

Ejemplo 7: Modelo de bielas y tirantes para el tablero de un puente atirantado

Robert B. Anderson

Sinopsis

Los modelos de bielas y tirantes hacen que el diseño de porciones de estructuras complejas se pueda realizar de forma transparente. Este ejemplo, el tablero en la pila de un puente atirantado, se desarrolla con el objeto de mostrar cómo se pueden utilizar los modelos de bielas y tirantes para regiones que pueden estar sujetas a cargas cíclicas y cómo los resultados de cargas alternantes se pueden superponer unos con otros. El tablero transmite fuerzas desde el pílón, a través de una conexión integral con la superestructura, hacia los pilares de apoyo. El tablero también crea un área para la transmisión de las fuerzas de la superestructura. En este ejemplo se describe brevemente el desarrollo del modelo en base al flujo de fuerzas percibido dentro de la estructura. Luego se detallan las armaduras de los tirantes y se verifican las zonas nodales.

Robert B. Anderson es ingeniero calculista en jefe de URS Corporation, Tampa, Florida. Recibió su Master en Ingeniería de la Universidad de Texas en Austin y su título de Ingeniero Civil de la Universidad Estatal de Dakota del Sur. Durante su permanencia en la Universidad de Texas sus investigaciones se concentraron en el ensayo a escala real de modelos de bielas y tirantes para regiones nodales de hormigón. Posee experiencia tanto en puentes de hormigón como en puentes de acero, desde estructuras de separación de poca longitud hasta estructuras atirantadas de gran longitud.

1 Introducción y alcance

El objetivo de este ejemplo es demostrar cómo se puede usar el modelado mediante bielas y tirantes para un área que puede sujeta a cargas cíclicas y cómo los resultados de cargas alternantes se pueden superponer unos con otros. Este ejemplo, ilustrado en la Figura 7-1, es un tablero de un puente atirantado. El tablero transmite las fuerzas desde el pilón, a través de una conexión integral con la superestructura, hacia los pilares de apoyo individuales. El tablero también crea un área para la transmisión de las fuerzas de la superestructura. El detalle ampliado en la Figura 7-1 muestra cómo esta región se puede modelar mediante un programa de análisis de pórtico plano o pórtico espacial y las fuerzas de cuerpo libre que existen en las conexiones de los elementos. En la Figura 7-2 se ilustra un corte de la estructura transversal al eje del puente.

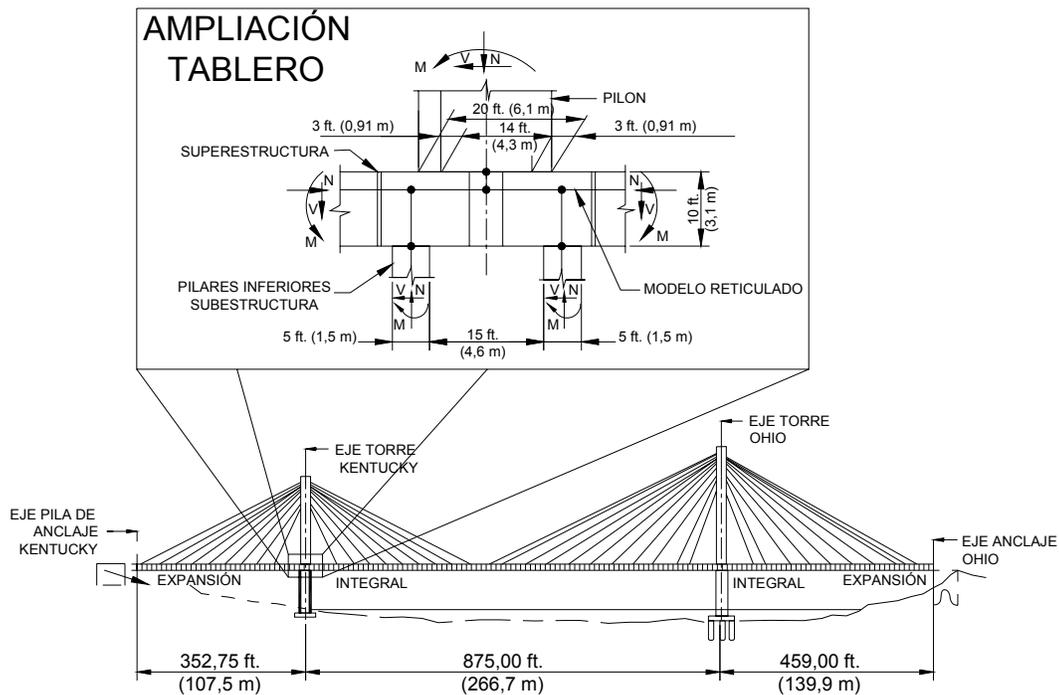


Figura 7-1: Disposición del tablero del puente

El alcance de este ejemplo se limita a desarrollar el modelo de bielas y tirantes para transmitir las fuerzas del pilón a los pilares inferiores. No se investigarán los momentos, cortes y cargas axiales desarrolladas en la parte superior de los pilares inferiores de la subestructura, ilustrados en la Figura 7-1. La Figura 7-3 muestra un modelo de bielas y tirantes para examinar las fuerzas de los elementos de la superestructura.

Ejemplo 7: Modelo de bielas y tirantes para el tablero de un puente atirantado

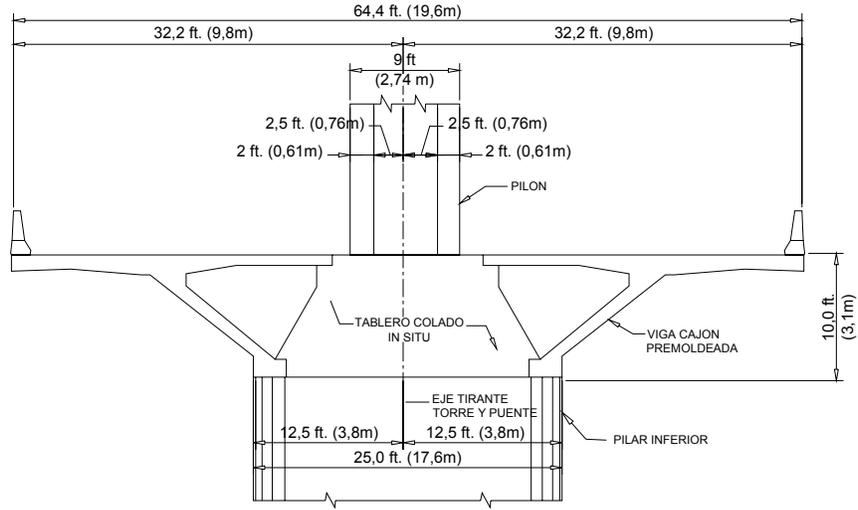


Figura 7-2: Corte transversal

Potencialmente existen tirantes tanto en la parte superior como en la parte inferior de la viga cajón debido a que la conexión integral es sometida tanto a momentos positivos como a momentos negativos durante la etapa constructiva y bajo su estado de carga final. El modelo de bielas y tirantes ilustrado en la Figura 7-3 produce solamente un tirante, ya sea en la parte superior o inferior de la sección de la viga cajón, el cual se puede evaluar aplicando un enfoque seccional (diseño tradicional a flexión) en vez de un modelo de bielas y tirantes y tampoco será estudiado como parte de este ejemplo. Sin embargo, los requisitos sobre armadura de los atirantes de cualquiera de estos casos omitidos se pueden agregar al requisito derivado en el modelo de bielas y tirantes alternativo desarrollado en este ejemplo.

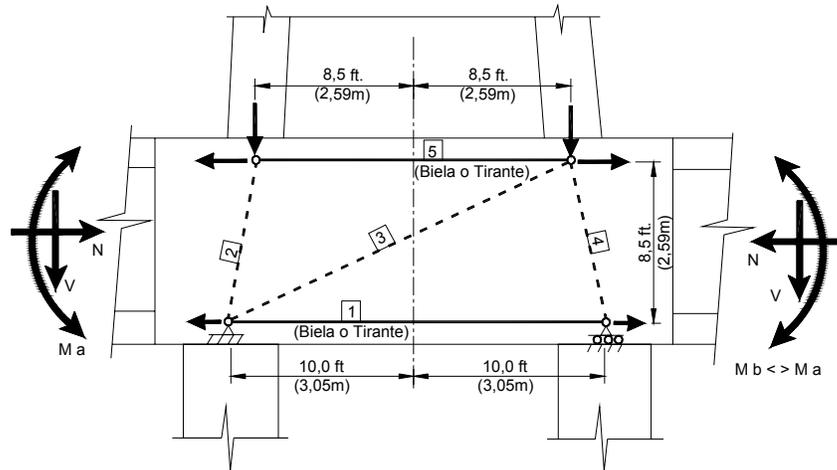


Figura 7-3: Modelo de bielas y tirantes para transferencia de momentos de la superestructura

2 Desarrollo y análisis del modelo de bielas y tirantes

Intuitivamente el diseñador puede visualizar una fuerza extendiéndose desde el pilón a los pilares inferiores como se ilustra en la Figura 7-4 debido a la carga axial N . El aspecto más difícil es derivar el flujo de fuerzas para los momentos y cortes (M y V) también introducidos en la base del pilón. Un primer paso consiste en dividir la sección transversal del pilón en cuatro segmentos.

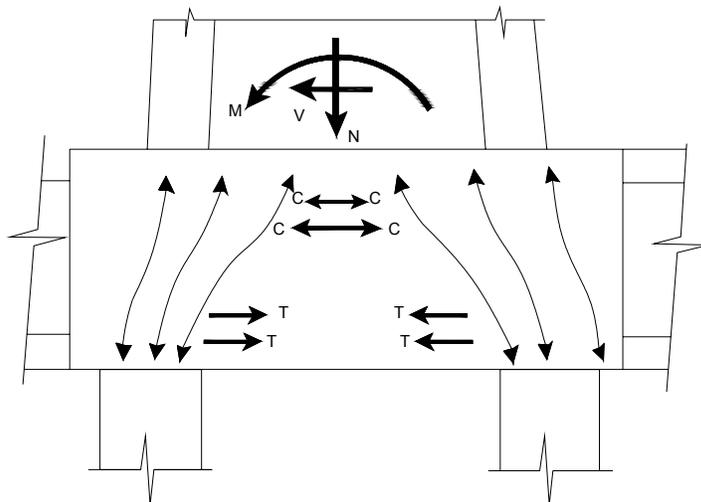


Figura 7-4: Flujo de las fuerzas del pilón en el tablero

Luego estos segmentos definirán puntos discretos (nodos) para el modelo de bielas y tirantes. En la Figura 7-5 una fuerza unitaria descendente de 1000 kips (4448 kN) produce en la sección transversal una presión uniforme (P/A) y el conjunto de fuerzas descendentes discretas ilustradas en la Figura 7-5. Alternativamente, un momento unitario de 1000 kip-ft (1356 kNm) produce tensiones de flexión (Mc/I) que también se representan de manera discreta en la Figura 7-5. El equilibrio de momentos está asegurado; sin embargo, las fuerzas dependen de la ubicación elegida para los nodos. En la Figura 7-6 se ha desarrollado el modelo de bielas y tirantes que considera las fuerzas que se extienden del pilón hacia los pilares inferiores. La Figura 7-7 muestra las dimensiones del modelo junto con la numeración de los nodos y miembros, además de los casos de carga unitaria. Los Nodos 5 a 7 en la parte superior del modelo corresponden a los puntos discretos derivados del análisis de la sección transversal del pilón. El Caso de carga 1 muestra la situación para la fuerza unitaria descendente de 1000 kips (4448 kN), mientras que el Caso de carga 2 muestra la carga para un momento unitario de 1000 kip-ft (1356 kNm).

El Caso de carga 3 se usa para la transferencia de las fuerzas de corte correspondiente a fuerza de corte unitaria de 100 kips (445 kN) en la base del pilón. La Tabla 7-1 resume las fuerzas desarrolladas en cada uno de los elementos del modelo de bielas y tirantes debido a cada una de las cargas unitarias.

