

## **Parte 5:**

### **Modelado del hormigón estructural mediante modelos de bielas y tirantes – Discusión de los ejemplos según el Apéndice A de ACI 318-2002**

Karl - Heinz Reineck

#### **Sinopsis**

Luego de un breve resumen de los contenidos de la Publicación Especial y los ejemplos, se discuten varios puntos generales en base a observaciones surgidas de los ejemplos. La elección de un modelo de bielas y tirantes es un punto fundamental, y es posible que diferentes ingenieros propongan diferentes modelos para una misma estructura. Esto conduce a una discusión de la unicidad de los modelos y si es o no aceptable que diferentes ingenieros elijan diferentes modelos y, en consecuencia, diferentes cantidades y disposiciones de armaduras para una misma región D. Otro punto identificado en algunos de los ejemplos es la transición entre una región B y una región D; también se presenta el procedimiento para modelarla. Finalmente se enfatiza el papel y la importancia del detallado de las armadura y se incluyen algunos ejemplos. Además, se presentan algunas observaciones que llevaron a recomendar la reconsideración de algunos requisitos del Código.

**Karl-Heinz Reineck** recibió sus títulos de Ingeniero y Doctor en Ingeniería de la Universidad de Stuttgart. Se dedica tanto a la investigación como a la docencia en el Instituto de Diseño Conceptual y Estructural de Estructuras Livianas (ILEK), Universidad de Stuttgart, donde se desempeña como director de dos grupos de investigación y director ejecutivo del Instituto. Sus investigaciones abarcan el diseño de hormigón estructural, el diseño con modelos de bielas y tirantes y detallado del hormigón estructural, y el diseño de tanques de hormigón para agua caliente de rendimiento elevado. Es miembro del Comité 445 de ASCE-ACI, “Corte y Torsión”, donde preside dos subcomités, y también es miembro del Grupo de Trabajo *fib* 1.1 “Diseño Práctico”.

## 1 Resumen

Los principales objetivos de esta Publicación Especial son brindar información y antecedentes sobre el uso de modelos de bielas y tirantes de acuerdo con el Nuevo Apéndice A de ACI 318-02 y presentar algunos ejemplos de diseño.

La Parte 2 describe el desarrollo del Apéndice A y proporciona información sobre el propio Comentario de ACI 318. Justifica los valores de resistencia dados en el Apéndice A por medio de comparaciones con otros códigos y con recomendaciones basadas en resultados de ensayos.

La Parte 3 presenta resultados de ensayos importantes y bien conocidos que justifican el empleo de modelos de bielas y tirantes para el diseño del hormigón estructural.

Los ejemplos presentados en la Parte 4 se pueden clasificar en diferentes grupos:

- Regiones D clásicas: Ejemplos 1, 2, 3 y 6. Estas regiones se diseñan usando modelos de bielas y tirantes desde hace tiempo atrás; para ellas existe evidencia experimental, según lo descrito en la Parte 3.
- Regiones D en vigas: Ejemplo 5 con apoyos indirectos. Hasta la fecha estas regiones han sido tratadas en algunos códigos, a menudo mediante una regla adicional para el detallado que indica la necesidad de disponer suspensores, aún no incorporadas en ACI 318-02.
- Regiones D en muros de edificios: Ejemplos 4, 7 y 8.
- Regiones D en estructuras tridimensionales: Ejemplos 9 y 10.

En las siguientes secciones se presentan algunas observaciones de carácter general y se discuten algunos temas de relevancia general para el diseño mediante modelos de bielas y tirantes.

## 2 Modelado y unicidad de los modelos

### 2.1 Encontrar un modelo

Encontrar un modelo para una geometría y un conjunto de cargas dadas para un miembro o una región D es la primera y más importante tarea que debe emprender el ingeniero calculista. Una vez seleccionado el modelo, el posterior análisis de las fuerzas y la verificación de las tensiones son procesos relativamente sencillos. Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987) presentaron los diferentes métodos de modelado; estos métodos consisten en:

- utilizar un ejemplo normalizado o adaptarlo a la geometría o fuerzas dadas, como por ejemplo en el caso ya conocido de las ménsulas o vigas de gran altura;
- usar distribuciones de tensiones elásticas lineales en secciones críticas para determinar la ubicación de las principales bielas o tirantes; y

- aplicar el método de la trayectoria de las cargas.

Los dos primeros métodos resultan bastante obvios y ya fueron descritos por Schlaich et al. (1987). Por lo tanto, a continuación sólo explicaremos brevemente el método de la trayectoria de las cargas y presentaremos un ejemplo tomado de las Recomendaciones FIP (1999).

La región D ilustrada en la Figura 1 con una carga puntual aplicada en la dirección del eje del miembro puede ocurrir en el extremo de una viga con un anclaje de pretensado o bien puede representar una columna con carga excéntrica. En el extremo de la región D se conoce la distribución de tensiones y ésta corresponde a la de la región B; en consecuencia, se la puede calcular usando fórmulas conocidas de acuerdo con la teoría elástica lineal si el miembro no está fisurado. Todos los diagramas de cuerpo libre ilustrados en la Figura 1 están en equilibrio. El modelo básico de la Figura 1a demuestra el equilibrio global para una fuerza aplicada en el extremo con una pequeña excentricidad  $e$ . Sin embargo, este modelo no es representativo para el flujo interno de fuerzas dentro de la región D. El modelo refinado de la Figura 1b se obtiene dividiendo la fuerza aplicada  $F$  en dos fuerzas y dividiendo el diagrama de tensiones del extremo derecho en dos partes con las fuerzas en las bielas  $C_1$  y  $C_2$  como resultantes, cada una de ellas iguales a  $F/2$ . La ubicación de estas dos fuerzas  $C_1$  y  $C_2$  es conocida, de manera que para completar el modelo de bielas y tirantes y determinar la fuerza en el tirante  $T_1$  de la Figura 1b sólo es necesario suponer la ubicación del nodo ( $N_1$ ) y el valor de  $d_1$ .

Aplicando el método de la trayectoria de las cargas a una fuerza con gran excentricidad se obtiene el modelo de bielas y tirantes indicado en la Figura 1c. En este caso la trayectoria de la fuerza  $F$  sólo cubre la parte inferior del miembro y en el extremo derecho deja un par de fuerzas iguales y opuestas en la parte superior de la sección. La magnitud y ubicación de estas fuerzas también son conocidas, de manera que resulta relativamente sencillo completar el modelo de bielas y tirantes.

