

## Parte 3

### Verificación experimental de modelos de bielas y tirantes

**Denis Mitchell, William D. Cook, Claudia M. Uribe  
y Sergio M. Alcocer**

#### Sinopsis

Se presentan resultados de experimentos realizados en una ménsula, vigas de gran altura y una viga con extremos entallados a fin de ilustrar cómo se aplican a estos casos los modelos de bielas y tirantes y proporcionar alguna verificación experimental de la exactitud de los valores pronosticados. Se presentan tanto modelos de bielas y tirantes simples como modelos de bielas y tirantes refinados.

**Denis Mitchell**, FACI, es profesor del Departamento de Ingeniería Civil de la universidad McGill. Es miembro del Comité ACI 408, Adherencia y Anclaje de Armaduras; del 318B, Código de Construcción, Armadura y Desarrollo; y del Comité conjunto ACI-ASCE 445, Corte y Torsión. Preside el comité de la Norma Canadiense CSA A23.3 sobre diseño de estructuras de Hormigón y el subcomité sobre diseño sísmico del Canadian Highway Bridge Design.

**William D. Cook**, miembro de ACI, se desarrolla como Ingeniero Investigador en el Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad McGill. Recibió su doctorado de la Universidad McGill en 1987, especializándose en el comportamiento y diseño de las regiones próximas a discontinuidades en miembros de hormigón armado. Sus investigaciones incluyen análisis no lineales de estructuras de hormigón armado y el uso estructural del hormigón de alta resistencia.

**Claudia M. Uribe** fue investigador asistente en el Área de Ingeniería Estructural y Geotecnia en el Centro Nacional para la Prevención de Desastres (CENAPRED). Posee un B.Sc. de EAFIT, Medellín, Colombia y un M.Sc. de la Universidad Autónoma de México (UNAM).

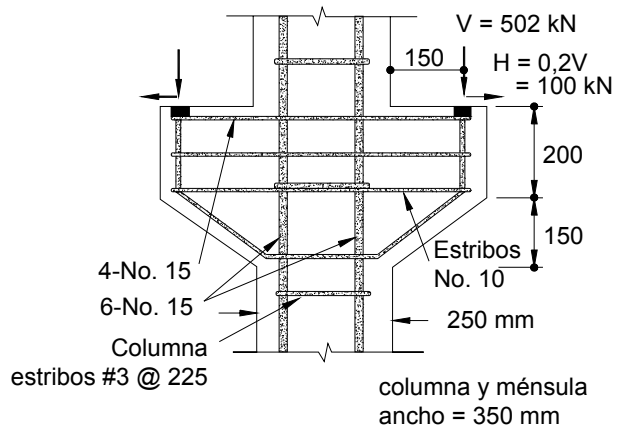
**Sergio M. Alcocer**, FACI, es profesor e investigador en el Instituto de Ingeniería de la UNAM y Director de Investigaciones en el CENAPRED. Es miembro de los Comités ACI 318, Requisitos del Código de Construcción, y 374, Diseño Sismorresistente de Edificios de Hormigón; también es miembro del Comité conjunto ACI-ASCE 352, Juntas y Uniones en Estructuras de Hormigón Monolítico.

## 1 Introducción

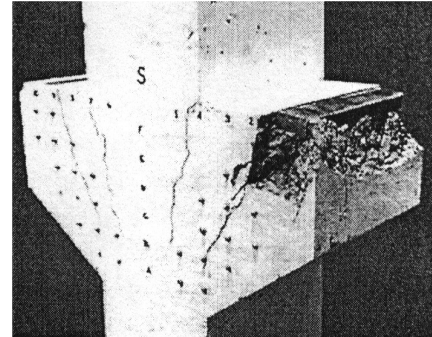
Aunque se han utilizado modelos reticulados desde comienzos de siglo [Ritter (1899) y Mörsch (1909)], estos modelos sólo han cobrado popularidad recientemente. El motivo de este aumento de popularidad es que estos modelos le proporcionan al diseñador una herramienta simple y a la vez poderosa para el diseño de las regiones complejas del hormigón armado. Este aumento de popularidad también se debe al hecho que el diseñador puede modelar el flujo de las fuerzas mediante bielas y tirantes, aún para situaciones de diseño complejas. De este modo, en lugar de utilizar enfoques de diseño de base empírica, el diseñador puede aplicar un modelo de bielas y tirantes, el cual no sólo ilustra el flujo de las fuerzas sino que también permite comprender claramente los diversos elementos resistentes. Los enfoques de diseño que emplean modelos de bielas y tirantes han sido codificados en el Apéndice A del Código ACI 2002 (2002), así como en las Normas CSA 1984 y 1994 (1984, 1994) y las Recomendaciones FIP (1999). El diseño mediante modelos de bielas y tirantes constituye una alternativa a los enfoques de base empírica para las regiones perturbadas, tales como ménsulas, cartelas y vigas de gran altura. Los enfoques de base empírica no sólo son de aplicación limitada, sino que tampoco le permiten al diseñador comprender el comportamiento real. Una ventaja adicional del uso de modelos de bielas y tirantes es que al esquematizar el flujo de las fuerzas dentro de un miembro se destaca la necesidad de detallar cuidadosamente la armadura en ciertas regiones clave. Este trabajo ilustra algunos modelos de bielas y tirantes sencillos y compara estas predicciones con resultados de ensayos. Al seleccionar los ensayos sólo se consideraron aquellos bien instrumentados, realizados a escala real. Walraven y Lehwalter (1994) han resumido la importancia de los efectos del tamaño no sólo para vigas esbeltas sino también para vigas de gran altura. Ensayos realizados en vigas de gran altura geométricamente similares demostraron que, en comparación con las vigas de mayor tamaño, las vigas de menor tamaño evidencian una propagación de fisuras menos severa y, en consecuencia, mayores tensiones de aplastamiento en el hormigón próximo a las placas de apoyo. Por lo tanto, la respuesta de probetas a menor escala puede no ser representativa de la respuesta de los elementos estructurales reales.

## 2 Ménsula

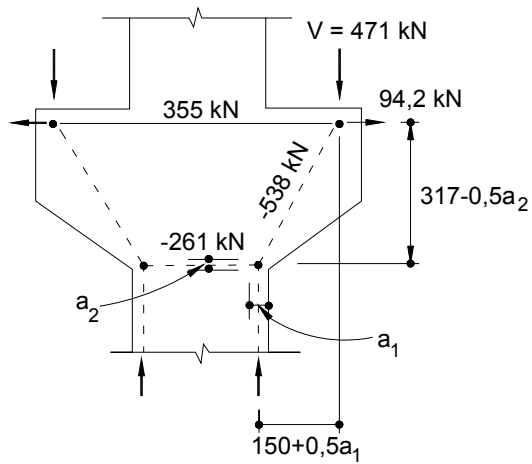
La Figura 1 ilustra el modelo de bielas y tirantes para una doble ménsula ensayada por Cook y Mitchell (1988). La Figura 1(a) muestra los detalles de la armadura y las dimensiones de la probeta de ensayo. Durante el ensayo la ménsula fue sometida a una carga vertical aplicada,  $V$ , y una carga horizontal hacia fuera que se mantuvo igual a  $0,2V$ . Esta fuerza horizontal de  $0,2V$  representaba la mínima fuerza horizontal de diseño requerida por el Código ACI (Artículo 11.9.3.4), a menos que se tomen precauciones especiales para evitar las fuerzas de tracción. La placa de apoyo de  $50 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm}$  (2 in.  $\cdot$  11,8 in.) tenía un espesor de 25 mm (1 in.) y estaba soldada a cuatro barras No. 15 (diámetro 16 mm (0,63 in.)) de grado apto para soldadura. En el momento del ensayo la resistencia del hormigón era de 40,4 MPa (5860 psi). La Figura 1(c) muestra el modelo de bielas y tirantes para esta ménsula. Este modelo simplificado utilizó la hipótesis conservadora que sólo la armadura principal del tirante contribuía a la resistencia de la ménsula. Las fuerzas ilustradas en la Figura 1(c) son las resultantes de la fluencia de las cuatro barras No. 15. La fuerza total de fluencia es  $A_s f_y = 4 \cdot 200 \text{ mm}^2 \cdot 444 \text{ MPa} = 355 \text{ kN}$  (79,8 kips). A fin de predecir la capacidad fue necesario hallar la geometría del modelo de bielas y tirantes. Aunque el Código ACI y la Norma CSA no recomiendan modelos de bielas y tirantes para diferentes casos, las Recomendaciones FIP (1999) contienen lineamientos sobre modelos de bielas y tirantes adecuados para diferentes tipos de regiones. Para una ménsula, las bielas inclinadas son equilibradas mediante bielas verticales con dimensiones  $a_1$  por  $b$  en la columna y una biela horizontal con dimensiones  $a_2$  por  $b$  cerca de la base de la ménsula (ver Fig. 1(c)), donde  $b$  es el ancho de la columna y la ménsula. Al resolver la geometría, se supuso una tensión uniforme igual a  $0,85 f_c'$  en los diagramas de tensiones. A partir de la condición de equilibrio se calculó  $a_1$  igual a 39,2 mm (1,54 in.) y  $a_2$  igual a 21,7 mm (0,85 in.). La capacidad pronosticada correspondiente,  $V$ , fue de 471 kN (106 kips), que corresponde a 94% de la carga de falla medida,  $V$ , igual a 502 kN (113 kips).