Ejemplo 7: Modelo de bielas y tirantes para el tablero de un puente atirantado

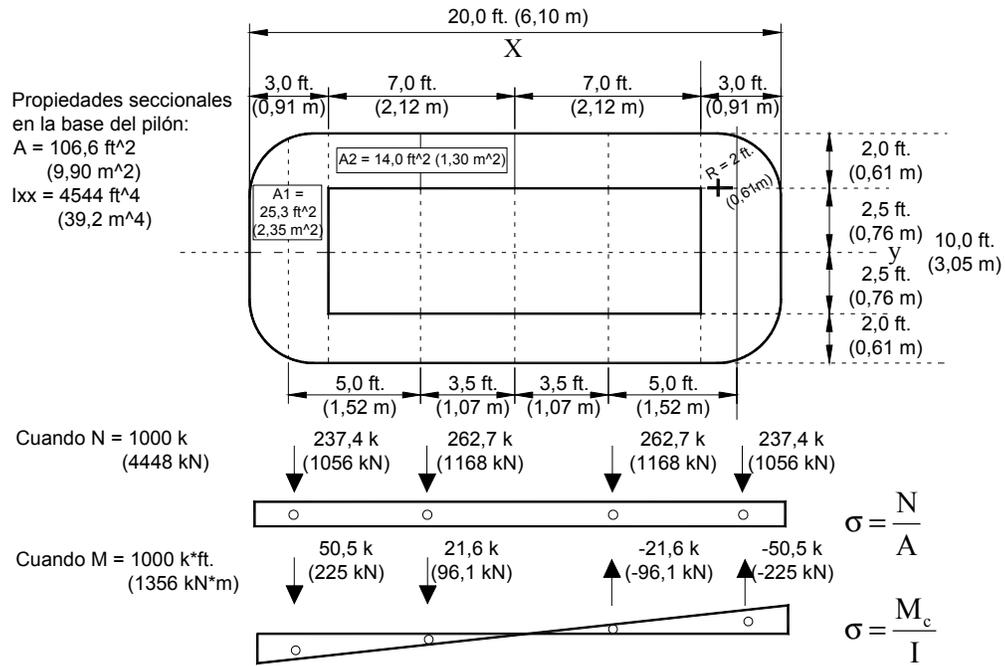


Figura 7-5: Representación discreta de las fuerzas

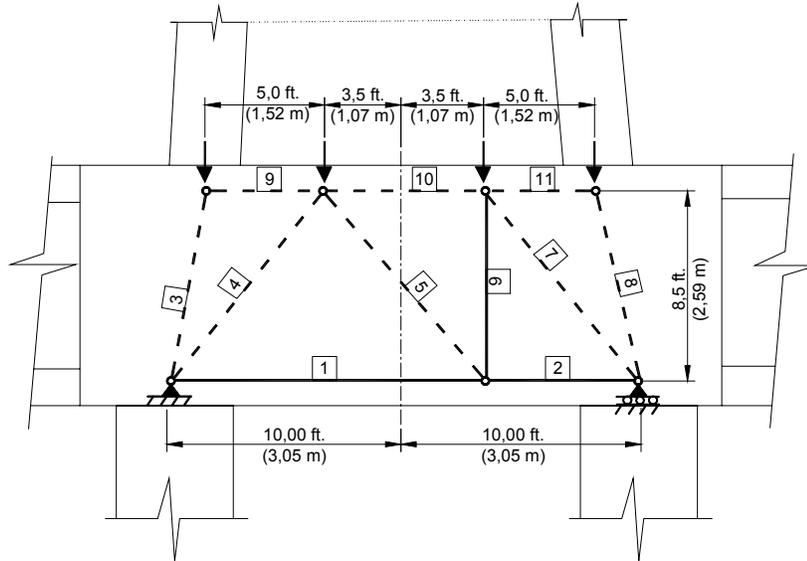


Figura 7-6: Modelo de bielas y tirantes para el tablero (para transferencia de las fuerzas del pilón a la subestructura)

Ejemplo 7: Modelo de bielas y tirantes para el tablero de un puente atirantado

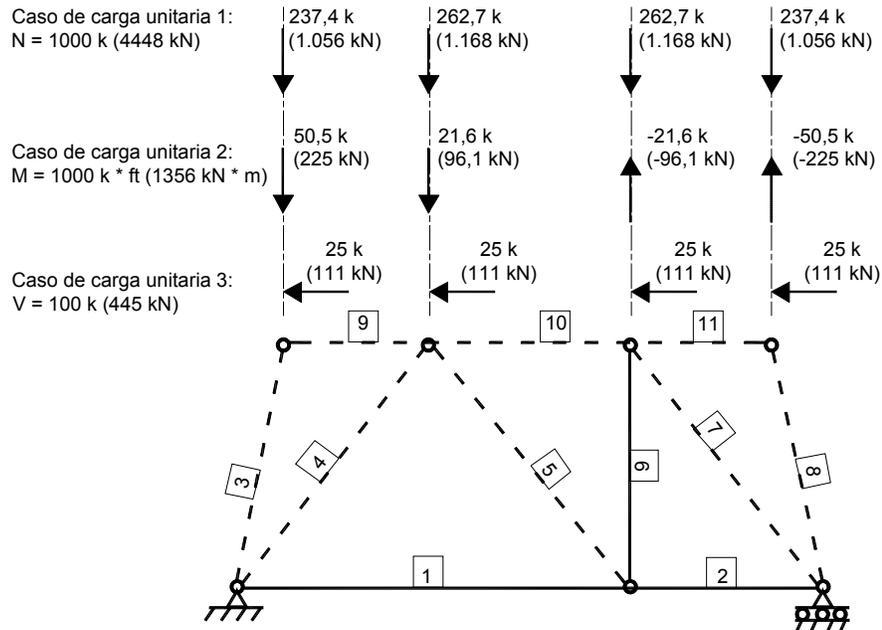


Figura 7-7: Aplicación de cargas unitarias

Miembro	Cargas unitarias			Cargas permanentes			Sobrecargas			Máxima sobrecarga (Mayor tracción)
	Axial unitaria (N)	Momento unitario (M)	Corte unitario (V)	Caso 1 Tiempo = Día 1	Caso 2 Tiempo = Día ∞	Máxima carga permanente (Mayor tracción)	Caso 1 Máxima carga axial	Caso 2 Máximo momento	Caso 3 Mínimo Momento	
	1000 k	1000 k-ft	100 k	-21.401 k = N -17.793 k-ft = M 89 k = V	-21.072 k = N -19.450 k-ft = M 110 k = V		-1984 k = N -22.570 k-ft = M 103 k = V	-474 k = N 17905 k-ft = M -123 k = V	-1525 k = N -37.856 k-ft = M 210 k = V	
1	242,8	8,9	-67,5	5294,3	5214,8	5294,3	612,8	38,7	565,2	612,8
2	242,8	-8,9	-32,5	5008,6	4907,0	5008,6	247,2	314,4	-35,1	314,4
3	-241,1	-51,3	0,0	-6071,5	-6077,2	-6071,5	-1635,7	803,9	-2308,9	803,9
4	-330,7	0,0	-53,5	-7124,6	-7027,2	-7027,2	-710,9	-91,3	-616,1	-91,3
5	0,0	-28,0	55,1	-449,4	-484,1	-449,4	-575,1	433,6	-944,2	433,6
6	0,0	21,6	-42,5	346,9	373,7	373,7	444,0	-334,7	728,9	728,9
7	-330,7	0,0	53,5	-7030,4	-6910,2	-6910,2	-601,2	-222,2	-392,5	-222,2
8	-241,1	51,3	0,0	-4246,7	-4082,4	-4082,4	679,2	-1032,4	1573,7	1573,7
9	-41,9	-8,9	25,0	-1033,0	-1028,6	-1028,6	-258,4	109,0	-348,7	109,0
10	-242,8	8,9	-17,5	-5053,0	-4962,0	-4962,0	-298,9	-252,9	-70,1	-70,1
11	-41,9	8,9	-25,0	-760,2	-737,0	-737,0	92,2	-148,7	220,9	220,9

Tabla 7-1: Fuerzas en las bielas y tirantes para cargas unitarias y aplicadas

Ejemplo 7: Modelo de bielas y tirantes para el tablero de un puente atirantado

Los puentes atirantados se deben analizar para cientos de hipótesis de carga, incluyendo: 1) cargas aplicadas permanentes, tal como los pesos propios, cargas de postesado y fuerzas debidas a los efectos de la fluencia lenta y temperatura, y 2) cargas aplicadas transitorias tales como las correspondientes a sobrecargas, cargas de viento y temperatura. El uso de un enfoque con cargas unitarias ofrece una solución efectiva para desarrollar los efectos de conjuntos de cargas a partir de los análisis globales. El modelo de bielas y tirantes ilustrado en las Figuras 7-5, 7-6 y 7-7 continúan siendo válidos para todos los casos de cargas siempre y cuando las bielas continúen siendo bielas (elementos comprimidos) y los tirantes continúen siendo tirantes (elementos traccionados). También le permite al diseñador apreciar las fuerzas desarrolladas en la conexión del tablero del puente en términos de las fuerzas aplicadas. La Tabla 7-2 muestra un conjunto real de cargas y sobrecargas y su sumatoria factoreada en base a los factores de carga de ACI. Como se puede observar, las cargas descendentes de los pilones produjeron la mayor carga en cada una de las bielas y tirantes.

Miembro	Máxima carga permanente	Máxima sobrecarga	Grupo 1 (1,4D + 1,7L)
1	5294,3	612,8	8453,8
2	5008,6	314,4	7546,5
3	-6071,5	803,9	-7133,5
4	-7027,2	-91,3	-9993,1
5	-449,4	433,6	108,0*
6	373,7	728,9	1762,2
7	-6910,2	-222,2	-10.052,0
8	-4082,4	1573,7	-3040,1
9	-1028,6	109,0	-1254,8
10	-4962,0	-70,1	-7066,0
11	-737,0	220,9	-656,2

Fuerzas de diseño en los tirantes

* La fuerza de tracción del Miembro 5 será cubierta por armadura ortogonal de temperatura y control de la retracción, no diseñada explícitamente en el ejemplo.

Tabla 7-2: Fuerzas en las bielas y tirantes para cargas factoreadas

Obviamente pueden existir otras situaciones en las cuales una carga de vuelco, por ejemplo debida al viento, podría desarrollar fuerzas de tracción en los elementos considerados bielas. En este caso sería necesario desarrollar modelos alternativos.

3 Detallado de los tirantes y nodos

Este ejemplo se centra en el desarrollo de un modelo para analizar una estructura compleja mediante un único modelo de bielas y tirantes y casos de carga unitaria que se combinan para obtener los efectos de las cargas combinadas. Una vez desarrolladas las fuerzas en las

bielas y tirantes para cada una de las combinaciones de cargas, es posible dimensionar los elementos individuales para que resistan estas fuerzas y comenzar un análisis detallado de las regiones nodales. Puede ocurrir que la peor condición de cada uno de los elementos individuales del modelo de bielas y tirantes sea provocada por diferentes combinaciones de cargas. El diseñador sólo debe seleccionar las máximas fuerzas desarrolladas en los tirantes bajo las diferentes combinaciones de cargas. A continuación presentamos el cálculo de las armaduras requeridas (acero dilce y postesado).

4 Cálculos para dimensionar los tirantes y verificación de zonas nodales

Tirante 1

$$\begin{aligned} \text{Fuerza de diseño factoreada} = F_{ut} &= 1,4 D + 1,7 L = 1,4 (5294,3 \text{ k}) + 1,7 (612,8 \text{ k}) \\ &= 8453,8 \text{ k (37.600 kN)} \end{aligned}$$

$$\phi = 0,75$$

Sección 9.3.2.6

Seleccionar 60 barras de pretensado de 1-1/4" (32 mm) de diámetro.

$$A_{ps} = 60 * 1,25 \text{ in.}^2 / \text{barra} = 75,0 \text{ in.}^2 \quad (48.400 \text{ mm}^2)$$

$$f_{py} = 150 \text{ ksi} \quad (1034 \text{ MPa})$$

$$f_{se} = 0,6 * 150 \text{ ksi} = 90 \text{ ksi} \quad (621 \text{ MPa})$$

$$\Delta f_p = 60 \text{ ksi (414 MPa)} \quad (\text{adherente})$$

$$\phi F_{nt} = \phi (A_{st} f_y + A_{ps} (f_{se} + \Delta f_p))$$

Sección A.4.1

$$= 0,75 (0 + 75,0 \text{ in.}^2 (90 \text{ ksi} + 60 \text{ ksi}))$$

$$= 8437,5 \text{ k} \quad (0,2\% \text{ sobretensado} \sim \text{Verifica})$$

Tirante 6

$$\begin{aligned} \text{Fuerza de diseño factoreada} = F_{ut} &= 1,4 D + 1,7 L = 1,4 (373,7 \text{ k}) + 1,7 (728,9 \text{ k}) \\ &= 1762,2 \text{ k (7838 kN)} \end{aligned}$$

$$\phi = 0,75$$

Sección 9.3.2.6

Seleccionar 5 capas separadas 1'-0" (305 mm) de 18 barras por capa de estribos #6 (19 mm)

En la Figura 10-8 se detallan
16 capas en 15'-0" (4,57 m)

$$A_{ps} = 5 * 18 * 0,44 \text{ in.}^2 / \text{barra} = 39,6 \text{ in.}^2 \quad (25.550 \text{ mm}^2)$$

$$f_y = 60 \text{ ksi} \quad (414 \text{ MPa})$$

Ejemplo 7: Modelo de bielas y tirantes para el tablero de un puente atirantado

$$\begin{aligned}\phi F_{nt} &= \phi (A_{st}f_y + A_{ps} (f_{se} + \Delta f_p)) && \text{Sección A.4.1} \\ &= 0,75 ((39,6 \text{ in.}^2) 60 \text{ ksi} + 0) \\ &= 1782,0 \text{ k} > 1762,2 \text{ k} \sim \text{Verifica}\end{aligned}$$

Distribuir esta armadura a cada lado del pílón correspondiente a la línea de centro de la torre para tomar en cuenta un modelo alternativo (no ilustrado en este ejemplo) que es imagen especular del seleccionado.