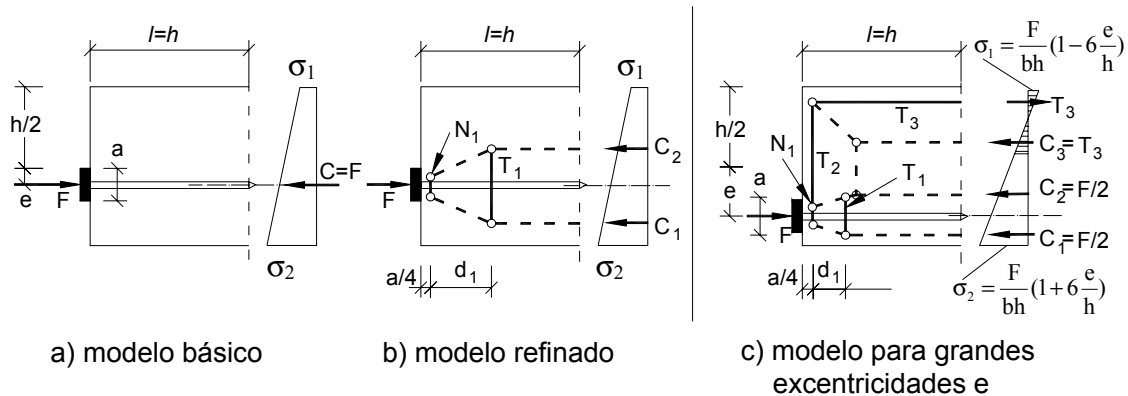


Figura 1: Método de la trayectoria de las cargas aplicado a una región D con una fuerza concentrada en la dirección del eje del miembro –pequeña excentricidad y gran excentricidad

De manera similar se puede aplicar el método de la trayectoria de las cargas al extremo de una viga con un anclaje de pretensado como se ilustra en la Figura 2. En este caso en el borde de la región B, además de las tensiones longitudinales, también ocurren tensiones de corte. También aquí el modelo básico (Figura 2a) no es representativo del flujo interno de las fuerzas. Se requiere un modelo refinado para hallar la fuerza en el tirante transversal  $T_1$  (Figura 2b). El modelo aún más refinado de la Figura 2c se obtiene desviando ligeramente la biela superior inclinada  $C_1$ , y así se evidencian las bajas fuerzas de tracción en la esquina superior izquierda.

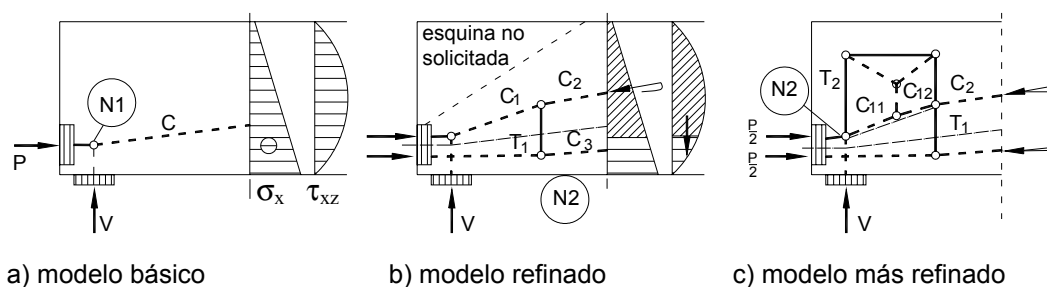


Figura 2: Método de la trayectoria de las cargas aplicado a la región D en el extremo apoyado de una viga con un anclaje de pretensado

Tradicionalmente los códigos, como por ejemplo en el CEB-FIP MC 90, tratan todas estas fuerzas y tensiones de tracción mediante reglas para las denominadas "tensiones de descantillado" o "tensiones de aplastamiento". Con los modelos de bielas y tirantes estos nombres artificiales se vuelven innecesarios y todas las fuerzas y tensiones de tracción se pueden derivar a partir de la aplicación del método de la trayectoria de las cargas.

Finalmente, es importante señalar que aquí el método de la trayectoria de las cargas no requirió un análisis por elementos finitos porque las tensiones requeridas en el borde de la región B se pudieron hallar aplicando los principios básicos de la mecánica. Esta orientación en base a las tensiones lineales elásticas fue un elemento determinante para la selección del modelo. Por lo tanto, sólo fue necesario tomar algunas decisiones menores respecto de la ubicación de nodos y tirantes, como por ejemplo la ubicación del nodo (N1) en la Figura 2a o la ubicación del tirante  $T_1$  en la Figura 2b.

## 2.2 Unicidad de los modelos

Las técnicas de modelado presentadas implican que es necesario adoptar hipótesis con respecto a la ubicación de nodos y bielas o tirantes, de manera que es posible que las soluciones propuestas por diferentes ingenieros difieran entre sí. En los dos casos anteriores estas diferencias son pequeñas y de escasa importancia porque los factores determinante de la geometría del modelo fueron las distribuciones elásticas de las tensiones. En otros casos las diferencias pueden ser más significativas y conducir a

diferentes fuerzas en los tirantes, posiblemente en diferentes ubicaciones, y en consecuencia, diferentes cantidades de armadura requerida.

Esto plantea la cuestión relacionada con la unicidad de los modelos de bielas y tirantes para un conjunto de cargas y una geometría determinada de una región  $D$ , lo cual nos conduce nuevamente a las bases de la utilización de modelos de bielas y tirantes para el diseño. Al aplicar modelos de bielas y tirantes se deben satisfacer las dos condiciones siguientes: equilibrio y límites de resistencia para los elementos de los modelos de bielas y tirantes. Estas dos condiciones cumplen con la solución estática de la teoría de la plasticidad, es decir, satisfacen las condiciones de equilibrio y fluencia, y esto conduce a un límite inferior de la carga de colapso como lo explican, por ejemplo, Muttoni, Schwartz y Thürlimann (1996).

Por lo tanto no se satisface la compatibilidad; en otras palabras, no necesariamente es posible hallar un mecanismo con solución estática. Las diferentes soluciones conducen a diferentes cargas últimas, y sólo el valor máximo de las cargas de colapso corresponde a un mecanismo. La solución exacta o correcta satisfará el límite inferior de todas las posibles soluciones cinemáticas.

El hecho de que sea posible hallar diferentes modelos de bielas y tirantes es por lo tanto una condición inminente de este método de diseño basado en la solución estática de la teoría de la plasticidad. Sólo es dable anticipar una única solución si se satisface la compatibilidad. Cualquier consideración de la compatibilidad requiere el cálculo de tensiones y deformaciones, lo cual requiere hipótesis para las leyes constitutivas de los elementos del modelo de bielas y tirantes, y esto nos lleva a un análisis no lineal del modelo. A fin de evitar esta complicación, Schlaich et al. (1987) recomendaron orientar el modelo de acuerdo con los campos de tensión de un análisis elástico lineal. En primer lugar esto tiene la ventaja de que los cambios en el flujo de fuerzas dentro de la región  $D$  son pequeños entre el estado de tensiones elásticas y el estado fisurado del miembro hasta alcanzar la carga última en el modelo supuesto. Por lo tanto, no se produce una gran redistribución de fuerzas internas, lo cual exigiría una gran ductilidad. En segundo lugar, el modelo también se puede usar para verificar el estado límite de serviciabilidad, es decir, los anchos de fisura y las deformaciones.

Con respecto a la ductilidad, que se asume está dada por la teoría de la plasticidad, y la verificación de las condiciones de fluencia, se debe observar que normalmente un diseño mediante modelos de bielas y tirantes conduce a la fluencia de las armaduras pero no a la falla de las bielas. Esto se debe a que los anchos de las bielas a menudo quedan determinadas por las dimensiones de las placas de carga o las condiciones estáticas, o bien los anchos de las bielas se asumen de manera de no llegar a los límites de tensión de las mismas. No siempre es aconsejable suponer valores mínimos para los anchos de las bielas de manera que se llegue a los límites de tensión en todas las bielas, porque en ese caso los tirantes conectados también están concentrados y esto provoca la congestión de las armaduras. Por lo tanto, la conclusión práctica para asegurar un comportamiento dúctil

consiste en disponer armadura para todas las fuerzas de tracción principales y diseñar de manera que las bielas y nodos no determinen la falla.

