021 para w_c en kg/m³ y f'_c en MPa)

g_t = 0,33 (0,0069)

Tanto el ensayo de flexión como el de tracción por compresión diametral tienen por resultado una falla brusca de la probeta de ensayo, indicativa de la naturaleza frágil del hormigón simple en tracción. Sin embargo, si la deformación de las probetas se controla durante el ensayo, en el diagrama tensión-deformación se puede desarrollar una rama descendente significativa más allá de la deformación correspondiente a la máxima tensión de tracción. Evans y Marathe⁷ ilustraron este comportamiento para probetas cargadas en tracción directa en una máquina de ensayo modificada para controlar la deformación. La Figura 3.1 muestra curvas tensión-deformación en tracción que incluyen descarga más allá de la máxima tensión de tracción. Un trabajo más reciente de Petersson⁸ muestra que la rama descendente de la curva es controlada fundamentalmente por deformaciones localizadas en fisuras individuales, lo que indica que existen grandes diferencias entre la deformación media (Figura 3.1) y las deformaciones locales.

Tabla 3.1 – Variabilidad de la resistencia a la tracción del hormigón: Resultados típicos⁵

Tipo de ensayo	Resistencia media, psi (MPa)	Desviación estándar entre coladas, psi (MPa)	Coefficiente de variación, porcentaje
Ensayo de tracción por compresión diametral	405 (2,8)	20 (0,14)	5
Ensayo de tracción directa	275 (1,9)	19 (0,13)	7
Módulo de rotura	605 (4,2)	36 (0,25)	6
Ensayo de compresión de probeta cúbica	5980 (42)	207 (1,45)	3½

Tabla 3.2 – Relación entre resistencias a la compresión y resistencias a la tracción del hormigón⁶

Resistencia a la compresión de probeta cilíndrica, psi (MPa)	Relación entre Resistencias		
	Módulo de rotura* sobre resistencia a la compresión	Resistencia a la tracción directa sobre resistencia a la compresión	Resistencia a la tracción directa sobre módulo de rotura*
1000 (6,9)	0,23	0,11	0,48
2000 (13,8)	0,19	0,10	0,53
3000 (20,7)	0,16	0,09	0,57
4000 (27,6)	0,15	0,09	0,59
5000 (34,5)	0,14	0,08	0,59
6000 (41,4)	0,13	0,08	0,60
7000 (48,2)	0,12	0,07	0,61
8000 (55,1)	0,12	0,07	0,62
9000 (62,0)	0,11	0,07	0,63

* Determinadas bajo carga en el tercer punto.

3.3 – Desarrollo de fisuras

Cuando un miembro de hormigón armado es sometido a tracción directa eventualmente se forman dos tipos de fisuras (Figura 3.2). Un tipo es la fisura visible que aparece en la superficie del hormigón, mientras que el otro tipo no progresa hasta la superficie del hormigón. Broms⁹ llamó a las fisuras del primer tipo "fisuras primarias" y a las del segundo "fisuras secundarias."

Cada uno de los dos tipos de fisuras tiene una geometría diferente. Las fisuras primarias o externas son más anchas en la superficie del hormigón y tienen su menor ancho en la superficie de las barras de armadura.¹⁰⁻¹² Para niveles bajos de tracción (inmediatamente después de la formación de la fisura) la diferencia del ancho de fisura entre la superficie del hormigón y la barra de armadura es pequeña, pero aumenta a medida que aumenta el nivel de tracción; por lo tanto, a medida que aumenta la carga el ancho de fisura en la barra de armadura aumenta más lentamente que el ancho en la superficie de hormigón. Las deformaciones en las barras de armadura tienden a controlar el ancho de fisura limitando el deslizamiento entre el hormigón y el acero.

Las fisuras secundarias, o internas, aumentan de ancho a medida que aumenta la distancia desde las armaduras, luego se vuelven más angostas y se cierran antes de llegar a la superficie del hormigón. La Referencia 13 presenta más información sobre la formación de fisuras internas.

Debido a la variabilidad de la resistencia a la tracción a lo largo de un miembro traccionado, no todas las fisuras se forman al mismo nivel de tensión. Clark y Spiers¹⁴ estimaron que la primera fisura importante se forma a alrededor del 90 por

ciento de la resistencia media a la tracción del hormigón y la última a alrededor del 110 por ciento de la resistencia media a la tracción. Somayaji y Shah¹⁵ usaron un diagrama tensión-deformación bilineal para modelar la formación de fisuras a lo largo de un miembro de hormigón bajo niveles de carga crecientes. Ellos asumieron que la resistencia a la tracción más allá de la primera fisuración era función del gradiente de deformación en el hormigón a lo largo de la longitud de la barra.

Las tensiones de tracción inducidas provocadas por la restricción de la retracción del hormigón afectan la cantidad de fisuración visible para una fuerza de tracción dada. Esto ha sido comprobado por medio de ensayos de tracción en probetas de hormigón realizados para comparar el comportamiento de los cementos Tipo I y Tipo K (compensador de la retracción).¹⁶ Diferentes probetas expuestas a iguales condiciones ambientales y de carga exhibieron comportamientos muy diferentes en cuanto a su fisuración.

Las probetas preparadas con cemento Tipo I tuvieron fisuras externas totalmente desarrolladas; las probetas preparadas con cemento Tipo K mostraron menor cantidad de fisuras externas y éstas fueron de menor ancho. Las probetas con cemento Tipo K exhibieron la primera fisuración a una carga mayor que las probetas con cemento Tipo I, y en algunos ensayos las probetas con cemento Tipo K no evidenciaron fisuras visibles.

La tensión de compresión inducida en el hormigón por la expansión restringida del cemento Tipo K aparentemente aumentó las cargas tanto para la primera fisuración como para fisuración totalmente desarrollada. Esto significa que los esfuerzos por compensar la retracción del hormigón también parecen ayudar a reducir la fisuración.

