

## **Parte 4**

### **Ejemplos**



## **Ejemplo 1a: Diseño de una viga de gran altura de acuerdo con ACI 318-02**

Claudia M. Uribe

Sergio M. Alcocer

### **Sinopsis**

Se diseñó una viga de gran altura cargada con dos cargas concentradas en su parte superior, de acuerdo con el Apéndice A del Código ACI 318-02. El análisis y diseño usando modelo de bielas y tirantes se realizaron de manera eficiente y directa. La metodología de bielas y tirantes proporciona un marco que permite comprender y evaluar el flujo de fuerzas y los mecanismos resistentes. Además, constituye una valiosa herramienta para lograr un correcto detallado de los miembros dúctiles de hormigón.

**Claudia M. Uribe** fue investigador asistente en el Área de Ingeniería Estructural y Geotecnia en el Centro Nacional para la Prevención de Desastres (CENAPRED). Posee un B.Sc. de EAFIT, Medellín, Colombia y un M.Sc. de la Universidad Autónoma de México (UNAM). Sus investigaciones incluyen el comportamiento sísmico de las estructuras de hormigón armado.

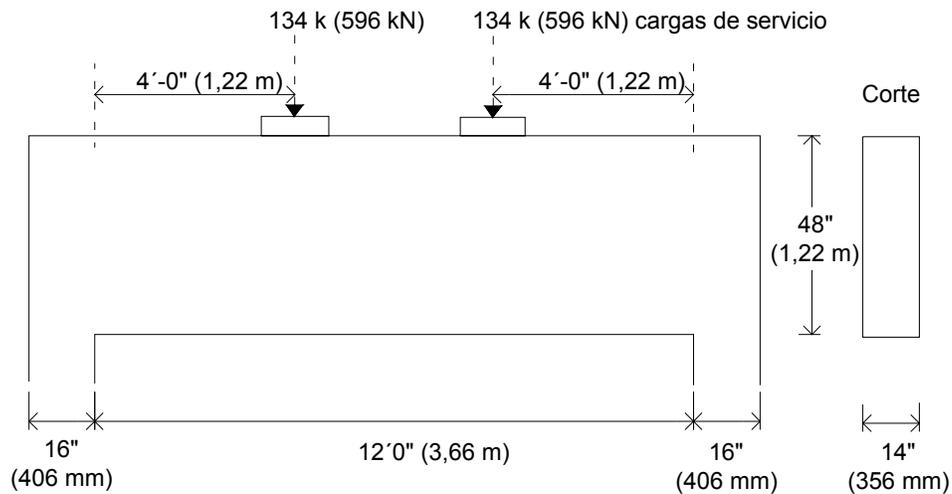
**Sergio M. Alcocer**, FACI, es profesor e investigador en el Instituto de Ingeniería de la UNAM y Director de Investigaciones en el CENAPRED. Es miembro de los Comités ACI 318, Requisitos del Código de Construcción, y 374, Diseño Sísmico de Edificios de Hormigón; también es miembro del Comité conjunto ACI-ASCE 352, Juntas y Uniones en Estructuras de Hormigón Monolítico. Preside el Comité sobre Normas para Mampostería y es miembro del comité sobre Normas para Hormigón Armado del Código de Construcción de la Ciudad de México. Sus investigaciones incluyen el diseño sismorresistente de estructuras de mampostería y hormigón.

## 1 Planteo del problema

Diseñar la viga simplemente apoyada cargada con dos cargas concentradas factoreadas de  $134^k \times 1,6 = 214^k$  (952 kN) cada una en un tramo libre de 12 ft. (3,66 m), como se ilustra en la Figura (1-1).

La viga tiene un ancho de 14 in. (356 mm) y una altura total de 48 in. (1,22 m). La longitud de la placa de apoyo bajo cada una de las cargas concentradas es de 16 in. (406 mm) y su ancho es el mismo de la viga, es decir, 14 in. (356 mm).

Usar  $f'_c = 4000$  psi (27,6 MPa) y  $f_y = 60.000$  psi (414 MPa). Despreciar el peso propio de la viga.



$$P = 134k \times 1,6 = 214k \text{ (952 kN)}$$

$$b = 14 \text{ in. (356 mm)}$$

$$h = 48 \text{ in. (1,22 m)}$$

$$f'_c = 4000 \text{ psi (27,6 MPa)}$$

$$f_y = 60.000 \text{ psi (414 MPa)}$$

Figura 1-1: Miembro y cargas

## 2 Parámetros del modelo de bielas y tirantes

### 2.1 Resistencia a la compresión del hormigón (Secciones A.3.2 y A.5.2 de ACI 318-2002)

$$f_{cu} = 0,85\beta_2 f_c'$$

$\beta_2$  = factor que toma en cuenta los efectos de la fisuración y la armadura de confinamiento sobre la resistencia efectiva a la compresión de una biela,  $\beta_s$ , o una zona nodal,  $\beta_n$

$f_c'$  = resistencia a la compresión especificada del hormigón

$$f_{cu} = 0,85 \times 4000 \times \beta_2 = 3400 \beta_2, \text{ psi (23,4 } \beta_2; \text{ MPa)} \quad (1-1)$$

En este ejemplo los valores de  $\beta_2$  son

*Bielas,  $\beta_s$*  (Sección A.3.2 de ACI 318-2002):

- |   |      |
|---|------|
| a. Bielas en zonas no fisuradas y ubicadas de manera tal que la sección transversal a la mitad de la biela es igual a la sección en los nodos, tales como la zona comprimida de una viga (a los fines de este ejemplo, bielas tipo a) | 1,00 |
| c. Bielas ubicadas de manera tal que el ancho de la biela en su parte media es o puede ser mayor que el ancho en los nodos, con armadura que satisface A.3.3 (a los fines de este ejemplo, bielas tipo c)                             | 0,75 |

*Zonas nodales,  $\beta_n$*  (Sección A.5.2 de ACI 318-2002):

- |  |      |
|--|------|
| e. Zonas nodales limitadas por bielas o áreas de apoyo, o ambas (Tipo CCC) | 1,00 |
| f. Zonas nodales que anclan un tirante en una sola dirección (Tipo CCT)    | 0,80 |
| g. Zonas nodales que anclan tirantes en más de una dirección (Tipo CTT)    | 0,60 |

Tabla 1-1: Resistencia del hormigón en bielas y zonas nodales

Tipo	Bielas		Tipo	Zonas nodales	
	$\beta_2 = \beta_s$	$f_{cu}, \text{ psi}^* \text{ (MPa)}$		$\beta_2 = \beta_n$	$f_{cu}, \text{ psi}^* \text{ (MPa)}$
a. Cordón no fisurado (prismática)	1,0	3400 (23,4)	e. CCC	1,0	3400 (23,4)
c. Biela inclinada (en forma de botella)	0,75	2550 (17,6)	f. CCT	0,8	2720 (18,8)
			g. CTT	0,6	2040 (14,1)

\* de la ecuación (1-1) en este ejemplo

## 2.2 Resistencia de bielas, tirantes y zonas nodales

Se deberá satisfacer la siguiente condición:

$$\phi F_n \geq F_u \quad (\text{Ec. A-1}) \quad F_u = \text{fuerza en la biela o tirante, o fuerza que actúa en un nodo debido a las cargas factoreadas}$$

$F_n$  = resistencia nominal de la biela

$\phi$  = factor de reducción de la resistencia (según 9.3.2.6); para todos los elementos del reticulado,  $\phi = 0,75$

Resistencia de las bielas (Sección A.3)

$$F_{ns} = f_{cu} A_c \quad (\text{Ec. A-2}) \quad F_{ns} = \text{resistencia nominal a la compresión del hormigón en una biela}$$

$f_{cu}$  = resistencia efectiva a la compresión

$A_c$  = menor sección transversal efectiva de la biela

Resistencia de los tirantes (Sección A.4)

Debido a que el tirante está compuesto por armadura no pretensada:

$$F_{nt} = A_{st} f_y \quad (\text{Ec. A-6}) \quad F_{nt} = \text{resistencia nominal de un tirante}$$

$A_{st}$  = sección de armadura no pretensada en un tirante

$f_y$  = resistencia a la fluencia especificada del tirante no pretensado

Resistencia de las zonas nodales (Sección A.5)

$$F_{nn} = f_{cu} A_n \quad (\text{Ec. A-6}) \quad F_{nn} = \text{resistencia nominal a la compresión de una zona nodal}$$

$f_{cu}$  = resistencia efectiva a la compresión de una zona nodal

$A_n$  = área de la cara de la zona nodal

Ejemplo 1a: Diseño de una viga de gran altura de acuerdo con ACI 318-02

### 3 Procedimiento de diseño mediante bielas y tirantes (Sección A.2 de ACI 318-2002)

#### 3.1 Diseño a flexión

Para desarrollar el modelo de bielas y tirantes es conveniente conocer el tamaño (altura) del bloque de hormigón comprimido.