(a) Detalles

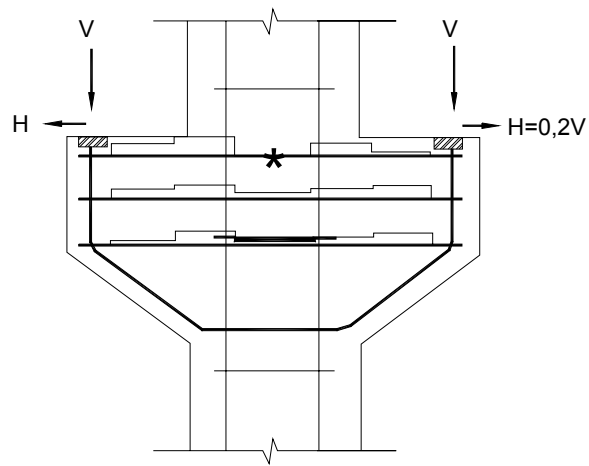


(b) Probeta después de la falla

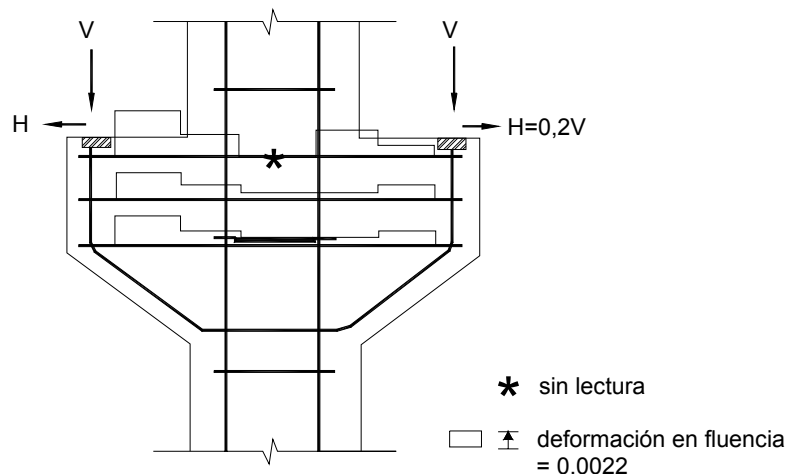


(c) Modelo de bielas y tirantes

Figura 1: Doble ménsula ensayada por Cook y Mitchell (1988).



(a) Carga,  $V = 336 \text{ kN}$



(b) Carga,  $V = 502 \text{ kN}$

Figura 2: Deformaciones medidas en barras de armadura de una doble ménsula [Cook y Mitchell (1988)].

Para esta probeta de ensayo intencionalmente se eligió una placa de apoyo pequeña, a fin de determinar la resistencia al aplastamiento del hormigón debajo de la placa de apoyo. Durante el diseño seguramente se usaría una placa de apoyo de mayor tamaño. Como se ilustra en la Figura 1(b), el hormigón en la zona alrededor de la placa de apoyo se escantilló considerablemente. Con la carga de falla pronosticada de 471 kN (106 kips) la tensión de compresión en el nodo bajo la placa de apoyo fue de  $(471 \cdot 1000)/(50 \cdot 300) = 31,4$  MPa (4550 psi) ó  $0,78f'_c$ . El Código ACI 2002 limita esta tensión a  $0,85\beta_n f'_c = 0,68f'_c$ . La Norma CSA 1994 y las Recomendaciones FIP (1999) limitan la tensión en la zona nodal a  $0,75f'_c$  y  $0,80f'_c$ , respectivamente, para este nodo solicitado por compresión y tracción. Es evidente que estos límites son algo conservadores para este caso particular, ya que al llegar a la carga de falla de 502 kN (113 kips) se alcanzó una tensión de apoyo de  $0,83f'_c$ .

Durante el diseño el tirante principal a menudo se elige usando este tipo de modelos de bielas y tirantes simplificados y luego se agrega armadura adicional para limitar la fisuración. El Artículo 11.9.4 del Código ACI requiere que esta armadura adicional, con una sección igual a  $0,5 (A_s - A_n)$ , sea provista en forma de estribos cerrados uniformemente distribuidos en dos tercios de la profundidad efectiva adyacente a  $A_s$ . La sección,  $A_s$ , es la sección total del tirante y  $A_n$  es la sección de armadura de tracción que resiste la tensión horizontal aplicada a la ménsula.

La Figura 2 muestra las deformaciones medidas obtenidas mediante un extensómetro mecánico, midiendo las variaciones de longitud en testigos adheridos a las barras de armadura. Las mediciones se efectuaron a través de pequeños orificios de acceso en el recubrimiento de hormigón. Como se ilustra en la Figura 2(a), la primera fluencia ocurrió en el tirante principal en la cara de la columna con una carga,  $V$ , de 336 kN (75,5 kips). La falla se produjo por fluencia del tirante principal, así como fluencia en los estribos, seguida del aplastamiento del hormigón debajo de la placa de apoyo. La Figura 2(b) muestra las deformaciones medidas en la armadura horizontal justo antes de la falla. Es interesante observar que en el momento de la falla la máxima deformación del tirante principal se produjo cerca de la placa de apoyo. Estos resultados experimentales enfatizan la necesidad de anclar correctamente los extremos del tirante principal. En este caso las placas de apoyo estaban soldadas a las cuatro barras No. 15 que formaban el tirante principal, proveyendo así el anclaje necesario (ver Figura 1(a)).

### 3    **Viga de gran altura con carga concentrada**

La Figura 3 ilustra los detalles y el modelo de bielas y tirantes correspondientes a una viga de gran altura ensayada por Rogowsky, MacGregor y Ong (1986). Esta viga de 200 mm (7,9 in.) de ancho estaba apoyada sobre columnas que a su vez estaban apoyadas sobre rodillos. La relación longitud de corte-profundidad,  $a/d$ , era de 1,4. En el momento del ensayo la resistencia del hormigón era de 42,4 MPa (6150 psi). La armadura principal del tirante consistía en seis barras No. 15 (diámetro 16 mm (0,63 in.)), con una fuerza de fluencia total  $A_s f_y = 6 \cdot 200 \text{ mm}^2 \cdot 455 \text{ MPa} = 546 \text{ kN}$  (123 kips). Del lado izquierdo de la viga el miembro contenía armadura adicional consistente en cinco conjuntos de estribos cerrados de 6 mm (0,24 in.) de diámetro (ver Figura 3(a)). En la Figura 3(a) no se ilustra la armadura de las columnas. La falla de la viga estuvo controlada por la fluencia de la armadura principal del tirante. El modelo básico de bielas y tirantes ilustrado en la Figura 3(c) despreció la presencia de los estribos adicionales del lado izquierdo de la viga. Los dos nodos inferiores del reticulado se ubicaron en las intersecciones de los ejes de las reacciones de apoyo y la recta de acción del tirante principal. La altura del diagrama rectangular de tensiones equivalente,  $a$ , requerida para equilibrar la fuerza de fluencia del tirante fue de 76 mm (3,0 in.). Los dos nodos superiores se ubicaron a una distancia  $a/2$  debajo de la superficie superior de la viga y alineados con las fuerzas resultantes en la columna (las cuales se asume actúan en los puntos correspondientes a un cuarto y tres cuartos de la columna). La capacidad pronosticada de 586 kN (132 kips) corresponde al 97% de la capacidad real, igual a 606 kN (136 kips). Tal como se esperaba, la falla ocurrió en el hormigón luego de la fluencia del tirante principal. La Figura 3(d) muestra las deformaciones medidas en la armadura principal del tirante bajo dos niveles de carga. Bajo una carga de 550 kN (124 kips) el tirante había experimentado fluencia casi en la totalidad de su longitud. Los ganchos en los extremos de la armadura del tirante proporcionaron un anclaje adecuado. El modelo de bielas y tirantes y las deformaciones medidas ilustran la necesidad de anclar adecuadamente la fuerza de fluencia del tirante en las zonas de reacción de los apoyos.