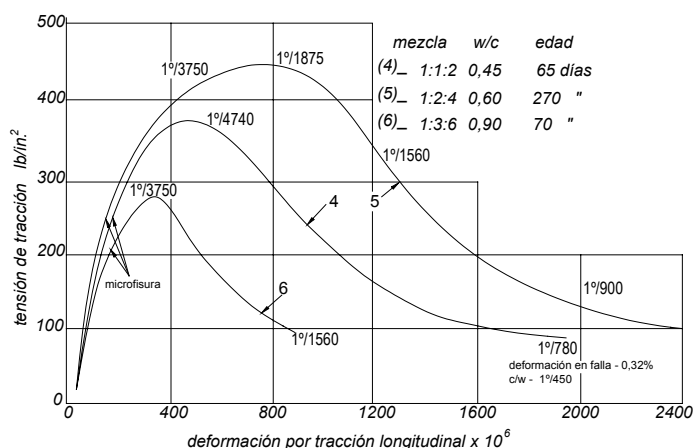


Fig. 3.1 – Diagramas tensión-deformación en tracción para hormigón⁷ (incluye la porción de descarga)

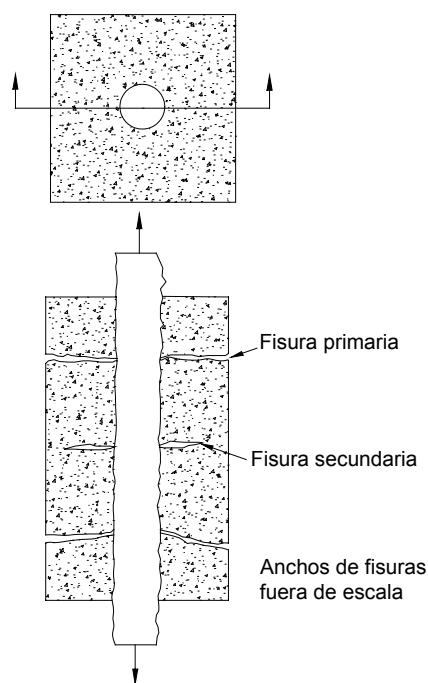


Fig. 3.2 – Fisuras primarias y secundarias en un miembro de hormigón armado traccionado

3.4 – Separación de las fisuras

Como resultado de la formación de fisuras en un miembro traccionado se desarrolla un nuevo patrón de tensiones entre las fisuras. La formación de fisuras primarias adicionales continúa a medida que la tensión aumenta, hasta que la separación de las fisuras es aproximadamente igual al doble del recubrimiento de hormigón medido hasta el centro de la barra de armadura.¹¹

Obviamente la separación de las fisuras externas es altamente variable. La variabilidad de la resistencia a la tracción del hormigón, la integridad de la adherencia de las barras y la proximidad de fisuras primarias preexistentes, las

cuales tienden a disminuir la tensión de tracción local en el hormigón, son las principales causas de esta variabilidad de la separación de las fisuras. Para el rango habitual de recubrimientos de hormigón [1,25 a 3 in. (30 a 75 mm)] la separación media de las fisuras no llegará al valor limitante igual al doble del recubrimiento hasta que la tensión en la armadura llegue a un valor de entre 20 y 30 ksi (138 a 200 MPa).¹¹

El valor anticipado para la máxima separación de las fisuras es alrededor del doble de la separación media.¹¹ Es decir, la máxima separación de las fisuras es igual a aproximadamente cuatro veces el espesor del recubrimiento de hormigón. Este rango de separaciones es más de 20 por ciento mayor que el observado para miembros flexionados.

Se puede reducir el número de fisuras visibles para una fuerza de tracción dada simplemente aumentando el recubrimiento de hormigón. Al haber mayor recubrimiento un mayor porcentaje de las fisuras permanecerán como fisuras internas para un nivel dado de fuerza de tracción. Sin embargo, como se discutirá en la Sección 3.5, aumentar el recubrimiento aumenta el ancho de las fisuras visibles.

3.5 – Ancho de las fisuras

El máximo ancho de fisura se puede estimar multiplicando la máxima separación de las fisuras (cuatro veces el recubrimiento de hormigón) para elevada tensión en el acero por la deformación media en la armadura. Si se consideran miembros traccionados con más de una barra de armadura,¹¹ el verdadero recubrimiento de hormigón no es la variable más adecuada. En lugar del recubrimiento real se usa un recubrimiento efectivo t_e . El recubrimiento t_e se define como una función de las armaduras, así como del recubrimiento de hormigón medido hasta el centro de las barras.¹¹ Cuanto mayor sea la separación de las armaduras, mayor será el ancho de las fisuras. Esto se traduce como un mayor recubrimiento efectivo. En base a los trabajos de Broms y Lutz,¹¹ el recubrimiento efectivo de hormigón es

$$t_e = d_c \sqrt{1 + \left(\frac{s}{4d_c} \right)^2} \quad (3.3)$$

donde d_c = distancia entre el centro de una barra y la fibra extrema comprimida, in.; y s = separación de las barras, in.

La variable t_e es similar a la variable $\sqrt[3]{d_c A}$ usada en las expresiones de Gergely-Lutz para ancho de fisura en miembros flexionados,¹⁷ donde A = sección de hormigón simétrica con las armaduras dividido por el número de barras (in.²). Usando t_e es posible expresar el ancho máximo de fisura de manera similar a la expresión de Gergely-Lutz.

Debido a la mayor variabilidad del ancho de fisura en los miembros traccionados, se anticipa que el máximo ancho de fisura en tracción directa será mayor que el máximo ancho de fisura en flexión para una misma tensión en el acero.

El mayor ancho de fisura en los miembros traccionados se puede deber a la falta de restricción, que en los miembros flexionados es provista por la zona comprimida. En un miembro flexionado el gradiente de tensión provoca que las fisuras se inicien en las ubicaciones de mayor tensión y que se desarrollen más gradualmente que en miembro traccionado, en el cual la tensión es constante.

La expresión desarrollada por Broms y Lutz¹¹ para determinar el máximo ancho de fisura en tracción es

$$W_{\max} = 4\varepsilon_s t_e = 0,138 f_s t_e \times 10^{-3} \quad (3.4)$$

Usando la definición de t_e dada en la Ecuación (3.3), W_{\max} se puede expresar como

$$W_{\max} = 0,138 f_s d_c \sqrt{1 + \left(\frac{s}{4d_c}\right)^2} \times 10^{-3} \quad (3.5)$$

El parámetro $\sqrt[3]{d_c A}$ para una sola capa de armadura es $d_c \sqrt[3]{2s/d_c}$ (ver Figura 3.3), que es aproximadamente igual a $1,35d_c \sqrt{1 + (s/4d_c)^2}$ para S/d_c entre 1 y 2. De este modo, para fisuración por tracción

$$W_{\max} = 0,10 f_s \sqrt[3]{d_c A} \times 10^{-3} \quad (3.6)$$

La Ecuación (3.6) se puede usar para predecir el máximo ancho de fisura probable en miembros traccionados completamente fisurados. Como en el caso de los miembros flexionados, el ancho máximo de fisura tiene gran variabilidad. Se debería anticipar que el ancho máximo de fisura será 30 por ciento mayor o menor que el valor obtenido de la Ecuación (3.6).

