

Parte 2

Derivación de modelos de bielas y tirantes para el Código ACI 2002

James G. MacGregor

Sinopsis

Este trabajo documenta las decisiones tomadas por el Comité ACI 318 para introducir los modelos de bielas y tirantes en el Código ACI 2002. Las Secciones 3 y 4 de este trabajo repasan el contenido del código referente a los modelos de bielas y tirantes. En la Sección 5 se presentan los formatos y valores de la resistencia efectiva a la compresión de las bielas. El primer paso fue derivar una resistencia efectiva a la compresión con la cual, usando el Apéndice A, se obtuviera la misma sección transversal y resistencia requeridas por otros códigos para la misma resistencia del hormigón y las mismas cargas no factoreadas. Para la selección final de los valores de diseño de la resistencia efectiva a la compresión se consideraron resultados de ensayo, valores de diseño de otra bibliografía, valores de otros códigos y las resistencias de diseño del Código ACI para situaciones de esfuerzos similares. En la Sección 6 del trabajo se resume una derivación similar de las resistencias efectivas a la compresión de las zonas nodales. Describir la geometría de las zonas nodales utilizando el lenguaje del código no resultó sencillo. En la Sección 7 de este trabajo se describe el diseño de tirantes; en la Sección 8 los requisitos para armadura nominal. La armadura nominal se provee para agregar ductilidad, mejorar la posibilidad de redistribución de las fuerzas internas y limitar la fisuración bajo cargas de servicio.

James G. MacGregor recibió un B.Sc. en Ingeniería Civil de la Universidad de Alberta, Canadá, en 1956, y un Ph.D. de la Universidad de Illinois en 1960. Se unió al Departamento de Ingeniería Civil de la Universidad de Alberta en 1960, donde continuó hasta 1993. El Dr. MacGregor trabaja en los comités técnicos de ACI sobre corte y torsión, columnas, y el comité para el Código ACI. Presidió los comités del Código Canadiense sobre diseño de hormigón armado y diseño estructural. Durante 1992-93 fue presidente de ACI. El Dr. MacGregor es Miembro Honorario de ACI, miembro de la Royal Society of Canada y miembro de la Canadian Academy of Engineering. En 1998 recibió un Doctorado Honorario de la Universidad de Lakehead, y en 1999 un Doctorado Honorario de la Universidad de Alberta.

1 Introducción

El Código ACI 2002 incluye un nuevo Apéndice A, “*Modelos de Bielas y Tirantes*”, y se han modificado varias secciones del código para permitir el empleo de modelos de bielas y tirantes (STM, según sus siglas en inglés) en el diseño. Durante el desarrollo del Apéndice A se tomaron conceptos de la Especificación AASHTO LRFD (1998), el Código modelo CEB/FIP (1993) según su interpretación en las Recomendaciones FIP (1999) y el Código de diseño del hormigón de Canadá, CSA A23.3-94 (1994). Los informes de investigación [Comité ACI 445 (1997)] también aportaron algunas de las bases para el apéndice. Este trabajo, juntamente con el Comentario del Apéndice A de ACI 318 [ACI (2002)] explica las decisiones tomadas y las hipótesis asumidas durante el desarrollo del Apéndice A.

2 Importancia

Este trabajo documenta las decisiones tomadas durante el desarrollo del Apéndice A, “*Modelos de Bielas y Tirantes*”, del Código ACI 2002.

3 Qué son los modelos de bielas y tirantes?

3.1 Regiones B y Regiones D

Las estructuras de hormigón se pueden dividir en regiones tipo viga donde son aplicables las hipótesis de distribución lineal de las deformaciones de la teoría flexional, y regiones perturbadas, adyacentes a los cambios abruptos de carga correspondientes a cargas concentradas y reacciones, o adyacentes a cambios abruptos de geometría tales como huecos o cambios de sección transversal. En estas secciones perturbadas las distribuciones de deformaciones no son lineales. Estas diferentes zonas se conocen como *regiones B* y *regiones D*, respectivamente.

En las regiones B se aplican la teoría de flexión tradicional para hormigón armado, y el enfoque de diseño tradicional ($V_c + V_s$) para el corte. Por el contrario, en las regiones D una gran proporción de la carga es transmitida directamente a los apoyos por las fuerzas de compresión en el plano del hormigón y las fuerzas de tracción en la armadura, por lo cual es necesario utilizar otro enfoque de diseño. Las regiones D se pueden modelar usando reticulados hipotéticos compuestos por *bielas* de hormigón comprimidas y *tirantes* de acero traccionados, que se encuentran en uniones llamadas *nodos*. Estos reticulados se conocen como *modelos de bielas y tirantes* (STMs). El modelo de bielas y tirantes de una viga de gran altura de un solo tramo ilustrado en la Figura 1 se compone de dos bielas

inclinadas y un tirante horizontal unidos en tres nodos [ACI 318 (2002)]. Los nodos se ubican dentro de *zonas nodales* que transfieren fuerzas de las bielas a los tirantes y reacciones. Se asume que los modelos de bielas y tirantes fallan debido a la fluencia de los tirantes, aplastamiento de las bielas, falla de las zonas nodales que conectan las bielas y los tirantes, o falla de anclaje de los tirantes. Se asume que las bielas y las zonas nodales llegan a su capacidad cuando las tensiones de compresión que actúan en los extremos de las bielas o en las caras de las zonas nodales llegan a la correspondiente *resistencia efectiva a la compresión*, f_{cu} .

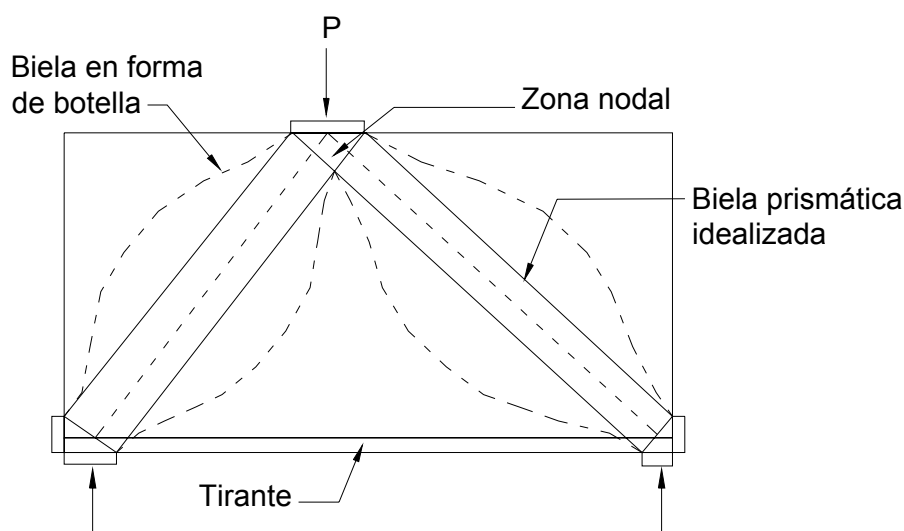


Figura 1: Modelo de bielas y tirantes para una viga de gran altura

El principio de St. Venant y análisis elásticos de tensiones sugieren que el efecto localizado de una carga concentrada o una discontinuidad geométrica desaparecerá a una distancia de *alrededor de* una profundidad del miembro a partir de la carga o discontinuidad. Por este motivo se asume que las regiones D se extienden *aproximadamente* una profundidad del miembro a partir de la carga o discontinuidad. Enfatizamos los términos “alrededor de” y “aproximadamente” debido a que la extensión de las regiones D puede variar según el caso. (Ver ACI Sección A.1.)

Si dos regiones D, cada una de ellas de una longitud menor o igual a d , se encuentran o superponen, el Apéndice A considera que actúan como una región D combinada. Para un tramo de corte en una viga de gran altura la región D combinada tiene una profundidad igual a d y una longitud de hasta $2d$ hacia un lado o hacia dos lados de la perturbación. Esto establece el menor ángulo entre una biela y un tirante unido a un extremo de la biela como $\arctan(d / 2d) = 26,5$ grados, redondeado a 25 grados. (Ver ACI Sección A.2.5.)

La Figura 2, reproducida de la publicación “*Prestressed Concrete Structures*” [Collins y Mitchell (1991)], compara las resistencias al corte empíricas de vigas simplemente apoyadas con diferentes relaciones longitud de corte/profundidad, a/d , comprendidas entre 1 y 7. El comportamiento de región B controla las resistencias de las vigas con relaciones a/d mayores que 2,5 como lo indica la línea aproximadamente horizontal a la derecha de $a/d = 2,5$. El comportamiento de región D controla las resistencias de las vigas con relaciones a/d menores que aproximadamente 2,5 como lo indica la línea de fuerte pendiente a la izquierda de $a/d = 2,5$ en la Figura 2.