Zona nodal en la intersección de los miembros 2, 7 y 8

$$\begin{aligned}F_{cu} &= 0,85 \beta_n f_c && \text{Sección A.5.2} \\ \beta_n &= 0,80 \\ f_c' &= 5,5 \text{ ksi (38 MPa)} \\ F_{cu} &= 0,85 * 0,80 * 5,5 \text{ ksi} = 3,74 \text{ ksi (25,8 MPa)}\end{aligned}$$

Verificación de la tensión en el nodo:

$$\sigma = 8437,5 \text{ k} / ((3 \text{ ft.} * 12 \text{ in./ft.}) * (\boxed{20 \text{ ft.}} * 12 \text{ in./ft.})) = 0,98 \text{ ksi} < 3,74 \text{ ksi} \sim \text{Verifica}$$

Ancho de la porción del
tablero colado in situ

En la Figura 7-8 se ilustra el dimensionamiento de esta armadura. Se usan tres capas de barras postesadas de 1-1/4" (32 mm) de diámetro para proveer el elemento resistente para las fuerzas desarrolladas en los Miembros 1 y 2 del modelo de bielas y tirantes. Para el Miembro 6 se proveen 18 estribos #6 (19 mm) cada 1"-0' (305 mm) de longitud. Estos estribos se proveen a ambos lados de la línea de centro del pílón para tomar en cuenta el modelo alternativo, imagen especular del modelo seleccionado. La cantidad de estribos provista es mayor que la requerida, pero garantiza ductilidad al corte de la sección para recorridos de cargas alternativos que podrían coexistir con el modelo seleccionado para este ejemplo.

Ejemplo 7: Modelo de bielas y tirantes para el tablero de un puente atirantado

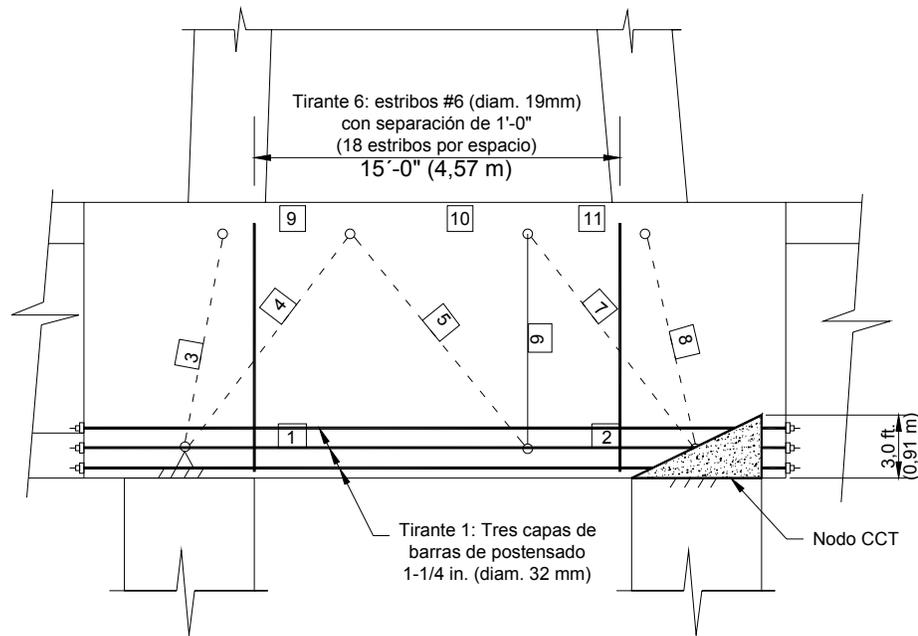


Figura 7-8: Detallado de los tirantes y del Nodo CCT

5 Resumen

El Ejemplo 7 presenta un modelo de bielas y tirantes para una situación que existe en un puente atirantado diseñado con pilón central y pilares duales para la subestructura. Este ejemplo se centra en los recorridos de carga necesarios para transferir las cargas del pilón a los pilares inferiores y cómo tratar de manera efectiva y eficiente los múltiples casos de cargas que ocurren en las estructuras complejas.

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

Robert W. Barnes

Sinopsis

En este ejemplo se resume la aplicación de los nuevos requisitos de ACI 318-02 sobre modelado mediante bielas y tirantes a un muro con dos aberturas. Debido a que las aberturas constituyen una porción significativa del muro, las versiones anteriores del Código no contienen lineamientos relevantes para garantizar que el muro provea resistencia adecuada a las cargas aplicadas. Es raro encontrar ejemplos de la aplicación de modelos de bielas y tirantes para casos con cargas múltiples y/o cargas laterales. El muro de este ejemplo se diseña para resistir múltiples combinaciones tanto de cargas gravitatorias como de cargas laterales en el plano.

Se resume la construcción del modelo de bielas y tirantes para cada combinación de cargas. Además, se discute el empleo de modelos de bielas y tirantes estáticamente indeterminados para mejorar la eficiencia y serviciabilidad del diseño del muro. El ejemplo también cubre la selección y el anclaje de las armaduras de los tirantes, como así también verificaciones de la capacidad de las bielas y zonas nodales.

Robert W. Barnes recibió sus títulos M.S.E. y Ph.D. de la Universidad de Texas en Austin. Se desempeña como Profesor Adjunto en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Auburn. Es miembro del Comité Conjunto ACI-ASCE 423, Hormigón Pretensado, y miembro asociado del Comité Conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión.

1 Geometría, materiales y cargas

Un muro de 16 in. (405 mm) con una altura de 640 in. (16,26 m) y un ancho de 320 in. (8,13 m) contiene dos aberturas cuadradas de 120 in. (3,05 m) de lado como se ilustra en la Figura (8-1). La resistencia de diseño del hormigón es de 4000 psi (26 MPa), y la resistencia a la fluencia de diseño del acero es de 60.000 psi (410 MPa). El recubrimiento mínimo es de 2 in. (50 mm). El muro se diseñará para las siguientes hipótesis de cargas factoreadas:

- Hipótesis de carga 1: dos cargas verticales de 450 kips (2,0 MN).
- Hipótesis de carga 2: dos cargas laterales de 170 kips (0,76 MN) actuando del lado derecho del muro.
- Hipótesis de carga 3: combinación de las cargas de las Hipótesis 1 y 2.
- Hipótesis de carga 4: dos cargas laterales de 170 kips (0,76 MN) actuando del lado izquierdo del muro.
- Hipótesis de carga 5: combinación de las cargas de las Hipótesis 3 y 4.

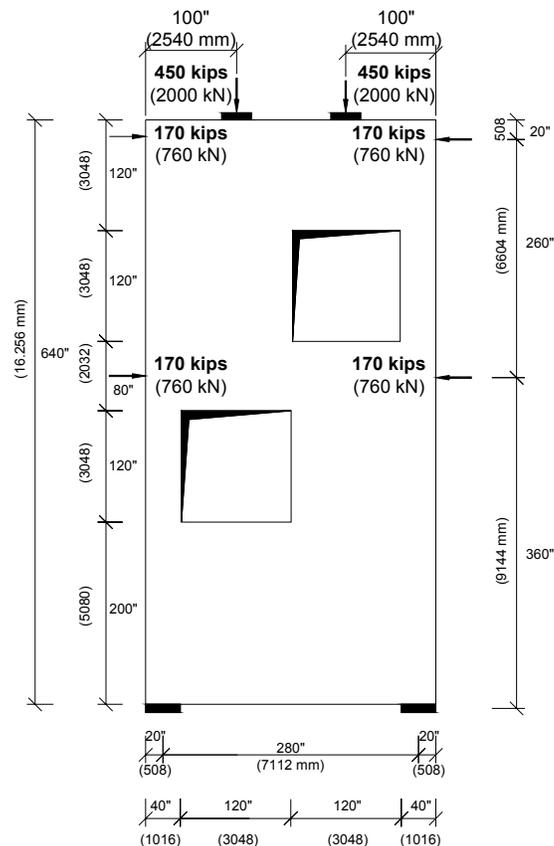


Figura 8-1: Geometría y cargas del muro

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

El muro está soportado por dos zapatas. La superficie de contacto disponible en cada apoyo es de 16 in. (406 mm) de ancho (el espesor del muro) y 40 in. (1,02 m) de longitud, de manera que el centro de cada apoyo está ubicado como se indica en la Figura (8-1). El muro se idealiza como simplemente apoyado. Bajo la influencia de las cargas laterales factoreadas se anticipa la fisuración del hormigón sobre el apoyo traccionado. La rigidez de este hormigón con respecto a las fuerzas laterales será considerablemente menor que la del hormigón sobre el apoyo comprimido. Por lo tanto, se confía en el apoyo comprimido para transferir a la fundación todas las fuerzas laterales por fricción por corte.

2 Procedimiento de diseño

Debido a las aberturas y a las cargas y apoyos concentrados, la totalidad del muro constituye una región D. ACI 318-99 provee pocos lineamientos para este tipo de estructuras. El diseño se basa en el nuevo *Apéndice A – Modelos de Bielas y Tirantes* de ACI 318-02 según lo permitido por la Sección 11.10.1 de dicho documento. A menos que se especifique lo contrario, todas las futuras referencias incluidas en este ejemplo mencionan secciones específicas de ACI 318-02.

El primer paso del diseño consiste en concebir un modelo de bielas y tirantes para cada una de las hipótesis de carga. Otros pasos incluyen seleccionar la armadura de los tirantes, verificar la capacidad de las zonas nodales y asegurar el correcto anclaje de la armadura de los tirantes en los nodos.

3 Modelado

En las Figuras (8-2) a (8-6) se ilustran los modelos de bielas y tirantes para las cinco hipótesis de carga. Las bielas se representan mediante líneas discontinuas, mientras que los tirantes se representan mediante líneas llenas. Las bielas y tirantes se ubicaron considerando: 1) los probables recorridos de las cargas hacia los apoyos, y 2) patrones de armadura ortogonales.

El modelo para la Hipótesis de carga 1 es estáticamente indeterminado. Por lo tanto, las fuerzas en las bielas y tirantes no se pueden determinar exclusivamente en base a la condición de equilibrio. Durante el diseño preliminar el modelo se desarrolló asumiendo que aproximadamente el sesenta por ciento de cada carga vertical viajaba alrededor del contorno de la abertura debajo de dicha carga, mientras que el cuarenta por ciento restante de ambas cargas pasaba a través de la región comprendida entre ambas aberturas. Luego las bielas se ubicaron de manera de satisfacer esta hipótesis y la condición de equilibrio, a la vez que exhibiendo claramente el flujo de cada fuerza hacia los apoyos. La hipótesis se adoptó simplemente en base al criterio profesional respecto de cómo podrían fluir los recorridos de las fuerzas alrededor de las aberturas. Siempre y cuando el modelo resultante satisfaga el equilibrio y que las bielas, tirantes y zonas nodales satisfagan los requisitos del Apéndice A, la estructura debería desarrollar la resistencia última requerida.

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

Aunque no es necesario para el diseño por resistencia, se realizó un análisis lineal elástico de tensiones planas por elementos finitos a fin de refinar el modelo y lograr mejor comportamiento bajo condiciones de servicio. Grandes disparidades entre el modelo de bielas y tirantes y la distribución de tensiones elásticas provocarán gran fisuración a medida que la estructura se deforme para redistribuir las cargas de acuerdo con el patrón de armaduras. Además, los modelos de bielas y tirantes que se ajustan a la distribución de tensiones elásticas requieren menos armadura que los que no lo hacen [Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987)]. Se optó por un análisis por elementos finitos lineal porque éste ofrece una adecuada indicación de la distribución de tensiones bajo cargas de servicio. También, a criterio del ingeniero, se podría haber usado un análisis no lineal.