Suponiendo que se disponen dos capas de barras No. 8 para el momento positivo, la altura efectiva sería:

$$d = h - \text{recubrimiento} - d_{b \text{ estribo No.5}} - d_{b \text{ No.8}} - \frac{1}{2} s_v \quad (1-2)$$

$$= 48 \text{ in.} - 1,5 \text{ in.} - 0,625 \text{ in.} - 1,0 \text{ in.} - \frac{1}{2} \text{ in.} = 44,4 \text{ in.} (1,13 \text{ m})$$

donde  $s_v$  es la separación vertical entre las dos capas de barras No. 8.

De acuerdo con la Sección R9.1 de ACI 318-2002

$$M_u \leq \phi M_n$$

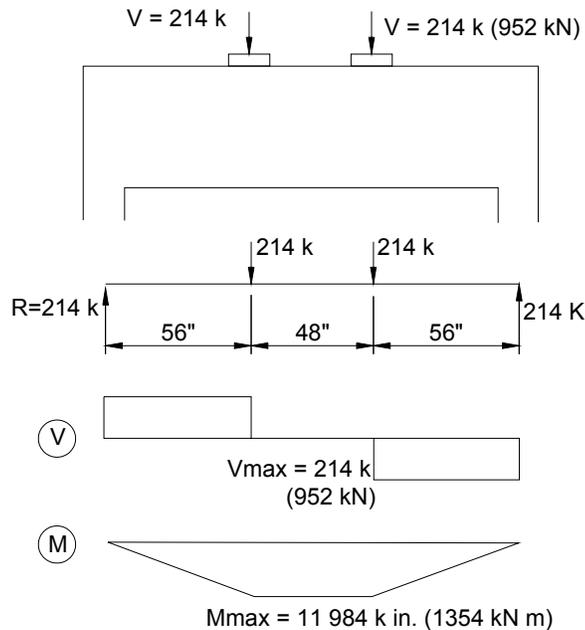


Figura 1-2: Diagramas de corte y momento flector

donde:

$\phi$  = factor de reducción de la resistencia. Para flexión,  $\phi = 0,9$  (Sección 9.3.2.1)

$M_u = 11.984 \text{ k}\cdot\text{in.}$  (1354 kN m).

$$M_u = A_s f_y \left( d - \frac{a}{2} \right) = A_s f_y \left( d - \frac{A_s f_y}{2 \times 0,85 f_c b} \right) \quad (1-3)$$

Por lo tanto,

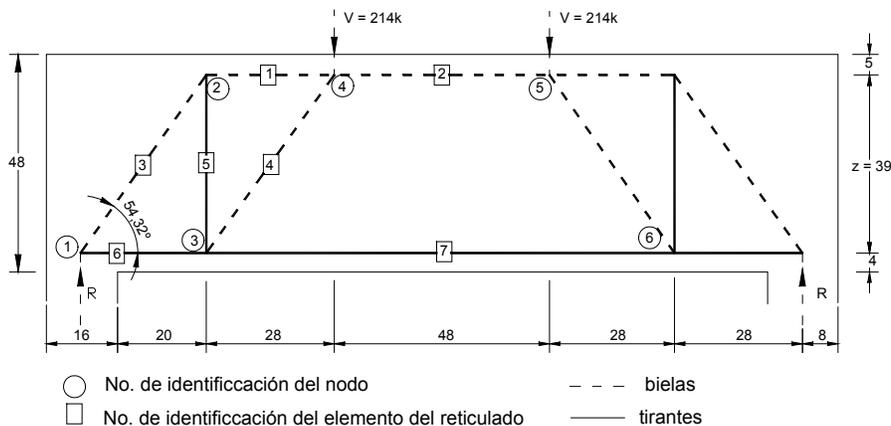
$$11.984 \text{ k}\cdot\text{in.} \leq 0,9 A_s \times 60.000 \text{ psi} \left( 44,4 - \frac{A_s \times 60.000 \text{ psi}}{2 \times 0,85 \times 4000 \text{ psi} \times 14 \text{ in.}} \right)$$

resolviendo para  $A_s$ ,  $A_s \geq 5,4 \text{ in.}^2$  (3480 mm<sup>2</sup>),  $c = 8,5 \text{ in.}$  (216 mm)

### 3.2 Modelo de bielas y tirantes

De 3.1:  $c$  (distancia entre la fibra extrema comprimida y el eje neutro) = 8,5 in (216 mm). Para el modelo de bielas y tirantes intentar con una profundidad de biela horizontal (a) igual a 10 in. (254 mm) (en la región de momento constante).

La Figura (1-3) muestra el modelo de bielas y tirantes propuesto.



$V = 214.000 \text{ lb}$ (952 kN)	$b = 14 \text{ in.}$ (356 mm)
$R = 214.000 \text{ lb}$ (952 kN)	$h = 48 \text{ in.}$ (1,22 m)
$f_c = 4000 \text{ psi}$ (27,6 MPa)	$l_b = 16 \text{ in.}$ (406 mm)
$f_y = 60.000 \text{ psi}$ (414 MPa)	$a = 10 \text{ in.}$ (254 mm)

Figura 1-3: Modelo de bielas y tirantes propuesto ( $z = 39 \text{ in.}$  [990 mm])

### 3.3 Resolución del reticulado

En la Figura (1-4) se ilustran las fuerzas en el reticulado calculadas en base a su geometría.

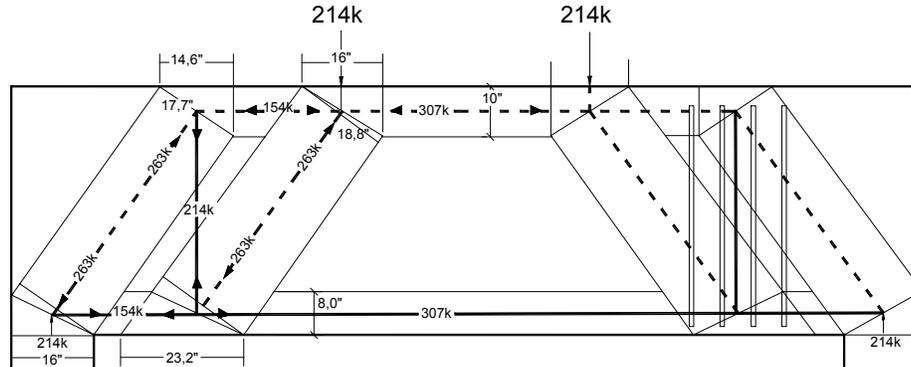


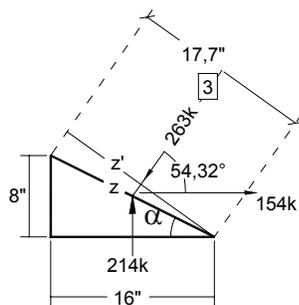
Figura 1-4: Fuerzas en el reticulado

### 3.4 Verificación de las resistencias de las bielas y zonas nodales

La verificación de las resistencias de las bielas y zonas nodales se debería realizar comparando el área de biela o zona nodal disponible con el área requerida. En este ejemplo, debido a que el ancho de la viga y el ancho de las placas de apoyo y apoyos son iguales (es decir, 14 in. ó 356 mm), la verificación se hará comparando el ancho de biela o zona nodal disponible,  $w_{prob}$ , con el requerido,  $w_{req}$ . Por lo tanto, para las bielas y nodos,  $w_{req}$  se calculará usando la Ecuación (1-4). Ver Figuras (1-5a) a (1-5d).

$$w_{req} = \frac{F_u}{\phi f_{cu} b} = \frac{F_u}{\phi 0,85\beta_2 f'_c b} \quad (1-4)$$