El hecho de que sea posible hallar diferentes modelos de bielas y tirantes para un problema dado y que no se pueda anticipar una solución única confundió a muchos ingenieros cuando los modelos de bielas y tirantes fueron propuestos como herramienta de diseño. Tal vez esto se debe a que los ingenieros estructurales están entrenados para hallar la única solución analítica posible. Esto es válido bajo ciertas condiciones y restricciones, por ejemplo, al analizar una estructura para una geometría y cargas dadas de acuerdo con la teoría elástica lineal.

Sin embargo, al contrario de lo que ocurre en un análisis, al diseñar los ingenieros pueden elegir una variedad de soluciones, y para una misma tarea cuenta con numerosas opciones que satisfacen las condiciones dadas y los requisitos sobre seguridad, economía y calidad. Esto se demuestra en la Figura 3, que ilustra numerosos tipos de puentes que un diseñador puede considerar durante el diseño conceptual o durante las primeras etapas de un proyecto. La clasificación de los sistemas estructurales para puentes de la Figura 3a (Schlaich y Bergermann, 1992) distinguen soluciones en las cuales los principales componentes estructurales están ya sea en compresión o en tracción. Aún después de tomar estas decisiones básicas y, por ejemplo, seleccionar las vigas y optar por el hormigón, aún existe una gran variedad de sistemas posibles como lo indica la Figura 3b. Estos van desde vigas cajón paralelas estáticamente determinadas o indeterminadas, pasando por vigas de celosía con o sin articulación a mitad de tramo, vigas cuya forma concuerda con el diagrama de momentos (como el de Schlaich), o puentes reticulados (como el de Menn).

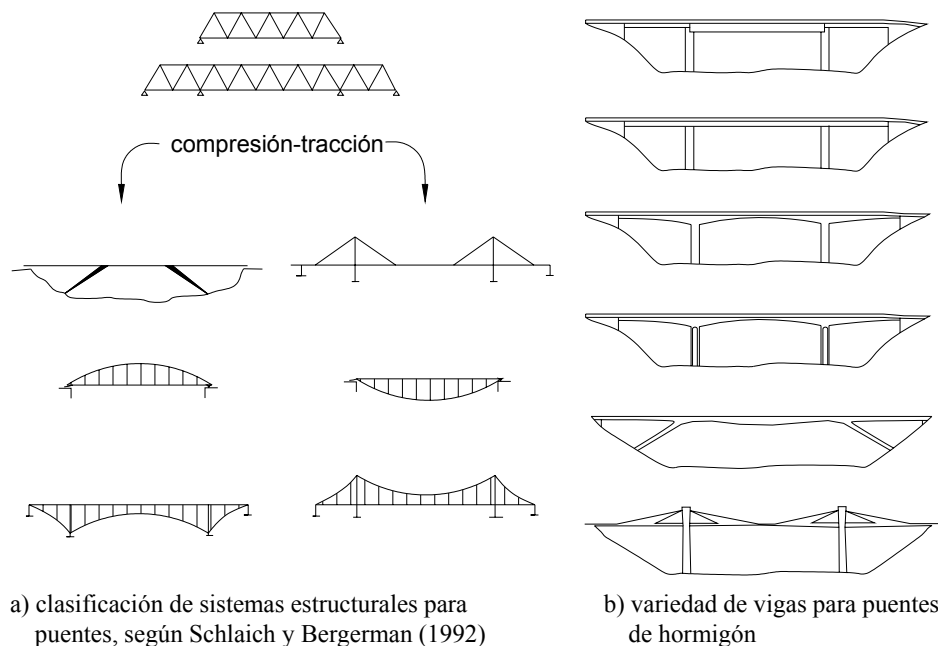


Figura 3: Diferentes sistemas estáticos para puentes

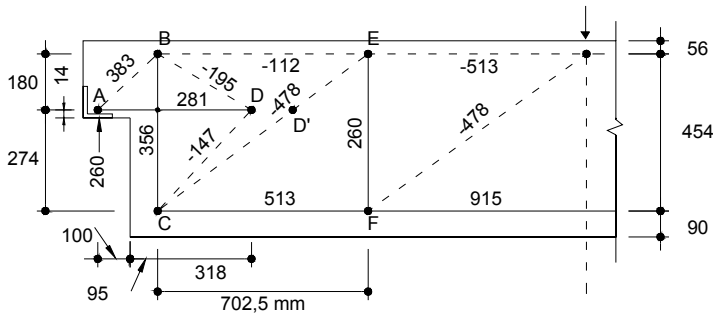
En vista de esta enorme variedad que se presenta al diseñar una estructura, se debería aceptar que también para el diseño de hormigón estructural existen numerosas soluciones posibles, y que consecuentemente diferentes ingenieros pueden optar por diferentes modelos de bielas y tirantes y llegar a diferentes disposiciones y cantidades de armaduras. Todos los modelos proporcionarán la capacidad requerida para el miembro, siempre y cuando se provea la ductilidad necesaria. Se puede anticipar que la ductilidad será suficiente si el comportamiento estructural próximo a la carga última del miembro o la región D es determinado por la fluencia del acero y si los nodos y particularmente los anclajes están bien diseñados. Se puede anticipar menos ductilidad si las bielas y las tensiones de compresión determinan el diseño; esto no debería ocurrir si el diseño ha sido bien seleccionado.

Un buen ejemplo de modelos diferentes pero igualmente válidos es el extremo entallado de una viga, analizado en la Parte 3 y en el Ejemplo 2. La Figura 4 muestra los modelos en cuestión. El modelo de la Figura 4a requiere una concentración de estribos en la cara del extremo de la viga, mientras que el modelo de la Figura 4b conduce a un segundo tirante  $T_2$  para anclar el tirante  $T_4$  y en consecuencia promueve la distribución de los estribos en una determinada longitud. En las Recomendaciones FIP (1999) se propone un tercer modelo (Figura 4c), el cual se desarrolló de manera de minimizar las dimensiones de la cartela.

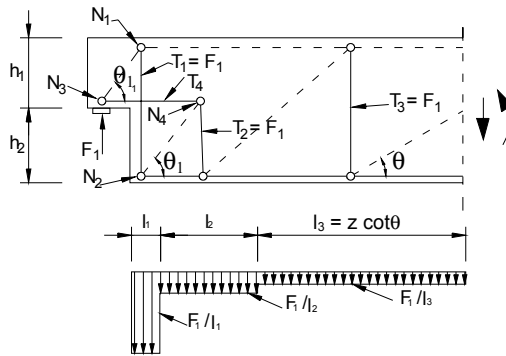
Cada modelo tiene sus ventajas y sus desventajas, las cuales han sido identificadas por diferentes investigadores. El modelo de la Figura 4a puede dar como resultado longitudes muy cortas para el tirante horizontal (fuerza de 281), pero la biela inclinada entre el nodo D y el nodo B (fuerza de 195) no parece concordar con el mecanismo de falla observado ya que cruza la fisura inclinada que comienza en la esquina interior (ver Figura 9b, Parte 3).

El modelo de la Figura 4b evita este problema pero, al igual que el modelo de la Figura 4a, este modelo se basa en armadura ortogonal, la cual no es favorable para limitar el ancho de la fisura inclinada que comienza en la esquina interior. La armadura inclinada para el tirante  $T_5$  ilustrada en la Figura 4c controla de manera más eficiente el ancho de la fisura inclinada, la cual se abre bastante en el momento de la falla, pero este modelo no es capaz de tratar las fuerzas horizontales en el apoyo que pueden ocurrir no intencionalmente debido a la fricción en el apoyo. Por lo tanto, las Recomendaciones FIP (1999) recomiendan una combinación de los dos últimos modelos.