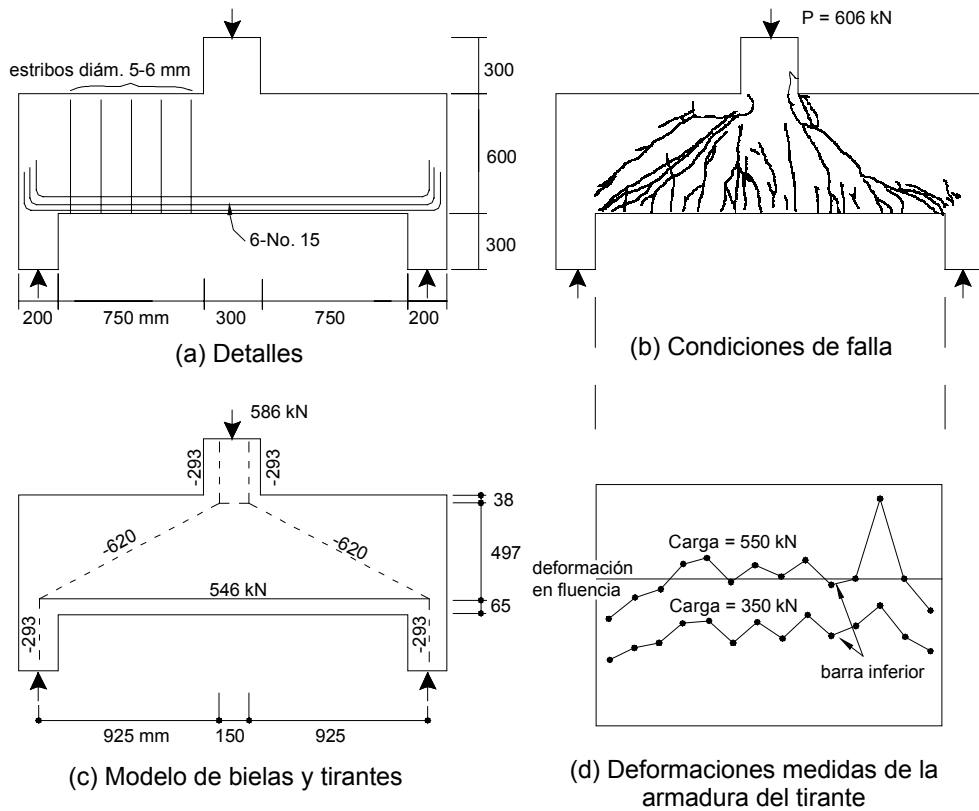


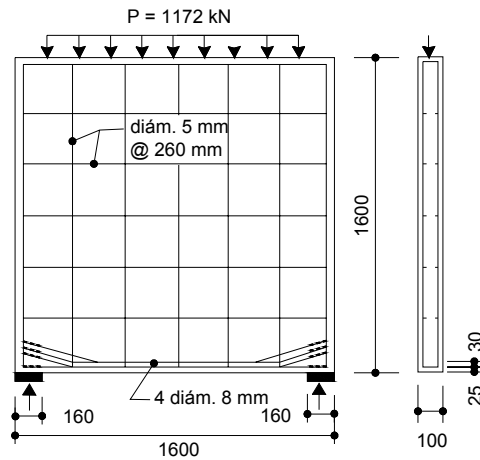
Figura 3: Viga de gran altura con carga concentrada, ensayada por Rogowsky, MacGregor y Ong (1986).

#### 4 Viga de gran altura con carga uniformemente distribuida

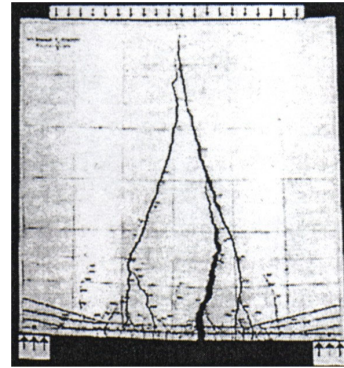
La Figura 4 muestra una viga de gran altura cargada uniformemente en su parte superior, ensayada por Leonhardt y Walther (1966). Esta viga de 100 mm (3,9 in.) de ancho estaba apoyada sobre placas de apoyo de 160 mm (6,3 in.) de longitud. En el momento del ensayo la resistencia del hormigón (resistencia prismática equivalente) era de 30,2 MPa (4380 psi). La armadura principal del tirante consistía en cuatro barras de 8 mm (0,32 in.) de diámetro, con una fuerza de fluencia total  $A_s f_y = 4 \cdot 50,26 \text{ mm}^2 \cdot 428 \text{ MPA} = 86,1 \text{ kN}$  (19,4 kips). La longitud del tramo entre centro y centro era de 1440 mm (56,7 in.) y la carga uniforme aplicada en la parte superior de la viga estaba aplicada sobre la longitud libre del tramo, igual a 1280 mm (50,4 in.). La Figura 4(c) muestra un modelo de bielas y tirantes simplificado adecuado para el diseño. En el modelo de bielas y tirantes la carga uniforme se reemplazó por dos cargas puntuales actuando en los puntos correspondientes a un cuarto y tres cuartos de la longitud libre.



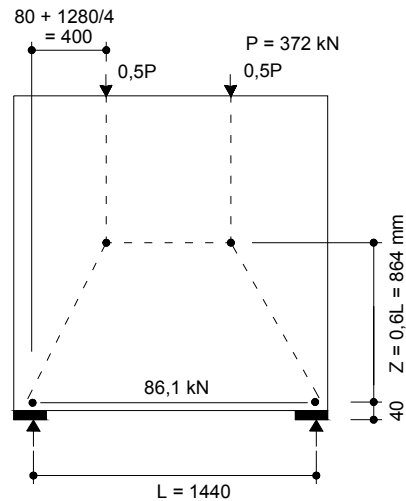
Parte 3: Verificación experimental de modelos de bielas y tirantes



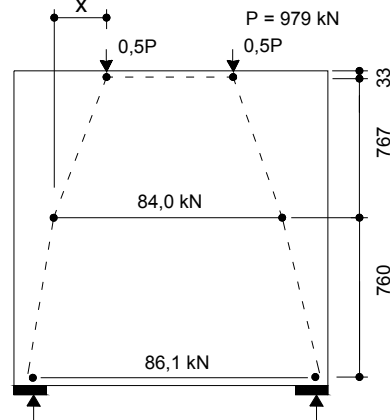
(a) Detalles



(b) Probeta luego de la falla



(c) Modelo de bielas y tirantes simplificado



(d) Modelo de bielas y tirantes refinado

Figura 4: Viga de gran altura con carga uniformemente distribuida, ensayada por Leonhardt y Walther (1996)

Aunque el Código ACI y la Norma CSA no contienen lineamientos específicos sobre modelos de bielas y tirantes adecuados para diferentes casos, las Recomendaciones FIP sugieren geometrías para algunas regiones perturbadas estándares. Siguiendo las Recomendaciones FIP (1999), la distancia entre el baricentro del tirante principal y el baricentro de compresión se tomó como  $Z = 0,6L = 864 \text{ mm}$  (34,0 in.). Una vez establecida la geometría del modelo de bielas y tirantes, se anticipó que la capacidad de la viga de gran altura, en términos de la resultante de la carga uniformemente distribuida,

sería de 372 kN (83,6 kips). Este valor pronosticado es considerablemente menor que la capacidad medida, igual a 1172 kN (263 kips).