Nodo 1



$$z = 17,89 \text{ in.} [454,4 \text{ mm}]$$

$$\alpha = 26,6^\circ ; \theta = 54,3^\circ$$

$$z' = l_b \sin \theta + w_t \cos \theta =$$

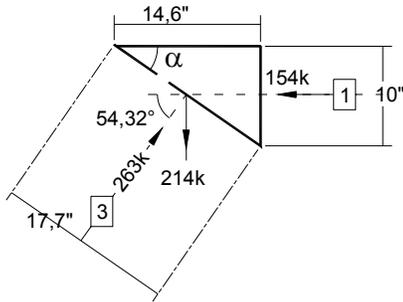
$$16 \sin 54,3^\circ + 8 \cos 54,3^\circ = 17,7 \text{ in.}$$

Por lo tanto, para la biela 3

$$w_{prov} = 17,7 \text{ in.} (450 \text{ mm})$$

Figura 1-5a: Nodo 1

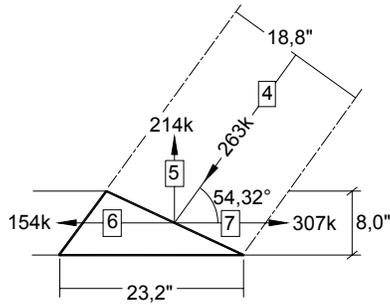
Nodo 2



Para la biela 1,  $w_{prov} = 10$  in. (254 mm) (del diseño a flexión)  
 $z' = 17,69$  in. (449 mm)  
 Por lo tanto,  
 ancho de la zona nodal = 14,6 in. (371 mm)

Figura 1-5b: Nodo 2

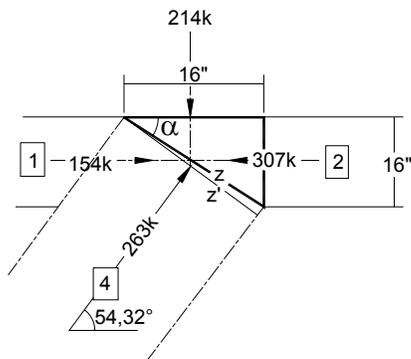
Nodo 3



El ancho de 18,8 in. se obtiene de la solución del Nodo 4 (Figura 1-5d).

Figura 1-5c: Nodo 3

Nodo 4



$$z = 18,88 \text{ in. [480 mm]}$$

$$\alpha = 32^\circ ; \theta = 54,3^\circ$$

$$z' = l_b \sin \theta + w_t \cos \theta =$$

$$16 \sin 54,3^\circ + 10 \cos 54,3^\circ = 18,8 \text{ in.}$$

Por lo tanto, para la biela 4

$$w_{prov} = 18,8 \text{ in. (478 mm)}$$

Figura 1-5d: Nodo 4

Ejemplo 1a: Diseño de una viga de gran altura de acuerdo con ACI 318-02

**Biela 1 (cálculo ilustrativo)**

$$W_{req} = \frac{F_u}{\phi f_{cu} b_w} = \frac{F_u}{\phi 0,85 \beta_2 f'_c b_w} = \frac{153.661}{0,75 \times 0,85 \times 1,0 \times 4000 \times 14} = 4,3 \text{ in. (109 mm)}$$

donde

$\beta_2 = 1,0$ ; se trata de una cuerda no fisurada, biela Tipo *a*, de la Tabla (1-1)

$b =$  ancho del miembro = 14 in.

De acuerdo con la geometría de la zona nodal, ilustrada en la Figura (1-5b), se puede proponer un ancho de 10,0 in. (254 mm) ( $w_{prov} = 10$  in.). Por lo tanto es adecuado.

La verificación de la resistencia de las demás bielas se indica en la Tabla (1-2) y para los nodos en la Tabla (1-3) y la Figura (1-5).

Tabla 1-2: Verificación de la resistencia de las bielas

Elemento	$\beta_2^1$	$\theta^2$	$F_{uc}^3$	$W_{req}^4$	$W_{prov}^5$	√: Verifica	Solución propuesta
Nodo		(°)	lb (kN)	in. (mm)	in. (mm)		
#	<i>i - j</i>						
1	2-4	1,00	0	153.661 (684)	4,3 (109)	10,0 (254)	√
						10,0 (254)	√
2	4-5	1,00	0	307.323 (1367)	8,6 (219)	10,0 (254)	√
						10,0 (254)	√
3	1-2	0,80	54,32	263.454 (1172)	9,2 (234)	17,7 (450)	√
						17,7 (450)	√
4	3-4	0,80	54,32	263.454 (1172)	9,2 (234)	18,8 (478)	√
						18,8 (478)	√

Notas: <sup>1</sup> De la Tabla 1-1

<sup>2</sup> Del modelo de bielas y tirantes propuesto, Figura (1-3);  $\beta_2 = \beta_s$

<sup>3</sup> De la resolución del reticulado (Sección 3.3 y Figura (1-4) de este ejemplo)

<sup>4</sup> Ancho requerido para las bielas (de la ecuación (1-4))

<sup>5</sup> Ancho provisto para las bielas, considerando la geometría y las condiciones de apoyo.

Tabla 1-3: Verificación de la resistencia de las zonas nodales

Nodo	$\beta_2^1$	Tipo <sup>2</sup>	Fuerza <sup>3</sup>	$F_u^4$ lb (kN)	$W_{p\text{ req}}^5$ in. (mm)	$W_{p\text{ prov}}^6$ in. (mm)	√: Verifica	Solución propuesta
1	0,8	CCT	R	214.000 (952)	7,5 (190)	16,0 (406)	√	Distribuc. de la armadura
			S1-2	263.454 (1172)	9,2 (234)	17,7 (450)	√	
			T1-3	153.661 (684)	5,4 (137)	8,0 (203)	√	
2	0,8	CCT	S2-1	263.454 (1172)	9,2 (234)	17,7 (450)	√	
			S2-4	153.661 (684)	5,4 (137)	10,0 (254)	√	
			T2-3	214.000 (952)	7,5 (190)	54,0 (1372)	√	
3	0,6	CTTT	S3-4	263.454 (1172)	12,3 (312)	18,8 (478)	√	
			T3-2	214.000 (952)	10 (254)	54,0 (1372)	√	
			T3-1	153.661 (684)	7,2 (182)	8,0 (203)	√	
			T3-6	307.323 (1367)	14,3 (364)	8,0 (203)	×	
4	1,0	CCCC	V	214.000 (952)	6,0 (152)	16,0 (406)	√	
			S4-3	263.454 (1172)	7,4 (187)	18,8 (478)	√	
			S4-2	153.661 (684)	4,3 (109)	10,0 (254)	√	
			S4-5	307.323 (1367)	8,6 (219)	10,0 (254)	√	

Notas: <sup>1</sup> De la Tabla 1-1;  $\beta_2 = \beta_s$

<sup>2</sup> Del modelo de bielas y tirantes propuesto, Figura (1-3)

<sup>3</sup> R = reacción; S = biela; T = tirante; V = carga concentrada

<sup>4</sup> De la resolución del reticulado (Sección 3.3 y Figura (1-4) de este ejemplo)

<sup>4</sup> Ancho requerido para los nodos (de la ecuación (1-4))

<sup>5</sup> Ancho provisto para los nodos, considerando la geometría y las condiciones de apoyo.

### Verificación de la resistencia de apoyo en los puntos de carga y reacción

De la Figura (1-2), la carga última y las reacciones son

$$V = R = 214 \text{ k} \quad (952 \text{ kN})$$

Como la placa de carga es de 16 x 14 in., su área es

$$A_A = 16 \times 14 \text{ in.}^2 \quad (406 \times 356 \text{ mm}^2)$$

Ejemplo 1a: Diseño de una viga de gran altura de acuerdo con ACI 318-02

Por lo tanto, la tensión de compresión es igual a

$$\sigma_A = \left( \frac{V}{\phi A_A} = 1274 \text{ psi} \right) (8,78 \text{ MPa}) \quad (1-5)$$

De acuerdo con la sección 2.1 de este ejemplo, se debe satisfacer que  $\sigma_A \leq f_u$ , es decir,  $\sigma_A \leq \phi 0,85 \beta_2 f_c'$ .