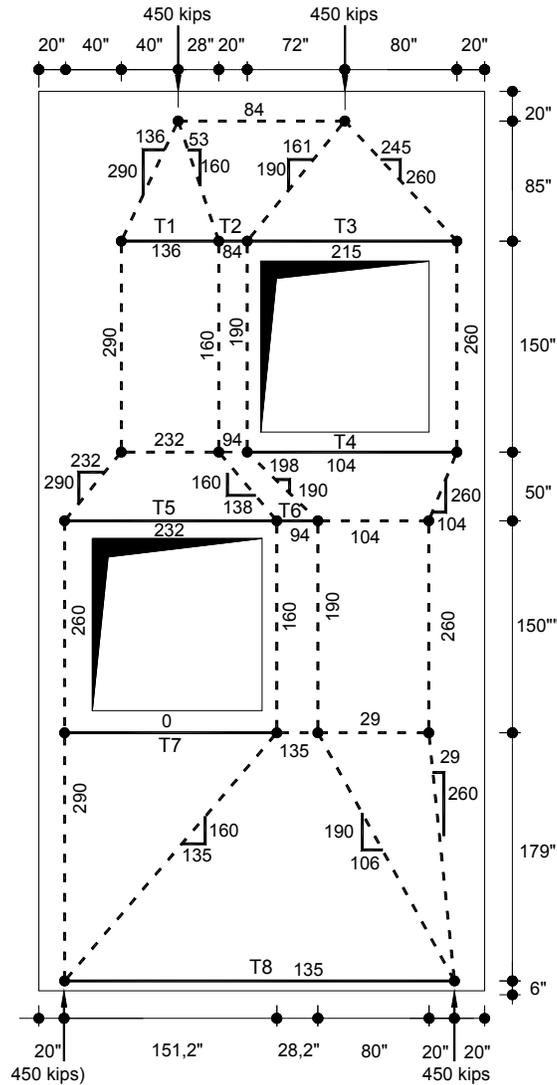


Figura 8-2: Modelo de bielas y tirantes para la Hipótesis de carga 1

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

Como resultado del uso del análisis por elementos finitos sólo se modificaron ligeramente la geometría del modelo y las fuerzas. Por ejemplo, el análisis por elementos finitos indica que aproximadamente 58 por ciento de la carga de la derecha viaja alrededor del contorno de la abertura superior y 64 por ciento de la carga de la izquierda viaja alrededor del contorno de la abertura inferior, no 60 por ciento como supusimos anteriormente para ambos casos. El modelo final se ilustra en la Figura (8-2).

En la Figura (8-2) la porción de la carga que pasa entre las dos aberturas en la Hipótesis de carga 1 se divide en dos recorridos claramente diferenciados para aclarar cómo cada una de las cargas de 450 kips (2,0 MN) viaja alrededor de cada abertura y se dirige a la fundación. Esta diferenciación no es necesaria; en la parte central del modelo los dos recorridos se podrían haber unificado. Por motivos de simplicidad, en los demás casos de carga no hemos intentado separar la influencia de las dos cargas verticales en la región entre las aberturas.

La necesidad de transformar las cargas laterales en reacciones verticales aumenta la dificultad de visualizar los recorridos de las cargas para las Hipótesis de carga 2 a 5. En las Figuras (8-3) a (8-6) se muestran los modelos de bielas y tirantes finales seleccionados. El deseo de disponer armadura ortogonal hizo que los modelos correspondientes a estos casos resultaran relativamente complejos. El requisito (A.2.4) que establece que las bielas no se deben cruzar ni superponer impidió que formáramos los modelos para la combinación de las Hipótesis de carga 3 y 5 simplemente superponiendo los modelos para las hipótesis más elementales (1, 2 y 4). El requisito A.2.5 que establece que los ángulos formados por bielas y tirantes deben ser mayores o iguales que 25 grados también condicionó la construcción de partes de estos modelos. Finalmente, se hizo un esfuerzo por obtener consistencia en la ubicación de los tirantes en las cinco hipótesis de carga. Aunque esto puede provocar un grado de complejidad adicional a la hora de refinar los modelos de bielas y tirantes individuales, también simplifica el proceso de selección de las armaduras (Sección 3) y aumenta la eficiencia del diseño final.

Al igual que para la Hipótesis de carga 1, todos los modelos para las restantes hipótesis de cargas son estáticamente indeterminados. Aunque para estas hipótesis es posible construir modelos estáticamente determinados, para esta estructura no es recomendable hacerlo debido a que estos modelos difieren considerablemente del flujo elástico de fuerzas. A modo de ejemplo se puede considerar la Hipótesis de carga 2. Para este caso se podría haber construido un modelo estáticamente determinado omitiendo el tirante (T1) del lado derecho de la abertura superior y ajustando la geometría del modelo del lado izquierdo de la abertura. Si usáramos este modelo sería dable anticipar grave fisuración en la región del tirante omitido, posiblemente bajo condiciones de servicio. De hecho, el diseñador estaría confiando en la región a la izquierda de la abertura para resistir las cargas aplicadas sin ninguna contribución de la región del tirante omitido. El modelo estáticamente determinado sería menos eficiente; la armadura *adicional* requerida para reforzar y extender T2 y T4 a la izquierda de la abertura sobrepasaría en mucho la armadura que se ahorraría al eliminar T1. Por lo tanto, aunque el empleo de un modelo indeterminado

aumenta la complejidad del proceso de modelación, es posible que mejore la eficiencia y serviciabilidad de la estructura.

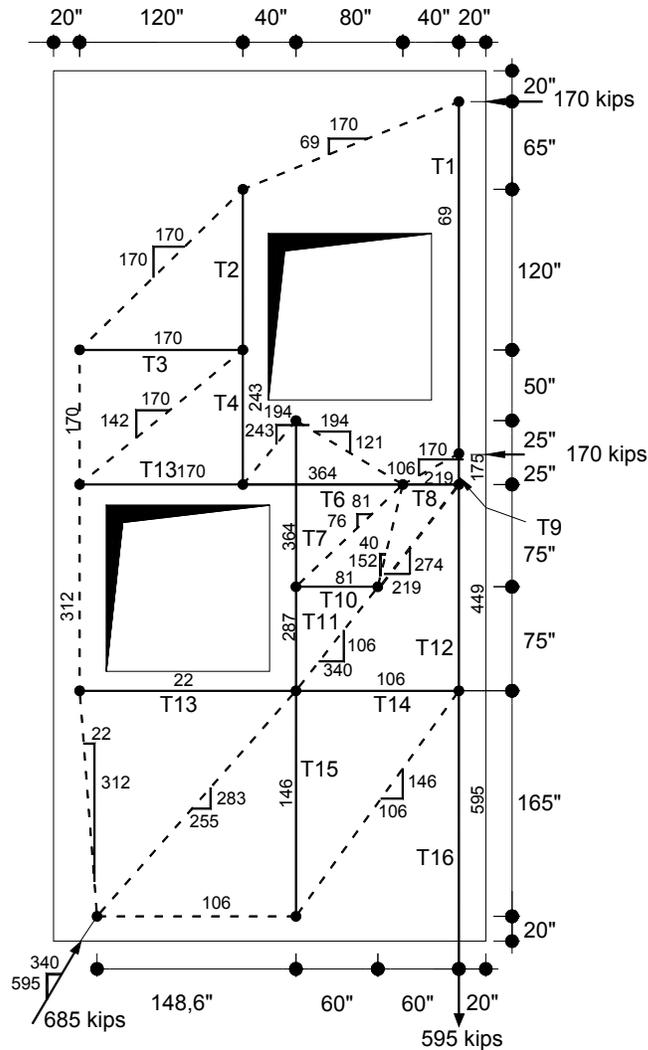


Figura 8-3: Modelo de bielas y tirantes para la Hipótesis de carga 2

El análisis de un modelo estáticamente indeterminado requiere determinar un número suficiente de fuerzas redundantes para poder calcular las fuerzas restantes simplemente en base a consideraciones de equilibrio. El procedimiento general usado para las Hipótesis de carga 2 a 5 consiste en seleccionar las fuerzas en los elementos redundantes necesarios y luego determinar el resto de las fuerzas de manera de satisfacer la condición de equilibrio. Las bielas o tirantes ubicadas en las secciones de 40 in. (1,02 m) de ancho adyacentes a las aberturas se seleccionaron como redundantes. Al igual que en la Hipótesis de carga 1, la

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

magnitud de la fuerza en cada biela o tirante redundante se estimó en base a un análisis plano por elementos finitos de la estructura.

También se podría haber usado cualquier otra estimación racional para las fuerzas redundantes. La exactitud de la estimación sólo afectaría la eficiencia y serviciabilidad del diseño. Nuevamente se empleó un análisis lineal por elementos finitos para obtener una estructura eficiente y con buena serviciabilidad, sin hacer el diseño más difícil de lo necesario.