La expresión para ancho máximo de fisura en flexión¹⁷

$$W_{\max} = 0,076 \beta f_s \sqrt[3]{d_c A} \times 10^{-3} \quad (3.7)$$

en la cual β = relación entre la distancia entre el eje neutro y la cara traccionada y la distancia entre el eje neutro y el baricentro del acero de las armaduras $\approx 1,20$ en vigas, se puede usar para comparar los anchos de fisura obtenidos en flexión y tracción.

Usando un valor de $\beta = 1,20$ el coeficiente $0,076\beta$ de la Ecuación (3.7) se convierte en $0,91$ mientras que en la Ecuación (3.6) hay un coeficiente de $0,10$ para fisuras por tracción. Esto indica que, para la misma sección y tensión del acero f_s , la fisura por tracción más grande será alrededor de 10 por ciento mayor que la fisura más grande por flexión.

En ACI 318 la expresión correspondiente a ancho de fisura por flexión de la Ecuación (3.7) – con $\beta = 1,2$ – se usa de la siguiente forma

$$z = f_s \sqrt[3]{d_c A} \quad (3.8)$$

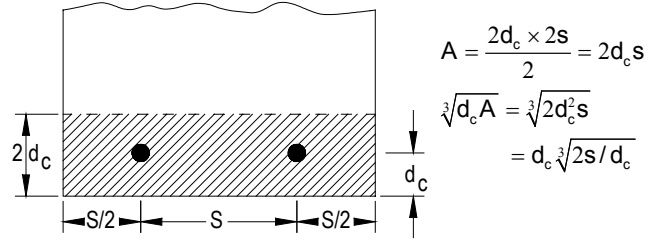


Fig. 3.3 – Parámetro $\sqrt[3]{d_c A}$ en función de la separación de las barras

Para exposición interior se permite un valor máximo de $z = 175$ kips/in. (30,6 MN/m), que corresponde a un ancho de fisura limitante de 0,016 in. (0,41 mm). Para exposición exterior ACI 318 limita el valor de z a 145 kips/in. (25,4 MN/m), que corresponde a un ancho de fisura de 0,013 in. (0,33 mm). Para obtener anchos de fisura similares en miembros traccionados, los valores de z igual a 145 y 175 correspondientes a miembros flexionados se deben multiplicar por la relación de coeficientes de las Ecuaciones (3.7) y (3.6) (igual a 0,91). Usando la misma definición de z tanto para miembros traccionados como para miembros flexionados, para miembros traccionados se obtienen valores de z de 132 y 160, respectivamente.

Recientemente Rizkalla y Hwang¹⁸ informaron resultados de ensayos de tracción directa y presentaron un procedimiento alternativo para calcular anchos de fisura y separación de fisuras basado en expresiones dadas por Beeby¹⁹ y Leonhardt.²⁰

CAPÍTULO 4 – EFECTO DE LA FISURACIÓN SOBRE LA RIGIDEZ AXIAL

4.1 – Rigidez axial de miembros lineales

Cuando un miembro de hormigón armado simétrico no fisurado se carga en tracción, la fuerza de tracción se distribuye entre el acero de las armaduras y el hormigón de manera proporcional a sus respectivas rigideces. La carga total correspondiente a la deformación ε está dada por

$$P = P_c + P_s = (E_c A_c + nE_s A_s) \varepsilon$$

$$= E_c A_g (1 - \rho + n\rho) \varepsilon = (EA)_{uc} \varepsilon \quad (4.1)$$

donde E_c = módulo de elasticidad del hormigón. Las cargas tomadas por el hormigón y el acero de las armaduras son, respectivamente,

$$P_c = \left(\frac{1}{1 + n\rho} \right) P \quad (4.2)$$

y

$$P_s = \left(\frac{n\rho}{1+n\rho} \right) P \quad (4.3)$$

La fisuración ocurre cuando la deformación ε corresponde a la resistencia a la tracción del hormigón. Si se asume que la rama ascendente de la curva tensión-deformación en tracción es lineal, $\varepsilon = \varepsilon_t = f_{tl}/E_c$, donde f_{tl} es la tensión de tracción que provoca la primera fisura. La carga total en el momento de la fisuración P_{cr} es transferida a través de la fisura totalmente por las armaduras. Si la fuerza aplicada permanece constante, la tensión en el acero una vez ocurrida la fisura f_{scr} está dada por

$$f_{scr} = \frac{P_{cr}}{A_e} = f_{t1} \left(\frac{1}{\rho} - 1 + n \right) \quad (4.4)$$

La carga total transferida en la fisura por las armaduras se trasfiere gradualmente al hormigón a cada lado de la fisura por adherencia. A medida que aumenta la carga aplicada se forman fisuras adicionales a intervalos discretos a lo largo del miembro como se discutió en el Capítulo 3. La contribución que aporta el hormigón ubicado entre las fisuras a la rigidez neta de un miembro se denomina *rigidización por tracción*. La reducción gradual de la rigidez provocada por la fisuración progresiva se denomina *ablandamiento por deformación*.

El efecto rigidizante del hormigón entre las fisuras se puede ilustrar considerando la relación entre la carga y la deformación media en estado no fisurado y fisurado. En la Figura 4.1 se ilustra una curva carga- deformación correspondiente a tracción. En el rango comprendido entre $P = 0$ y $P = P_{cr}$ el miembro no está fisurado, y la respuesta sigue la recta OA . La relación carga-deformación [Ecuación (4.1)] está dada por

$$P = E_c A_g (1 - \rho + n\rho) \varepsilon = (EA)_{uc} \varepsilon \quad (4.5)$$