El Comité ACI 318 limitó las longitudes máximas de regiones D aisladas a d , y a $2d$ para el caso de las regiones D superpuestas. Los modelos de bielas y tirantes también se pueden usar para el diseño de regiones B [Marti (1985)]. Sin embargo, el término V_c no está incluido en la ecuación tradicional de ACI para resistencia al corte.

Los modelos de bielas y tirantes bidimensionales se utilizan para representar estructuras planas tales como vigas de gran altura, ménsulas y uniones. Los modelos de bielas y tirantes tridimensionales se usan para estructuras tales como cabezales para dos o más filas de pilotes.

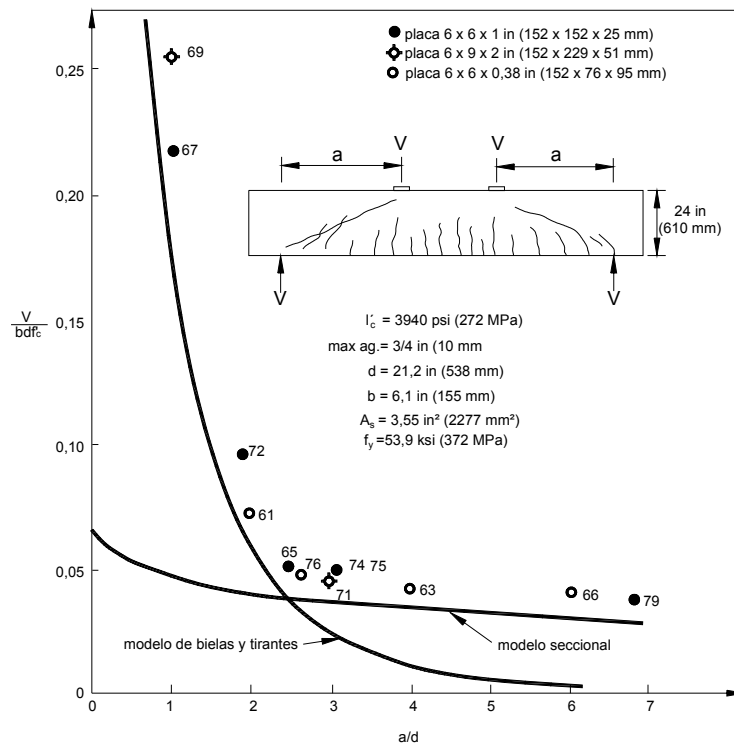


Fig. 2: Resistencia de vigas de hormigón que fallan en corte para diferentes relaciones a/d

3.2 Decisiones necesarias para desarrollar reglas de diseño para los modelos de bielas y tirantes

A fin de codificar los modelos de bielas y tirantes para el diseño, los principales elementos a definir y especificar son los siguientes:

- (a) la geometría de los modelos de bielas y tirantes,
- (b) cuáles son las resistencias efectivas del hormigón y factores ϕ a utilizar,
- (c) la forma y resistencia de las bielas,
- (d) la geometría y resistencia de las zonas nodales,
- (e) la geometría, resistencia y anclaje de los tirantes, y
- (f) los requisitos de detallado

Las definiciones de estos elementos difieren considerablemente en los diferentes códigos y documentos usados para el diseño. La resistencia efectiva del hormigón y los factores de reducción de la resistencia del Apéndice A originalmente se derivaron usando los factores de carga y resistencia del Capítulo 9 del Código ACI 1999. A continuación presentamos brevemente los cambios que requieren los nuevo factores de carga y resistencia del Código ACI 2002.

3.3 Geometría de los modelos de bielas y tirantes

Un modelo de bielas y tirantes es un reticulado hipotético que transmite fuerzas desde los puntos de carga hacia los apoyos. En “*Toward a Consistent Design of Structural Concrete*” [Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987)], “*Prestressed Concrete Structures*” [Collins y Mitchell (1991)], “*Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design*” [Marti (1985)] y “*Reinforced Concrete: Mechanics and Design*” [MacGregor (1997)] se discuten la selección de los modelos de bielas y tirantes, el cálculo de las fuerzas en las bielas y los tirantes y el diseño de la armadura de los tirantes, a la vez que se presentan ejemplos.

El Apéndice A está formulado bajo la hipótesis que en el diseño se usarán modelos de bielas y tirantes. No es su intención reducir el diseño a ecuaciones para el corte resistido por las bielas y la armadura de corte. La selección del modelo y la elaboración de un esquema del modelo son partes integrales del Apéndice A [ACI (2002)]; el Comentario RA.2.1 contiene un procedimiento paso a paso para diseñar un modelo de bielas y tirantes. Diferentes autores también han sugerido métodos para hacerlo [ACI (1999), Collins y Mitchell (1991), Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987) y MacGregor (1997)]. Generalmente el punto de partida es el cálculo de las reacciones para la estructura y las cargas dadas. En términos generales, el modelo de bielas y tirantes que minimiza la cantidad de armadura se aproxima al modelo ideal. Para el caso de las estructuras

bidimensionales, algunos autores [Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987)] recomiendan realizar un análisis por elementos finitos para determinar las trayectorias de los esfuerzos para una situación de carga dada. Luego las bielas se alinean a $\pm 15^\circ$ de las fuerzas de compresión resultantes de dicho análisis, y los tirantes a $\pm 15^\circ$ de las fuerzas de tracción resultantes.

Por otra parte, el Código Canadiense [CSA (1994)] exige que el análisis por elementos finitos sea verificado mediante análisis independientes que satisfagan el equilibrio, y sugiere utilizar para esta verificación los modelos de bielas y tirantes.

Durante el desarrollo de un modelo de bielas y tirantes para una aplicación determinada a menudo resulta útil seleccionar ubicaciones iniciales tentativas para los nodos y utilizar estas ubicaciones en el ciclo inicial de cálculo de las fuerzas en los miembros. Si se pueden conseguir fotografías del patrón de fisuración en estructuras similares, es posible ubicar las bielas y tirantes dentro de la estructura de manera tal que las bielas se ubiquen entre las fisuras. Las bielas no deben atravesar regiones fisuradas.

La Sección A.2 del código ACI 2002 presenta varios requisitos fundamentales que debe satisfacer un modelo de bielas y tirantes:

1. *Primero y principal, el modelo de bielas y tirantes debe estar en equilibrio con las cargas aplicadas factoreadas y las cargas permanentes factoreadas. (ACI, Sección A.2.2). El cálculo de las reacciones y las fuerzas en las bielas y tirantes es estático. Por lo tanto produce un campo de fuerzas estáticamente admisible.*
2. *Las resistencias de las bielas, tirantes y zonas nodales deben ser iguales o mayores que las fuerzas en dichos miembros. (ACI, Sección A.2.6.) Si en cualquier sección transversal la resistencia es mayor o igual que la resistencia requerida por el análisis del punto 1 se dice que la estructura tiene una distribución de resistencias segura.*
3. *Durante las primeras etapas del diseño de una región D puede ser suficiente considerar sólo los ejes de las bielas y tirantes. Sin embargo, al diseñar un modelo de bielas y tirantes, generalmente es necesario considerar los anchos de las bielas, tirantes, zonas nodales y regiones de apoyo. (Sección A.2.3.)*
4. *Las bielas no se deben cruzar ni superponer. (Sección A.2.4.) Los anchos de las bielas se eligen de manera tal que soporten las fuerzas en las bielas usando la resistencia efectiva del hormigón de las bielas. Si las bielas se superpusieran, las partes superpuestas de las bielas resultarían sobrecargadas.*
5. *Los tirantes pueden cruzar otros tirantes u otras bielas. (Sección A.2.4.)*
6. *El menor ángulo entre una biela y un tirante unidos en un nodo se ha fijado en 25° . (Sección A.2.5.)*

Un diseño estructural estáticamente admisible y seguro satisface los requisitos de una solución límite inferior en la teoría de plasticidad. Esto implica que la carga de falla

calculada mediante el modelo de bielas y tirantes subestima la carga de falla real. Para que esto sea cierto, la estructura debe tener ductilidad suficiente para acomodar cualquier redistribución de fuerzas necesaria.