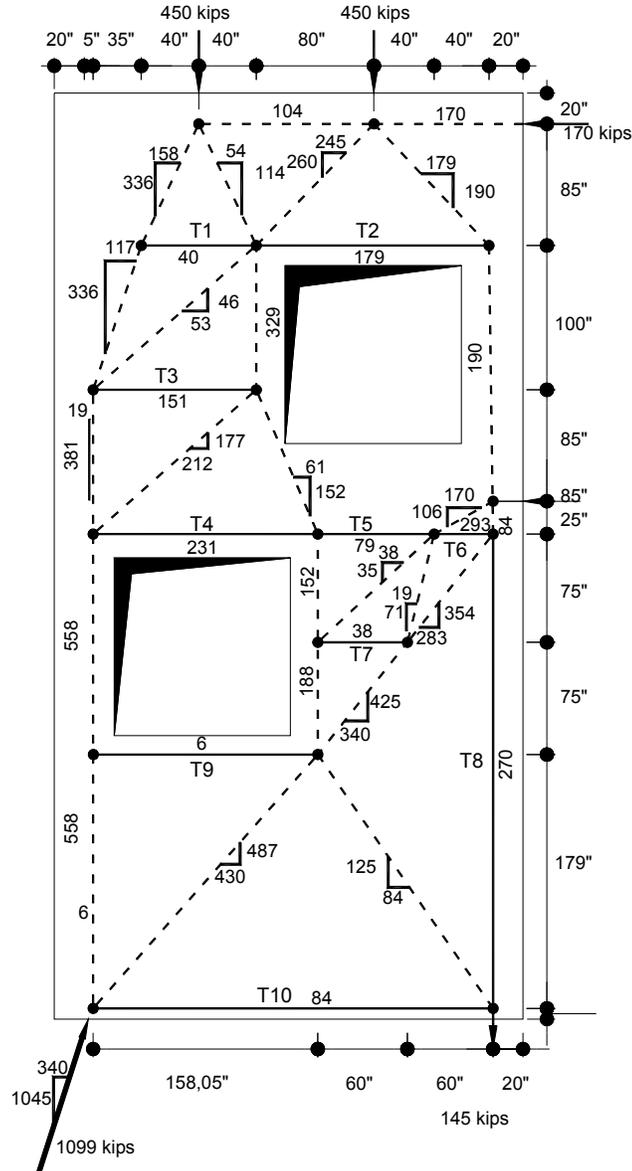


Figura 8-4: Modelo de bielas y tirantes para la Hipótesis de carga 3

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

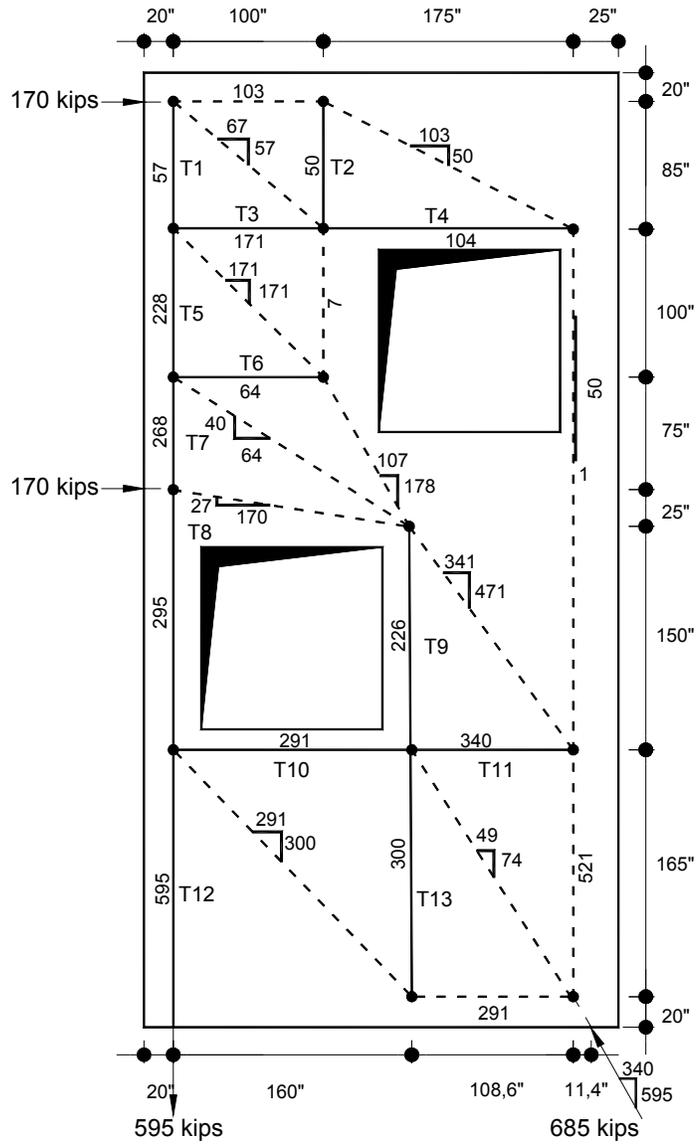


Figura 8-5: Modelo de bielas y tirantes para la Hipótesis de carga 5

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

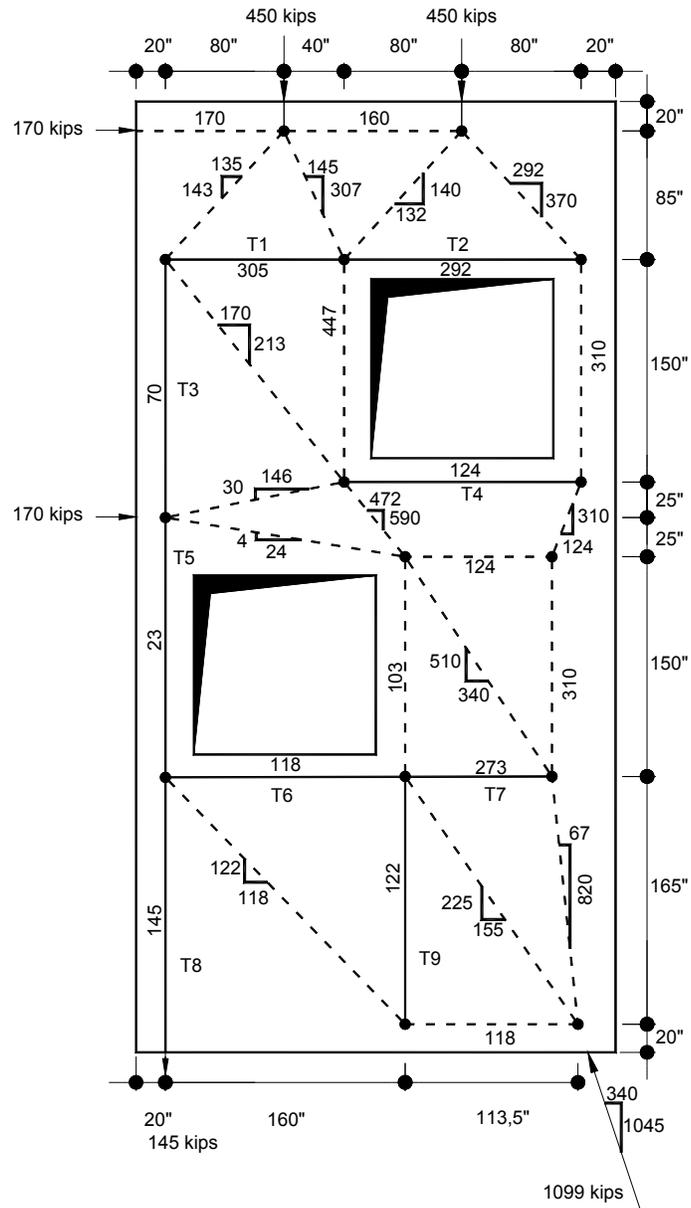


Figura 8-6: Modelo de bielas y tirantes para la Hipótesis de carga 5

Para limitar la fisuración y satisfacer los requisitos sobre armadura mínima, se debería incluir armadura ortogonal mínima (Secciones A.3.3.1 y A.3.3.2). Debido a que en los tres modelos hay bielas con diferentes orientaciones, la manera más sencilla de satisfacer la Ecuación A-4 es disponiendo una cantidad de armadura que satisfaga la expresión

$$\frac{A_{si}}{bs} \geq 0,003$$

en cada dirección ortogonal. Una malla de barras #5 con una separación de 12 in. (300 mm) en cada dirección en cada una de las caras del muro satisface esta expresión. Esta disposición también satisface los requisitos sobre armadura mínima de las Secciones 11.8, 11.10 y 14.3 de ACI 318-02. Una vez dispuesta la armadura mínima que satisface A.3.3, al calcular la resistencia efectiva del hormigón en las bielas (f_{cu}) de manera conservadora se puede asumir para β_s un valor de 0,75 (A.3.2). Hay una excepción en los nodos que anclan más de un tirante (nodos CTT). Para el extremo de una biela que ingresa a un nodo CTT, f_{cu} se debería calcular usando un valor de β_n igual a 0,60 (A.3.1, A.5.2). El nodo ubicado inmediatamente por encima del apoyo derecho en la Hipótesis de carga 3 es un ejemplo de este tipo de nodo.

3 Cálculo de las armaduras de los tirantes

Como no hay armadura pretensada, la sección de acero requerida para cada tirante se calcula usando la expresión

$$A_{st, req} = \frac{F_u}{\phi f_y}$$

donde $\phi = 0,75$. Por ejemplo, los tirantes más resistentes requeridos son T16 de la Hipótesis de carga 2 y T12 de la Hipótesis de carga 4. La fuerza de tracción factoreada en cada uno de estos tirantes es de 595 kips (2,65 MN); por lo tanto se requieren 13,2 in.² (8520 mm²) de armadura. Colocando once barras #7 en cada cara del muro se obtiene una armadura total en los tirantes de 13,2 in.². Con una separación de 3,5 in. (89 mm) entre barras la fuerza en los tirantes se distribuye en al menos 35 in. (890 mm). Todos los tirantes se dimensionan de manera similar. La Figura (8-7) es un resumen gráfico de los requerimientos en todos los tirantes, considerando todas las hipótesis de carga. En esta figura todos los tirantes tienen tres números entre paréntesis. Estos tres números representan la hipótesis de carga crítica, la carga factoreada (kips) y la sección de armadura (in.²) requerida para cada tirante, respectivamente. Al establecer modelos de bielas y tirantes para múltiples hipótesis de carga se debe hacer un esfuerzo por seleccionar para los tirantes ubicaciones que sean consistentes para las diferentes hipótesis. Si esto se logra, a menudo la armadura de los tirantes se puede utilizar eficientemente para más de una hipótesis de carga. La Figura (8-8) ilustra una potencial configuración de las armaduras que satisface los requisitos dados en la Figura (8-7). Las líneas discontinuas representan armadura mínima no asignada a ningún tirante en particular.

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

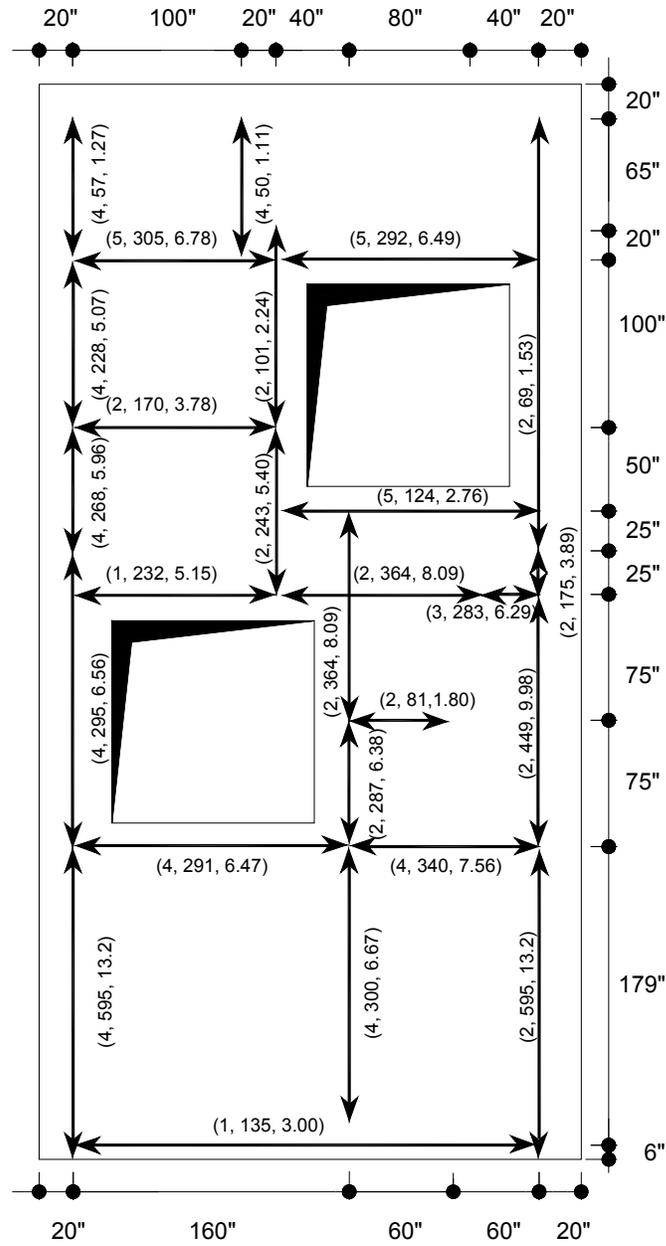


Figura 8-7: Requisitos críticos en los tirantes (hipótesis de carga, F_u , $A_{st, req}$)

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

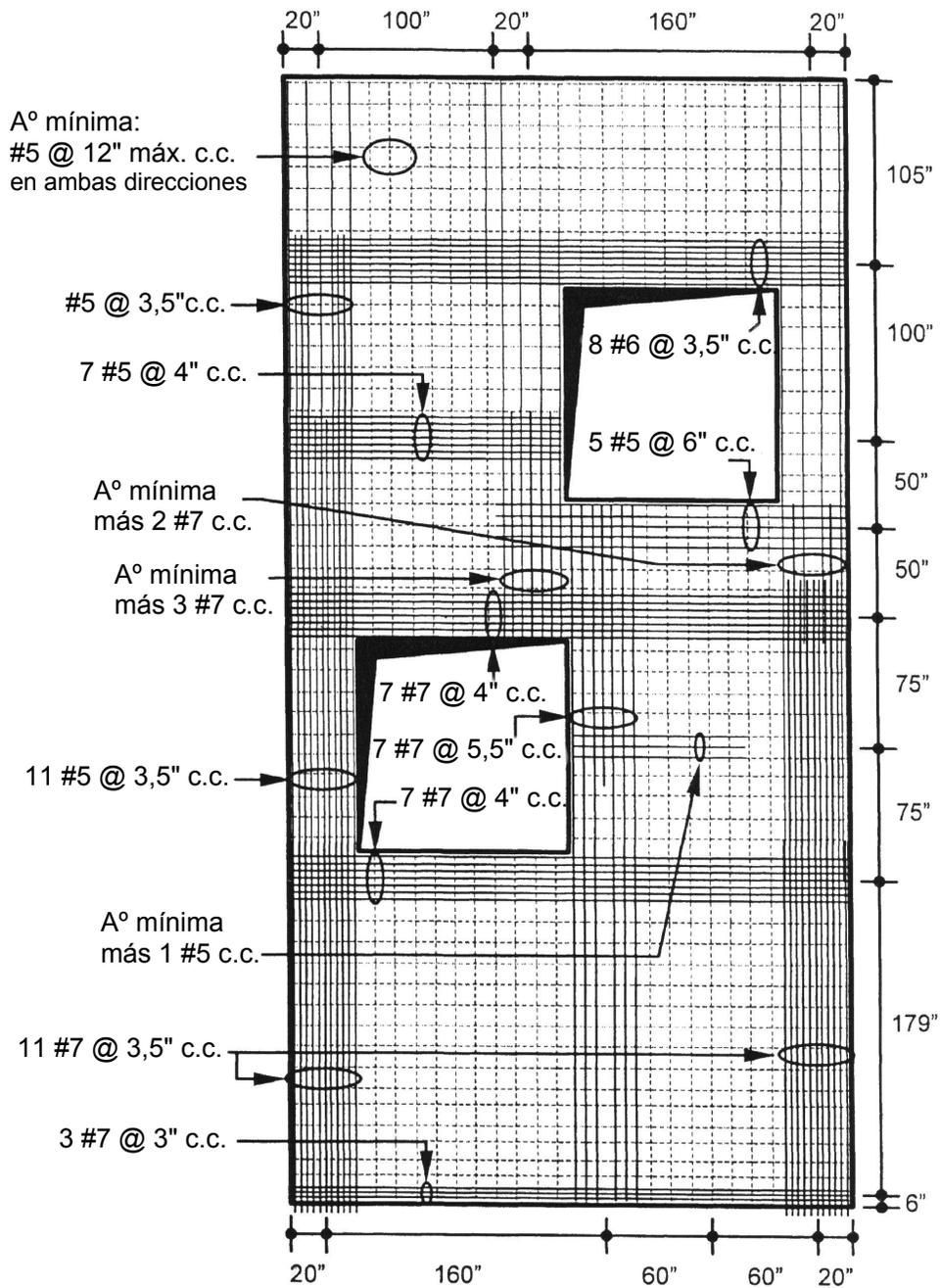


Figura 8-8: Configuración de las armaduras del muro (c.c. = cada cara del muro)

4 Zonas nodales y superficies de apoyo

Una inspección de los modelos de bielas y tirantes correspondientes a las cinco hipótesis de carga revela que la región de apoyo crítica está en el apoyo comprimido cuando el muro está sometido a las Hipótesis de carga 3 ó 5. Para la Hipótesis de carga 3 el apoyo comprimido es el de la izquierda. En la Figura (8-9) se ilustra la zona nodal correspondiente. Debido a que la zona nodal representa la intersección de cuatro fuerzas, para facilitar su visualización se la ha subdividido en dos subnodos conectados mediante una biela. Cada subnodo representa la intersección de tres fuerzas. De este modo se puede construir la geometría de toda la zona nodal usando las relaciones fundamentales para nodos con tres fuerzas [Schlaich y Anagnostou (1990)]. Toda la zona nodal consiste en dos subnodos más la biela interna.