Para el nodo 4, tipo CCC,

$$1274 \text{ psi (8,78 MPa)} \leq \phi 0,85 \beta_2 f_c' = \phi 3400 \text{ psi} = 2550 \text{ psi (17,6 MPa)} \quad (\text{Verifica})$$

Para el nodo 1, tipo CCT,

$$1274 \text{ psi (8,78 MPa)} \leq \phi 0,85 \beta_2 f_c' = \phi 2720 \text{ psi} = 2040 \text{ psi (14,1 MPa)} \quad (\text{Verifica})$$

### 3.5 Armadura requerida en los tirantes

Una vez verificada la resistencia de las bielas y los nodos, se determina la cantidad de armadura requerida en los tirantes.

Tabla 1-4: Requisitos de armadura

Elemento #	Nodo <i>i - j</i>	$\beta_2$	$\theta$ (°)	$F_{ut}$ lb (kN)	$A_{s \text{ req}}^1$ in. <sup>2</sup> (mm <sup>2</sup> )	$A_{s \text{ prov}}^2$ in. <sup>2</sup> (mm <sup>2</sup> )	√: Verifica	Solución propuesta
5	2-3	---	90	214.000 (952)	4,8 (3100)	4,96 (3200)	√	8 Estribos No. 5 @ 4 in.
6	1-3	---	0	153.661 (684)	3,4 (2190)	4,74 (3060)	√	$A_s = 6$ No. 8
7	3-6	---	0	307.323 (1367)	6,8 (4390)	7,2 (4650)	√	$A_s = 8$ No. 8 y 2 No. 6

Notas: <sup>1</sup> Sección de tirantes requerida ( $A_s = F_{ut}/\phi f_y$ );  $\phi = 0,75$

<sup>2</sup> Sección de tirantes provista.

<sup>3</sup> Para el tirante 7, para permitir su distribución se utilizaron barras No. 6 y No. 8 en vez de barras No. 10.

#### Tirante 6 (del nodo 1 al nodo 3)

De la Tabla (1-4)

$$A_{s \text{ req}} = 3,4 \text{ in.}^2 (2190 \text{ mm}^2): \text{ Usar 6 barras No. 8 (} A_{s \text{ prov}} = 4,74 \text{ in.}^2 [3060 \text{ mm}^2]) \text{ en dos capas}$$

Es necesario anclar las barras mediante ganchos, barras con cabeza, anclajes mecánicos o desarrollo lineal de las barras (Sección A.4.3 de ACI 318-2002).

De la Sección 12.5.2 de ACI 318-2002, la longitud de anclaje de una barra terminada en gancho a  $90^\circ$  es

$$l_{dh} = \frac{0,02\beta\lambda f_y}{\sqrt{f_c}} d_b = 19 \text{ in. (483 mm) para barras No. 8} \quad (1-6)$$

donde  $\beta = 1$ ;  $\lambda = 1$ ;  $d_b$  = diámetro de la barra (en este caso,  $d_b = 1 \text{ in. [25,4 mm]}$ )

$l_{dh}$  está modificado por el factor (a) de la Sección 12.5.3

Sección 12.5.3.a: factor = 0,7 debido a que se provee un recubrimiento de hormigón de espesor  $\geq 2\frac{1}{2} \text{ in. (64 mm)}$  en la dirección perpendicular al plano del gancho, y un recubrimiento de hormigón de espesor  $\geq 2 \text{ in. (51 mm)}$  en la dirección de la extensión de la barra.

Por lo tanto,  $l_{dh} = 19 \text{ in.} \times 0,7 = 13,3 \text{ in. (338 mm)}$  para las barras No. 8.

El anclaje disponible es (Figura 1-6):

$l_{dh \text{ disponible}} =$  longitud de la zona nodal extendida – recubrimiento –  $d_b$  de la armadura horizontal de corte

$$l_{dh \text{ disponible}} = 16 + 4 / \tan 54,3^\circ - 1,5 - 0,625 = 16,7 \text{ in. (425 mm)}$$

$$l_{dh \text{ disponible}} > l_{dh} \quad (\text{Verifica})$$

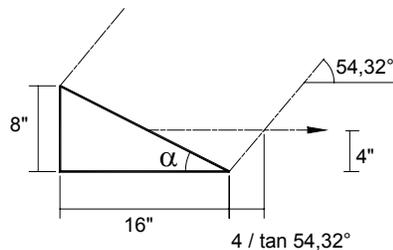


Figura 1-6: Longitud de anclaje disponible en la zona nodal extendida en el Nodo 1

### Tirante 7 (del nodo 3 al nodo 6)

De la Tabla (1-4)

$$A_{s \text{ req}} = 6,8 \text{ in.}^2 \text{ (4390 mm}^2\text{)}$$

Es evidente que no alcanza con extender las 6 barras No. 8 del tirante 6. Por lo tanto, se requiere una sección adicional de armadura, la cual se calcula como  $6,8 \text{ in.}^2 - 4,74 \text{ in.}^2 = 2,06 \text{ in.}^2$ . Usar ocho barras No. 8 y dos barras No. 6 ( $A_{s \text{ prov}} = 7,2 \text{ in.}^2 \text{ [4650 mm}^2\text{]}$ ).

Es conveniente distribuir la armadura uniformemente en un área de hormigón al menos igual a la fuerza de tracción en el tirante dividida por la tensión de compresión limitante aplicable para el nodo. En este ejemplo,

Ejemplo 1a: Diseño de una viga de gran altura de acuerdo con ACI 318-02

$$A = \frac{F_{u \text{ tirante}}}{f_{cu}} = \frac{307.323}{2040} = 151 \text{ in.}^2 \text{ (97.420 mm}^2\text{)} \quad (1-7)$$

$$w = 151/b = 11 \text{ in. (279 mm)} \quad (1-8)$$

Por lo tanto, distribuir las ocho barras No. 8 y las dos barras No. 6 verticalmente en una altura de 11 in. (279 mm).

Para anclar las barras No. 6 usar la tabla de la Sección 12.2.2 de ACI 318-2002

$$l_d = \frac{f_y \alpha \beta \lambda d_b}{25 \sqrt{f'_c}} \quad (1-9)$$

$$l_d = \frac{60.000 \times 1,0 \times 1,0 \times 1,0 \times 0,75}{25 \sqrt{4000}} = 28,5 \text{ in. (724 mm)}$$

Se asumió que:

$\alpha = 1,0$  (no se cuelan más de 12 in. (305 mm) debajo de las barras),

$\beta = 1,0$  (armadura sin recubrimiento epoxi), y

$\lambda = 1,0$  (hormigón de peso normal).

El anclaje disponible es:

$l_{dh \text{ disponible}} =$  distancia entre la sección crítica y el borde de la viga – recubrimiento –  $d_b$  de la armadura horizontal de corte, Figura (1-3)

$$l_{dh \text{ disponible}} = 36 \text{ in.} - 1,5 \text{ in.} - 0,625 \text{ in.} = 33,9 \text{ in. (861 mm)}$$

$$l_{dh \text{ disponible}} > l_{dh} \quad (\text{Verifica})$$

Por lo tanto, colocar las barras No. 8 con una separación (vertical) de 3 in. (76 mm) y con  $l_d = 34$  in. (864 mm) (para mejorar el confinamiento en la zona nodal). Las barras rectas No. 6 se extienden en la totalidad de la longitud de la viga.

### **Tirante 5 (del nodo 2 al nodo 3)**

De la Tabla (1-4)

$$A_{s \text{ req}} = 4,8 \text{ in.}^2 \text{ (3100 mm}^2\text{)}$$

De la Sección 11.8.4 de ACI 318-2002

$$s \leq \begin{cases} d/5 = 8,9 \text{ in. (226 mm)} & (\text{controles}) \\ 12 \text{ in. (305 mm)} \end{cases}$$

Usar ocho estribos cerrados No. 5 ( $A_{s \text{ prov}} = 4,96 \text{ in.}^2$  [3200 mm<sup>2</sup>]). Usar dos barras No. 5 dentro de las esquinas superiores continuas a lo largo de la viga. Estos estribos deberán tener codos a 135 grados alternando alrededor de una u otra barra. Colocar los estribos con una separación de 4 in. (102 mm).