4 Fuerzas en bielas y tirantes; factores de reducción de la resistencia, ϕ

Una vez seleccionado el modelo inicial de bielas y tirantes se calculan las reacciones a los pesos propios y cargas aplicadas. Después de calcular las reacciones se calculan las fuerzas, F_u , en todas las bielas, tirantes y zonas nodales usando análisis de pórticos. Luego las bielas, tirantes y zonas nodales se dimensionan en base a:

$$\phi F_n \geq F_u \quad (1)$$

donde F_u es la fuerza en el miembro (biela, tirante o zona nodal) debida a las cargas factoreadas, F_n es la resistencia nominal del miembro y ϕ es un factor de reducción de la resistencia. Las resistencias nominales de bielas, tirantes y zonas nodales son F_{ns} , F_{nt} y F_{nn} , respectivamente.

La Ecuación 1 incluye la resistencia factoreada ϕF_n . En el Código Modelo CEB/FIP (1993), el Código Canadiense [CSA (1994)] y las Recomendaciones FIP (1999) se aplican factores de reducción de resistencia de los materiales, ϕ_c y ϕ_s , ó γ_c y γ_s , a las resistencias del hormigón y el acero, f'_c y f'_y . El Código ACI 1999 usaba diferentes factores de reducción de la resistencia para cada tipo de resistencia estructural, $\phi_f = 0,9$ para flexión y $\phi_v = 0,85$ para corte en vigas, ménsulas y vigas de gran altura. (En este trabajo hemos agregados subíndices a los diferentes factores ϕ a fin de indicar la acción estructural correspondiente a cada uno de ellos.)

En el Código ACI 2002 las combinaciones de carga y los factores ϕ del Apéndice C de ACI 318-99 se intercambiaron con los del Capítulo 9 de ACI 318-99. En el Código 2002, ϕ_v y ϕ_{STM} se cambiaron a 0,75 para el diseño de modelos de bielas y tirantes usando los factores de carga y factores de reducción de la resistencia del Capítulo 9 del Código ACI 2002. Una reevaluación del factor ϕ correspondiente a flexión indicó que ϕ_f podía permanecer igual a 0,90.

El Código ACI 318-99 incluyó una nueva Sección 18.13 referente al diseño de zonas de anclajes de tendones postensados, en parte basada en los modelos de bielas y tirantes. El código especificaba que $\phi_{pA} = 0,85$ para el diseño de zonas de anclaje de tendones postensados, junto con un factor de carga de 1,2 (Sección 9.2.8) para la fuerza de pretensado. Los modelos de bielas y tirantes de las zonas de anclaje de tendones pretensados mantienen este factor ϕ y este factor de carga porque las fuerzas en el tendón y el factor de carga para las fuerzas en los tendones no se modifican.

5 Bielas

5.1 Tipos de bielas

La forma de las bielas es variable. Generalmente, en los modelos de bielas y tirantes se las idealiza como miembros prismáticos o uniformemente ahusados como lo indican los lados rectos de las bielas prismáticas idealizadas en los tramos de corte de la viga de gran altura de la Figura 1. En este modelo de bielas y tirantes, el hormigón comprimido a la mitad de la longitud de las bielas tiende a expandirse lateralmente. Si hay lugar para que efectivamente ocurra esta expansión se dice que las bielas son *en forma de botella*. En los modelos bidimensionales la mayoría de las bielas serán en forma de botella.

5.2 Diseño de bielas

Las bielas se diseñan de manera de satisfacer las Ecuaciones 1 a 4. La resistencia factoreada de una biela se calcula como:

$$F_{ns} = f_{cu} A_c \quad (2)$$

donde f_{cu} es la resistencia *efectiva a la compresión* del hormigón de la biela, que se toma igual a:

$$f_{cu} = \nu f'_c \quad (3)$$

ó

$$\phi f_{cu} = \phi \nu f'_c = \phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c \quad (4)$$

donde ν (nu) se denomina factor de efectividad, A_c es el área del extremo de la biela sobre la cual actúa f_{cu} . ϕ_{STM} es el valor de ϕ correspondiente a bielas, tirantes y zonas nodales en modelos de bielas y tirantes, α_1 es el factor 0,85 de ACI Sección 10.2.7.1 y β_s es el factor de efectividad para una biela. Si f_{cu} es diferente en los dos extremos de una biela, la biela se idealiza como uniformemente ahusada. En la derivación de la Ecuación 4 fue necesario incluir el término ν como un paso intermedio, ya que diferentes códigos e investigadores incluyen diferentes factores en sus definiciones de resistencia efectiva a la compresión.

5.3 Resistencia efectiva a la compresión de las bielas, f_{cu}

5.3.1 Factores que afectan la resistencia efectiva a la compresión del hormigón de las bielas

Se asume que la tensión que actúa en una biela es constante en toda la sección transversal del extremo de la biela. En los siguientes párrafos describimos tres importantes factores que afectan el factor de efectividad. Los valores de f_{cu} varían entre código y código dependiendo del énfasis que otorgan a cada uno de estos factores al derivar los valores del factor de efectividad.

(a) Efectos de la duración de las cargas. La resistencia efectiva de las bielas está dada por las Ecuaciones 1 y 4, donde $v = \alpha_1 \beta_s$, y α_1 es el factor 0,85 definido en ACI Sección 10.2.7.1; diferentes referencias explican que este factor considera los efectos de la duración de las cargas, o considera diferentes regímenes de carga en los cilindros y diagramas de flexión, o considera la migración vertical del agua de sangrado. En la Ecuación 4 α_1 se tomó igual a 0,85 de ACI Sección 10.2.7.1. Probablemente este factor debería ser función de f'_c , y disminuir a medida que f'_c aumenta [Ibrahim y MacGregor (1997)]. Recientemente se han sugerido varias relaciones para reemplazar $\alpha_1 = 0,85$ en ACI Sección 10.2.7.1. En caso que una de las revisiones propuestas sea aceptada, en la Ecuación 4 se modificaría α_1 de manera consecuente. El subíndice "s" del término β_s se refiere a biela. /Inicial de *strut*, término inglés./

(b) Fisuración de las bielas. Típicamente, las bielas desarrollan fisuras axiales, diagonales o transversales. En los siguientes párrafos explicamos la consiguiente reducción de la resistencia a la compresión de las bielas.

(i) Bielas en forma de botella. Con frecuencia las bielas son más anchas en su parte central que en sus extremos; esto se debe a que el ancho de hormigón hacia el cual se pueden expandir las tensiones es mayor en la parte central que en los extremos de la biela. Los contornos curvos de las bielas de la Figura 1, indicados con línea discontinua, representan los límites efectivos de una biela típica. Este tipo de biela se denomina *biela en forma de botella*. Para el diseño las bielas en forma de botella se idealizan como las bielas prismáticas indicadas con línea continua en la Figura 1.

La divergencia de las fuerzas a lo largo de la longitud de la biela tiende a provocar fisuración longitudinal cerca de los extremos de la biela, tal como se indica en la Figura 3. En ausencia de armadura que confine esta fisuración las fisuras podrían debilitar la biela. Schlaich et al. (1987) analizaron este tipo de fisuración y anticipan que ocurrirá cuando la tensión de compresión en el extremo de la biela supere aproximadamente $0,55f'_c$. Schlaich et al. y Breen et al. (1994) sugieren que las bielas divergentes de la Figura 3 tienen una pendiente de 1:2 como se indica en la figura.

(ii) Bielas fisuradas. La biela puede estar atravesada por fisuras que tienden a debilitarla [Schlaich, Schäfer y Jennewein (1987)]. Las resistencias efectivas a la compresión dadas en el Apéndice A y la Sección 5.3.5 de este trabajo reflejan este concepto.

(iii) Deformaciones transversales por tracción. Las deformaciones transversales por tracción perpendiculares al eje de una biela fisurada conectada a un tirante pueden reducir la resistencia a la compresión de la biela [Vecchio y Collins (1972)]. En el Código Canadiense [CSA (1994)] y las Especificaciones AASHTO (1998) se asume que la

resistencia de una biela es función de la deformación transversal por tracción de la biela debida al tirante unido en uno u otro extremo de la biela, calculada como una función del ángulo formado por el eje de la biela y el eje del tirante. Los ensayos realizados por Vecchio y Collins (1982) en paneles cuadrados de hormigón solicitados uniformemente dieron origen a los valores de f_{cu} dados por las Ecuaciones 11 y 12 de la Sección 5.3.3.