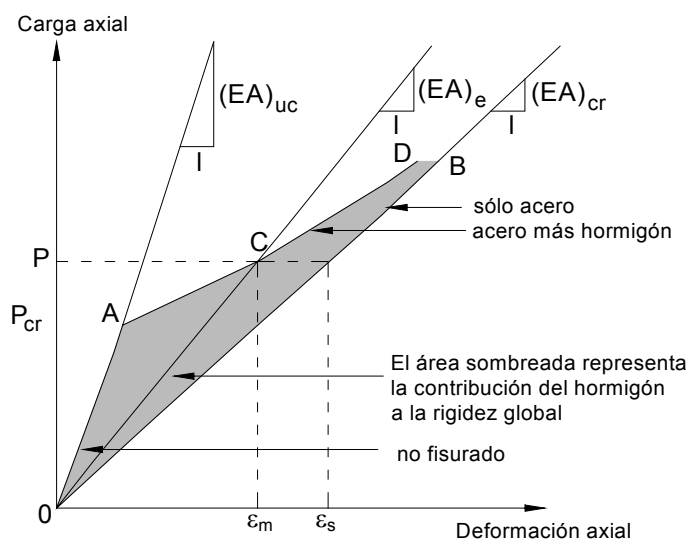


Fig. 4.1 – Diagrama carga de tracción vs. deformación

Si se ignora la contribución a la rigidez aportada por el hormigón, la respuesta sigue la recta OB , y la relación carga-deformación está dada por

$$P = E_s A_s \varepsilon = n E_c \rho A_g \varepsilon = (EA)_{cr} \varepsilon \quad (4.6)$$

Para cargas mayores que P_{cr} la respuesta real está comprendida entre los límites correspondientes a sección no fisurada y sección totalmente fisurada, y sigue la recta AD . En el punto C de AD , donde P es mayor que P_{cr} , es posible desarrollar una relación entre la carga P y la deformación media en el miembro ε_m

$$P = (EA)_e \varepsilon_m \quad (4.7)$$

El término $(EA)_e$ se puede denominar rigidez axial efectiva de la sección transversal del miembro. Este término se puede expresar en términos de la sección real de acero A_s y un módulo de elasticidad efectivo E_{sm} de las barras de acero

$$P = E_{sm} A_s \varepsilon_m \quad (4.8)$$

$$E_{sm} = \frac{f_s}{\mathcal{E}_w} \quad (4.9)$$

Para determinar ε_m se pueden emplear diferentes métodos. Por ejemplo, el Código Modelo CEB da

$$\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_s \left[1 - k \left(\frac{f_{scr}}{f_s} \right)^2 \right] \quad (4.10)$$

donde f_{scr} está dado por la Ecuación (4.4); $f_s = P/A_s$; $\varepsilon_s = f_s/E_s$; y $k = 1,0$ para primera carga y $k = 0,5$ para cargas repetitivas o sostenidas.

Combinando las Ecuaciones (4.9) y (4.10)

$$E_{sm} = \frac{E_s}{\left[1 - k \left(\frac{f_{scr}}{f_s} \right)^2 \right]} \quad (4.11)$$

La expresión del Código CEB se basa en ensayos de tracción directa realizados en la Universidad de Stuttgart.²⁰ Moonsecker y Grasser²¹ repasan otros métodos para determinar ε_m .

Un enfoque alternativo consiste en expresar la rigidez efectiva $(EA)_c$ en términos del módulo de elasticidad del hormigón y un área de hormigón efectiva (reducida), es decir

$$P = E_c A_e \varepsilon_m \quad (4.12)$$

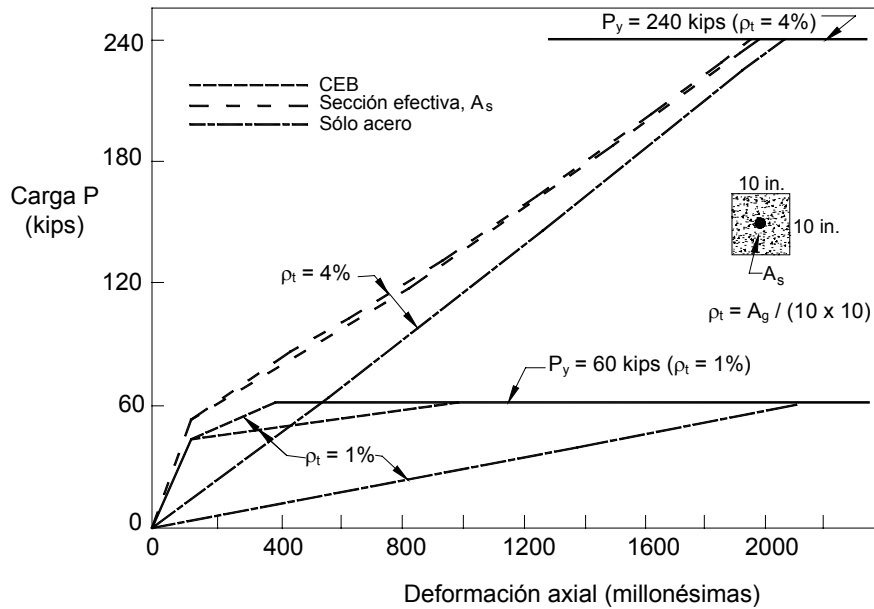


Fig. 4.2 – Diagramas de carga de tracción vs. deformación en base a la expresión del CEB y la expresión basada en el concepto de sección transversal efectiva

Este enfoque es análogo al concepto de momento de inercia efectivo para evaluación de deflexiones desarrollado por Branson²² e incorporado en ACI 318.

Usando la misma forma de ecuación usada para el momento de inercia efectivo, el área transversal efectiva de un miembro se puede expresar como

$$A_e = A_g \left(\frac{P_{cr}}{P} \right)^3 + A_{cr} \left[1 - \left(\frac{P_{cr}}{P} \right)^3 \right] \quad (4.13)$$

donde A_g = sección transversal bruta y $A_{cr} = nA_s$.

El término A_g se podría reemplazar por la sección transformada A_t para incluir la contribución de las armaduras al sistema no fisurado [$A_t = A_c + n A_s = A_g + (n-1) A_s$].

Las relaciones carga-deformación obtenidas usando la expresión del CEB y la sección transversal efectiva [Ecuación (4.13)] son bastante comparables, como se muestra en la Figura 4.2.

Un tercer enfoque empleado en análisis por elementos finitos de estructuras de hormigón involucra una reducción progresiva del módulo de elasticidad efectivo del hormigón a medida que aumenta la fisuración.

4.2 – Aplicaciones de elementos finitos

En los últimos años se han realizado numerosas investigaciones sobre la aplicación de elementos finitos para modelar el comportamiento del hormigón armado, investigaciones que se resumen en un informe del Comité ASCE sobre Análisis del Hormigón Armado por Elementos Finitos.²³ Para modelar la fisuración y la rigidización por tracción se han usado dos enfoques básicos, el enfoque de las

fisuras discretas y el enfoque de las fisuras distribuidas ("discrete crack approach" y "smeared crack approach").