### 3.6 Armadura para las bielas en forma de botella 3 y 4

En la Sección A.3.3 se especifica que las bielas 3 y 4 deben ser cruzadas por capas o mallas de armadura paralelas al plano del miembro.

Además, debido a que el ancho del alma es mayor que 8 in. (203 mm), es conveniente colocar una capa o malla de armadura próxima a cada cara.

De la ecuación (A-4)

$$\sum \frac{A_{s_i}}{bs_i} \sin \gamma_i = \rho_{vi} \sin \gamma_i \geq 0,003 \quad (\text{Ec. A-4})$$

donde

$A_{s_i}$  = sección total de armadura con separación  $s_i$  en una capa de armadura con barras formando un ángulo  $\gamma_i$  respecto del eje de la biela.

Supongamos que sólo se coloca armadura horizontal y que  $\gamma_i = 54,32^\circ$

$$\frac{2A_{s_i}}{bs_i} = \frac{0,003}{\sin 54,3^\circ} \quad (1-10)$$

$a_{s_i} \geq 0,0259 s_i$  Pero de la Sección 11.8.5 de ACI 318-2002

$$s \leq \begin{cases} d/5 = 8,9 \text{ in. (226 mm)} & (\text{controles}) \\ 12 \text{ in. (305 mm)} \end{cases}$$

Supongamos  $s = 7 \text{ in. (178 mm)}$ ,  $a_{svh} \geq 0,18 \text{ in.}^2 (116 \text{ mm}^2)$ . Usar barras No. 4 con separación de 7 in. (178 mm) en cada cara.

## 4 Disposición de la armadura

En la Figura 1-7 se ilustra la disposición final de la armadura.

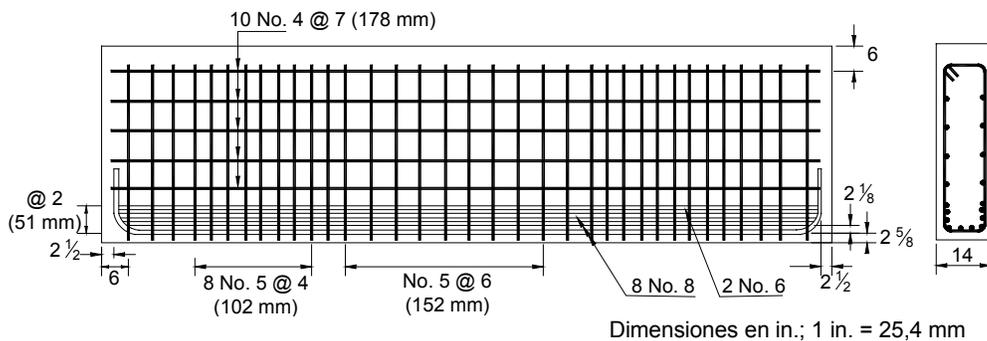


Figura 1-7: Disposición de la armadura

## 5 Modelos opcionales

El modelo de bielas y tirantes resuelto (ver Figura 1-3) es uno entre varios modelos que se podrían haber seleccionado. En el modelo supuesto se consideró que la transferencia de cargas se lograba mediante la formación de un reticulado compuesto por dos bielas inclinadas próximas a cada apoyo. Este modelo se seleccionó por su sencillez y porque requería estribos a lo largo de la longitud de corte, lo cual se consideró un detalle de seguridad.

Opcionalmente se podrían haber seleccionado otros dos modelos de bielas y tirantes. En la Figura 1-8 se presenta el modelo de bielas y tirantes recomendado en las Recomendaciones FIP 1999. En este modelo parte de la carga se transfiere directamente de la placa de carga al apoyo a través de una biela inclinada. El resto es resistido por los estribos mediante un reticulado simple, similar al supuesto en la resolución de este ejemplo. Las Recomendaciones FIP consideran que se pueden superponer ambos mecanismos portantes (es decir, biela directa y mecanismo reticulado). La distribución de la carga entre estos dos mecanismos depende de la relación entre la longitud de corte y el brazo de palanca interno, y se determina por medio de ecuaciones que han sido verificadas mediante resultados de ensayos.

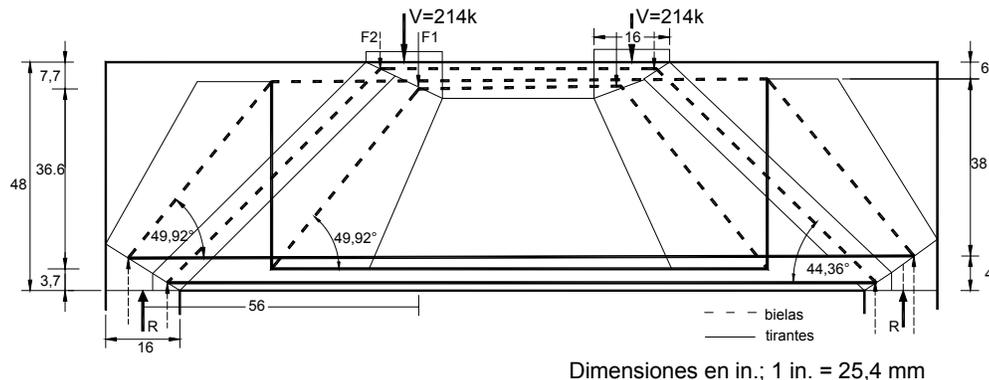


Figura 1-8: Modelo de acuerdo con FIP 1999

Otro modelo de bielas y tirantes que se podría haber seleccionado considera que en cada extremo de la viga la carga es transferida al apoyo por medio de una sola biela inclinada (Figura 1-9). Este modelo no requiere estribos verticales a lo largo de la longitud de corte (es decir, entre la placa de carga y el apoyo de la viga) para mantener el equilibrio. En ausencia de estribos es dable esperar grandes fisuras con cargas muy por debajo de la carga última y, por lo tanto, no se recomienda utilizar este modelo para el diseño. Sin embargo, se podría argumentar a favor de un modelo similar a este, siempre que se disponga armadura vertical mínima de estribos.

Ejemplo 1a: Diseño de una viga de gran altura de acuerdo con ACI 318-02

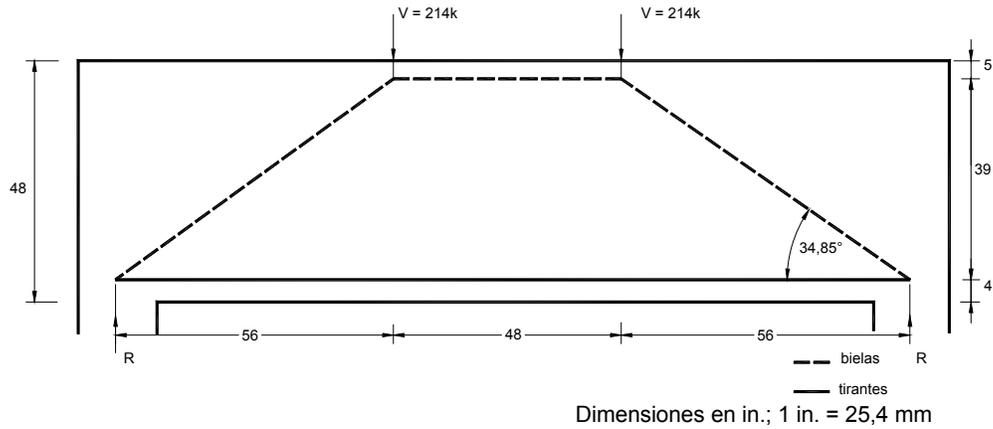


Figura 1-9: Carga transferida directamente al apoyo

## 6 Comentarios finales

El análisis del modelo de bielas y tirantes seleccionado resultó rápido y directo, y el diseño y verificación de la resistencia se efectuó con sencillez. Se halló que la metodología de bielas y tirantes proporciona un marco que permite comprender y evaluar el flujo de fuerzas y los mecanismos resistentes. Además, se demostró que constituye una valiosa herramienta para lograr un correcto detallado de los miembros dúctiles de hormigón.

## Referencias

ACI 318-2002: *Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary*. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.

FIP Recommendations (1999): *Practical Design of Structural Concrete*.

FIP-Commission 3 "*Practical Design*", Setiembre 1996.