(c) Confinamiento del hormigón que rodea las bielas. En las estructuras de hormigón tridimensionales tales como cabezales de pilotes, la resistencia a la compresión de una biela puede aumentar debido al confinamiento provocado por el gran volumen de hormigón que rodea la biela. Adebar y Zhou (1993) propusieron ecuaciones para la resistencia efectiva a la compresión a utilizar en el diseño de cabezales de pilotes.

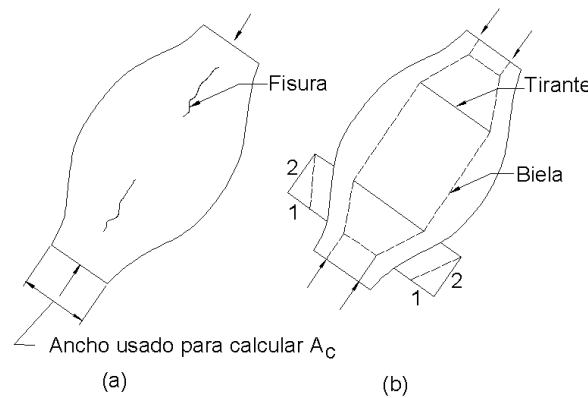


Figura 3: Fisuración longitudinal de una biela en forma de botella

5.3.2 Resistencia efectiva a la compresión de las bielas – según ensayos y bibliografía

Diversos investigadores han propuesto valores para el factor de efectividad v . En este trabajo presentamos algunas comparaciones. En la Bibliografía sobre Modelos de Bielas y Tirantes, compilada por el comité ACI-ASCE sobre Corte y Torsión [ACI 445 (1997)] se listan muchas otras referencias.

- En base al ensayo de veinticuatro vigas de gran altura de uno y dos tramos, Rogowsky y MacGregor (1986) propusieron $f_{cu} = vf'_c = 0,85f'_c$. Ellos observaron que la selección de un modelo reticulado adecuado era más importante que la selección de v .
- Ricketts (1985) informó relaciones entre resistencias de ensayo y resistencias calculadas de seis vigas continuas de gran altura de dos tramos. Las cargas de falla anticipadas usando modelos de bielas y tirantes tuvieron una relación promedio resistencia de ensayo / resistencia calculada igual a 0,96 para $v = 1,0$. Cuando tomaron

$v = 0,6$ la relación promedio resistencia de ensayo / resistencia calculada aumentó a 1,13. Esto indica que v estaba más próximo a 1,0 que a 0,6.

- Rogowsky (1983) sostuvo que $v = 1,0$ anticipa de manera conservadora las resistencias de las ménsulas ensayadas por Kriz y Raths (1965). Virtualmente todos los ensayos de ménsulas tuvieron factores de efectividad, v , comprendidos entre 1,0 y 1,3.
- Ramirez y Breen (1991) propusieron una relación entre v y $\sqrt{f'_c}$, donde v varía entre 0,55 y 0,39 para una variación de f'_c entre 3000 y 6000 psi.
- Bergmeister et al. (1991) relacionaron v y f'_c , con v variando de 0,77 a 0,69 para resistencias del hormigón comprendidas entre 3000 y 6000 psi.
- Schlaich et al. (1987) recomendaron valores de v similares a los indicados en la Sección 5.3.5 de este trabajo.
- Marti (1985) sugirió un valor constante $v = 0,6$.

5.3.3 Resistencia efectiva del hormigón de las bielas – de otros códigos

Debido a que otros códigos tienen diferentes factores de carga, diferentes factores de resistencia y diferentes maneras de especificar la resistencia del hormigón, los valores β_s de otros códigos no se pueden usar directamente en el Apéndice A. Otra complicación es el hecho que los factores de carga y resistencia del Capítulo 9 del Código ACI 2002 difieren de los del Capítulo 9 del Código ACI 1999.

Los valores iniciales de $\phi_{STM}\alpha_1\beta_s$ correspondientes a los factores de carga del Código ACI 1999 y la definición ACI de f'_c se derivaron por calibración respecto de las Recomendaciones FIP (1999). Las secciones transversales de las bielas requeridas por las Recomendaciones FIP, por ejemplo, se calcularon para las fuerzas axiales en una biela hipotética debidas a combinaciones supuestas de carga permanente y sobrecarga, en base a los factores de carga de las Recomendaciones FIP y para las correspondientes resistencias del hormigón, f'_c .

Luego se calcularon los valores de $\phi_{STM}\alpha_1\beta_s$ necesarios en el Código ACI de manera que con las secciones de biela de ambos códigos se obtuvieran las mismas capacidades de carga:

$$\phi_{STM} = 0,85 \text{ y } \alpha_1 = 0,85$$

Recomendaciones FIP. Las Recomendaciones FIP (1999) dan la sección transversal de una biela requerida para una determinada combinación de cargas como:

$$A_{c,FIP} = \frac{F_{uFIP}}{f_{cdeff}} \quad (5)$$

donde A_{cFIP} es la sección transversal de la biela calculada usando las Recomendaciones FIP, F_{uFIP} es la fuerza en la biela debida a la suma de las cargas factoreadas que actúan en la biela, y $f_{cd,eff}$ es la resistencia efectiva a la compresión del hormigón según FIP. Para una carga permanente no factoreada en la biela de 1000 kips y sobrecargas de 50 ó 200 kips, se calcularon los valores de A_{cFIP} usando la Ecuación 5 para resistencias del hormigón especificadas, f'_c , de 3000 psi y 6000 psi. Estas se igualaron con las correspondientes áreas, A_{cACI} , del Apéndice A:

$$A_{c,ACI} = \frac{F_{uACI}}{\phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c} \quad (6)$$

donde $A_{c,ACI}$ es el área de la biela o el diagrama de compresión para un miembro diseñado usando el Código ACI, y F_{uACI} es la fuerza en la biela debida a las cargas factoreadas de ACI en el modelo de bielas y tirantes.

Igualando A_{cFIP} y A_{cACI} , suponiendo que las cargas no factoreadas se definen de la misma manera tanto en ACI como en FIP y reordenando se obtiene:

$$\phi_{STM} \beta_s = \frac{F_{uACI} f_{cd,eff}}{\alpha_1 f'_c F_{uFIP}} \quad (7)$$

donde α_1 es el factor de ACI Sección 10.2.7.1.

Factores de carga y combinaciones de cargas. La combinación de cargas básica considerada es carga permanente más sobrecarga ($D + L$), donde $D = 100$ kips, siendo L igual a 50 kips (0,5D) o bien 200 kips (2,0D). Es razonable suponer que D y L se definen de manera similar en los códigos americanos y europeos.

En FIP, la combinación de cargas básica es $U = 1,35D + 1,5L$; donde U representa la carga última. Para $L = 0,5D$; $U = 2,10D$ (210 kips) y para $L = 2D$; $U = 4,35D$ (435 kips).

En la Sección 9.2.1 del Código ACI 1999 $U = 1,4D + 1,7L$. Para $L = 0,5D$; $U = 2,25D$ (225 kips) y para $L = 2D$; $U = 4,8D$ (480 kips).

En la Sección 9.2.1 del Código ACI 2002 la combinación de cargas básica pasa a ser $U = 1,2D + 1,6L$ obteniéndose $U = 200$ kips y 440 kips para ambos casos de cargas.

Resistencias del hormigón. Se consideraron dos resistencias del hormigón, 3000 kips y 6000 psi.

Hormigón de 3000 psi. Consideremos hormigón de 3000 psi (20,7 MPa) con una desviación estándar de 450 psi (3,1 MPa) y un coeficiente de variación de 0,15. De acuerdo con ACI Sección 5.3.2.1, la resistencia promedio requerida, $f_{cr}' = 3000 + 1,34 \times 450 = 3600$ psi. FIP define la resistencia del hormigón usando la resistencia característica o del percentil 5, f_{ck} , la cual es una fracción menor que la usada en ACI para definir f'_c . Para hormigón con una resistencia especificada según ACI de 3000 psi,

$$f_{ck} = 3600(1 - 1,645 \times 0,15) = 2710 \text{ psi} (18,7 \text{ MPa})$$

La resistencia de diseño para compresión uniaxial según FIP es:

$$f_{lcd} = \alpha \times \frac{f_{ck}}{\gamma_c} \quad (8)$$

donde $\alpha = 0,85$ es similar a $\alpha_1 = 0,85$ de ACI 10.2.7.1 y la Ecuación 4, y γ_c es un factor de resistencia para el hormigón igual a 1,5. Para $f'_c = 3000$ psi:

$$f_{lcd} = \frac{0,85 \times 2710}{1,5} = 1540 \text{ psi}$$

Hormigón de 6000 psi. Consideremos hormigón de 6000 psi (41,4 MPa) con una desviación estándar de 600 psi (4,14 MPa) y un coeficiente de variación de 0,10. De acuerdo con ACI Sección 5.3.2.1, la resistencia promedio requerida, $f_{cr}' = (6000 + 2,33 \times 600) - 500 = 6900$ psi. FIP utiliza la resistencia correspondiente al percentil 5, $f_{ck} = \underline{f_{cr}'} (1 - 1,645 \times 0,10) = 5760$ psi (39,8 MPa). De la Ecuación 8, la resistencia de diseño para compresión uniaxial de acuerdo con FIP es $f_{lcd} = 3260$ psi.