A fin de obtener una mejor estimación de la carga de falla se desarrolló el modelo de bielas y tirantes indicado en la Figura 4(d). En este modelo más refinado se utilizó armadura horizontal adicional uniformemente distribuida en la altura de la viga y se asumió que habría una considerable redistribución de las resultantes de tracción y compresión. Los dos nodos superiores se ubicaron a una distancia  $a/2$  de la cara superior de la viga. El tirante horizontal, consistente en cinco estribos horizontales cerrados de 5 mm (0,20 in.) de diámetro, se ubicó a la mitad de la altura de la viga y se asumió que entraría en fluencia con  $A_s f_y = 84,0$  kN (18,9 kips). A partir de la condición de equilibrio del modelo de bielas y tirantes de la Figura 4(d) se halló que la distancia  $x$  era de 266 mm (10,5 in.) y la capacidad anticipada resultante fue de 979 kN (220 kips), es decir 84% de la carga de falla real. Aunque esto constituye un buen pronóstico de la capacidad, debemos enfatizar que se supuso una redistribución considerable y que en el tirante horizontal inferior se producirían deformaciones extremadamente grandes. Si la viga se diseñara utilizando este modelo más refinado, a niveles de carga de servicio podría haber fisuras de ancho inaceptable. Con el modelo ilustrado en la Figura 4(c) se obtendría un diseño conservador con un comportamiento aceptable bajo cargas de servicio. El Código ACI, la Norma CSA y las Recomendaciones FIP exigen armadura adicional uniformemente distribuida para limitar la fisuración bajo niveles de carga de servicio.

Destacamos que bajo la carga de falla determinada experimentalmente, 1172 kN (263 kips), la tensión de apoyo fue  $(1172 \cdot 1000)/(2 \cdot 100 \cdot 160) = 36,6$  MPa (5310 psi)  $= 1,21 f_c'$ . Esta elevada tensión de apoyo se logró disponiendo armadura especial de confinamiento directamente por encima de las placas de apoyo. Este ensayo demuestra que se pueden lograr elevadas tensiones de apoyo si se utiliza confinamiento en las áreas de apoyo.

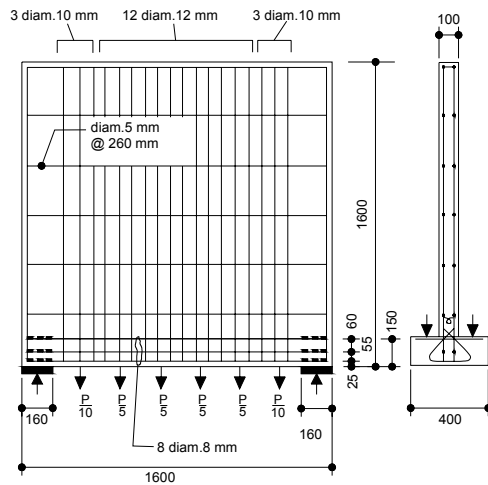
## 5 Viga de gran altura con carga inferior

La Figura 5 muestra una viga de gran altura cargada por su parte inferior, ensayada por Leonhardt y Walther (1966). La longitud entre centros era de 1440 mm (56,7 in.) y la simulación de carga uniforme se aplicó a la parte superior del retallo inferior en una longitud libre de 1280 mm (50,4 in.). Esta carga inferior se logró colgando cargas aplicadas de un retallo inferior de 400 mm (15,7 in.) de ancho como se ilustra en la Figura 5(a). La viga estaba apoyada sobre placas de apoyo de 160 mm (6,3 in.) de longitud, y el ancho de la viga de gran altura por encima del retallo era de 100 mm (3,9 in.). En el momento del ensayo la resistencia del hormigón era de 30,2 MPa (4380 psi). La armadura principal del tirante consistía en ocho barras de armadura de 8 mm (0,32 in.) de diámetro con una fuerza de fluencia total  $A_s f_y = 8 \cdot 50,26 \text{ mm}^2 \cdot 428 \text{ MPa} = 172$  kN (38,7 kips).

La Figura 5(c) muestra el modelo de bielas y tirantes simplificado adecuado para el diseño. Para esta viga se asumió que la carga inferior era transferida a la viga por medio de

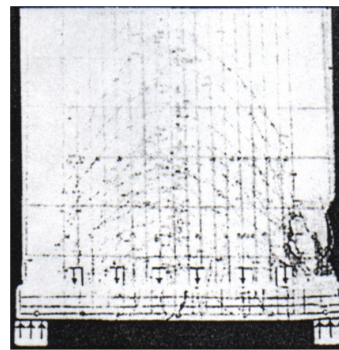
### Parte 3: Verificación experimental de modelos de bielas y tirantes

tensiones de adherencias entre los estribos verticales, de los cuales pende la carga, y el hormigón. Se supuso una transferencia uniforme de tensiones en la totalidad de la altura de la viga y, en consecuencia, se asumió que la desviación de las bielas ocurría a la mitad de la altura de la viga como se ilustra en la Figura 5(c). La distancia entre el baricentro del tirante principal y el baricentro de compresión se tomó como  $800 - 67,5 = 732,5$  mm (28,8 in.). Una vez establecida la geometría del modelo de bielas de tirantes, se calculó que la capacidad de la viga de gran altura, en términos de la carga total aplicada, era de 630 kN (142 kips). Este valor pronosticado es considerablemente menor que la capacidad medida, igual a 1102 kN (248 kips).



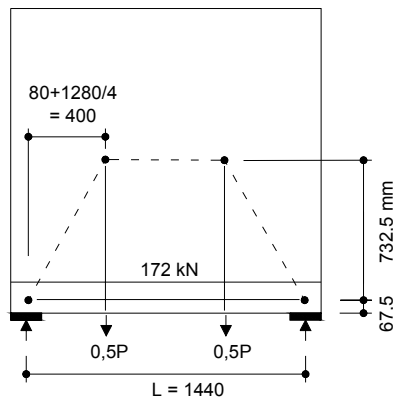
(a) Detalles

P = 630 kN

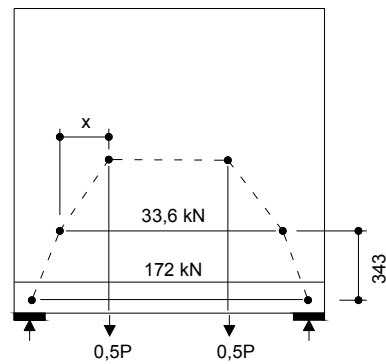


P = 1102 kN

(b) Probeta luego de la falla



(c) Modelo de bielas y tirantes simplificado



(d) Modelo de bielas y tirantes refinado

Figura 5: Viga de gran altura con carga inferior, ensayada por Leonhardt y Walther (1966)

En la Figura 5(d) se ilustra el modelo de bielas y tirantes refinado para esta viga de gran altura. En este modelo se tomaron en cuenta dos de los estribos cerrados horizontales de 5 mm (0,20 in.) los cuales se consideró que fluirían en la zona traccionada. El tirante horizontal adicional, que representa estos dos estribos, se ubicó en su baricentro. A partir de la condición de equilibrio del reticulado se calculó la distancia  $x$  igual a 231 mm (9,1 in.) y la capacidad pronosticada correspondiente fue de 696 kN (156 kips), lo cual también constituye un pronóstico conservador.