Publ. SETO, Londres, Setiembre 1999. (Distribuido por: fib, Lausana)

## Agradecimientos

Los autores agradecen la participación y contribución del Sr. Leonardo Flores en la preparación de la versión final de este trabajo.

## **Ejemplo 1b: Diseño alternativo para la viga no esbelta (viga de gran altura)**

Tjen N. Tjhin

Daniel A. Kuchma

### **Sinopsis**

Se diseñó una viga de 20 ft (6,10 m) de longitud empleando el método de bielas y tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-02. LA viga tiene 20 in. (508 mm) de ancho y 80 in. (2032 mm) de altura, y soporta dos cargas concentradas factoreadas,  $V_u$ , de 360 kips (1601 kN) cada una. En todos los puntos de carga y apoyo se dispusieron placas de apoyo de 18 in. x 20 in. (457 mm x 508 mm). Para el diseño se despreció el peso propio. La resistencia a la compresión del hormigón,  $f'_c$ , y la resistencia a la fluencia del acero,  $f_y$ , se tomaron como 4 ksi (27,6 MPa) y 60 ksi (414 MPa), respectivamente.

Para el diseño se utilizó el modelo de bielas y tirantes sencillo ilustrado en la Figura (1b-2). La armadura provista para el tirante principal consiste en dos capas de cinco barras No. 9 (# 29 mm). El anclaje de estas barras se logra mediante ganchos normales a 90°. En la Figura (1b-6) se indican los detalles de la armadura.

**Tjen N. Tjhin** es candidato al doctorado en el Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. El área de sus investigaciones incluye el análisis no lineal y el diseño de estructuras de hormigón.

**Daniel (Dan) A. Kuchma** es Profesor Adjunto de Ingeniería Civil y Ambiental de la Universidad de Illinois en Urbana-Champaign. Es miembro del Subcomité ACI 318E, Corte y Torsión, y también del Comité conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión y su Subcomité 445-A, Bielas y Tirantes.

## 1 Geometría y cargas

En la Figura (1b-1) se ilustran la estructura y las cargas consideradas

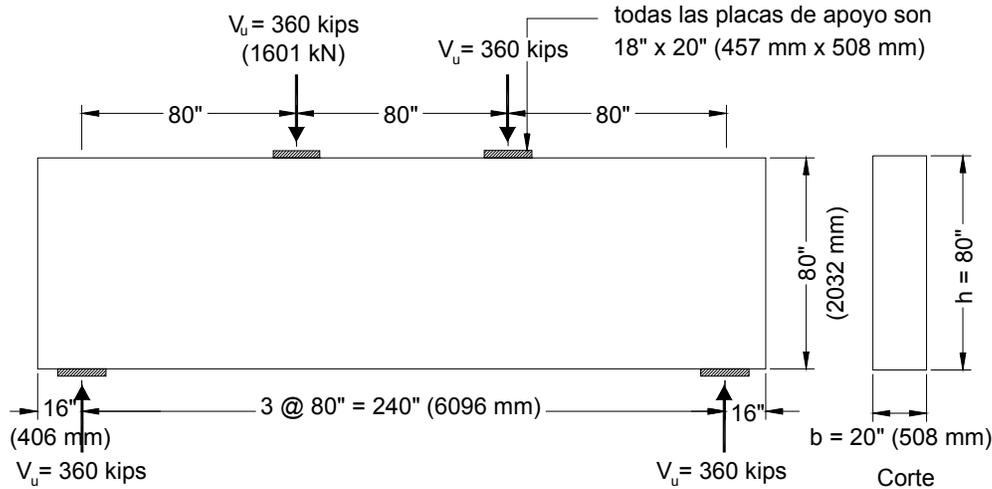


Figura 1b-1: Estructura y cargas

Resistencias de los materiales:

$$f'_c = 4 \text{ ksi (27,6 MPa) (hormigón de peso normal)}$$

$$f_y = 60 \text{ ksi (414 MPa)}$$

## 2 Procedimiento de diseño

La totalidad de la viga de gran altura constituye una región perturbada debido a que está próxima a discontinuidades estáticas, es decir, las fuerzas concentradas, a una distancia menor que una altura de la viga a cada lado de la discontinuidad. Sin embargo, para completar el diseño sólo es necesario considerar el tercio izquierdo de la estructura porque la geometría y las cargas son simétricas respecto a un eje vertical que pasa por la mitad de la longitud de la viga. La estructura se diseñará usando el método de bielas y tirantes de acuerdo con el Apéndice A de ACI 318-02. El procedimiento paso a paso es el siguiente:

- Paso 1: Verificar la capacidad portante en los puntos de carga y apoyo.
- Paso 2: Establecer el modelo de bielas y tirantes y determinar las fuerzas requeridas en el reticulado.
- Paso 3: Seleccionar la armadura del tirante.

Ejemplo 1b: Diseño alternativo para la viga no esbelta (viga de gran altura)

- Paso 4: Diseñar las zonas nodales y verificar los anclajes.
- Paso 5: Verificar las bielas diagonales.
- Paso 6: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración.
- Paso 7: Detallar la armadura.

### 3 Cálculos

#### 3.1 Paso 1: Verificar la capacidad portante en los puntos de carga y apoyo

El área de la placa de apoyo es  $A_c = 18 (20) = 360 \text{ in.}^2 (232.258 \text{ mm}^2)$

Las tensiones de apoyo en los puntos de carga y apoyo son

$$\frac{V_u}{A_c} = \frac{360(1000)}{360} = 1000 \text{ psi (6,89 MPa)}$$

Según la definición de la Sección A.5.2 de ACI, la zona nodal debajo de los puntos de carga constituye un nodo totalmente comprimido (CCC). La resistencia efectiva a la compresión de este nodo está limitada a

$$\begin{aligned} f_{cu} &= 0,85\beta_n f'_c && [\text{ACI Sección A.5.2 ec. (A-8)}] \\ &= 0,85(1,00)(4000) = 3400 \text{ psi} \end{aligned}$$

La zona nodal sobre los puntos de apoyo constituye un nodo tanto comprimido como traccionado (CCT). La resistencia efectiva a la compresión de este nodo es

$$\begin{aligned} f_{cu} &= 0,85\beta_n f'_c && [\text{ACI Sección A.5.2 ec. (A-8)}] \\ &= 0,85(0,80)(4000) = 2720 \text{ psi} \end{aligned}$$

Como las tensiones de apoyo son menores que los límites correspondientes, es decir,  $\phi f_{cu} = 0,75 (3400) = 2550 \text{ psi (17,58 MPa)}$  en los puntos de carga y  $\phi f_{cu} = 0,75 (2720) = 2040 \text{ psi (14,07 MPa)}$  en los apoyos, el área de las placas de apoyo provistas es adecuada.

#### 3.2 Paso 2: Establecer el modelo de bielas y tirantes y determinar las fuerzas requeridas en el reticulado

En la Figura (1b-2) se ilustra el modelo de bielas y tirantes seleccionado. El reticulado consiste en una biela directa AB (o biela CD) que se extiende desde la carga aplicada hasta el apoyo. La biela BC y el tirante AD son necesarios para equilibrar el reticulado. Como se muestra en la Figura (1b-3), esta biela y este tirante forman un par de fuerzas,

$$F_{u,BC} = F_{u,AD} \quad (1b-1)$$

Ejemplo 1b: Diseño alternativo para la viga no esbelta (viga de gran altura)

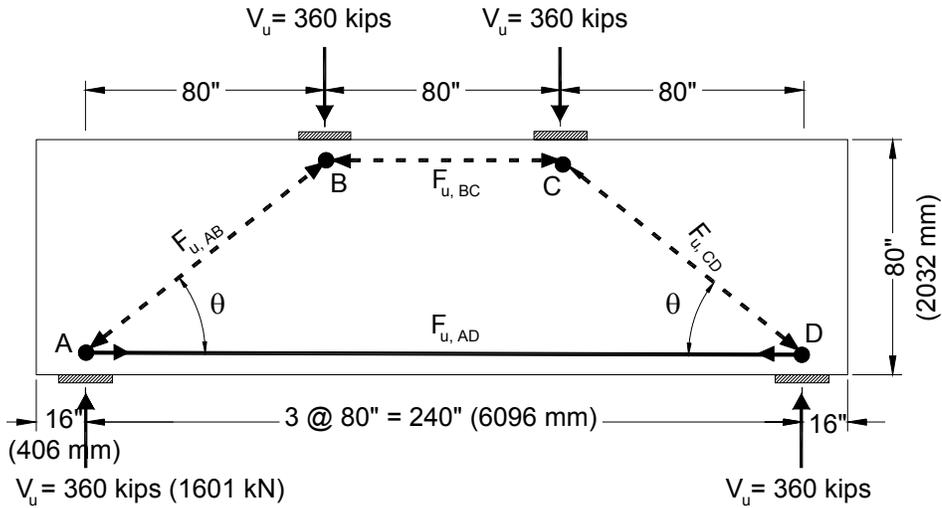


Figura 1b-2: Modelo de bielas y tirantes seleccionado

Es fácil definir la posición horizontal de los nodos A y B, pero es necesario estimar o determinar la posición vertical de estos nodos. Para utilizar plenamente la viga estos nodos deben estar tan cerca como sea posible de las partes superior e inferior de la misma. En otras palabras, se debe maximizar el brazo de palanca,  $jd$ , del par de fuerzas, y esto significa que se deben minimizar el ancho de la biela BC,  $w_s$ , y el ancho para anclar el tirante AD,  $w_t$ .