En las Recomendaciones FIP la resistencia del hormigón de una biela se toma como el menor valor de:

$$f_{cd,eff} = v_1 f_{lcd} \quad (9)$$

ó

$$f_{cd,eff} = v_2 f_{lcd} \quad (10)$$

donde la Ecuación 9 sólo es aplicable en las zonas comprimidas de vigas o columnas cargadas axialmente que se suponen uniformemente solicitadas con $f_{cd,eff} = v_1 f_{lcd}$ actuando en la distancia c entre el eje neutro y la fibra extrema comprimida. Debido a que esto ubica la fuerza de compresión resultante a una distancia $c/2$ de la fibra extrema comprimida, y no $a/2$ como se supone en el diagrama rectangular de tensiones del Código ACI, los valores de $f_{cd,eff}$ basados en v_1 no serán considerados.

FIP define v_2 de la Ecuación 10 mediante las siguientes descripciones:

5.3.2(3) a) Bielas no fisuradas con distribución uniforme de deformaciones. $v_2 = 1,00$

Para hormigón de 3000 psi $f_{cd,eff}$ es $1,00 \times 1540$ psi = 1540 psi. Para $\phi_{STM} = 0,85$ el valor de β_s variaba entre 0,76 y 0,83 para los factores de carga de 1999. Para los factores de carga y resistencia de 2002 el valor de β_s varía entre 0,77 y 0,86.

5.3.2(3) b) Bielas con fisuras paralelas a la biela y armadura transversal adherente. La reducción de resistencia de la biela se debe a la tracción transversal y a las perturbaciones provocadas por la armadura y las superficies irregulares de las fisuras. FIP indica $v_2 = 0,80$. Para los factores de carga de ACI 1999 $\alpha_1 \vee \beta_s \phi = 0,75$ los valores de β_s variaban entre 0,61 y 0,63. Para los factores de carga y factores ϕ de 2002 el rango es de 0,64 a 0,66.

5.3.2(3) c) *Bielas que transfieren compresión a través de fisuras con anchos de fisura normales, por ejemplo, en almas de vigas.* FIP da $v_2 = 0,60$. Para los factores de carga y factores ϕ del Código de 1999 β_s variaba entre 0,46 y 0,50. Para los factores de carga y resistencia de 2002 el rango es de 0,46 a 0,52.

5.3.2(3) d) *Bielas que transfieren compresión a través de fisuras muy grandes, por ejemplo, en miembros con tracción axial o alas traccionadas.* FIP da $v_2 = 0,45$. Para hormigón de 3000 psi, los correspondientes valores de β_s variaban entre 0,34 y 0,37 para el Código 1999. Para el Código 2002 el rango es de 0,35 a 0,39.

Estos valores se listan en la Tabla 1 para su comparación con los valores de β_s derivados de otros códigos y los propuestos para el Apéndice A. Debido a que las descripciones verbales empleadas en el Apéndice A del Código ACI difieren de las dadas en las Recomendaciones FIP, algunos casos FIP se superponen con casos ACI y aparecen listados dos o más veces.

Código Canadiense y Especificación AASHTO LRFD. Estos dos códigos definen f_{cu} en base a las deformaciones transversales por tracción en las bielas. Se supone que una sola definición de f_{cu} se aplica para todos los tipos de bielas.

En el Código Canadiense [CSA (1994)] el diseño se realiza usando una resistencia del hormigón factoreada $\phi_c f'_c$ y una resistencia del acero factoreada $\phi_s f_y$ donde $\phi_c = 0,60$ y $\phi_s = 0,85$. La resistencia del hormigón se define de la misma manera que en ACI 318. En el Código Canadiense los factores de carga son $U = 1,25D + 1,5L$. La resistencia efectiva a la compresión del hormigón de las bielas es:

$$f_{cu} = \frac{f'_c}{0,80 + 170\varepsilon_1} \leq 0,85f'_c \quad (11)$$

donde

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_s + (\varepsilon_s + 0,002) \cot^2 \theta_s \quad (12)$$

ε_s = deformación por tracción en el tirante

θ = menor ángulo entre el eje de la biela comprimida y el eje del tirante unido a un extremo de la biela.

En el modelo de bielas y tirantes de la Figura 1, la biela está anclada por el tirante longitudinal y cruzada por estribos o armadura mínima. En este caso θ_s se toma como el ángulo entre el eje de la biela y el tirante, que de acuerdo con la Sección A.2.5 de ACI está limitado a un valor de 25° y por implicancia tiene un límite superior de $90 - 25 = 65^\circ$ con respecto al tirante. Al calcular θ_s y ε_1 se ignoran los estribos y la armadura superficial mínima.

TABLA 1 – Valores de β_s para bielas en modelos de bielas y tirantes. $\phi f_{cu} = \phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$

Case	Código	β_s para $\phi = 0,85$ $\alpha_1 = 0,85$ factores de carga 1999		β_n para $\phi = 0,75$ $\alpha_1 = 0,85$ factores de carga 2002	
		Valores	Elegido	Valores	Elegido
A.3.2.1 – Bielas en las cuales el área de la sección transversal a la mitad de la longitud de la biela es igual al área en las zonas nodales, tales como la zona comprimida de una viga <ul style="list-style-type: none"> • Biela no fisurada con distribución uniforme de deformaciones, $v_2 = 1,00$ • Zona comprimida de una viga • Zona comprimida de una columna zunchada 	ACI Ap. A		1,0		1,0
	FIP 5.3.2(3)a)	0,76-0,83		0,77-0,86	
	ACI 10.2.7	1,06		1,20	
	ACI Capítulo 10	0,82		0,87	
A.3.2.2 – Bielas ubicadas de manera tal que el ancho de la sección transversal de la biela a la mitad de su longitud es mayor que el ancho en las zonas nodales (Bielas en forma de botella) <p>(a) con armadura que satisface A.3.3</p> <ul style="list-style-type: none"> • Bielas con fisuras y armadura transversal adherente, $v_2 = 0,80$ • Bielas que transfieren compresión a través de fisuras de ancho normal, $v_2 = 0,6$ • Bielas en las zonas de anclaje postensado de modelos de bielas y tirantes • Bielas atravesadas por armadura que forma un ángulo θ respecto del eje de la biela • Calculado a partir de ensayos de vigas de uno y dos tramos <p>(b) sin armadura que satisfaga A.3.3</p>	ACI Ap. A		0,75		0,75
	FIP 5.3.2(3)b)	0,61-0,66		0,61-0,69	
	FIP 5.3.2(3)c)	0,46-0,50		0,46-0,52	
	ACI 18.13	0,82 λ			
	CSA $\theta = 60^\circ$	0,683			
	$\theta = 45^\circ$	0,513			
	$\theta = 30^\circ$	0,293			
	Ref. 21	0,95			
	ACI Ap. A		0,60 λ		0,60 λ

Case	Código	β_s para $\phi=0,85$ $\alpha_1=0,85$ factores de carga 1999		β_n para $\phi=0,75$ $\alpha_1=0,85$ factores de carga 2002	
		Valores	Elegido	Valores	Elegido
<ul style="list-style-type: none"> Bielas que transfieren compresión a través de fisuras de ancho normal, $v_2 = 0,60$ 	FIP 5.3.2(3)c)	0,46-0,50		0,46-0,52	
A.3.2.3 – Bielas en miembros traccionados, o en las alas traccionadas de un miembro <ul style="list-style-type: none"> Bielas que transfieren compresión a través de grandes fisuras 	ACI Ap. A FIP 5.3.2(3)d)		0,40		0,40
A.3.2.4 – Para todos los demás casos	ACI Ap. A		0,60		0,60

Para $\theta_s = 60^\circ$ y $\varepsilon_s = \varepsilon_y = 0,002$ la Ecuación 11 del Código Canadiense [CSA (1994)] da $f_{cu} = 0,73f'_c$.