Bajo la carga de falla de la viga igual a 1102 kN (248 kips) el hormigón se aplastó en la parte de 100 mm (3,9 in.) de ancho, inmediatamente sobre el retallo inferior. Bajo este nivel de carga, el modelo refinado de bielas y tirantes predijo una fuerza de 614 kN (138 kips) en la biela justo encima de la reacción. A partir de consideraciones geométricas se determinó que el ángulo de esta biela era de  $63,8^\circ$  respecto de la horizontal, con lo cual se obtuvo un ancho de biela  $w_s = 150 \cos 63,8^\circ + 160 \sin 63,8^\circ = 210$  mm (8,3 in.). Por lo tanto en el momento de falla la tensión en la biela fue de  $614 \cdot 1000 / (210 \cdot 100) = 29,2$  MPa (4240 psi) ó  $0,97f_c'$ . Para el caso con fisuras diagonales paralelas en el alma el Código ACI 2002 limita las tensiones en la biela a  $0,85\beta_s f_c' = 0,85 \cdot 0,60f_c' = 0,51f_c'$ . La Norma CSA 1994 limita la tensión en las bielas en base a la deformación en el tirante que atraviesa la biela y al ángulo formado entre la biela y el tirante. En este caso estaría permitida una tensión en la biela igual a  $0,76f_c'$ . Para las almas de vigas, las Recomendaciones FIP (1999) limitan la tensión en la biela a  $0,60f_c'$ . Resulta evidente que los requisitos de estos códigos son conservadores a la hora de predecir el aplastamiento de las bielas, para este caso.

## 6 Viga de gran altura con armadura transversal

La Figura 6(a) muestra una viga de gran altura con armadura transversal, ensayada bajo carga monolítica por Uribe y Alcocer (2001). La viga de 350 mm de ancho por 1200 mm de alto (13,8 por 47,2 in.) estaba apoyada sobre placas de apoyo de 400 mm (15,7 in.) de longitud. La carga superior se aplicó por medio de dos placas de 400 mm (15,7 in.) de longitud centradas con una separación de 800 mm (31,5 in.). La longitud entre centros era de 3600 mm (141,7 in.) y la relación longitud de corte-profundidad efectiva era de 1,17. En el momento del ensayo la resistencia a la compresión del hormigón, obtenida de probeta cilíndrica, era de 35 MPa (5075 psi). La armadura transversal consistía en estribos cerrados No. 4 (diámetro 12,7 mm) con una separación de 140 mm (5,5 in.) en el tramo de corte libre; la armadura longitudinal consistía en barras No. 8 (diámetro 25,4 mm). Las tensiones de fluencia reales de los estribos No. 4 y las barras longitudinales No. 8 fueron de 429 y 445 MPa (62,2 y 64,5 ksi), respectivamente. En la parte inferior de la viga había cinco barras continuas en toda la longitud, con una fuerza de fluencia medida total igual a  $5 \cdot 507 \text{ mm}^2 \cdot 445 \text{ MPa} = 1128 \text{ kN}$  (254 kips). También en la parte inferior se colocaron tres barras No. 8 adicionales, de menor longitud, para resistir las fuerzas requeridas por el modelo de bielas y tirantes adoptado. La fuerza de fluencia medida total de las ocho barras No. 8 fue

de 1806 kN (406 kips). A la mitad del tramo se colocó un total de doce barras No. 8 (Figura 6(a)). La armadura longitudinal se ancló con ganchos normales a 90°, de acuerdo con ACI 318-02. Para poder evaluar los efectos del confinamiento a lo largo del anclaje de las barras no se colocaron estribos a lo largo de la región de apoyo en uno de los extremos de la viga (ver Figura 6(a)).

La Figura 7 muestra el modelo de bielas y tirantes desarrollado de acuerdo con las Recomendaciones FIP (1999). Se asumió que, en cada extremo de la viga, parte de la carga era transferida de la placa de carga directamente al apoyo por medio de una biela inclinada (es decir, mecanismo de biela directa). También se asumió que el resto era transferido por medio de estribos (tirante) en un reticulado con dos bielas inclinadas en cada extremo de la viga, los cuales a su vez se superponían con el mecanismo de biela directa. Según las Recomendaciones FIP (1999), la porción de la carga resistida por los estribos depende de la relación entre la longitud de corte y el brazo interno de palanca,  $a/z$ , según  $1/3 (2a/z - 1)$ . Para esta viga, con  $a = 1400$  mm (55,1 in.) y  $z = 942$  mm (37,1 in.) se pronosticó que los estribos llevarían 0,657 de la carga total.

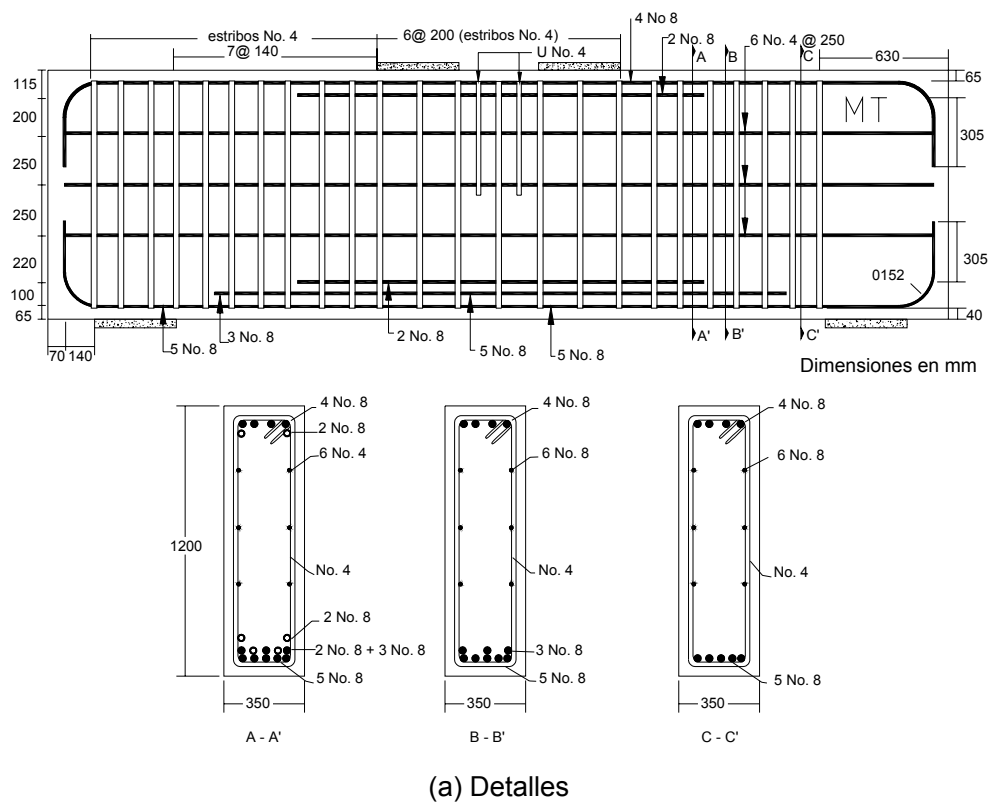
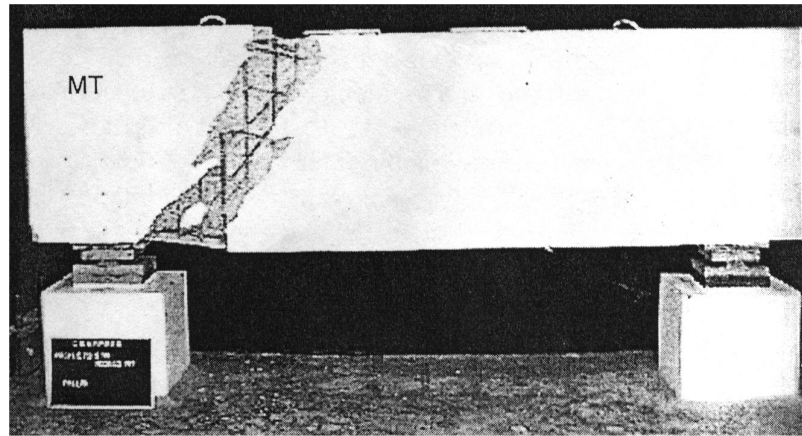


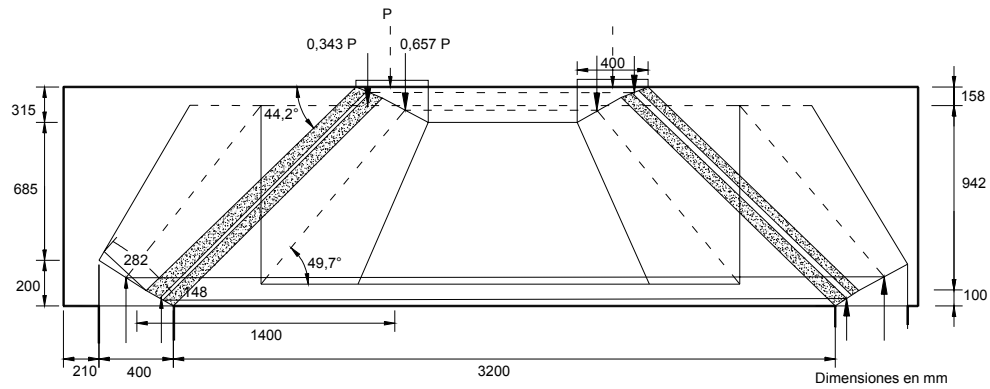
Figura 6: Viga de gran altura con armadura transversal, ensayada por Uribe y Alcocer (2001).