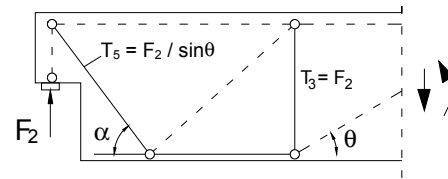
Finalmente debemos señalar que los tres modelos pueden exhibir la totalidad de la capacidad deseada siempre que sean bien diseñados y detallados como se demostró en la Parte 3 para el modelo de la Figura 4a.



a) modelo para el ensayo de Cook y Mitchell (1988), ver Fig. 9c de la Parte 3



b) modelo 1 propuesto por las Recomendaciones FIP (1999)

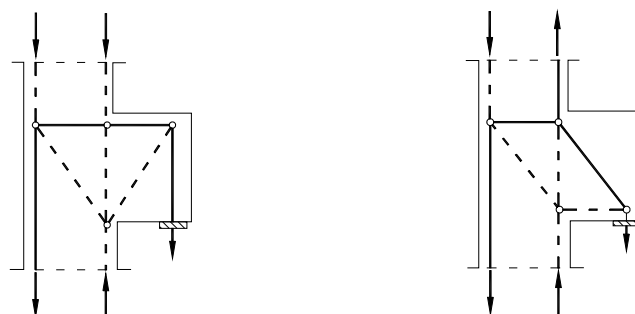


c) modelo 2 propuesto por las Recomendaciones FIP (1999)

Figura 4: Diferentes modelos para vigas con extremos entallados

Para el correcto diseño de un modelo para ménsulas se llevó a cabo una discusión similar, y en la Figura 5 esto se demuestra para una ménsula cargada por su parte inferior. El primer modelo de la Figura 5a sigue el requisito práctico de utilizar exclusivamente armadura ortogonal, mientras que el modelo de la Figura 5b muestra un tirante inclinado que sigue directamente las trayectorias según la teoría elástica lineal. Este tipo de armadura inclinada es más eficiente, lo cual se puede visualizar por la menor longitud de los tirantes en este modelo.





a) modelo para armadura ortogonal

b) modelo para armadura inclinada

Figura 5: Modelos de bielas y tirantes para ménsulas cargadas por su parte inferior [Schlaich y Schäfer (2001)]

Sin embargo, este tipo de discusión sobre el flujo de las fuerzas no es suficiente para decidir cuál es el mejor modelo. Esta decisión requiere el detallado de los nodos y anclajes, lo cual puede llegar a determinar todo el diseño de la región D.

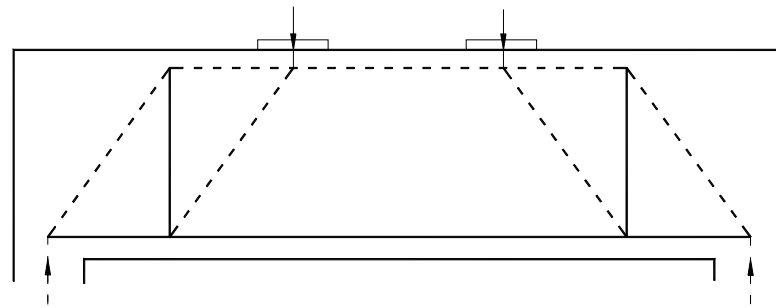
## 2.3 Discusión de la unicidad de los modelos para diferentes ejemplos

### 2.3.1 Ejemplo 1

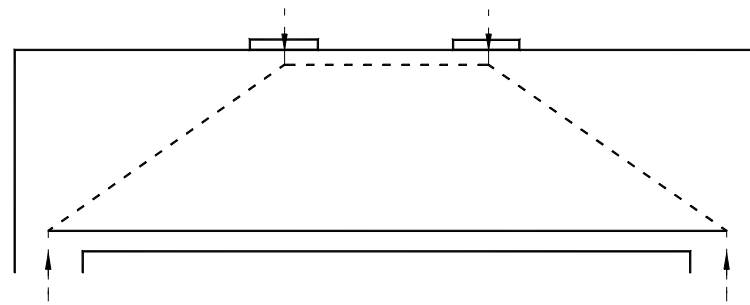
El Ejemplo 1 es un ejemplo básico de una viga de gran altura para el cual se pueden discutir y estudiar ampliamente los principios de diseño y diferentes modelos, como se hizo en el Ejemplo 1a. Además, en la Sección 3.6 de la Parte 3 se presenta un informe exhaustivo de un ensayo de esta viga de gran altura que permitió conocer el comportamiento estructural y la validez de los modelos ilustrados en la Figura 6.

Los tres modelos ilustrados en la Figura 6 difieren en la cantidad de armadura transversal requerida y consecuentemente en la distribución de la fuerza del tirante en el cordón inferior. El primer modelo (Figura 6a) es el que se seleccionó para el diseño del Ejemplo 1a, y ciertamente se encuentra del lado de la seguridad en relación con el diseño de la armadura transversal ya que la fuerza del tirante vertical es igual a la carga aplicada. La fuerza en el cordón inferior está desfasada y el anclaje en el apoyo se debe diseñar para una fuerza mucho más pequeña (es decir, 50%) que en el centro del tramo.

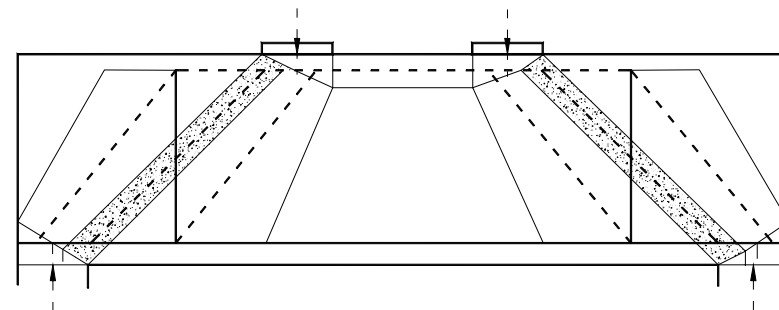
El modelo de la Figura 6b parece ser un modelo más sencillo. No hay tirante vertical y la fuerza en el tirante inferior es constante entre apoyos. En consecuencia, el anclaje en el apoyo se debe diseñar para el 100% de la fuerza en el centro del tramo. El hecho de que no haya tirantes verticales en el modelo no significa que no sea necesario disponer estribos, sino que estos estribos se deberían agregar siguiendo las reglas para armadura mínima, como se indica en la Sección 3.6 del Ejemplo 1b.



a) modelo supuesto para el Ejemplo 1a



b) modelo supuesto para el Ejemplo 1b



c) modelo según las Recomendaciones FIP (1999)

Figura 6: Diferentes modelos para el Ejemplo 1

El tercer modelo (Figura 6c) está comprendido entre los dos modelos anteriores y es estáticamente indeterminado en su interior. Las Recomendaciones FIP (1999) dan una regla empírica para determinar qué parte de la carga aplicada se debe asignar al tirante vertical; esto depende de la distancia entre la carga y el eje del apoyo. Así se logra una transición consistente entre el diseño de una viga de gran altura con cargas próximas a los apoyos y una viga esbelta, en la cual la totalidad de la carga aplicada debe ser transferida por medio de un reticulado sin transferencia de carga directa al apoyo por parte de una biela inclinada.