Para $\theta_s = 45^\circ$ y $\varepsilon_s = 0,002$ la Ecuación 11 da $f_{cu} = 0,55f'_c$.

Para $\theta_s = 30^\circ$ y $\varepsilon_s = 0,002$ se obtiene $f_{cu} = 0,31f'_c$.

Suponiendo que $\phi f_{cu} = \phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$, para estos ángulos θ los valores de β_s son 0,68; 0,51 y 0,29 respectivamente, en base a $\alpha_1 = 0,85$ y $\phi_{STM} = 0,85$.

Para los modelos de bielas y tirantes, la Especificación AASHTO LRFD [AASHTO (2002)] da los siguientes valores de ϕ :

- Para compresión en modelos de bielas y tirantes 0,70
- Para compresión en zonas de anclaje:
 - hormigón de peso normal 0,80
 - hormigón liviano 0,65

Para modelos de bielas y tirantes de las zonas de anclaje pretensadas AASHTO indica

$$f_{cu} = 0,7\phi f'_c$$

excepto que, en áreas donde el hormigón puede estar muy fisurado bajo cargas últimas debido a otros efectos de las fuerzas, o si se anticipan grandes rotaciones inelásticas, la resistencia efectiva a la compresión factoreada se limita a $0,6 \phi f'_c$.

Igualando ϕf_{cu} con $\phi \alpha_1 \beta_s f'_c$ y despreciando las diferencias de los factores de carga se obtiene $\beta_s = 0,82$ y $0,71$ para $\phi f_{cu} = 0,7 \phi f'_c$ y $0,6 \phi f'_c$ respectivamente, con $\alpha_1 = 0,85$.

5.3.4 Resistencia efectiva del hormigón de las bielas – según otras secciones de ACI 318-99

La resistencia efectiva del hormigón de una biela está dada como el producto $\phi f_{cu} = \phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$. En los siguientes tres casos sería deseable que $\phi v f'_c$ concordara con $\phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$ a fin de minimizar las diferencias en la interfase entre las regiones B, diseñadas usando la teoría tradicional de flexión y corte, y las regiones D, diseñadas usando modelos de bielas y tirantes.

Diagrama rectangular de tensiones por flexión en vigas. Según el Código ACI 1999, para flexión, $\phi_f = 0,90$ y $\alpha_1 = 0,85$ la fuerza de compresión por flexión, C_u , que actúa en la altura, $a = \beta_1 c$, del diagrama rectangular de tensiones es:

$$C_{u,flex} = \phi_f \alpha_1 f'_c a b \quad (13)$$

Si suponemos que la fuerza de compresión en un modelo de bielas y tirantes de la misma viga también es igual a C_u :

$$C_{u,STM} = \phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c a b \quad (14)$$

Igualando y reemplazando $\phi_{STM} = 0,85$ se obtiene $\beta_s = \phi_f / \phi_{STM} = 1,06$.

Para el mismo caso usando $\phi_{STM} = 0,75$ y $\phi_f = 0,90$ del Código ACI 2002, $\beta_s = 0,90 / 0,75 = 1,20$.

Diagrama de tensiones por flexión en columnas que fallan en compresión. El factor ϕ correspondiente a columnas zunchadas es $\phi_{tc} = 0,70$ y para columnas con armadura en espiral $\phi_{sc} = 0,75$. Para el Código ACI 1999, $\phi_{tc} v f'_c = \phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$. El correspondiente valor de β_s es $0,70 / 0,85 = 0,82$ para columnas zunchadas y $0,88$ para columnas con armadura en espiral. Este valor para la zona comprimida de una columna zunchada es menor que el valor de β_s para la zona comprimida de una viga porque los factores ϕ de ACI para columnas arbitrariamente se fijaron menores que los factores ϕ para flexión a fin de tomar en cuenta la mayor severidad y naturaleza frágil de las fallas en columnas.

Zonas de anclaje de tendones pretensados. ACI 318-99 Sección 18.13.4.2. En 1999 ACI 318 incluyó una nueva Sección 18.13 sobre zonas de anclaje de tendones en gran parte basada en los modelos de bielas y tirantes. Esta revisión utilizó $f_{cu} = 0,7 \lambda f'_c$ y $\phi = 0,85$. Rescribiendo la expresión para f_{cu} como $\phi f_{cu} = \phi_{STM} \alpha_1 \beta_s f'_c$ se obtiene $\beta_s = 0,7 \lambda / \alpha_1 = 0,824 \lambda$.

5.3.5 Selección de f_{cu} para las bielas para el Apéndice A

Los valores de f_{cu} presentados en el Apéndice A del Código ACI fueron seleccionados de manera de satisfacer cuatro criterios:

- (a) Sencillez de aplicación.
- (b) Compatibilidad con ensayos de regiones D, tales como vigas de gran altura, extremos entallados o ménsulas.
- (c) Compatibilidad con otras secciones de ACI 318.
- (d) Compatibilidad con otros códigos o recomendaciones para el diseño.

Debido a que para una aplicación dada estos cuatro criterios conducen a diferentes valores de f_{cu} , para seleccionar los valores de f_{cu} fue necesario aplicar el criterio profesional.

En la Tabla 1 se resumen los valores de β_s . Los títulos numerados A.3.2.1 a A.3.2.4 describen los tipos de bielas usadas en el Apéndice A de ACI 318-02. En cada sección también se listan valores de β_s para casos relacionados. En los diversos códigos citados se dan dos métodos diferentes para especificar f_{cu} : (a) FIP utiliza descripciones de la fisuración de las bielas para seleccionar los valores de v aplicables. (b) CSA y AASHTO basan f_{cu} en las Ecuaciones 11 y 12 lo cual requiere calcular ϵ_s . La primera opción depende de hallar descripciones no ambiguas del estado de fisuración del miembro. La segunda depende de la posibilidad de calcular una deformación mal definida en el alma del miembro. En el Apéndice A se adoptó la primera opción, es decir, la descripción verbal. En los siguientes párrafos las frases en cursiva fueron tomadas directamente de ACI 318-02.

A.3.2.1 Para bielas cuya sección transversal es uniforme en la totalidad de su longitud,..... $\beta_s = 1,0$.

La Tabla 1 lista valores de β_s comprendidos entre 0,76 y 1,20 para los casos relacionados. β_s se tomó igual a 1,0 ó se ha propuesto $\beta_s = 0,85$ para corresponder con el diagrama rectangular de tensiones correspondiente a flexión. Al momento de tomar esta decisión se consideró también la evidencia que β_s se aproxima a 1,0 en ensayos.

A.3.2.2 Para bielas ubicadas de manera tal que el ancho de la sección transversal de la biela a la mitad de su longitud es mayor que el ancho en los nodos (bielas en forma de botella):

(a) con armadura que satisface A.3.3 $\beta_s = 0,75$

Otros códigos dan β_s entre 0,46 y 0,824. Los valores del código CSA se basan en un concepto diferente y por lo tanto los ignoraremos. En experimentos se obtuvieron valores de β_s de hasta 0,94.

(b) sin armadura que satisface A.3.3 $\beta_s = 0,60\lambda$

El término λ para fisuración del hormigón liviano se incluyó en el valor de β_s de A.3.2.2(b) porque no está presente el efecto estabilizador de la armadura transversal para las bielas y se asume que la falla se produce poco después de la fisuración.

A.3.2.3 *Para bielas en miembros traccionados, o en las alas traccionadas de los miembros* $\beta_s = 0,40$

El caso similar de FIP corresponde a $\beta_s = 0,34$ a $0,37$.

A.3.2.4 *Para todos los demás casos* $\beta_s = 0,60$

Los valores de β_s seleccionados generalmente son mayores que los de otros códigos porque se le dio mayor peso a los valores de f_{cu} correspondientes a los casos de diseño relacionados del Código ACI y a los valores de f_{cu} de ensayo que a los valores de f_{cu} de otros códigos.