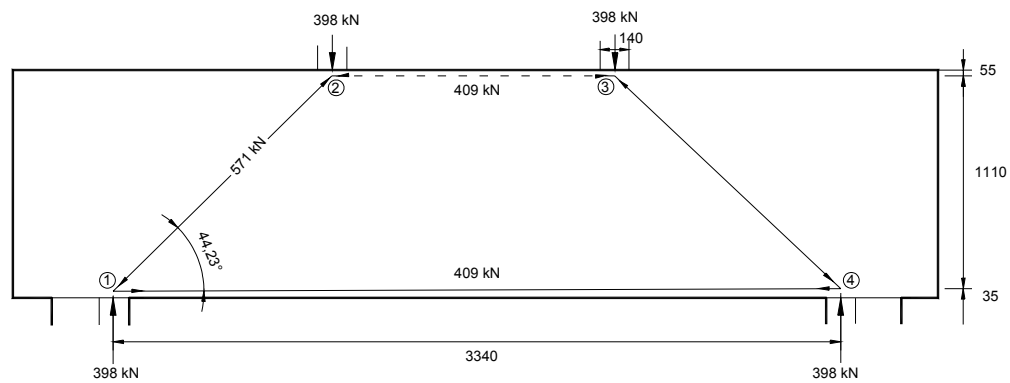
(b) Viga después de la falla

Figura 6: Viga de gran altura con armadura transversal, ensayada por Uribe y Alcocer (2001).

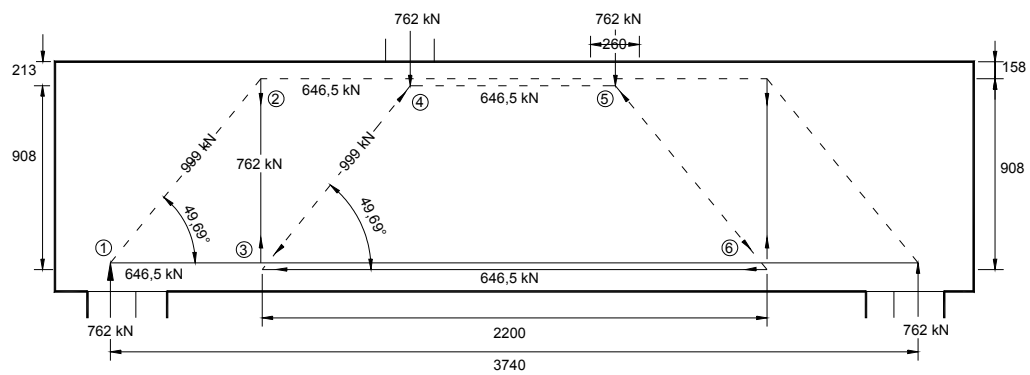
Parte 3: Verificación experimental de modelos de bielas y tirantes



(a) Modelo de bielas y tirantes



(b) Mecanismo de biela directa



(c) Mecanismo reticulado

Figura 7: Modelos de bielas y tirantes para viga de gran altura con armadura transversal, ensayada por Uribe y Alcocer (2001).

Para predecir la resistencia de esta viga se asumió que el modo de falla determinante sería la fluencia de los estribos. Las Recomendaciones FIP (1999) requieren que la porción de la carga total llevada por los estribos se provea a lo largo de la longitud  $a_w = 0,85a - z/4$ . Para esta viga,  $a_w = 0,85 \cdot 1400 - 942/4 = 955 \text{ mm}$  (37,6 in.) y por lo tanto se consideró que siete estribos separados 140 mm (5,5 in.) eran efectivos. La figura 7(c) muestra el mecanismo reticulado pronosticado suponiendo que los siete estribos entran en fluencia.

Esta fuerza de fluencia es  $7 \cdot 2 \cdot 127 \text{ mm}^2 \cdot 429 \text{ MPa} = 762 \text{ kN}$  (171 kips). Por lo tanto la capacidad pronosticada del mecanismo reticulado es 762 kN y la capacidad pronosticada para la viga  $762 \text{ kN}/0,657 = 1160 \text{ kN}$  (261 kips). Entonces la carga llevada por el mecanismo de biela directa (ver Figura 7(b)) es  $1160 \text{ kN} - 762 \text{ kN} = 398 \text{ kN}$  (89,5 kips). A fin de verificar la capacidad de la armadura longitudinal es necesario combinar el mecanismo de biela directa con el mecanismo reticulado para obtener el modelo de bielas y tirantes completo (ver Figura 7(a)). La fuerza requerida en las 5 barras No. 8 es  $409 \text{ kN} + 646,5 \text{ kN} = 1056 \text{ kN}$  (237 kips), y en las 8 barras No. 8 es  $409 \text{ kN} + (2 \cdot 646,5 \text{ kN}) = 1702 \text{ kN}$  (383 kips). Debido a que ambas fuerzas son menores que las fuerzas de fluencia de las barras dispuestas, se concluyó que el mecanismo de falla seleccionado era correcto. Las 4 barras No. 8 adicionales ubicadas en la región correspondiente a la mitad de la longitud del tramo no fueron incluidas en el modelo de bielas y tirantes ya que no tenían la longitud suficiente para participar del modelo supuesto.

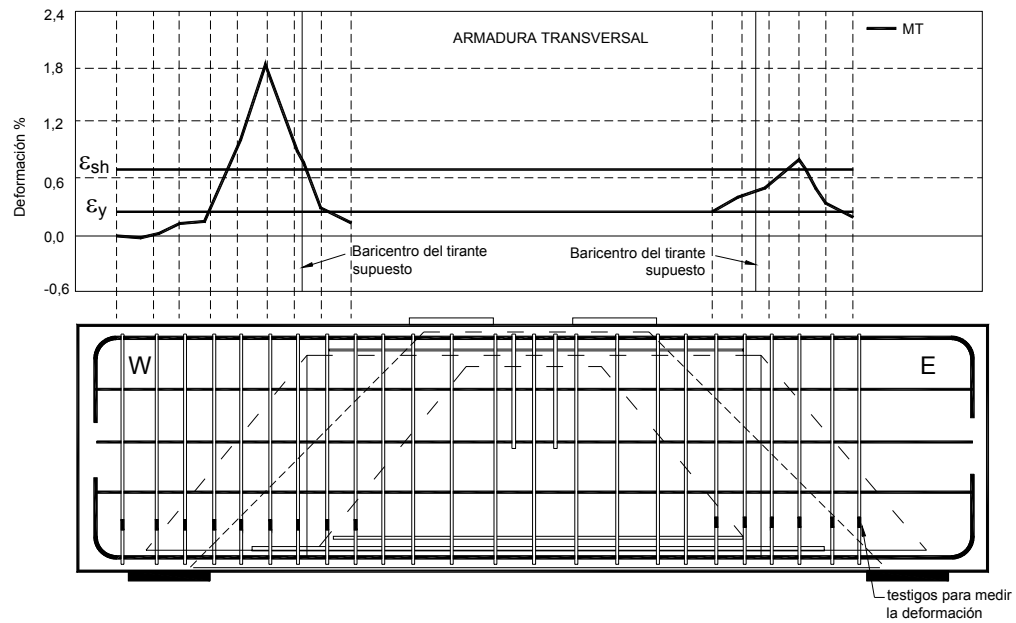
La resistencia de la viga de gran altura se pronosticó como 1160 kN (261 kips), valor menor que la resistencia medida igual a 1578 kN (355 kips). La falla de la viga estuvo determinada por la fluencia de los estribos, seguida por la formación de fisuras anchas, desde el borde exterior de la placa de carga hacia una región próxima al borde interno de la placa de apoyo, por aplastamiento del hormigón, así como por flexión localizada de la armadura longitudinal. La Figura 6(b) muestra la viga ensayada luego de la falla.