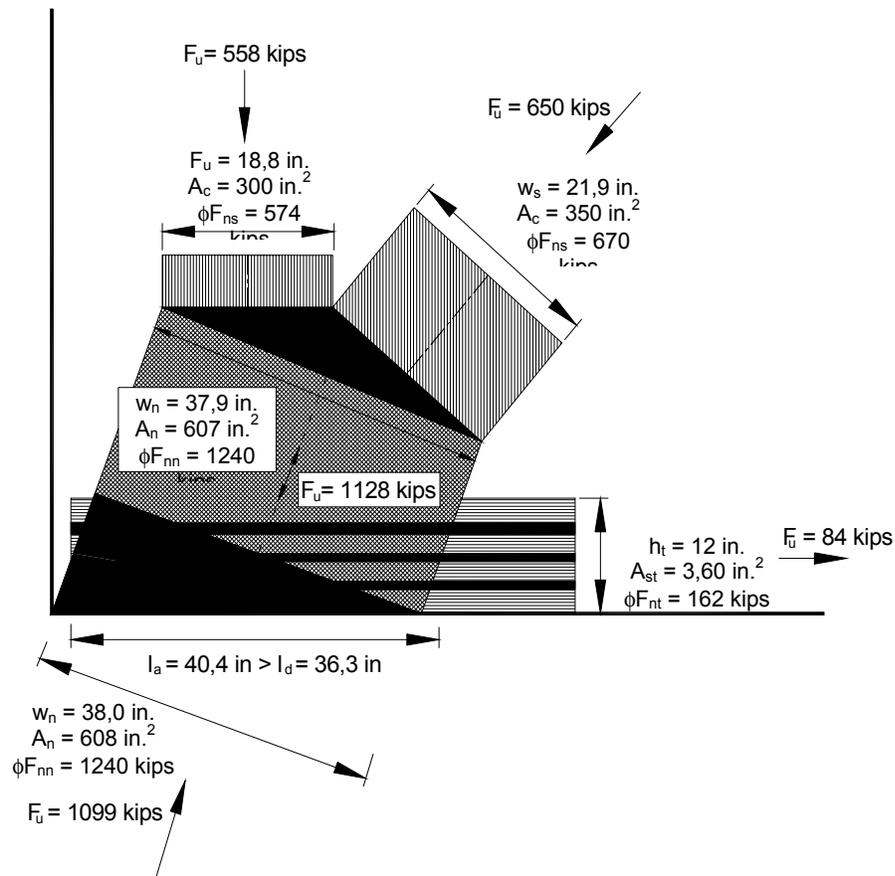


Figura 8-9: Zona nodal en el apoyo comprimido (Hipótesis de carga 3)

La geometría del subnodo inferior está definida por el ancho de apoyo disponible igual a 40 in. y el espesor de 12 in. supuesto para el tirante horizontal, el cual consiste en tres

barras #7 en cada cara. La magnitud (1128 kips [5,02 MN]) y ángulo de inclinación (67,9° respecto de la horizontal) de la fuerza en la biela interna se obtienen a partir de la condición de equilibrio. El ancho disponible de esta biela interna (37,9 in. [963 mm]) se puede obtener considerando el ancho de la otra biela y tirante así como los ángulos comprendidos entre las tres fuerzas. A continuación el subnodo superior se construye como un nodo "hidrostático", asumiendo que las tensiones en las dos bielas exteriores son iguales a la tensión en la biela interna. En consecuencia, las longitudes de cada lado de este subnodo son proporcionales a la fuerza soportada por la biela correspondiente. De la condición de equilibrio, las rectas de acción del tirante y de todas las bielas coinciden en el punto nodal. En la Figura (8-9) se indican los valores obtenidos para el ancho, la superficie, la carga factoreada y la resistencia factoreada de cada biela y cada tirante.

En el subnodo inferior hay que verificar la capacidad de apoyo del muro con respecto a la reacción de apoyo. Debido a la inclinación de la reacción en el apoyo, el ancho disponible de la zona nodal perpendicular a la reacción en la biela está dado por:

$$w_n = 40 \text{ in.} \left(\frac{1045}{1099} \right) = 38,0 \text{ in.} \quad (966 \text{ mm})$$

Luego la superficie disponible de la zona nodal con respecto a la reacción es:

$$A_n = (38,0 \text{ in.}) (16 \text{ in.}) = 608 \text{ in.}^2 \quad (0,393 \text{ m}^2)$$

El nodo ancla un tirante (nodo CCT). Por lo tanto se selecciona un valor $\beta_n = 0,80$. La resistencia efectiva a la compresión del hormigón de la biela es:

$$f_{cu} = 0,85 \beta_n f_c' = 0,85 (0,80) (4000 \text{ psi}) = 2,72 \text{ ksi} \quad (18,8 \text{ MPa})$$

La resistencia nominal factoreada de la zona nodal con respecto a la fuerza de reacción es:

$$\phi F_{ns} = \phi f_{cu} A_c = 0,75 (2,72 \text{ ksi}) (608 \text{ in.}^2) = 1240 \text{ kips} \geq F_u = 1099 \text{ kips}$$

Aparentemente la superficie de apoyo es suficiente para proveer una resistencia adecuada. Sin embargo, las caras del subnodo limitadas por la biela interna están sujetas a una fuerza mayor (1128 kips [5,02 MN]) que la cara inferior de la zona nodal. Como se indica en la figura, la capacidad de estas caras también es adecuada.

La componente horizontal de la reacción en este apoyo es transferida a la zapata mediante fricción por corte. Cuando se diseña de acuerdo con los requisitos de la Sección 11.7.4 de ACI 318-02 la cantidad de armadura de fricción por corte está dada por:

$$A_{vf, req} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu} = \frac{340 \text{ kips}}{(0,75) (60 \text{ ksi}) (0,6)} = 12,6 \text{ in.}^2 \quad (8120 \text{ mm}^2)$$

Para μ se adoptó un valor conservador de 0,6. Entonces al menos 12,6 in.² (8120 mm²) de armadura debe atravesar la junta y estar desarrollada adecuadamente tanto en la zapata como en el muro. Este requisito quedará satisfecho por los 13,2 in.² (8520 mm²) de armadura de tracción dispuestos como armadura para los tirantes para las otras hipótesis de carga.

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

Dimensionar las placas de apoyo (o las superficies de apoyo) para las cargas aplicadas es menos complicado. En este caso también se utilizó la totalidad del espesor del muro (16 in.). Debido a que la biela ingresa a un nodo solicitado exclusivamente a compresión y es demasiado angosta para expandirse de manera significativa, para cada carga de 450 kips se puede seleccionar un valor de 1,0 para β_s y β_n . El ancho requerido para la placa de apoyo para cada una de estas cargas está dado por:

$$w \geq \frac{F_{us}}{\phi b f_{cu}} = \frac{450 \text{ kips}}{0,75 (16 \text{ in.}) (3,4 \text{ ksi})} = 11,0 \text{ in.} \quad (280 \text{ mm})$$

Por lo tanto seleccionamos placas de apoyo de 11 in. x 16 in. (280 mm x 406 mm). Para las cargas laterales de 170 kips se puede efectuar un cálculo similar. Para una hipótesis de carga cada una de las cargas laterales próximas a la parte superior del muro ingresa inmediatamente a un nodo que ancla un tirante (nodo CCT), de manera que para calcular f_{cu} se debería seleccionar un valor $\beta_n = 0,80$. Como resultado se obtiene un ancho requerido de 5,21 in. (132 mm). Sin embargo, para las cargas de 170 kips inferiores se debería seleccionar un valor $\beta_n = 0,60$ porque para una hipótesis de carga cada carga ingresa a un nodo CTT. Se requiere un ancho de placa de 6,94 in. (176 mm). Por motivos de simplicidad, para todas las cargas laterales seleccionamos placas de apoyo de 7 in. x 16 in. (178 x 406 mm).

Las zonas nodales y superficies de apoyo descritas constituyen las áreas comprimidas más críticas en los cinco modelos de bielas y tirantes. A pesar de la presencia de las dos aberturas hay suficiente espacio para proveer anchos adecuados para todas las demás bielas y nodos de los diferentes modelos.

5 Anclaje de las armaduras de los tirantes

La Figura (8-10) ilustra la geometría de la zona nodal inmediatamente por encima del apoyo izquierdo bajo la influencia de la Hipótesis de carga 1. Esta hipótesis produce la demanda crítica de tracción en el tirante horizontal. Para este tirante la armadura se seleccionó de acuerdo con el procedimiento discutido en párrafos precedentes. La zona nodal se dimensionó como se describe en la sección anterior. Debido a que la relación entre la separación de las barras y el diámetro de las mismas es pequeña, la armadura para este tirante requiere la mayor longitud de desarrollo de todas las barras del muro, a pesar de que a la armadura horizontal ubicada a mayor altura le corresponde el factor de ubicación de las armaduras (α) igual a 1,3 (Sección 12.2.4). Despreciando cualquier potencial beneficio de la armadura transversal, la longitud de desarrollo (l_d) para las barras #7 separadas 3 in. (76 mm) entre centros es:

$$l_d = \frac{3}{40} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \frac{\alpha \beta \gamma \lambda}{\left(\frac{c + K_{tr}}{d_b} \right)} = \frac{3}{40} \frac{60.000}{\sqrt{4000}} \frac{1}{1,71} (0,875 \text{ in.}) = 36,3 \text{ in.} \quad (0,92 \text{ m})$$

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

Como se ilustra en la Figura (8-10), este valor es menor que la longitud de anclaje disponible (l_a) igual a 39,8 in. (1,01 m) (A.4.3(b)). Por lo tanto, para este tirante el desarrollo de las barras es adecuado.

En general, en este diseño no es difícil asegurar el correcto anclaje de las armaduras. Los tamaños de las barras y las separaciones son tales que las longitudes de desarrollo requeridas son menores que las longitudes de anclaje disponibles. Todos los demás nodos están ubicados a una distancia de al menos 15 in. de las superficies del muro, de manera que hay suficiente espacio para el desarrollo de las barras #5, #6 y #7 dentro de las zonas nodales y detrás de las mismas (A.4.3), que típicamente se extienden entre 30 y 40 in. (0,76 - 1,02 m). Si hubiéramos seleccionado barras de mayor tamaño es posible que hubiera sido necesario utilizar ganchos o anclajes mecánicos.

Cuando se terminan armaduras que ya no son requeridas, tales como las barras verticales #7 a lo largo de los límites del muro, hay que tener cuidado de extender estas barras a través de la totalidad de la zona nodal en la cual ya no son requeridas. También se deben prolongar al menos una distancia igual a la longitud de desarrollo más allá del punto en el cual ingresan a la zona nodal extendida.