Para minimizar  $w_s$  la fuerza en la biela BC,  $F_{u,BC}$ , debe alcanzar su capacidad definida en la Sección A.3.2 de ACI, o bien

$$F_{u,BC} = \phi F_{nc} = \phi f_{cu} A_c = \phi(0,85\beta_s f'_c) b w_s, \text{ donde } \beta_s = 1,0 \text{ (prismática)} \quad (1b-2)$$

Para minimizar  $w_t$  la fuerza en el tirante AD,  $F_{u,AD}$ , debe alcanzar la capacidad del nodo para anclar este tirante, la cual se define en la Sección A.5.2 de ACI, o bien

$$F_{u,AD} = \phi F_{nt} = \phi f_{cu} A_c = \phi(0,85\beta_n f'_c) b w_t, \text{ donde } \beta_n = 0,8 \text{ (nodo CCT)} \quad (1b-3)$$

Sustituyendo las ecuaciones (1b-2) y (1b-3) en la ecuación (1b-1) se obtiene  $w_t = 1,25 w_s$  y

$$jd = 80 - w_s / 2 - w_t / 2 = 80 - 1,125 w_s \quad (1b-4)$$

Escribiendo la ecuación de equilibrio de momentos respecto del punto A como se describe en la ecuación (1b-5) y reemplazando las ecuaciones (1b-2) y (1b-4) en esta ecuación se obtiene  $w_s = 7,95 \text{ in.}$ , y por lo tanto  $w_t = 9,94 \text{ in.}$

$$V_u (80) - F_{u,BC} jd = 0 \quad (1b-5)$$

Ejemplo 1b: Diseño alternativo para la viga no esbelta (viga de gran altura)

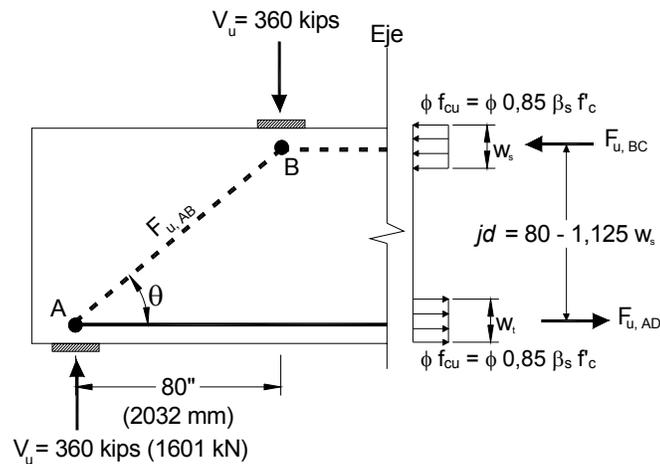


Figura 1b-3: Diagrama de cuerpo libre del tercio izquierdo de la viga de gran altura

Si los valores de  $w_s$  y  $w_t$  así obtenidos se utilizan para las dimensiones de las bielas y tirantes, la tensión en la biela BC,  $F_{u,BC}$ , estará en su valor límite y la fuerza en el tirante AD,  $F_{u,AD}$ , estará anclada en un área apenas suficiente. En este diseño se selecciona  $w_s = 8$  in. (203 mm) y  $w_t = 10$  in. (254 mm). Por lo tanto,  $d = 80 - 10/2 = 75$  in.,  $jd = 80 - 8/2 = 71$  in. y  $F_{u,BC} = F_{u,AD} = 360(80) / 71 = 406$  kips (1806 kN). La biela BC está ubicada a  $8/2 = 4$  in. (102 mm) de la parte superior de la viga y el tirante AD está ubicado a  $10/2$  in. (127 mm) de la parte inferior de la misma. En la Figura 1b-4 se ilustra la geometría corregida del reticulado.

El ángulo y la fuerza de la biela diagonal AB son  $\theta = \arctan(71/80) = 41,6^\circ$  y  $F_{u,AB} = 360/\sin 41,6^\circ = 542$  kips (2411 kN), respectivamente.

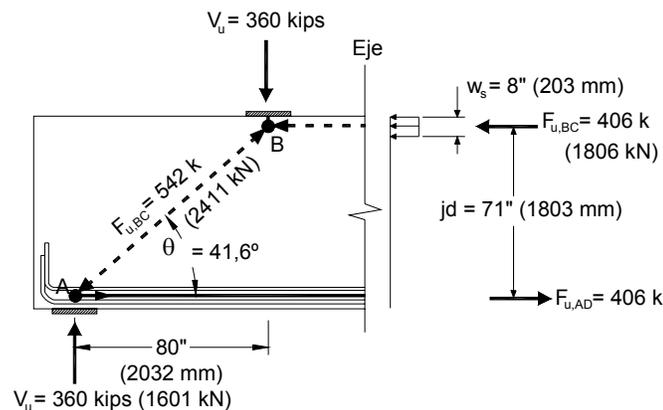


Figura 1b-4: Dimensiones y fuerzas del modelo de bielas y tirantes

### 3.3 Paso 3: Seleccionar la armadura del tirante

La armadura mínima provista para el tirante debe satisfacer

$$\phi F_{nt} = \phi A_{st} f_y \geq F_{u,AD} = 406 \text{ kips (1806 kN)} \quad [\text{ACI Secciones A.4.1 y A.2.6}]$$

Por lo tanto, la sección de armadura requerida para el tirante AD es

$$\frac{F_{u,AD}}{\phi f_y} = \frac{406}{0,75(60)} = 9,02 \text{ in.}^2$$

Consideramos las tres disposiciones de armadura siguientes:

- 1 capa de 6 barras # 11,  $A_{st} = 6 (1,56) = 9,36 \text{ in.}^2$ , a 5 in. de la parte inferior
- 2 capas de 5 barras # 9,  $A_{st} = 2 (5) (1,00) = 10 \text{ in.}^2$ , a 2,5 y 7,5 in. de la parte inferior
- 3 capas de 6 barras # 7,  $A_{st} = 10,8 \text{ in.}^2$ , a 2, 5 y 8 in. de la parte inferior

Para una mejor distribución del acero y para facilitar el requisito sobre longitud de anclaje, seleccionamos 2 capas de 5 barras # 9 (# 29 mm),  $A_{st} = 10 \text{ in.}^2 (6452 \text{ mm}^2)$ .

### 3.4 Paso 4: Diseñar las zonas nodales y verificar los anclajes

Para anclar el tirante AD se utiliza un gancho normal a 90°. La longitud de anclaje requerida es

$$l_{dh} = \lambda \frac{0,02 f_y d_b}{\sqrt{f_c}} = \frac{9,02}{10,0} \frac{0,02 (60.000) (1,128)}{\sqrt{4000}} = 19,3 \text{ in.} \quad [\text{ACI Sección 12.5}]$$

donde  $\lambda = \frac{A_{st} \text{ requerido}}{A_{st} \text{ provisto}}$  representa el factor de corrección para exceso de armadura.