La ausencia de un tirante transversal explícito en el modelo de la Figura 6b puede parecer crítica, ya que exige que el diseñador recuerde especificar la armadura mínima requerida. Por otra parte, se podría argumentar que si se coloca armadura transversal mínima ésta llevará parte de la carga, de manera que el modelo de la Figura 6c es en realidad efectivo. La diferencia es sólo que la capacidad del tirante transversal que representa la armadura mínima es siempre igual y no depende de la distancia entre la carga y el eje del apoyo.

Para concluir esta discusión, el modelo de la Figura 6c parece ser una solución adecuada y práctica, que demuestra la necesidad de aumentar la cantidad de armadura transversal a medida que  $a$  aumenta entre  $a = 0,5z$  y  $a = 2z$  ( $a$  = distancia entre la carga y el eje del apoyo;  $z$  = brazo de palanca interno). Por lo tanto, en la Sección 8.3 de la Parte 2 MacGregor (2002) propone que el Subcomité ACI 318 E considere un requisito similar como posible adición al Apéndice A.

### 2.3.2 Ejemplo 4

El Ejemplo 4 presenta un problema nuevo y desconocido, para el cual no es posible encontrar soluciones en los libros de texto ni tampoco ensayos realizados. Por lo tanto no resulta sorprendente que varios ingenieros a los cuales se les planteó este ejemplo hayan propuesto modelos completamente diferentes, algunos de los cuales se ilustran en la Figura 7.

En la Figura 7 a1 se ilustra el modelo seleccionado en el Ejemplo 2 (Figura 4-3). Este se podría describir como una solución "viga sobre viga", lo cual significa que la parte superior se considera como un miembro estáticamente determinado soportado por apoyos inclinados. Debido a que las reacciones de apoyo de este miembro son iguales, es decir, cada una de las bielas inclinadas lleva la mitad de la carga, la viga inferior debe transferir parte de la carga debajo de la abertura al apoyo izquierdo de manera de satisfacer el equilibrio global. Esto dio por resultado una reacción en el apoyo izquierdo mayor que la mitad de la carga aplicada (ver la Sección 2.2 del Ejemplo 4). La parte superior se considera como una viga de gran altura y el modelo seleccionado es igual al seleccionado para el Ejemplo 1b ilustrado en la Figura 6b.

El modelo de la Figura 7 a2 es una variante de este primer modelo donde la biela inclinada de la derecha se divide en una biela vertical y una biela inclinada. La biela vertical que lleva la parte de la carga a transferir al apoyo izquierdo está más próxima al apoyo que en el modelo anterior. En la Figura 6c se ilustra el modelo correspondiente a la viga de gran altura superior.

Los modelos de la Figura 7b se basan en la hipótesis que los miembros verticales cortos al lado de la abertura proveen una rigidez flexional que se puede evaluar mediante un análisis de pórtico. Entonces la parte superior del modelo de la Figura 7 b1 refleja una viga de gran altura abrazada a ambos lados por un cordón traccionado sobre la abertura. Por el contrario, el modelo de la Figura 7 b2 se puede describir como dos ménsulas que salen de los miembros verticales al lado de la abertura, llegan hasta el punto de carga y allí cada una

recoge la mitad de la carga. Las ménsulas apenas se tocan bajo las cargas, pero no están conectadas; esto significa que sólo hay tracción en el cordón superior y no se requiere armadura en el cordón inferior directamente sobre la abertura.

En todos los modelos discutidos hasta este momento la viga superior estaba apoyada de manera simétrica, pero para el modelo presentado en la Figura 7c esta hipótesis se abandona. La carga se divide entre las reacciones de apoyo en dos partes iguales y en consecuencia la viga debajo de la abertura no transfiere ninguna carga. Por lo tanto no es necesario proveer ninguna armadura transversal en la viga inferior. La parte superior izquierda sobre la abertura exhibe predominantemente una acción tipo ménsula, mientras que la parte derecha constituye una viga simple como la del modelo ilustrado en la Figura 7a1.

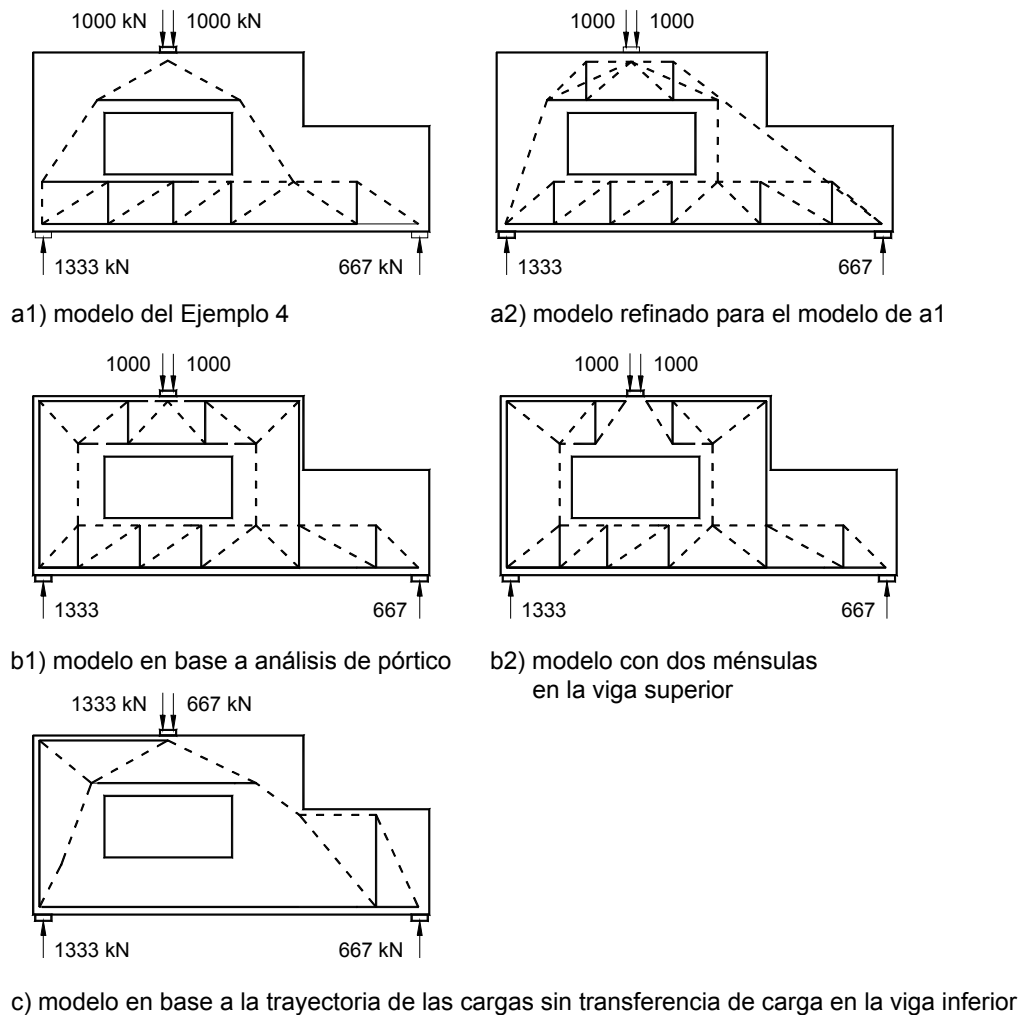


Figura 7: Diferentes modelos posibles para el Ejemplo 4

En vista de las importantes diferencias entre todos estos modelos, el diseñador puede requerir algunos lineamientos para seleccionar un modelo entre todos los modelos posibles. Para ello puede realizar un análisis elástico lineal del muro. Sin embargo, aún en ausencia de este análisis, un buen criterio profesional proporcionará una perspectiva crítica:

- Los modelos de la Figura 7b son menos probables que los de la Figura 7a debido a que son menos rígidos, lo cual se visualiza por los tirantes de mayor longitud requeridos.
- El modelo de la Figura 7 b2 obviamente viola la compatibilidad en la parte central de la viga superior sobre la abertura porque no existe conexión alguna.
- En el modelo de la Figura 7c la viga inferior actúa exclusivamente como miembro traccionado, pero con la tracción en la parte inferior; esto no es compatible con la rigidez flexional de este miembro.

Por lo tanto, una solución sensata podría ser una combinación de los modelos de las Figura 7 a2 y 7 b1, con cierta preferencia por el primer modelo de manera que soporte más que el segundo. Sin embargo hay otras soluciones posibles.

### **3 Transición entre regiones D y regiones B de una viga**

La transición entre regiones D y regiones B de una viga ya se discutió cuando se explicó el método de la trayectoria de las cargas en las Figuras 1 y 2. Es evidente que es necesario modelar una transición consistente, y que ésta se garantiza aplicando la distribución de tensiones de la región B en la sección de borde de la región D. En las Figuras 1 y 2 estas tensiones se calcularon mediante un análisis elástico lineal, pero también se podrían aplicar las tensiones obtenidas de un diseño de sección fisurada, tal como un diseño flexional para el momento y la fuerza de compresión axial en el caso de la Figura 1c, si las tensiones demostraran que la sección está fisurada.

En caso que haya fuerzas de corte actuando en la sección de borde como en la Figura 2, el modelo para una sección fisurada en la región B es el conocido modelo reticulado ilustrado en la Figura 8 para una viga con voladizo [Reineck (1996)].

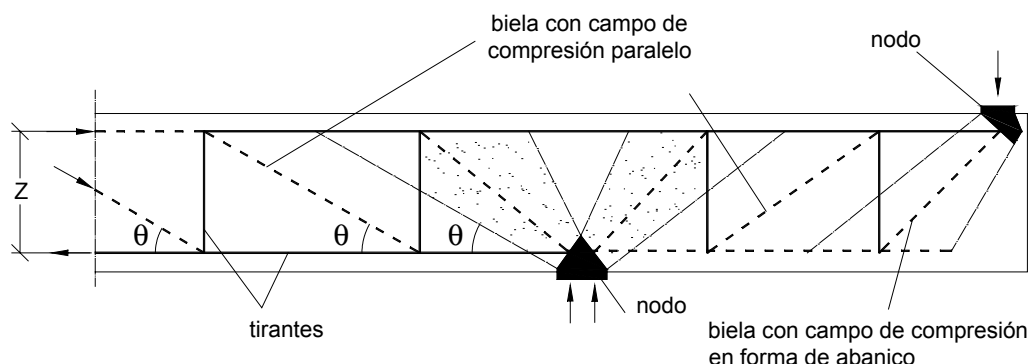


Figura 8: Modelo reticulado y campos de tensión para una viga con voladizo

En las regiones D la carga se transfiere mediante campos de tensiones en forma de abanico, mientras que en las regiones B el modelo reticulado se caracteriza por un campo de tensiones paralelas inclinadas un ángulo  $\theta$  respecto del eje x. Una sección en la región B de la viga contiene las fuerzas del reticulado como se ilustra en el extremo izquierdo de la viga de la Figura 8, y de manera similar si el miembro está fisurado estas fuerzas se deben aplicar en el borde de una región D.

Por lo tanto, para que haya una transición consistente entre las regiones B y las regiones D de una estructura de hormigón, tal como una viga, es necesario conocer el brazo de palanca interno  $z$  y el ángulo  $\theta$ . Esto plantea el problema de derivar el ángulo  $\theta$  para las bielas inclinadas en el alma a partir del diseño al corte realizado de acuerdo con el Capítulo 11 de ACI 318. Como se indica en el Ejemplo 5, es posible derivar el ángulo  $\theta$  de las bielas inclinadas en el alma del modelo reticulado ya que se conoce la cantidad de estribos. El modelo de la Figura 8 (ver también la Figura 5-5 del Ejemplo 5) muestra que la fuerza de corte en la región B debe ser tomada por las fuerzas en los estribos en la longitud ( $z \cot \theta$ ):

$$V_n = (A_v / s_v) f_y z \cot \theta$$

y a partir de esta expresión el ángulo  $\theta$  se puede calcular de la siguiente manera:

$$\cot \theta = \frac{V_n}{f_y z} \cdot \frac{s_v}{A_v}$$

De este modo el diseño al corte de ACI 318 usando un término  $V_s$  y un término  $V_c$  se interpreta mediante un modelo reticulado, a fin de modelar la transición de una región B a una región D.

## 4 Detallado

Finalmente debemos tratar el tema del detallado, de importancia fundamental como lo señalaran Leonhardt (1965, 1973) y Leonhardt y Mönning (1977). Esto continúa siendo importante en los modelos de bielas y tirantes, ya que los modos se definen como un elemento a verificar. El método de bielas y tirantes automáticamente obliga a los ingenieros a prestar atención a los nodos y anclajes. Esto permite detectar muchos problemas durante las primeras etapas del diseño e introducir los cambios necesarios para evitar daños, detallando la estructura adecuadamente. Además de presentar el concepto del diseño mediante modelos de bielas y tirantes, Schlaich y Schäfer (2001) presentan numerosos ejemplos para el detallado en la continuación del artículo de Leonhardt (1973) publicado en el *Beton Kalender*.

En esta sección se discuten algunos temas relacionados con el detallado, en base a la experiencia y los ejemplos presentados en este informe. Éstos demuestran que el detallado también significa dimensionar y modelar los campos de tensiones, sólo que a menor escala; se debe refinar el equilibrio global de las bielas y tirantes en un nodo y posteriormente revisar los campos de tensiones.

El primer punto es que en varios ejemplos se utilizan ganchos normales. Los ganchos acortan la longitud de anclaje requerida en relación con una barra recta, pero no tanto como se podría creer: los códigos europeos indican que el beneficio es de apenas 30 por ciento. Además, debido a que existe el peligro de que la esquina sin armadura debajo del codo se descantille como se ilustra en la Figura 9, el gancho resulta crítico en el caso de los apoyos directos en el extremo de una viga como en el Ejemplo 1. Esto es particularmente cierto en el caso de las barras de gran diámetro habitualmente utilizadas en Estados Unidos.