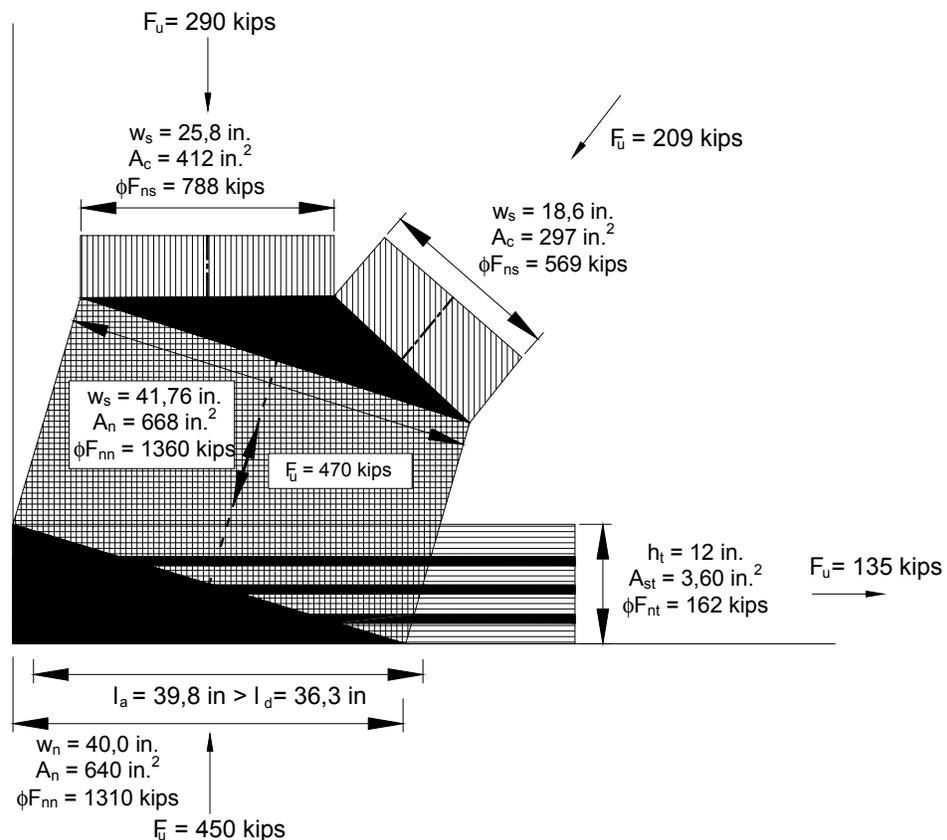


Figura 8-10: Zona nodal en el apoyo (Hipótesis de carga 1)

Resumen

Se presenta el diseño de un muro de hormigón armado con dos grandes aberturas. El muro se diseña de acuerdo con los requisitos del nuevo *Apéndice A – Modelos de Bielas y Tirantes* de ACI 318-02. Se discuten temas relacionados con el uso de modelos indeterminados y la aplicación de modelos de bielas y tirantes para múltiples hipótesis de carga. Luego de considerar modelos de bielas y tirantes para todas las hipótesis carga se seleccionan las armaduras para los tirantes. Se ilustra la verificación de la capacidad de las bielas y zonas nodales, y se incluye un ejemplo de la verificación del anclaje de los tirantes. La longitud de anclaje es adecuada para todos los tirantes; no se requieren ganchos ni dispositivos de anclaje especiales.

Notación

A menos que a continuación se especifique lo contrario, la notación corresponde a la utilizada en ACI 318-02.

$A_{st, req}$ = sección de armadura requerida en el tirante

$A_{vf, req}$ = sección de armadura de fricción por corte requerida

l_a = longitud de anclaje del tirante disponible en una zona nodal

Referencias

ACI 318-99: *Building Code Requirements for Structural Concrete*. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 1999

ACI 318-02: *Building Code Requirements for Structural Concrete*. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan 2002

Schlaich, J.; Schäfer, K. y Jennewein, M. (1987): Toward a Consistent Design of Structural Concrete. *PCI Journal* Vol. 32 (1987), No. 3, p. 74-150

Schlaich, M. y Anagnostou, G. (1990): Stress Fields for Nodes of Strut-and-Tie Models. *Journal of Structural Engineering* Vol. 116 (1990), No. 1, p. 13-23.

Ejemplo 8: Muro de gran altura con dos aberturas

Ejemplo 9: Cabezal de pilotes

Gary J. Klein

Sinopsis

El siguiente ejemplo ilustra el uso de modelos de bielas y tirantes para el diseño de un cabezal de pilotes. Se consideran dos hipótesis de carga: 1) carga axial exclusivamente, y 2) carga axial y momento de vuelco. El diseño se basa en el Apéndice A de ACI 318-02. Los resultados se comparan con los procedimientos de diseño seccional según ACI 318-99. En comparación con los métodos de diseño seccionales, el diseño mediante modelos de bielas y tirantes es más racional y conduce a estructuras más confiables. Debido a que las barras de armadura están ubicadas encima de los pilotes, la profundidad total del cabezal es mayor que en el caso del diseño tradicional en el cual las barras se colocan entre pilotes.

Gary J. Klein, FACI, es Vicepresidente Ejecutivo de Wiss, Janny, Elstner Associates Inc., Northbrook, IL, donde ha llevado a cabo investigaciones estructurales relacionadas con edificios, puentes y estructuras para estacionamiento, entre otras. Es miembro de los Comités ACI 318, Código de Construcción de Hormigón Estructural; ACI 342, Evaluación de Puentes y Elementos de Puentes de Hormigón; ACI 345, Construcción, Mantenimiento y Reparación de Puentes de Hormigón; ACI 445, Corte y Torsión; y ACI 546, Reparación del Hormigón.

1 Geometría y cargas

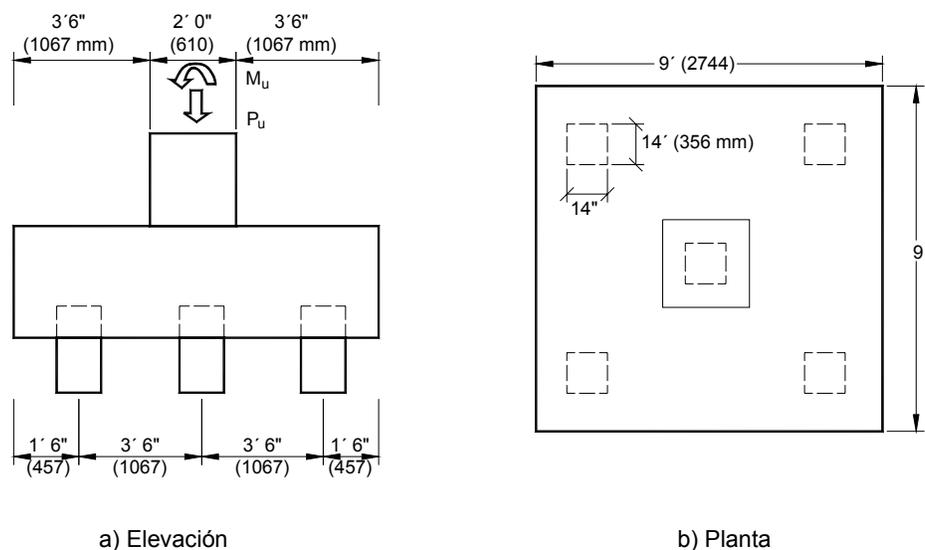


Figura 9-1: Vista en elevación y planta

Datos generales

Cabezal $f'_c = 4000$ psi

Columna $f'_c = 6000$ psi

Armadura $f_y = 60.000$ psi

Pilotes (14 in. x 14 in.) Tolerar = 70T (140^k)

Hipótesis de carga 1:

$$P_D = 445^k \quad M_D = 0$$

$$P_L = 222^k \quad M_L = 0$$

$$P_u = 1,4P_D + 1,7P_L = 1000^k$$

Hipótesis de carga 2:

$$P_D = 445^k \quad M_D = 0$$

$$P_L = 104^k \quad M_L = 282 \text{ ft-k}$$

$$P_u = 800^k \quad M_u = 480 \text{ ft-k}$$

Factores de carga y factores ϕ :

- Según ACI 318-99, Capítulo 9.

Ejemplo 9: Cabezal de pilotes

- Según ACI 318-02, Apéndice C.

Reacciones en los pilotes

$$R = \frac{P}{N} + \frac{M}{SM}$$

$$SM_{\text{pilotes}} = \frac{\sum d^2}{d} = \frac{4 \times 3^2}{3} = 12$$

Fila	Hipótesis	P/N	M/SM	Total	Factoreada
Izquierda	1	133	0	133	200
	2	110	24	134	200
Central	1	133	0	133	200
	2	110	0	110	160
Derecha	1	133	0	133	200
	2	110	-24	86	120

Tabla 9-1: Reacciones en los pilotes

2 Diseño seccional según ACI 318-99

Corte

Sección crítica en la cara de la columna: $V_u = 2 \times 200^k = 400^k$

$$V_u \leq \phi V_c = \phi 2 \sqrt{f'_c} b d = 0,85 \times 2 \sqrt{4000} \times 108 d \geq 400.000^\#$$

$$\Rightarrow d \geq 34,4" \therefore \text{usar } h = 39"; d = 39 - 3 - 1,5 = 34,5"$$

Flexión

$M_u = 400^k \times 2 \text{ ft} = 800 \text{ ft} - k$; Intentar 12 #7. $A_s = 7,2 \text{ in.}^2$

$$\rho = A_s / b d = 0,0019; \rho_{\min} = 0,0018 \Rightarrow \text{Verifica}$$

$$\phi M_n = 0,9 \times 7,2 \times 60 \times 34,5 (1 - 0,59 \times 0,0019 \times 60 / 4) = 13.200 \text{ in.} - k = 1099 \text{ ft} - k$$

\Rightarrow Verifica

Desarrollo de las armaduras

$$\text{Barras \#7 rectas: } \ell_d = \frac{60.000}{20 \sqrt{4000}} \times 0,875 = 41,5"$$

$$\text{Barras \#7 con gancho: } \ell_{db} = 1200 \text{ db} / \sqrt{4000} = 16,6"$$

Aunque las barras rectas se pueden desarrollar totalmente en la distancia hasta la cara de la columna, usar barras con gancho siguiendo las prácticas habituales.

Fisuración

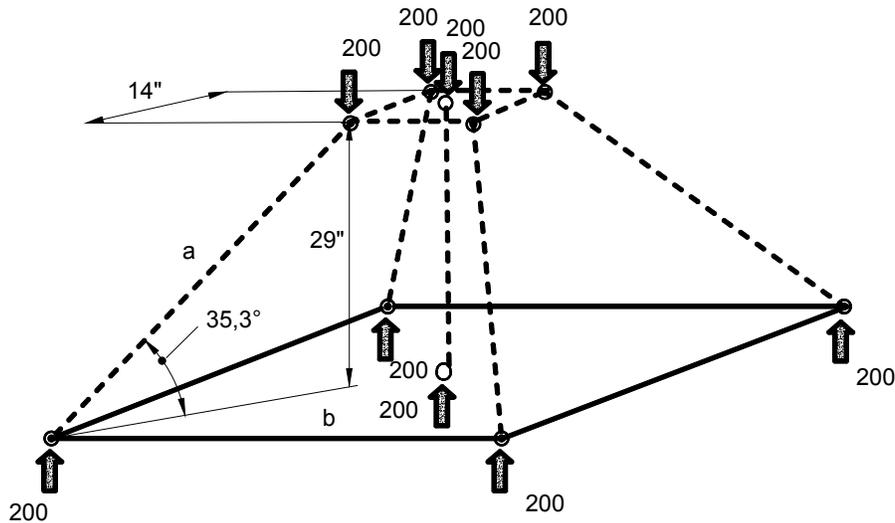
Verificar tensión por flexión bajo cargas de servicio en la cara de la columna:

$$SM = 9 \times 3,25^2 / 6 = 15,8 \text{ ft}^4$$

$$M_s = 133^k \times 2 \times 2' = 532 \text{ ft-k} \quad f_t = 532 / 15,8 = 33,7 \text{ ksf} = 233 \text{ psi} \approx 3,7 \sqrt{f'_c}$$

∴ Es poco probable que haya fisuración.

3 Modelo de bielas y tirantes según el Apéndice A de ACI 318-02 (Hipótesis 1)



Biela a: 346^k Compresión

Tirante b: 200^k Tracción

Figura 9-2: Modelo de bielas y tirantes

$$\text{Biela a} = 200 / \sin 35,3 = 346^k \quad \text{Compresión}$$

$$\text{Tirante b} = 346 \cos 35,3 / \sqrt{2} = 200^k \quad \text{Tracción}$$

$$\text{Biela c} = 200^k \quad \text{Compresión}$$

Ejemplo 9: Cabezal de pilotes

Armadura del tirante

$$\phi P_{nt} = \phi A_{st} f_y \geq P_u \Rightarrow 0,85 A_{st} 60 \geq 200 \Rightarrow A_{st} \geq 3,92 \text{ in.}^2$$

Usar 6 barras #8 ($A_{st} = 4,32 \text{ in.}^2$) ó 9 barras #6 ($A_{st} = 3,96 \text{ in.}^2$)

Elemento	Tipo	β	$\phi 0,85 \beta f'_c$ (ksi)
Bielas	Zona comp.	1,0	2,89
	En forma de botella	0,6	1,73
Nodos	CCC	1,0	2,89
	CCT	0,8	2,31
	CTT	0,6	1,73