La Sección A.4.3.2 de ACI requiere que esta longitud de desarrollo empiece en el punto donde el baricentro de la armadura de un tirante abandona la zona nodal extendida e ingresa al tramo. Como se puede observar en la parte izquierda de la Figura (1b-5), la longitud de desarrollo disponible es 27,0 in. (686 mm). Como este valor es mayor que 19,3 in. (490 mm), la longitud de anclaje es adecuada.

Ejemplo 1b: Diseño alternativo para la viga no esbelta (viga de gran altura)

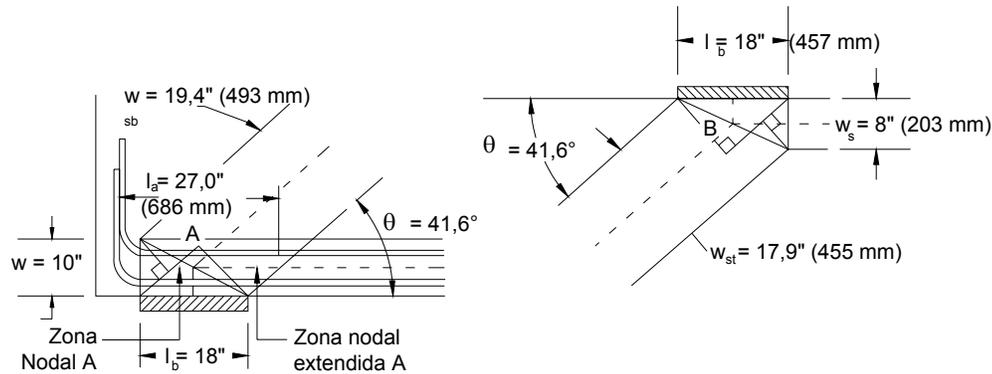


Figura 1b-5: Zonas nodales A y B

### 3.5 Paso 5: Verificar las bielas diagonales

De la Sección 3.2, el ángulo de la biela AB (o CD) es  $\theta = 41,6^\circ$ , y la fuerza es

$$F_{u,AB} = 542 \text{ kips (2411 kN)}$$

Como se indica en la Figura (1b-5), el ancho en la parte superior de la biela es

$$\begin{aligned} w_{st} &= l_b \sin \theta + w_t \cos \theta \\ &= 18 \sin 41,6^\circ + 8 \cos 41,6^\circ = 17,9 \text{ in. (455 mm)} \end{aligned}$$

y el ancho en la parte inferior de la biela es

$$\begin{aligned} w_{sb} &= l_b \sin \theta + w_t \cos \theta \\ &= 18 \sin 41,6^\circ + 10 \cos 41,6^\circ = 19,4 \text{ in. (493 mm)} \end{aligned}$$

Se anticipa que la biela AB será una biela en forma de botella. Asumiendo que se utiliza suficiente armadura de control de la fisuración para resistir la fuerza de estallido en la biela ( $\beta_s = 0,75$ ), la capacidad de la biela AB está limitada a:

$$\begin{aligned} \phi F_{ns} &= \phi (0,85 \beta_s f'_c) b w_{st} \\ &= 0,75 (0,85) (0,75) (4) (20) (17,9) && [\text{ACI Secciones A.2.6 y A.3.2}] \\ &= 685 \text{ kips (3047 kN)}. \end{aligned}$$

Como este valor es mayor que la fuerza requerida, la biela AB (o CD) resulta adecuada.

### 3.6 Paso 6: Calcular la armadura mínima requerida para limitar la fisuración

La armadura de corte vertical provista debe ser al menos

$$A_v = 0,0025 b s \quad [\text{ACI Sección 11.8.4}]$$

y la armadura de corte horizontal provista debe ser al menos

$$A_{vh} = 0,0015bs_2 \quad [\text{ACI Sección 11.8.5}]$$

donde  $s$  y  $s_2$  no pueden ser mayores que  $d/5$  ni 12 in.

Para la armadura de corte vertical usar barras # 5 (# 16 mm) separadas 12 in. (305 mm) en cada cara en la totalidad de la longitud,  $A_v / bs = 2 (0,31) / 20 / 12 = 0,0026 > 0,0025$ .

Para la armadura de corte horizontal usar barras # 4 (# 13 mm) separadas 12 in. (305 mm) en cada cara en la totalidad de la longitud,  $A_{vh} / bs_2 = 2 (0,20) / 20 / 12 = 0,0017 > 0,0015$ .

Como para calcular la resistencia de la biela AB se utilizó  $\beta_s = 0,75$  la armadura mínima provista también debe satisfacer

$$\sum \frac{A_{si}}{bs_i} \sin \gamma_i \geq 0,0030 \quad [\text{ACI Sección A.3.3.1 ec. (A-4)}]$$

donde  $\gamma_i$  es el ángulo formado por el eje de la armadura mínima y el eje de la biela. En base a la armadura de corte provista,

$$\sum \frac{A_{si}}{bs_i} \sin \gamma_i = 0,0017 \sin 41,6^\circ + 0,0026 \sin 48,4^\circ = 0,0031 \geq 0,003.$$

### 3.7 Paso 7: Detallar la armadura

En la Figura (1b-6) se ilustran los detalles de las armaduras.

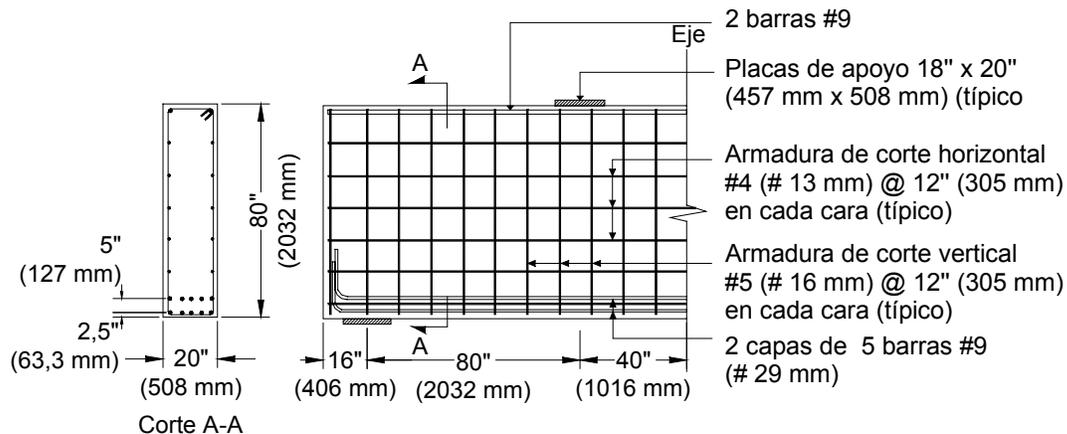


Figura 1b-6: Detalles de las armaduras

Ejemplo 1b: Diseño alternativo para la viga no esbelta (viga de gran altura)

## 4 Resumen

Se presenta un diseño de una viga de gran altura simplemente apoyada solicitada por dos cargas puntuales. Este diseño se efectuó usando los requisitos del Apéndice A de ACI 318-02, "Modelos de Bielas y Tirantes."

Los pasos más importantes en el proceso de diseño de esta viga de gran altura implican definir la región D y las fuerzas de borde que actúan sobre dicha región, visualizar un reticulado que lleve las fuerzas de borde en la región D (es decir, el modelo de bielas y tirantes), resolver las fuerzas en los miembros del reticulado, proveer armadura que conforme los tirantes de acero, dimensionar las bielas y nodos y proveer armadura distribuida para lograr ductilidad.

La totalidad de la viga de gran altura constituye una región D debido a que está próxima a discontinuidades estáticas, es decir, las fuerzas concentradas, a una distancia menor que una altura de la viga a cada lado de la discontinuidad. Para el diseño se utilizó un modelo de bielas y tirantes sencillo. Este modelo de bielas y tirantes dio por resultado el uso de 2 capas de 5 barras # 9 (# 29 mm) para el tirante principal. Se prestó particular atención al anclaje de este tirante principal a fin de garantizar que pueda transferir la fuerza requerida sin que se produzcan fallas de anclaje. Los requisitos de anclaje se satisficieron usando ganchos normales a 90°.

## Referencias

ACI 318-2002: *Building Code Requirements for Reinforced Concrete and Commentary*. ACI Committee 318, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, 2002, 443 pp.

Ejemplo 1b: Diseño alternativo para la viga no esbelta (viga de gran altura)