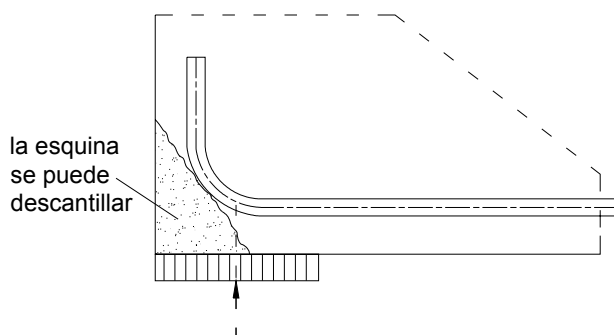


Figura 9: Gancho normal en un apoyo directo en el extremo de una viga

En estos casos es necesario proveer alguna longitud de anclaje detrás del apoyo como se ilustra en la Figura 10. En principio estos detalles se deben considerar de manera tridimensional (ver Figuras 10b y 10c), tanto para asegurar un buen anclaje como para que no haya congestión de armaduras y se imposibilite la correcta colocación del hormigón.

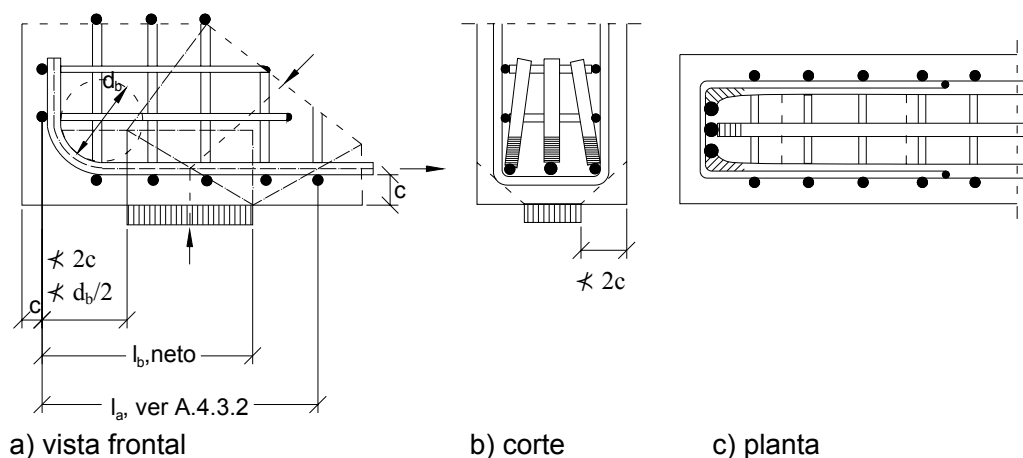


Figura 10: Detallado en un apoyo en el extremo de una viga con gancho normal

Una experiencia de tipo más general que se puede obtener a partir de los ejemplos es que los requisitos sobre longitud de desarrollo de ACI 318 deben ser discutidos en mayor profundidad. Las reglas contenidas en el Apéndice A no cumplen con las reglas del cuerpo principal de la norma, y existen numerosas discrepancias entre ACI 318 y los códigos europeos.

Por ejemplo, ni ACI 318 ni el Apéndice A de ACI 318 tratan claramente la influencia de la presión transversal o las tensiones de tracción sobre la longitud de anclaje. Como lo demuestra el Ejemplo 5, no se diferencia entre un nodo TCC, como por ejemplo un apoyo directo en un extremo, y un nodo TTC, tal como un apoyo indirecto en un extremo. Ensayos realizados han demostrado que el anclaje en los apoyos indirectos constituye un punto crítico [Leonhardt, Koch y Rostasy (1971); Leonhardt, Walther y Dilger (1968); Baumann y Rüschi (1970)]. Además, se debería revisar la longitud de anclaje del Apéndice A como se ilustra en la Figura 10a, ya que en los códigos europeos la longitud de anclaje comienza a partir de la cara interna del apoyo.

También se debería reconsiderar la relación entre los ganchos normales y los ganchos a  $180^\circ$ . Ningún código indica una diferencia respecto de acortar la longitud de anclaje con relación a las barras rectas; por ejemplo, los códigos europeos asignan el mismo beneficio del 30% a ambos elementos de anclaje. Sin embargo, cualquier gancho a  $180^\circ$  que confina el hormigón dentro de su codo constituye un mejor anclaje en el estado límite último que un gancho normal. El motivo de esta discrepancia es que actualmente las reglas para el desarrollo de las longitudes de anclaje se basan en consideraciones de serviciabilidad, como por ejemplo que sólo debe producirse un resbalamiento de 0,10 mm. Si se consideraran las condiciones en el estado límite último, se evidenciaría el obvio beneficio de utilizar ganchos a  $180^\circ$ .

Es verdad que el uso de ganchos de  $190^\circ$  significa que posiblemente sea necesario seleccionar barras de menor tamaño a fin de tomar en cuenta el diámetro de doblado. Sin



embargo, hay una clara ventaja si hay anclajes cortos como en el caso de la ménsula ilustrada en la Figura 11. En este caso Schlaich y Schäfer (2001) demostraron que se requieren consideraciones exhaustivas para diseñar y detallar un detalle tan crítico.

En general, al determinar la longitud de desarrollo en el estado límite último resulta indispensable definir valores realistas para la resistencia de adherencia y factores realistas para los diferentes elementos de anclaje. Sólo así el diseñador puede considerar las diferentes condiciones para nodos TCC o TTC que anclan barras de armadura. Se deberían realizar más investigaciones sobre el dimensionamiento de los nodos y el desarrollo de las armaduras como los realizados por Bergmeister, Breen y Jirsa (1991).

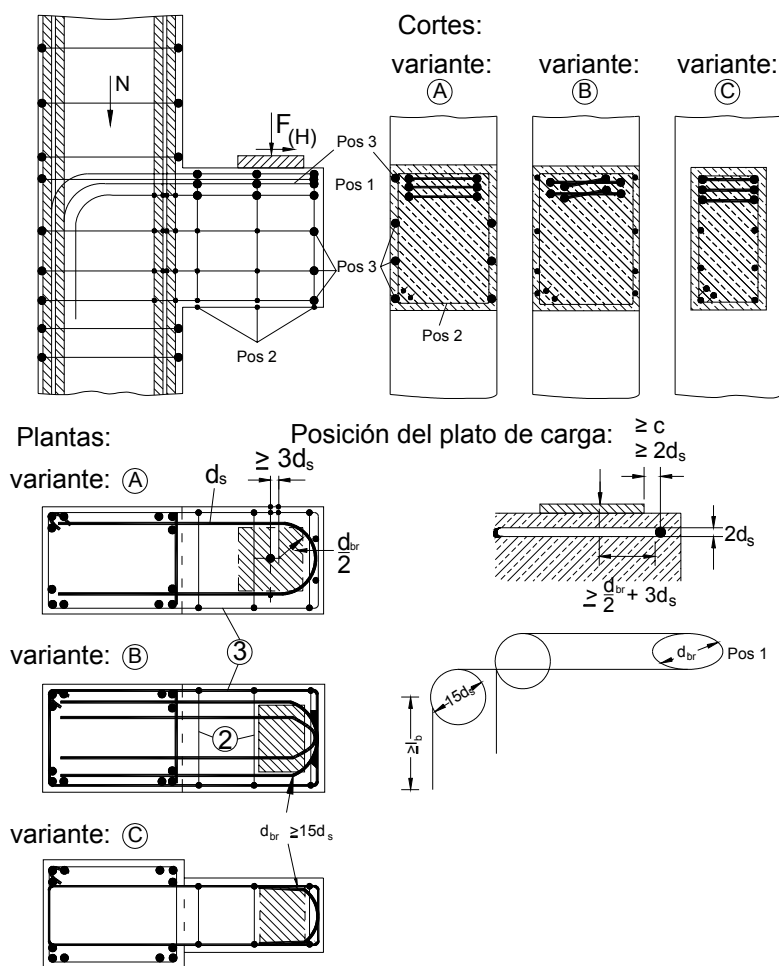


Figura 11: Detallado de una ménsula en una columna con longitud de anclaje corta, según Schlaich y Schäfer (2001)

## 5 Conclusiones

El Apéndice A de ACI 318 constituye un importante paso hacia un diseño consistente del hormigón estructural. Debería posibilitar un mejor diseño y detallado de las regiones D de las estructuras de hormigón. En este informe se presentan los antecedentes de este importante logro; su intención es alentar a los ingenieros para que adopten el diseño mediante modelos de bielas y tirantes. Los nueve ejemplos presentados en esta Publicación Especial de ACI deberían ayudar a los ingenieros a aplicar el Apéndice A en su trabajo diario.