En el enfoque de las fisuras discretas, usado originalmente por Ngo y Scordelis,²⁴ las fisuras individuales se modelan usando puntos nodales independientes para los elementos de hormigón ubicados en las fisuras, como se muestra en la Figura 4.3 para un miembro flexionado. Esto permite la separar elementos en las fisuras. Los efectos de la degradación de la adherencia sobre la rigidización por tracción se pueden modelar mediante elementos de unión lineales²⁴ o no lineales²⁵ que conectan el hormigón y los elementos de acero.

Gerstle, Ingraffea y Gergely²⁶ combinaron el método de los elementos finitos con la mecánica de la fractura no lineal para estudiar el efecto de la rigidización por tracción en miembros traccionados. La secuencia de formación de fisuras primarias y secundarias se estudió usando modelos de fisuras discretas. La Figura 4.4 ilustra una comparación de resultados de análisis versus resultados de ensayo.

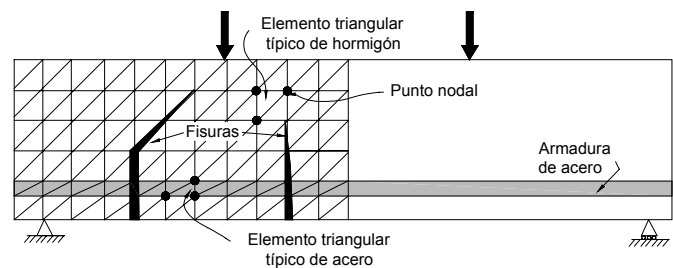


Fig. 4.3 – Modelo de elementos finitos mediante el enfoque de fisuras discretas²⁴

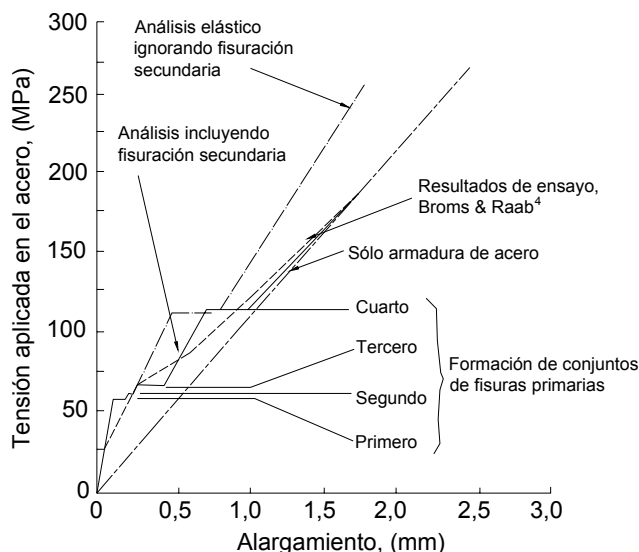


Fig. 4.4 – Curvas de tensión en el acero versus alargamiento para probeta traccionada en base al enfoque de la mecánica de la fractura no lineal²⁶

En el enfoque de las fisuras distribuidas, la rigidización por tracción se modela ya sea reteniendo un módulo de elasticidad decreciente para el hormigón y no modificando el módulo de elasticidad del acero, o bien primero aumentando y luego disminuyendo gradualmente el módulo de elasticidad del acero y fijando el módulo del hormigón igual a cero a medida que progresa la fisuración. Scanlon y Murray²⁷ introdujeron el concepto de degradar la rigidez del hormigón para modelar la rigidización por tracción en losas armadas en dos direcciones. Diferentes investigadores han aplicado variaciones de este enfoque a modelos por elementos finitos.²⁸⁻³¹

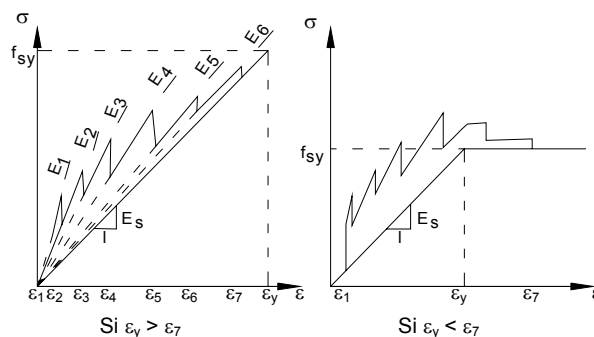
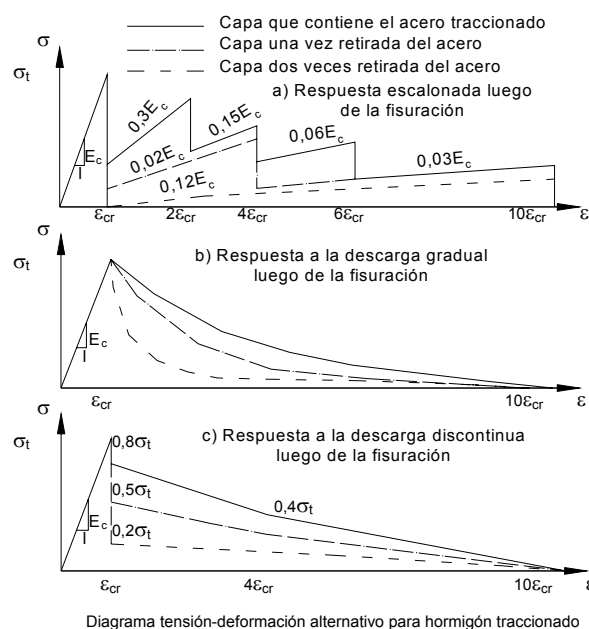
Gilbert y Warner³¹ usaron el concepto de fisura distribuida y un modelo de placa laminada para comparar resultados usando el enfoque de degradación de la rigidez del hormigón y el enfoque de rigidez creciente del acero. Los diversos modelos comparados por Gilbert y Warner se ilustran en la Figura 4.5. Se obtuvieron resultados satisfactorios usando todos los modelos considerados. Sin embargo, se halló que el enfoque que usaba una rigidez del acero modificada era numéricamente más eficiente. Trabajos más recientes³² han mostrado que, para obtener resultados objetivos en casos generales, los modelos de elementos finitos deben modelar correctamente la energía consumida en la fractura. Aunque la mayoría de estos modelos se han aplicado para el caso de miembros flexionados, el mismo enfoque general se puede usar para miembros en tracción directa.