6 Nodos y zonas nodales

6.1 Clasificación de nodos y zonas nodales

Es importante distinguir entre nodos y zonas nodales. Los *nodos* son los puntos donde se intersecan las fuerzas axiales de las bielas y tirantes, mientras que las *zonas nodales* son las regiones alrededor de las zonas de unión donde están conectados los miembros. Para que en un nodo de una estructura plana tal como una viga de gran altura exista equilibrio vertical y horizontal es necesario que haya un mínimo de tres fuerzas actuando sobre el nodo.

Los nodos se clasifican de acuerdo con los tipos de fuerzas que se encuentran en los mismos. De este modo, un nodo C-C-C ancla tres bielas, un nodo C-C-T ancla dos bielas y un tirante, un nodo C-T-T ancla una biela y dos tirantes. El Apéndice A asume que las caras de una zona nodal cargadas en compresión tienen el mismo ancho que los extremos de las bielas. El ancho de las caras que anclan tirantes se discutirá en profundidad en la Sección 7.1.

6.2 Tipos de zonas nodales y su empleo en modelos de bielas y tirantes

La bibliografía sobre modelos de bielas y tirantes se basa en dos conceptos bastante diferentes.

Zonas nodales hidrostáticas. Originalmente se asumía que todas las caras de las zonas nodales estaban sometidas a tensiones iguales. Debido a que el círculo de Mohr para las tensiones que actúan en estas zonas nodales se grafica como un punto, este tipo de nodo se

denominó *zona nodal hidrostática*. Si las tensiones son iguales en todos los lados de la zona nodal, las relaciones entre las longitudes de los lados de una zona nodal hidrostática es $w_{n1}:w_{n2}:w_{n3}$ son proporcionales a las fuerzas $C_1 : C_2 : C_3$ que actúan sobre los lados.

Las zonas nodales hidrostáticas se extendieron a los nodos C-C-T o C-T-T suponiendo que los tirantes se extendían a través de las zonas nodales para ser anclados del lado más alejado del nodo mediante ganchos o adherencia. Este concepto se representa usando una placa de anclaje *hipotética* detrás de la unión. El área de la placa de anclaje hipotética se selecciona de manera tal que la presión de apoyo sobre la placa sea igual a las tensiones que actúan en los otros lados de la zona nodal. El área efectiva del tirante es la fuerza en el tirante dividida por la tensión de apoyo admisible para las bielas que concurren en un nodo. El requisito que exige tensiones iguales en todas las caras de una zona nodal hidrostática tiende a complicar el empleo de este tipo de zonas nodales.

Zonas nodales extendidas. Son zonas nodales limitadas por los contornos de las zonas comprimidas en la intersección de:

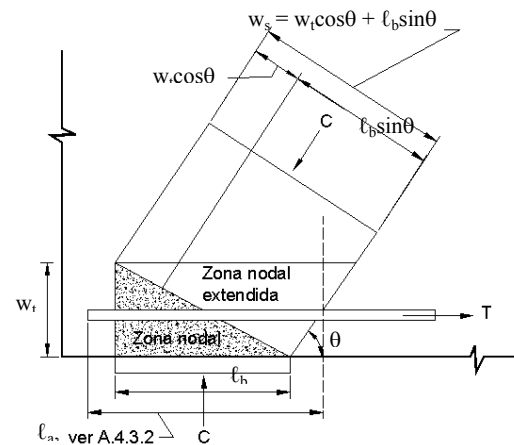
- (a) las bielas,
- (b) las reacciones, y
- (c) los anchos supuestos de los tirantes incluyendo un prisma de hormigón concéntrico con los tirantes

Esto se ilustra en la Figura 4(a), donde el área sombreada más oscura representa la zona nodal hidrostática y el área sombreada total es la zona nodal extendida. La zona nodal extendida cae dentro del área comprimida por efecto de las reacciones y bielas. Las tensiones de compresión ayudan a la transferencia de fuerzas entre biela y biela, o entre biela y tirante. En general el Apéndice A utiliza zonas nodales extendidas en lugar de zonas nodales hidrostáticas.

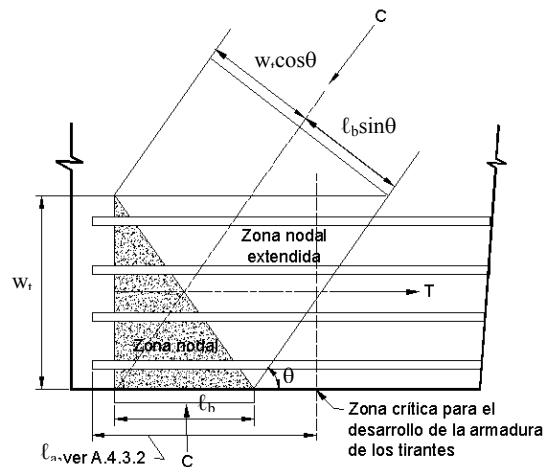
Relaciones entre las dimensiones de una zona nodal. Es posible derivar ecuaciones que relacionen los anchos de las bielas, tirantes y áreas de apoyo si se supone que las tensiones son iguales en los tres miembros que concurren en una zona nodal C-C-T.

$$w_s = w_t \cos \theta + \ell_b \sin \theta \quad (15)$$

donde w_s es el ancho de la biela, w_t es el ancho efectivo del tirante, ℓ_b es la longitud de la placa de apoyo y θ es el ángulo entre el eje de la biela y el eje horizontal del miembro. Esta relación resulta útil para ajustar el tamaño de las zonas nodales en los modelos de bielas y tirantes. El ancho de una biela se puede ajustar variando w_t ó ℓ_b , una dimensión a la vez. Una vez ajustado el ancho de biela, es necesario verificar las tensiones en todas las caras de la zona nodal. La precisión de la Ecuación 15 disminuye a medida que las tensiones en las caras se vuelven más desiguales. La Ecuación 15 fue incluida en la Figura 4 (ACI Figura RA.1.6), pero no así en el propio código. Los futuros comités deberían considerar agregar estas ecuaciones en el Comentario.



(a) *Una capa de armadura*



(b) *Armadura distribuida*

Figura 4: Zona nodal extendida

Resolución de las fuerzas que actúan sobre una zona nodal. Si hay más de tres fuerzas actuando sobre una zona nodal, muchas veces es necesario resolver algunas de las fuerzas para poder trabajar con tres fuerzas que se intersecan. Alternativamente, los nodos de modelos de bielas y tirantes sobre los cuales actúan más de tres fuerzas se podrían analizar suponiendo que todas las fuerzas de las bielas y tirantes actúan a través del nodo, resolviendo todas las fuerzas a un lado de la zona nodal para obtener una única resultante para la biela durante el diseño de la zona nodal. Este concepto se ilustra en la Figura RA.2.3 del Comentario ACI.

6.3 Resistencia efectiva a la compresión de las zonas nodales

6.3.1 Resistencia efectiva a la compresión de las zonas nodales obtenida mediante ensayos

Hay muy pocos ensayos de la resistencia de las zonas nodales disponibles. Ensayos realizados sobre diez zonas nodales C-C-T y nueve zonas nodales C-T-T aisladas informados por Jirsa et al. (1991) indican que en estas zonas nodales, siempre que estén adecuadamente detalladas, se puede desarrollar $f_{cu} = 0,80 f'_c$. Para las zonas nodales C-C-T la relación resistencia de ensayo/resistencia calculada promedio fue de 1,17 con una desviación estándar de 0,14. Para las zonas nodales C-T-T la relación resistencia de ensayo/resistencia calculada promedio fue de 1,02. Suponiendo $\phi = 1,0$ para comparar con la resistencia de las probetas de ensayo y $\alpha_1 = 0,85$ esto corresponde a $\beta_n = 0,94$.

6.3.2 Resistencia efectiva a la compresión de las zonas nodales según otros códigos

6.3.2.1 Recomendaciones FIP "Diseño práctico del Hormigón Estructural"

Las Recomendaciones FIP limitan f_{cu} en las zonas nodales a los siguientes valores:

- para regiones nodales que anclan uno o más tirantes: $0,85 f_{lcd}$ donde f_{lcd} está dado por la Ecuación 8.

Para $\alpha_1 = 0,85$ y ϕ_{SMT} esto corresponde a $\beta_n = 0,65$ a $0,71$.