## 6 Referencias

- ACI 318 (1999): Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary (ACI 318R-02). Reported by ACI Committee 318. American Concrete Institute, Farmington Hills, MI. 445 pp.
- Baumann, Th.; Rusch, H. (1970): Schubversuche mit indirekter Krafteinleitung (Ensayo de corte con aplicación de carga indirecta). Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Report 210, 1-42, W. Ernst u. Sohn, Berlin, 1970.
- Bergmeister, K.; Breen, J.E.; Jirsa, J.O. (1991): Dimensioning of the nodes and development of reinforcement. p. 551 - 556 en: IABSE Rep. V.62 (1991).
- FIP Recommendations (1999): "Practical Design of Structural Concrete". FIP-Commission 3 "Practical Design", Sept. 1996.  
Publ.: SETO, Londres, Sept. 1999. (Distribuido por: *fib*, Lausanne)
- Leonhardt, F. (1965): Über die Kunst des Bewehrens von Stahlbetontragwerken (Sobre el arte de armar estructuras de hormigón).  
Beton- und Stahlbetonbau 60 (1965), H.8, pp. 181; H.9, pp. 212.
- Leonhardt, F.; Walther, R.; Dilger, W. (1968): Schubversuche an indirekt gelagerten, einfeldrigen and durchlaufenden Stahlbetonbalken (Ensayos de corte en vigas de hormigón armado apoyadas indirectamente – vigas de un tramo y vigas continuas). Deutscher Ausschuss für Stahlbeton Report 201. 1968.
- Leonhardt, F.; Koch, R.; Rostásy, F.S. (1971): Aufhängebewehrung bei indirekter Lasteintragung von Spannbetonträgern, Versuchsbericht und Empfehlungen (Uso de suspensores en la transferencia indirecta de cargas en vigas de hormigón pretensado, informe de ensayos y recomendaciones).  
Beton- und Stahlbetonbau 66 (1971), H.10, 233-241.  
Discusión de: Baumann, Th.. Beton- und Stahlbetonbau 67 (1972), H.10,

238-239.

- Leonhardt, F. (1973): Das Bewehren von Stahlbetontragwerken. Beton Kalender 1973, W. Ernst & Sohn, Berlin. (Armado de estructuras de hormigón. Reimpresión traducida al Inglés por B. Maisel, C&Ca, Londres).
- Leonhardt, F.; Mönnig, E. (1977): Vorlesungen über Massivbau - Teil 3: Grundlagen zum Bewehren im Stahlbetonbau. Springer Verlag, Berlin, 1977.
- MacGregor, J. G. (2002): Derivation of strut-and-tie models for the 2002 ACI Code. p. 7-40 en: Examples for the design of structural concrete with strut-and-tie models, Special Publication of ACI. American Concrete Institute, Farmington Hills, 2002.
- Muttoni, A.; Schwartz, J.; Thürlimann, B. (1996): Design of concrete structures with stress fields. Birkhäuser, Basel, 1996.
- Reineck, K.-H. (1996): Rational Models for Detailing and Design. p. 101-134 en: Large Concrete Buildings. Rangan, B.V.; Warner, R.F. (Ed.). Large Concrete Buildings. Longman Group Ltd., Burnt Mill, Harlow, Inglaterra, 1996.
- Schlaich, J.; Bergermann, R. (1992): Fußgängerbrücken. Katalog zur Ausstellung an der ETH Zurich, 1992 (Puentes peatonales. Catálogo de una exposición).
- Schlaich, J.; Schäfer, K.; Jennewein, M. (1987): Toward a consistent design for structural concrete. PCI-Journal Vol. 32 (1987), No.3, 75-150.
- Schlaich, J.; Schäfer, K. (2001): Konstruieren im Stahlbetonbau (Detallado del hormigón armado). Betonkalender 90 (2001), Teil 11, 311 - 492. Ernst & Sohn Verlag, Berlin 2001

## **7    Agradecimientos**

Los autores desean agradecer la contribución de Arndt Goldack y Uwe Burkhardt de la Universidad de Stuttgart, así como la de Robert Zechmann de la Universidad de Kansas, quienes propusieron y ensayaron algunos de los modelos para el Ejemplo 4 presentado en la Figura 7.

Los autores agradecen la edición de los gráficos realizada por Elfriede Schnee y Ali Daghighi. También agradecen profundamente el trabajo de Angela Siller en la edición de la versión final, considerando los comentarios aportados por los encargados de la revisión del trabajo.



## FACTORES DE CONVERSIÓN – LIBRA-PIE a SI (MÉTRICO)\*

Para convertir de	a	multiplicar por
<b>Longitud</b>		
pulgada	milímetro (mm)	25,4E†
pie	metro (m)	0,3048E
yarda	metro (m)	0,9144E
milla (estatutaria)	kilómetro (km)	1,609
<b>Superficie</b>		
pulgada cuadrada	centímetro cuadrado (cm <sup>2</sup> )	6,451
pie cuadrado	metro cuadrado (m <sup>2</sup> )	0,0929
yarda cuadrada	metro cuadrado (m <sup>2</sup> )	0,8361
<b>Volumen (Capacidad)</b>		
onza	centímetro cúbico (cm <sup>3</sup> )	29,57
galón	metro cúbico (m <sup>3</sup> ) ‡	0,003785
pulgada cúbica	centímetro cúbico (cm <sup>3</sup> )	16,4
pie cúbico	metro cúbico (m <sup>3</sup> )	0,02832
yarda cúbica	cúbico metro (m <sup>3</sup> ) ‡	0,7646
<b>Fuerza</b>		
kilogramo-fuerza	newton (N)	9,807
kip-fuerza	newton (N)	4448
libra-fuerza	newton (N)	4,448
<b>Presión o Tensión (fuerza por unidad de superficie)</b>		
kilogramo-fuerza /metro cuadrado	pascal (Pa)	9,807
kip-fuerza/pulgada cuadrada (ksi)	megapascal (MPa)	6,895
newton/metro cuadrado (N/m <sup>2</sup> )	pascal (Pa)	1,000E
libra-fuerza/pie cuadrado	pascal (Pa)	47,88
libra-fuerza/pulgada cuadrada (psi)	kilopascal (kPa)	6,895
<b>Momento Flector o Torque</b>		
libra-fuerza-pulgada	newton-metro (Nm)	0,1130
libra-fuerza-pie	newton-metro (Nm)	1,356
kilogramo-fuerza-metro	newton-metro (Nm)	9,807