Tabla 9-2: Elementos

Biela:

$$A_{cs_{req}} = \frac{346}{1,73} = 200$$

$$A_{cs} = 14 h_2 = 14 (14 \sin 35,3 + h_1 \cos 3,5)$$

$$\Rightarrow h_1 = 7,6'' \quad h_2 = 14,3''$$

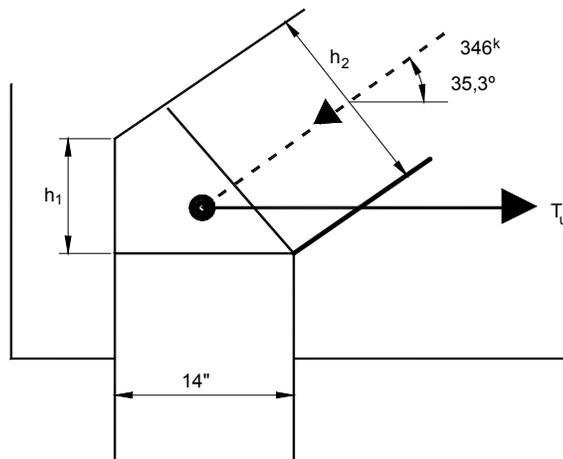


Figura 9-3: Nodo inferior

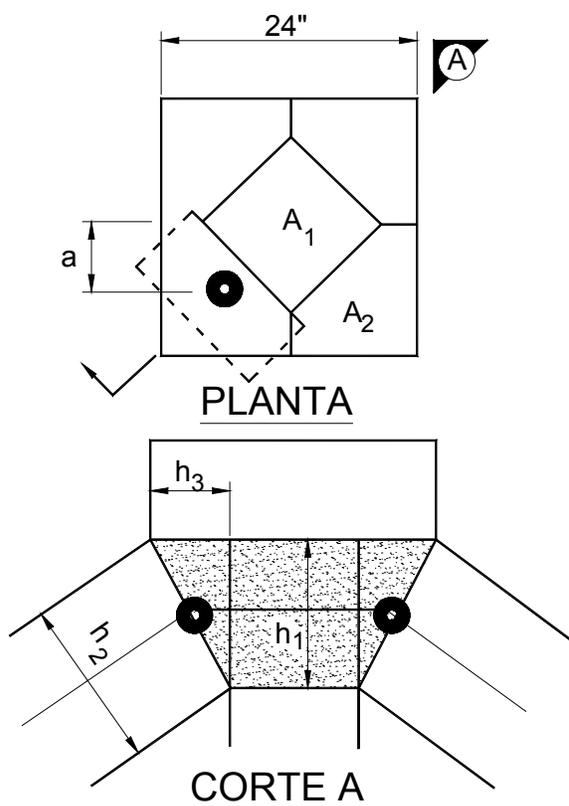


Figura 9-4: Nodo superior

Tirante traccionado:

$$T_u = 200^k \quad H_{c_{req}} = \frac{200}{0,85 \times 60} = 3,92 \text{ in.}^2$$

Usar 6 barras #8 en dos capas a 2 in. y 6 in. sobre el cabezal.

Verificación de la longitud de desarrollo: $\ell_{db} = 1200 \times 1,0 / \sqrt{4000} = 19,0 \text{ in.} \Rightarrow \text{Verifica}$

Armadura mínima: $\rho_{min} = 0,0018$

Separación máxima = 18 in.

Usar barras #6 separadas 6 in. entre pilotes $\rho = \frac{A_s}{bd} = \frac{0,44}{6 \times 39} = 0,0019$

Ejemplo 9: Cabezal de pilotes

Nodo superior:

$$A_1 = \frac{P_u}{\phi f_{cs}} = \frac{200}{1,73} = 116 \text{ in.}^2$$

$$A_2 = (24^2 - 116) / 4 = 115 \text{ in.}^2$$

Suponemos que las diagonales son cuadradas:

$$h_2 = \sqrt{346/1,73} = 14,1''$$

$$h_3 = 115/14,1 = 8,2''$$

$$h_2 = h_3 \sin 35,3 + h_1 \cos 35,3$$

$$\Rightarrow h_1 = 11,5''$$

Verificación biela d:

$$f_{cn} = \frac{346 \cos 35,3}{14,1 \times 11,5}$$
$$= 1,74 \text{ ksi} < 2,89$$

$$a = (\sqrt{116} / 2 + 8,2 / 2) / \sqrt{2}$$
$$= 6,70'' \quad (7'' \text{ supuesto})$$

$$\text{Altura total del cabezal de pilotes} = 29'' + \text{empotram. pilote} + (h_1/2)_{\text{inf.}} + (h_1/2)_{\text{sup.}}$$
$$= 29 + 9 + 7,6/2 + 11,5/2 = 47,5''$$

$$\text{Usar } 4' 0'' = 48''$$

4 Modelo de bielas y tirantes según el Apéndice A de ACI 318-02 (Hipótesis 2)

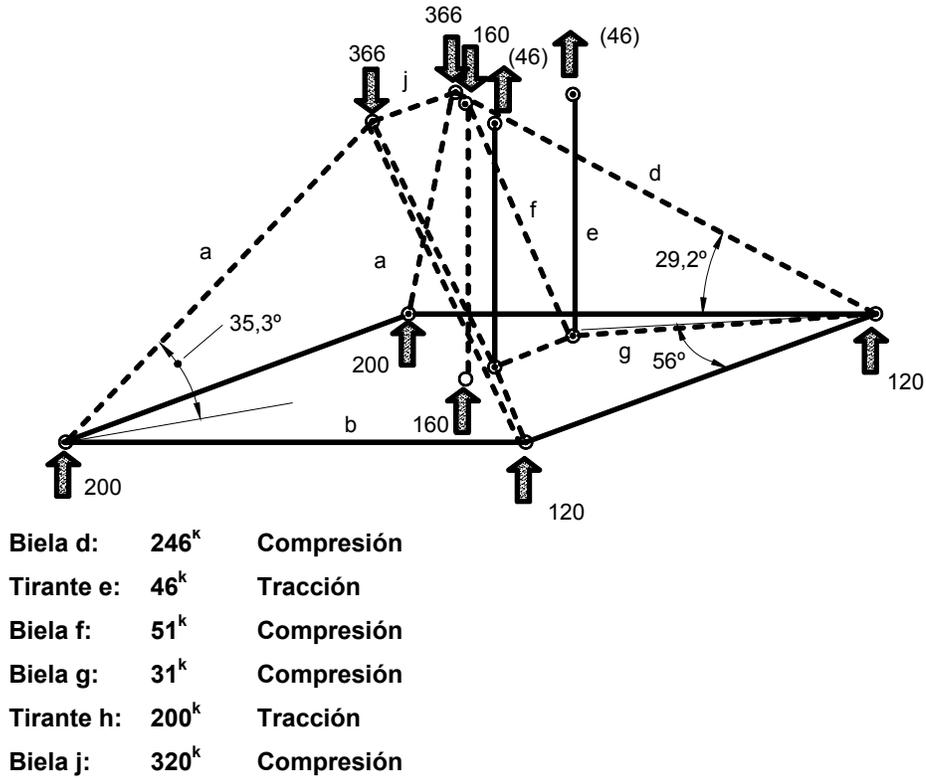


Figura 9-5: Modelo de bielas y tirantes

Nodo inferior

Según el Caso 1

Ejemplo 9: Cabezal de pilotes

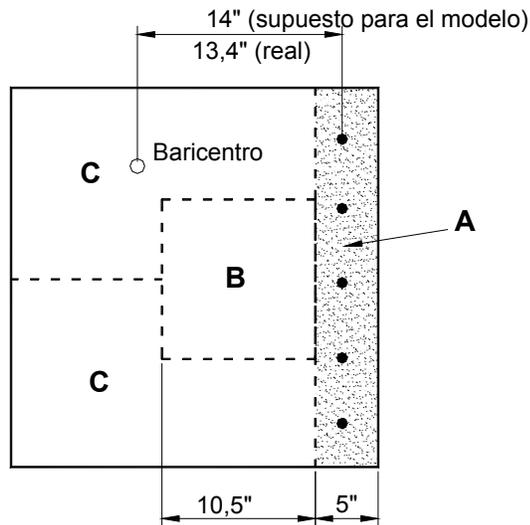


Figura 9-6: Nodo superior

Suponiendo que las bielas son cuadradas:

$$h_2 = \sqrt{P_u / \phi f_{cs}}$$

$$\phi f_{cs} \times h_2 \times h_3 \geq P_u \sin \theta$$

$$\Rightarrow h_3 \geq P_u \sin \theta / (\phi f_{cs} h_2)$$

$$h_2 = h_3 \sin \theta + h_1 \cos \theta$$

$$\Rightarrow h_1 = (h_2 - h_3 \sin \theta) / \cos \theta$$

Biela	Nodo	P_u	ϕf_{cs}	h_2	θ	ϕf_{cn}	h_3	h_1	$h_2 \times h_3$
Cent.	B	160	1,73	9,6	90	2,89	9,6	0,0	92
a	C	346	1,73	15,4	35,3	2,89	4,9	13,9	69
d	C	246	1,73	13,0	29,2	2,89	3,5	11,7	42
f	C	51	1,73	5,9	64,2	2,89	2,9	6,4	16
Total = A + B + 2C = 120 + 92 + 2 x 127 =									466

Tabla 9-3: Valores en los nodos

$$\text{Sección total de columna disponible} = 24^2 = 576 \text{ in.}^2 > 466 \text{ in.}^2$$

$$\text{Altura total del cabezal de pilotes} = 29" + \text{empotram. pilote} + (h_1/2)_{\text{inf.}} + (h_1/2)_{\text{sup.}}$$

$$= 29 + 9 + 7,6/2 + 13,9/2 = 48,8''$$

Usar 4' 0" = 48''

5 Resumen

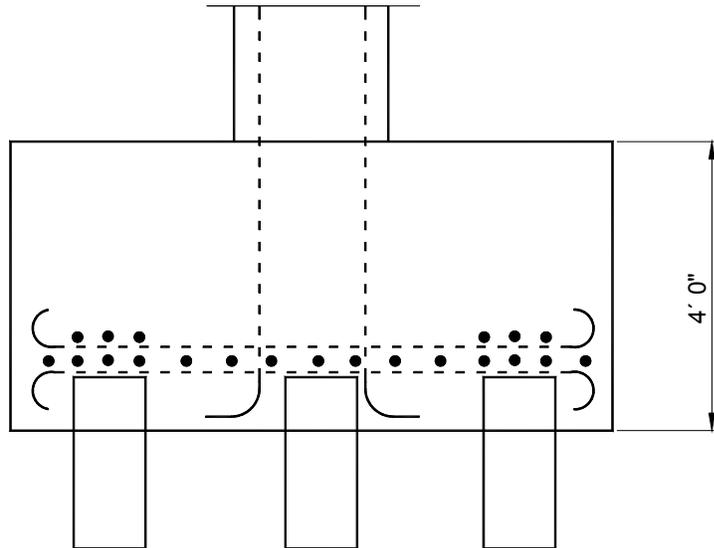


Figura 9-7: Diseño mediante modelos de bielas y tirantes de acuerdo con ACI 318-02

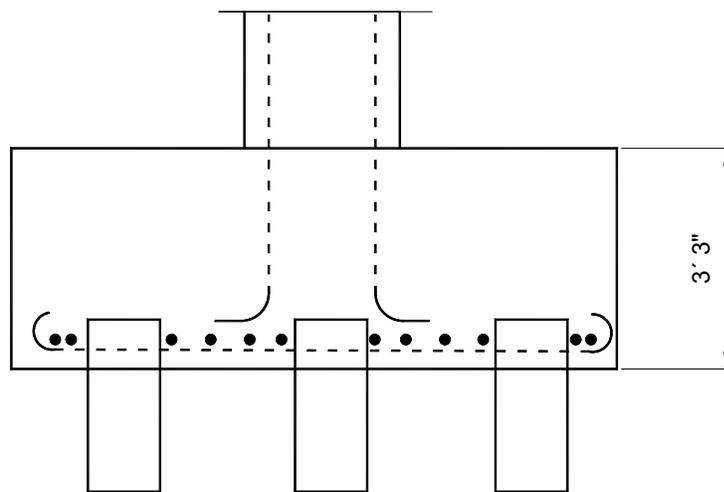


Figura 9-8: Diseño seccional de acuerdo con ACI 318-99

Ejemplo 9: Cabezal de pilotes

COMPARACIÓN		
Método:	Modelo de bielas y tirantes de acuerdo con ACI 318-02	Diseño seccional de acuerdo con ACI 318-99
Altura del cabezal	4' - 0"	3' - 3"
Armadura	12 barras #8 concentradas sobre los pilotes y 9 barras #6 (temperatura) entre pilotes, en cada dirección	12 barras #7 en cada dirección entre pilotes

Tabla 9-4: Comparación

6 Conclusiones

1. Los modelos de bielas y tirantes son aplicables al caso de cabezales de pilotes sometidos a carga vertical y momento de vuelco.
2. El diseño depende del criterio profesional.
3. Se requieren cálculos detallados en los nodos a fin de determinar la altura de los mismos y, consecuentemente, los detalles de las armaduras y altura del cabezal; sin embargo, es necesario adoptar algunas hipótesis simplificadoras:
 - Es necesario asumir tirantes cuadrados para simplificar la geometría donde se intersecan bielas en tres dimensiones.
 - Se deben despreciar las diferencias geométricas entre las bielas y los nodos (pero se deben realizar verificaciones para asegurar que el baricentro está ubicado correctamente y que el área del nodo es suficiente).
4. En comparación con los diseños tradicionales en los cuales la armadura se ubica entre los pilotes, el diseño mediante modelos de bielas y tirantes da por resultado mayor altura del cabezal y cantidad de armadura.
5. El diseño mediante modelos de bielas y tirantes es más racional y conduce a comportamientos más confiables.