La Figura 8(a) muestra las deformaciones medidas en la armadura de estribos de la viga al llegar a la carga máxima. Se registró fluencia en casi todos los estribos. Las mayores deformaciones se registraron en el segundo, tercero y cuarto estribo a partir del borde interior de las placas de apoyo.

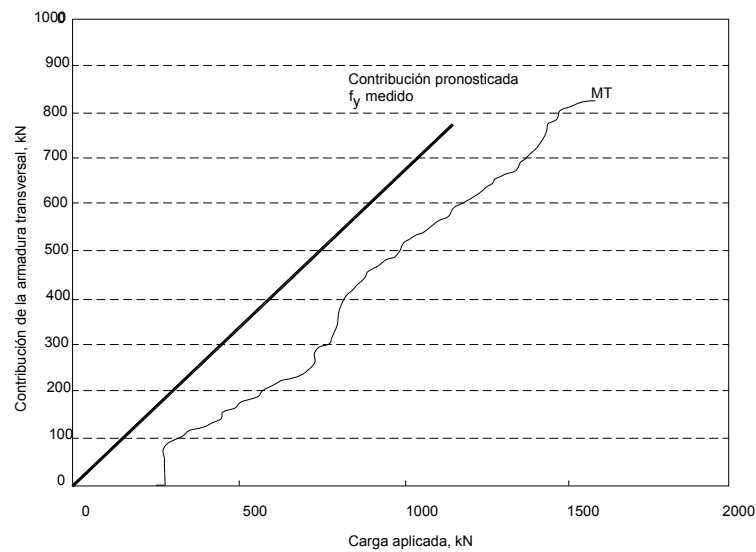
La Figura 8(b) muestra las fuerzas pronosticadas y medidas en los estribos a medida que aumentaba la carga. La contribución real se calculó a partir de las deformaciones registradas durante el ensayo, las cuales se convirtieron en tensiones utilizando la relación tensión-deformación medida de la armadura. El pronóstico se calculó suponiendo que los siete estribos participaban y que la porción de la carga resistida por los estribos (es decir, 0,657 por la carga aplicada) se mantenía constante durante los ensayos. Aunque la contribución de los estribos se ajustó a la tendencia de la predicción, sus valores resultaron menores. Esto implica que la contribución supuesta para la biela directa (0,343 por la carga aplicada) fue algo mayor.



### Parte 3: Verificación experimental de modelos de bielas y tirantes



(a) Deformaciones medidas en la armadura de estribos



(b) Contribución de los estribos a la resistencia al corte

Figura 8: Contribución de los estribos para la viga de gran altura ensayada por Uribe y Alcocer (2001).

## 7 Viga con extremos entallados

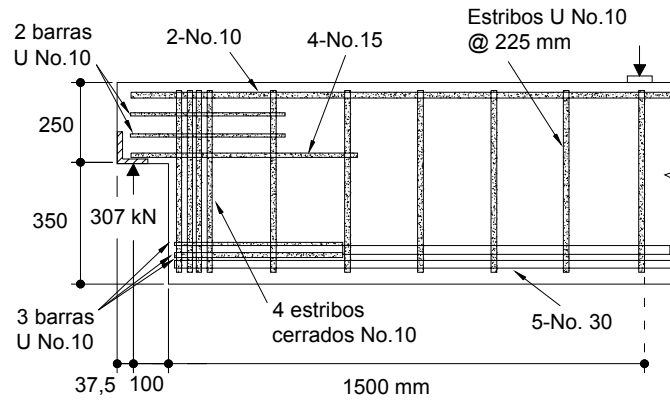
La Figura 9 muestra una viga con extremos entallados ensayada por Cook y Mitchell (1988). La viga tenía una profundidad de 600 mm por 300 mm de ancho (23,6 por 11,8 in.) y una longitud de 3200 mm (126 in.) entre apoyos de rodillos; estaba sometida a una carga concentrada a la mitad de su longitud. Como consecuencia de las entalladuras de los extremos, la viga tenía una saliente de 250 mm (9,8 in.) de profundidad en cada uno de sus extremos. En el momento del ensayo la resistencia del hormigón era de 29,8 MPa (4320 psi). La viga se diseñó usando el modelo de bielas y tirantes ilustrado en la Figura 9(c). Se asumió que el corte en el extremo de la viga se acumulaba en la parte inferior de la viga de mayor altura (nodo C) y luego era llevado por el tirante vertical principal B-C hasta la parte superior de la viga (nodo B). Se asumió que el corte en la saliente de los extremos fluía hacia la reacción de apoyo por medio de la biela de hormigón inclinada A-B. El tirante horizontal A-D era necesario para proveer equilibrio en el nodo justo por encima de la reacción de apoyo para equilibrar la componente horizontal de la fuerza en la biela A-B. El tirante vertical principal B-C consistía en cuatro estribos cerrados No. 10 (diámetro 11,3 mm (0,44 in.)). En el nodo A el tirante horizontal, compuesto por cuatro barras No. 15 (diámetro 16 mm (0,63 in.)) de grado apto para soldadura, se soldó a un perfil de acero 75 · 75 · 6 mm (3 · 3 · 0,25 in.) para proveer el anclaje necesario de los extremos. Estas barras se extendieron bastante hacia la porción de mayor altura de la viga a fin de proporcionar suficiente longitud de desarrollo. El nodo D representaba las tensiones de compresión resultantes de las tensiones de adherencia, y se asumió que estaba a una distancia igual a un medio de la longitud de desarrollo más allá del tirante vertical principal. Las bielas representaban los ejes de las tensiones de compresión, asumiendo que se desarrollaron tensiones de adherencia uniformes. Agregando tres barras No. 10 en forma de U en el extremo del tirante horizontal traccionado en la parte inferior de la viga en su parte de mayor altura se logró la fuerza adicional necesaria para anclar las cinco barras inferiores No. 30 (diámetro 29,9 mm (1,18 in.)) (ver Figura 9 (a)). En la parte de la viga de mayor altura se dispusieron estribos No. 10 en forma de U con una separación de 225 mm (8,9 in.).

Se asumió que el baricentro del cordón superior estaba ubicado a una distancia  $a/2$  de la superficie superior y que el tirante inferior estaba ubicado en el baricentro de la armadura de tracción. Se pronosticó que la probeta de ensayo fallaría por fluencia del tirante principal B-C. La fuerza de fluencia del tirante vertical principal era  $A_s f_y = 4 \cdot 2 \cdot 100 \text{ mm}^2 \cdot 445 \text{ MPa} = 356 \text{ kN}$  (80,0 kips). La reacción pronosticada en el momento de falla fue de 260 kN (58,5 kips). La carga de falla real fue de 307 kN (69,0 kips). Bajo la carga de falla pronosticada ningún otro tirante entró en fluencia y ninguna zona nodal ni tampoco las bielas alcanzaron sus tensiones límites.