4.3 – Resumen

Se han propuesto diversos métodos para estimar la rigidez axial de los miembros de hormigón armado fisurados. El enfoque del Código Modelo del CEB involucra la modificación del módulo de elasticidad efectivo del acero y parece estar bien

establecido en Europa. Un enfoque alternativo, sugerido en este informe, involucra una expresión para la sección transversal efectiva que es análoga al concepto de momento de inercia efectivo, concepto bien conocido. Ambos enfoques parecen ser aceptables para el análisis de miembros lineales.

Para sistemas más complejos el uso de procedimientos de análisis mediante elementos finitos ha sido exitoso para modelar el comportamiento del hormigón armado fisurado, usando una variedad de modelos para la rigidez.



Ley de modelado del material:

ϵ_1	ϵ_2	ϵ_3	ϵ_4	ϵ_5	ϵ_6	ϵ_7
ϵ_{cr}	$1.5\epsilon_{cr}$	$3\epsilon_{cr}$	$5\epsilon_{cr}$	$8\epsilon_{cr}$	$11\epsilon_{cr}$	$14\epsilon_{cr}$

E_1	E_2	E_3	E_4	E_5	E_6
$40E_s$	$27E_s$	$20E_s$	$16E_s$	$115E_s$	$105E_s$

Fig. 4.5 – Modelos de rigidización por tracción propuestos para el enfoque de elementos finitos por fisuras distribuidas³¹ (σ_t = resistencia a la tracción del hormigón, f_{sy} = resistencia a la fluencia de las armaduras, σ = tensión, y ϵ = deformación)

CAPÍTULO 5 – CONTROL DE LA FISURACIÓN PROVOCADA POR TRACCIÓN DIRECTA

5.1 – Introducción

Los tres capítulos previos se centraron en predecir el comportamiento de miembros de hormigón armado que sufre fisuración por tracción directa. Sin embargo, un objetivo fundamental del diseño y la construcción de estructuras de hormigón debería ser minimizar y/o controlar la fisuración y sus efectos adversos. La intención de este capítulo es proveer lineamientos para ayudar a lograr este objetivo.

Las recomendaciones contenidas en ACI 224 se han de aplicar cuando sean aplicables. Este capítulo se ocupa más específicamente de los miembros cargados en tracción directa.

5.2 – Control de la fisuración provocada por las cargas aplicadas

El principal objetivo del control de la fisuración es minimizar los anchos máximos de fisura. En el pasado los anchos de fisura admisibles se relacionaban con las condiciones de exposición (ACI 224R). Sin embargo, al menos en términos de proteger las armaduras de la corrosión, el efecto del ancho de fisura superficial parece tener menos importancia relativa que la que anteriormente se le atribuía (ACI 224.1R). Para condiciones de exposición severas, es preferible disponer un mayor espesor de recubrimiento de hormigón aún cuando esto lleve a fisuras más anchas en la superficie. Los anchos de fisura admisibles también pueden depender de requisitos estéticos o funcionales. En base a la experiencia recogida usando el factor z para fisuración por flexión (ACI 318), en la mayoría de los casos un ancho de fisura de 0,016 in. (0,4 mm) puede ser aceptable desde el punto de vista estético. Algunos requisitos funcionales, como el almacenamiento de agua, pueden exigir menores anchos de fisura, como por ejemplo 0,008 in. (0,2 mm) para estructuras de retención de agua.

Las Ecuaciones (3.6) y (3.8) para miembros en tracción directa se pueden usar para seleccionar y disponer las armaduras a fin de limitar los anchos de fisura.

Debido a que el ancho de fisura está relacionado con la tensión de tracción en las armaduras, las fisuras atribuidas a sobrecargas aplicadas durante períodos cortos no pueden ser tan serias como aquellas atribuidas a cargas sostenidas, ya que es de esperar que las fisuras debidas a la sobrecarga se cierran o al menos se vuelvan más angostas una vez que se retire la sobrecarga. Si no se puede lograr un control aceptable de la fisuración solamente mediante el uso de armaduras no pretensadas, para reducir las tensiones de tracción de una estructura se puede usar pretensado. El hormigón compensador de la retracción colocado de acuerdo con ACI 223 también puede ser una opción efectiva.

Aunque es posible tomar medidas para controlar la fisuración durante la etapa de diseño, es igualmente importante aplicar procedimientos constructivos adecuados para asegurar el comportamiento deseado de la estructura. Esto exige evitar sobrecargar la estructura durante su construcción. También es

fundamental colocar las armaduras cuidadosamente, incluyendo un adecuado diseño de los empalmes solapados (ACI 318).

5.3 – Control de la fisuración provocada por la restricción de los cambios de volumen

La fisuración provocada por la restricción de los cambios de volumen que ocurren en la estructura a edades tempranas se puede minimizar protegiendo tanto tiempo como sea posible el hormigón nuevo contra el secado o los cambios bruscos de temperatura en la superficie del miembro, ya que estos provocarían tensiones de tracción mayores que su resistencia a edad temprana.

La retracción por secado a edades tempranas se puede controlar usando procedimientos de curado adecuados. El hormigón compensador de la retracción puede ser muy efectivo para limitar las fisuras provocadas por la retracción por secado (ACI 223).

Los cambios de temperatura relacionados con el calor de hidratación se pueden minimizar colocando el hormigón a temperaturas menores que las normales (enfriamiento previo). Por ejemplo, colocando el hormigón a aproximadamente 50 F (10 C) se ha reducido significativamente la fisuración de revestimientos de hormigón para túneles.³³ Se debe observar que el hormigón colocado a 50 F (10 C) tiende a desarrollar mayores resistencias a edades tempranas que el hormigón colocado a temperaturas más elevadas.

La cantidad y el ancho de las fisuras circunferenciales en revestimientos para túneles (como también en conductos y tubos colados in situ) se pueden reducir considerablemente si entre el momento de colocación del hormigón y el momento de puesta en servicio del túnel se evita que haya movimiento de aire dentro del túnel y se mantienen charcos de agua poco profundos en la solera (ver Figura 35 de la Referencia 34).

Para minimizar el ancho de las fisuras provocadas por las tensiones de restricción se debería disponer armadura "de temperatura" adherente. Como regla general, la armadura será más efectiva para controlar el ancho y la separación de las fisuras cuanto menor diámetro tengan las barras de armadura y menor sea la separación correspondiente para una sección de acero determinada. El hormigón reforzado con fibras también se puede aplicar para minimizar el ancho de las fisuras inducidas por las tensiones provocadas por la restricción (ACI 544.1R).

Si las fuerzas de tracción en un miembro de hormigón restringido ocasionarán fisuras de ancho inaceptable, se puede reducir el grado de restricción usando juntas cuando esto sea posible o bien dejando juntas de colado vacías que sólo se llenan con hormigón una vez que los miembros adyacentes hayan adquirido resistencia y se haya permitido su secado. Las losas y pavimentos serán restringidos por el anclaje de las armaduras en losas o zapatas perimetrales. La fisuración será mínima si todas las losas se pueden retraer desde todos sus bordes hacia el centro. Para las losas sobre el terreno se deberían diseñar juntas de contracción y apoyos perimetrales adecuados (ACI 302.1R-80). Se deben disponer juntas de

contracción o ranuras profundas poco espaciadas si se desea impedir o disimular la fisuración provocada por la restricción en muros, losas y revestimientos para túneles [ACI 224R-80 (Revisada en 1984)], ACI 302.1R-80].

NOTACIÓN

A	= sección de hormigón simétrico con las armaduras dividido por el número de barras, in. ²
A_e	= sección transversal efectiva de hormigón, in. ²
A_g	= área bruta de una sección, in. ²
A_s	= sección de armadura de tracción no pretensada, in. ²
d_c	= distancia entre el centro de una barra hasta la fibra extrema traccionada, in.
E_c	= módulo de elasticidad del hormigón, ksi
E_s	= módulo de elasticidad del acero, ksi
E_{sm}	= módulo de elasticidad efectivo del acero respecto del correspondiente al hormigón
f_r	= módulo de rotura del hormigón, psi
f_s	= tensión en las armaduras, ksi
f_{scr}	= tensión en el acero luego de la fisuración, ksi
f'_c	= resistencia a la compresión del hormigón, psi
f'_t	= resistencia a la tracción del hormigón, psi
n	= relación entre el módulo de elasticidad del acero y el del hormigón
P	= carga axial
P_c	= carga axial tomada por el hormigón
P_{cr}	= carga axial a la cual ocurre fisuración
P_s	= carga axial tomada por las armaduras
s	= separación de las barras, in.
t_e	= recubrimiento efectivo de hormigón, in.
w_c	= peso unitario del hormigón, lb/ft ³
W_{max}	= ancho máximo de fisura más probable, in.
z	= factor que limita la distribución de las armaduras
β	= relación entre la distancia entre el eje neutro y la cara traccionada y la distancia entre el eje neutro y el baricentro del acero de las armaduras $\approx 1,20$ para vigas
ϵ_m	= deformación media en un miembro (alargamiento unitario)
ϵ_s	= deformación por tracción en una barra de armadura suponiendo que el hormigón no toma tracción
ρ	= cuantía de armadura = A_s / A_g

FACTORES DE CONVERSIÓN – EQUIVALENTES DEL SI

1 in.	= 25,4 mm
1 lb (masa)	= 0,4536 kg
1 lb (fuerza)	= 4,488 N
1 lb/in. ²	= 6,895 kPa
1 kip	= 444,8 N
1 kip/in. ²	= 6,895 MPa

Ecuación (3.5)

$$W_{max} = 0,02 f_s d_c \sqrt{1 + \left(\frac{s}{4d_c} \right)^2} \times 10^{-3}$$

Ecuación (3.6)

$$W_{max} = 0,0145 f_s \sqrt[3]{d_c A} \times 10^{-3}$$

Ecuación (3.7)

$$W_{max} = 0,011 f_s \sqrt[3]{d_c A} \times 10^{-3}$$

w_{max} en mm, f_s en MPa, d_c en mm, A en mm², y s en mm.

CAPÍTULO 6 – REFERENCIAS

6.1 Referencias recomendadas

A continuación listamos los documentos de los diferentes organismos de normalización a los cuales se hace referencia en este documento, junto con los números o códigos que los identifican.

American Concrete Institute

209R	Prediction of Creep, Shrinkage, and Temperature Effects in Concrete Structures
223	Standard Practice for the Use of Shrinkage Compensating Concrete
224R	Control of Cracking in Concrete Structures
224.1R	Causes, Evaluation, and Repair of Cracks in Concrete Structures
302.1R	Guide for Concrete Floor and Slab Construction
318	Building Code Requirements for Reinforced Concrete
350R	Environmental Engineering Concrete Structures
544.1R	State-of-the-Art Report on Fiber Reinforced Concrete

ASTM

C 78	Standard Test Method for Flexural Strength of Concrete (Using Simple Beam with Third Point Loading)
C 293	Standard Test Method for Flexural Strength of Concrete (Using Simple Beam with Center Point Loading)
C 496	Standard Test Method for Splitting Tensile Strength of Cylindrical Concrete Specimens

Comité Euro-International du Béton/Fédération Internationale de la Précontrainte

CEB-FIP	Model Code for Concrete Structures
---------	------------------------------------

Estas publicaciones se pueden obtener de las siguientes organizaciones:

American Concrete Institute
P.O. Box 9094
Farmington Hills, Mich. 48333-9094

ASTM
100 Barr Harbor Dr.
West Conshohocken, Pa. 19428-2959

Comité Euro-International du Béton
EPFL Case Postale 88
CH 1015 Lausana, Suiza

6.2 – Referencias citadas

1. Scanlon, Andrew y Murray, David W., "Practical Calculation of Two-Way Slab Deflections," *Concrete International: Design & Construction*, V. 4, No. 11, Noviembre 1982, pp. 43-50.

2. Cole, Peter P., Abel, John F. y Billington, David F., "Buckling of Cooling-Tower Shells: State-of-the-Art," *Proceedings*, ASCE, V. 101, ST6, Junio 1975, pp. 1185-1203.

3. Tam, K.S.S. y Scanlon, A., "The Effects of Restrained Shrinkage on Concrete Slabs," *Structural Engineering Report No. 122*, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Edmonton, Diciembre 1984, 126 pp.

4. Neville, Adam M., *Hardened Concrete: Physical and Mechanical Aspects*, ACI Monograph No. 6, American Concrete Institute/Iowa State University Press, Detroit, 1971, 260 pp.

5. Wright, P.J.F., "Comments on Indirect Tensile Test on Concrete Cylinders," *Magazine of Concrete Research* (London), V. 7, No. 20, Julio 1955, pp. 87-96.