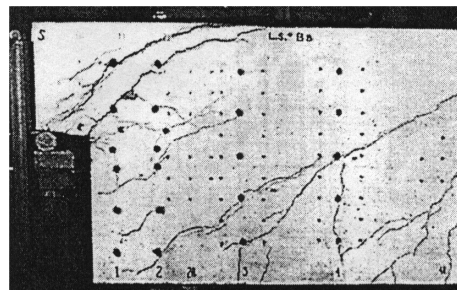
Las Figuras 10(a) y 10(b) muestran las deformaciones en la armadura en la primera fluencia y bajo el nivel de carga máximo de 307 kN (69,0 kips). Como se puede ver en la Figura 10(b), tanto el tirante horizontal como el tirante vertical principal sufrieron fluencia

### Parte 3: Verificación experimental de modelos de bielas y tirantes

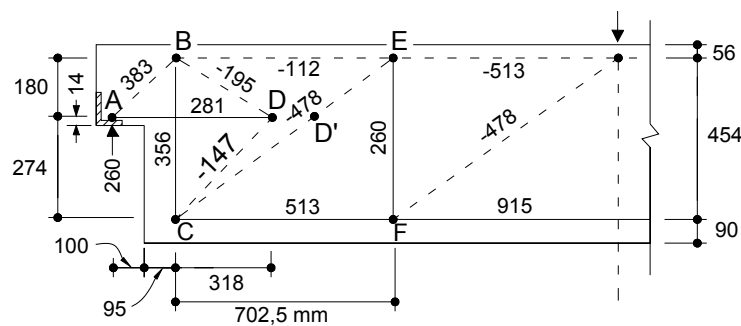
considerable. Las significativas deformaciones por tracción en el tirante horizontal en la parte inferior de la saliente del extremo ilustran la necesidad de anclar este tirante en el área de apoyo.



(a) Detalles



(b) Viga después de la falla



(c) Modelo de bielas y tirantes (fuerzas en kN)

Figura 9: Viga con extremos entallados, ensayada por Cook y Mitchell (1988).

Destacamos que al verificar las tensiones en el nodo B se debe tomar en cuenta el descantillado del recubrimiento de 40 mm de la armadura del tirante vertical, y por lo tanto se pronostica que la tensión en la zona nodal será  $356 \cdot 1000 / (110 \cdot 220) = 14,7 \text{ MPa}$  (2130 psi)  $= 0,49 f_c'$ . Para proporcionar un apoyo adecuado en esta zona nodal, para la armadura del tirante principal se usaron estribos cerrados anclados mediante codos a  $135^\circ$ . También se construyó y ensayó una probeta adicional, con cuatro estribos abiertos No. 10 en U en vez de estribos cerrados. Debido a este detalle, el área de la zona nodal en el nodo B se redujo efectivamente y la probeta con estribos abiertos falló con una carga menor por aplastamiento de la biela comprimida en este nodo. Esto enfatiza la necesidad de disponer estribos cerrados para los tirantes principales.

Si en el diseño se usa el modelo de bielas y tirantes ilustrado en la Figura 9(c), el número de nodos se puede reducir moviendo el nodo D a la posición D', siempre que el tirante horizontal se extienda más allá de D' en una distancia de al menos un medio de la longitud de desarrollo de la barra. Jirsa et al. (1991) y las Recomendaciones FIP (1999) contienen otros modelos de bielas y tirantes que se pueden utilizar para diseñar vigas con extremos entallados.

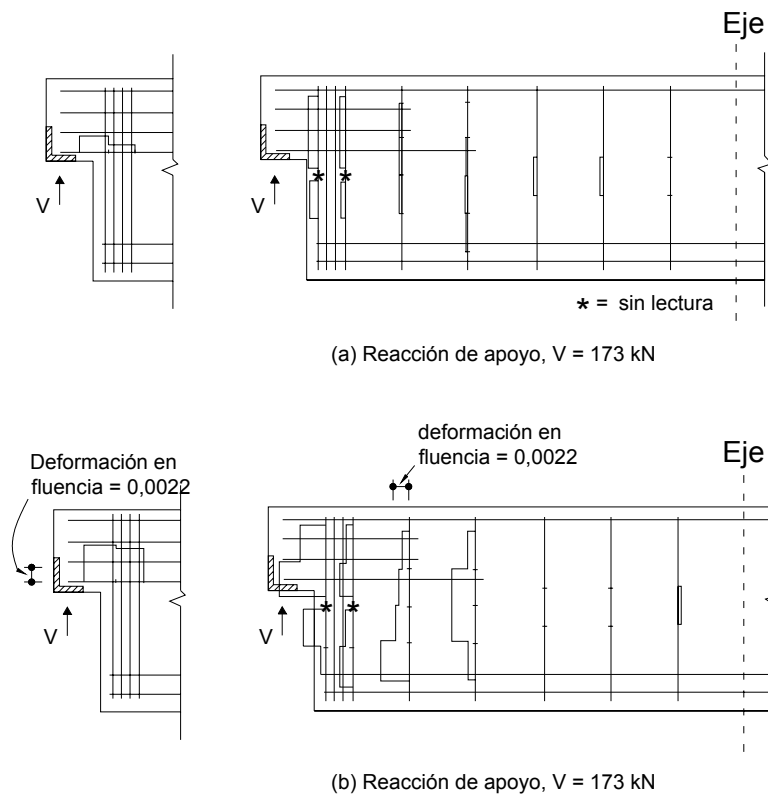


Figura 10: Deformaciones medidas en las barras de armadura de una viga con extremos entallados [Cook y Mitchell (1988)].

## 8 Conclusiones

Este trabajo presenta los resultados de diferentes ensayos que se han realizado en regiones perturbadas. Se usaron los enfoques de bielas y tirantes del Código ACI (2002), la Norma CSA (1984 y 1994) y las Recomendaciones FIP (1999) para pronosticar las capacidades de estas probetas de ensayo. Las capacidades pronosticadas se compararon con las cargas de falla medidas, y se concluyó que con el enfoque de bielas y tirantes para regiones perturbadas se obtienen pronósticos conservadores. Las Recomendaciones FIP (1999) le proporcionan al diseñador lineamientos útiles respecto de las geometrías de las bielas y tirantes para diferentes casos estándares tales como vigas de gran altura y ménsulas. El trabajo también discute algunas consideraciones importantes sobre el detallado de las regiones perturbadas. El modelo de bielas y tirantes constituye una herramienta simple y conservadora que le permite al diseñador visualizar de qué manera fluyen las fuerzas y apreciar la necesidad de un detallado cuidadoso.

## 9 Referencias

ACI Committee 318 (2002): "Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-02) and Commentary ACI 318-R-02", American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 443 pp.

Jirsa, J.O., Breen J.E., Bergmeister, K., Barton, D., Anderson, R. y Bouadi, H., (1991): "Experimental Studies of Nodes in Strut-and Tie Models", IABSE Colloquium Stuttgart 1991- Structural Concrete", International Association of Bridge and Structural Engineering, Zurich, pp. 525-532.

CSA Committee A23.3 (1984): "Design of Concrete Structures for Buildings", CAN3-A23.3-M84, Canadian Standards Association, Rexdale, Canada, 281 pp.

CSA Committee A23.3 (1994): "Design of Concrete Structures", CSA A23.3-94, Canadian Standards Association, Rexdale, Canada, 199 pp.

Cook, W.D. y Mitchell, D. (1988): "Studies of Disturbed Regions near Discontinuities in Reinforced Concrete Members", ACI Structural Journal, V. 85, No. 2, pp. 206-216.

FIP Recommendations (1999): *Practical Design of Structural Concrete*.

FIP-Commission 3 *"Practical Design"*, Sept. 1996

Publ.: SETO, Londres, Sept. 1999.

(Distribuido por: *fib*, Lausanne).

Leonhardt F. y Walther R. (1966): "Wandartiger Träger", Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Boletín No. 178, Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin, 159 pp.

Mörsch, E. (1909): "Concrete-Steel Construction (Der Eisenbetonbau)", Traducción de la tercera edición alemana por E.P. Goodrich, McGraw-Hill Book Co., New York, 368 pp.

Ritter, W. (1899): "The Hennebique Design Method (Die Bauweise Hennebique)", Schweizerische Bauzeitung (Zurich), V. 33, No. 7, Feb., pp. 59-61.

Rogowsky, D.M., MacGregor, J.G. y Ong, S.Y. (1986): "Tests of Reinforced Concrete Deep Beams", ACI Journal, V. 83, No. 4, Julio-Agosto, pp. 614-623.

Uribe C.M. y Alcocer S.M., (2001): "Comportamiento de vigas peraltadas diseñadas con el modelo de puntales y tensores", (En español), Centro Nacional de Prevención de Desastres, ISBN 970-628-607-1, México.

Walraven, J. y Lehwalter, N., (1994): "Size Effects in Short Beams Loaded in Shear", ACI Structural Journal, V. 91, No. 5, Setiembre-Octubre, pp. 585- 593.