6. Price, Walter H., "Factors Influencing Concrete Strength," *ACI Journal, Proceedings* V. 47, No. 6, Febrero 1951, pp. 417-432.

7. Evans, R.H. y Marathe, M.S., "Microcracking and Stress-Strain Curves for Concrete in Tension," *Materials and Structures, Research and Testing* (RILEM, Paris), V. 1, No. 1, Enero-Febrero 1968, pp. 61-64.

8. Petersson, Per-Erik, "Crack Growth and Development of Fracture Zones in Plain Concrete and Similar Materials," *Report No. TVBM-1006*, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology, 1981, 174 pp.

9. Broms, Bengt B., "Crack Width and Crack Spacing in Reinforced Concrete Members," *ACI Journal, Proceedings* V. 62, No. 10, Octubre 1965, pp. 1237-1256.

10. Broms, Bengt B., "Stress Distribution in Reinforced Concrete Members With Tension Cracks," *ACI Journal, Proceedings* V. 62, No. 9, Setiembre 1965, pp. 1095-1108.

11. Broms, Bengt B. y Lutz, Leroy A., "Effects of Arrangement of Reinforcement on Crack Width and Spacing of Reinforced Concrete Members," *ACI Journal, Proceedings* V. 62, No. 11, Noviembre 1965, pp. 1395-1410.

12. Goto, Yukimasa, "Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars," *ACI Journal, Proceedings* V. 68, No. 4, Abril 1971, pp. 244-251.

13. Goto, Y. y Otsuka, K., "Experimental Studies on Cracks Formed in Concrete Around Deformed Tension Bars," *Technology Reports of the Tohoku University*, V. 44, No. 1, Junio 1979, pp. 49-83.

14. Clark, L.A. y Spiers, D.M., "Tension Stiffening in Reinforced Concrete Beams and Slabs Under Short-Term Load," *Technical Report No. 42521*, Cement and Concrete Association, Wexham Springs, 1978, 19 pp.

15. Somayaji, S. y Shah, S.P., "Bond Stress Versus Slip Relationship and Cracking Response of Tension Members," *ACI Journal, Proceedings* V. 78, No. 3, Mayo-Junio 1981, pp. 217-225.

16. Cusick, R.W. y Kesler, C.E., "Interim Report – Phase 3: Behavior of Shrinkage-Compensating Concretes Suitable for Use in Bridge Decks," *T. & A.M. Report No. 409*, Department of Theoretical and Applied Mechanics, University of Illinois, Urbana, Julio 1976, 41 pp.

17. Gergely, Peter y Lutz, Leroy A., "Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members," *Causes, Mechanism, and Control of Cracking in Concrete*, SP-20, American Concrete Institute, Detroit, 1968, pp. 87-117.

18. Rizkalla, S.H. y Hwang, L.S., "Crack Prediction for Members in Uniaxial Tension," *ACI Journal, Proceedings* V. 81, No. 6, Noviembre-Diciembre 1984, pp. 572-579.

19. Beeby, A.W., "The Prediction of Crack Widths in Hardened Concrete," *Structural Engineer* (London), V. 57A, Enero 1979, pp. 9-17.

20. Leonhardt, Fritz, "Crack Control in Concrete Structures," *IABSE Surveys* No. S-4/77, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zurich, Agosto 1977, 26 pp.

21. Moosecker, W. y Grasser, E., "Evaluation of Tension Stiffening in Reinforced Concrete Linear Members," *Final Report*, IABSE Colloquium on Advanced Mechanics of Reinforced Concrete (Delft, 1981), International Association for Bridge and Structural Engineering, Zurich.

22. Branson, D.E., "Instantaneous and Time-Dependent Deflections of Simple and Continuous Reinforced Concrete Beams," *Research Report No. 7*, Alabama Highway Department, Montgomery, Agosto 1963, 94 pp.

23. *Finite Element Analysis of Reinforced Concrete*, American Society of Civil Engineers, New York, 1982, 545 pp.

24. Ngo, D. y Scordelis, A.C., "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams," *ACI Journal, Proceedings* V. 64, No. 3, Marzo 1967, pp. 152-163.

25. Nilson, Arthur H., "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete by the Finite Element Method," *ACI Journal, Proceedings* V. 65, No. 9, Setiembre 1968, pp. 757-766.

26. Gerstle, Walter; Ingraffea, Anthony R. y Gergely, Peter, "Tension Stiffening: A Fracture Mechanics Approach," *Proceedings*, International Conference on Bond in Concrete (Paisely, Junio 1982), Applied Science Publishers, London, 1982, pp. 97-106.
27. Scanlon, A. y Murray, D.W., "An Analysis to Determine the Effects of Cracking in Reinforced Concrete Slabs," *Proceedings*, Specialty Conference on the Finite Element Method in Civil Engineering, EIC/McGill University, Montreal, 1972, pp. 841-867.
28. Lin, Clteng-Shung y Scordelis, Alexander C., "Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form," *Proceedings*, ASCE, V. 101, ST3, Marzo 1975, pp. 523-538.
29. Chitnuyanondll, L.; Rizkalla, S.; Murray, D.W. y MacGregor, J.G., "An Effective Uniaxial Tensile Stress-Strain Relationship for Prestressed Concrete," *Structural Engineering Report* No. 74, University of Alberta, Edmonton, Febrero 1979, 91 pp.30.
30. Argyris, J.H.; Faust, G.; Szimmat, J.; Warlike, P. y William, K.J., "Recent Developments in the Finite Element Analysis of Prestressed Concrete Reactor Vessels," *Reprints*, 2nd International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (Berlin, Setiembre 1973), Commission of the European Communities, Luxemburgo, V. 3, Paper 11 1/1, 20 pp. También, *Nuclear Engineering and Design* (Amsterdam), V. 28, 1974.
31. Gilbert, R. Ian y Warner, Robert F., "Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs," *Proceedings*, ASCE, V. 104, ST12, Diciembre 1978, pp. 1885-1900.
32. Bazant, Zdenek y Cedolin, Luigi, "Blunt Crack Band Propagation in Finite Element Analysis," *Proceedings*, ASCE, V. 105, EM2, Abril 1979, pp. 297-315.
33. Tuthill, Lewis H., "Tunnel Lining With Pumped Concrete," *ACI Journal*, *Proceedings* V. 68, No. 4, Abril 1971, pp. 252-262.
34. *Concrete Manual*, 8va Edición, U.S. Bureau of Reclamation, Denver, 1975, 627 pp.