- para zonas nodales C-C-C cargadas de forma biaxial o triaxial que anclan solamente bielas:
 - estado biaxial de tensiones: hasta $1,20 f_{lcd}$ ($\beta_n = 0,91$)
 - estado triaxial de tensiones: hasta $3,88 f_{lcd}$ ($\beta_n = 2,9$)

6.3.2.2 Código Canadiense y Especificación AASHTO LRFD

El Código Canadiense (1994) define la resistencia efectiva a la compresión de las zonas nodales, ϕf_{cu} , como:

- para zonas nodales solicitadas por bielas comprimidas y áreas de apoyo: $0,85 \phi f'_c$
- para zonas nodales que anclan sólo un tirante: $0,75 \phi f'_c$
- para zonas nodales que anclan más de un tirante: $0,65 \phi f'_c$

donde $\phi_c = 0,60$ en el Código Canadiense.

La intención de los valores β_n es reflejar el efecto debilitante de la discontinuidad de deformaciones introducida cuando hay tirantes traccionados anclados en un nodo solicitado por compresión. Los valores del código Canadiense equivalen a $\beta_n = 0,80$; $0,70$ y $0,61$ en ACI.

La Especificación AASHTO LRFD usa valores de f_{cu} similares.

6.3.3 Selección de la resistencia efectiva a la compresión de las zonas nodales, f_{cu}

En la Tabla 2 se resumen los valores de f_{cu} para zonas nodales de acuerdo con otros códigos. Para el Código 1999, el factor de reducción de la resistencia para zonas nodales se tomó como $\phi_{STM} = 0,85$. La resistencia efectiva a la compresión, f_{cu} , se basará en los valores de AASHTO y CSA, modificados para concordar con los factores de carga de ACI, el factor α_1 y $\phi_{STM} = 0,85$ usando la Ecuación 4.

Se seleccionaron los siguientes valores para su inclusión en el Código ACI 2002:

- para zonas nodales C-C-C limitadas por bielas comprimidas y áreas de apoyo $\beta_n = 1,0$
- para zonas nodales C-C-T que anclan sólo un tirante $\beta_n = 0,80$
- para zonas nodales C-T-T o T-T-T que anclan tirantes en más de una dirección $\beta_n = 0,60$

La Tabla 2 muestra que estos valores se ajustan razonablemente a los valores de β_n para cada tipo de zona nodal.

7 Tirantes

7.1 Tirantes en los modelos de bielas y tirantes

En los modelos de bielas y tirantes basados en zonas nodales hidrostáticas la armadura de los tirantes se distribuye en la altura del tirante según el siguiente cálculo:

$$w_t = \frac{F_u / \phi}{f_{cu} b_w} \quad (16)$$

Se asume que el tirante está formado por la armadura más un prisma de hormigón hipotético concéntrico con el eje de la fuerza de tracción. Por lo tanto, la Sección A.4.2 de ACI requiere que la armadura de los tirantes se distribuya de manera aproximadamente uniforme en el ancho del tirante, w_t . Esto puede implicar la colocación de la armadura en varias capas como se ilustra en la Figura 4(b), y no concentrarla en la cara traccionada de la viga como se ilustra en la Figura 4(a).

Si se utilizan zonas nodales extendidas, el valor extremo menor de la altura del tirante corresponde al acero colocado en una capa tomando w_t igual al diámetro de las barras más dos veces el recubrimiento de las barras como en la Figura 4(a). (Ver también la Sección RA.4.2 del Comentario del Apéndice A.)

7.2 Resistencia de los tirantes

Se asume que un tirante no pretensado llega a su capacidad cuando la fuerza en el tirante llega a

$$T_n = A_s f_y \quad (17)$$

Para los tirantes pretensados se agrega un segundo término, la Ecuación A-6 de ACI supone Δf_p igual a 60 ksi. Esta es una aproximación razonable para el cambio de tensión en la armadura pretensada a medida que el miembro se carga hasta el punto de falla. Generalmente el principal problema en el diseño de tirantes es el anclaje de los mismos en una zona nodal. El prisma hipotético de hormigón concéntrico con el tirante no resiste ninguna parte de la fuerza en el tirante. En las verificaciones de serviciabilidad la menor deformación del tirante debida a este hormigón puede reducir el alargamiento del tirante, produciendo menor deflexión en el miembro.

Tabla 2: Valores de β_n recomendados para las zonas nodales en modelos de bielas y tirantes, $\phi = 0,85$ y factores de carga de 1999 y $\phi = 0,75$ y factores de carga de 2002 $\phi f_{cu} = \phi \alpha_1 \beta_n f_c'$

Caso	Código	Rango de β_n	β_n^1 y factores de carga de 1999	Rango de β_n	β_n^2 y factores de carga de 2002
Zonas nodales C-C-C • Zonas nodales que anclan sólo bielas comprimidas	CSA A23.3 FIP	0,79-0,80 0,91-1,00	1,0	0,76-0,83 0,92-1,03	1,0
Zonas Nodales C-C-T • Zonas nodales que anclan uno o más tirantes	CSA A23.3 FIP	0,70-0,71 0,65-0,71	0,80	0,67-0,73 0,65-0,73	0,80
Zonas nodales C-T-T • Zonas nodales que anclan uno o más tirantes	CSA A23.3 FIP	0,61 0,65-0,71	0,60	0,58-0,63 0,65 - 0,73	0,60
Ensayos de zonas nodales. Para los ensayos $\phi = 1,0$	Ref. 15	0,94			

Notas: ¹ El primer conjunto de valores de β_n recomendados son para utilizar con los factores de carga de 1999, asumir $\alpha_1 = 0,85$ y $\phi_{STM} = 0,85$

² El segundo conjunto de valores de β_n recomendados son para utilizar con los factores de carga de 2002, asumir $\alpha_1 = 0,85$ y $\phi_{STM} = 0,75$.

7.3 Anclaje de los tirantes

Las Secciones A.4.3.1, A.4.3.2 y A.4.3.3 de ACI requieren que el anclaje de las fueras de los tirantes se logre completamente antes que el baricentro geométrico de las barras de un tirante abandone la zona nodal extendida. Esto se ilustra en la Figura 4. Es posible que sea necesario utilizar ganchos o anclajes mecánicos. La Sección A.4.3 de ACI lista otros requisitos para el anclaje de tirantes. En las zonas nodales de estructuras tipo viga en las cuales las bielas diagonales están ancladas mediante estribos, el cambio de las fuerzas del tirante en el nodo del reticulado debe ocurrir dentro del ancho de la zona nodal.

8 Requisitos de armadura

8.1 Efectos de la armadura mínima de confinamiento según ensayos

Es deseable contar con mallas de armadura en las caras laterales de las regiones D para restringir las fisuras longitudinales cerca de los extremos de las bielas en forma de botella, y también para darle algo de ductilidad a las bielas.

Tres vigas continuas de gran altura de dos tramos ensayadas por Rogowsky (1983) y Ricketts (1985), con relaciones longitud de tramo/profundidad igual a 0,8 y estribos verticales para una cuantía, ρ_v , de 0,0015 y sin armadura de corte horizontal, fallaron luego que la armadura de momento positivo (armadura inferior) entrara en fluencia pero antes que lo hiciera la armadura superior, y como resultado estas dos vigas no desarrollaron la totalidad de su capacidad de carga plástica. Esta ρ_v no permitió una adecuada redistribución de momentos.

Tres vigas similares con cuantías de estribos verticales del orden de 0,0035 – también en este caso sin armadura de corte horizontal – tenían diferentes distribuciones de armadura de flexión. En estas vigas las cantidades relativas de armadura superior e inferior, según un análisis elástico de una viga esbelta, fueron de 4 barras superiores y 3 barras inferiores. Las tres vigas variaban las cantidades de barras superiores e inferiores: 2 barras superiores y 5 barras inferiores en la primera viga, 4 barras superiores y 3 barras inferiores en la segunda viga, y 5 barras superiores y 2 barras inferiores en la tercera viga. Las tres vigas fallaron luego que tanto la armadura superior como la inferior entraran en fluencia. Esto requirió redistribución de momentos. Las tendencias de estos y otros ensayos con cuantías variables sugieren que en vigas con estribos verticales exclusivamente la totalidad de la capacidad plástica se alcanzaría con una cuantía de armadura de estribos de 0,0025.

8.2 Armadura mínima requerida en las bielas en forma de botella

Las Secciones A.3.2.2(a) y (b) de ACI permiten usar $\beta_s = 0,75$ para el cálculo de la resistencia efectiva a la compresión de bielas en forma de botella con armadura que satisface la Sección A.3.3 de ACI. Si no se provee esta armadura el valor de β_s se reduce a $0,60 \lambda$. La Sección A.3.3 de ACI requiere armadura transversal al eje de la biela dimensionada de manera de resistir la fuerza de tracción que se pierde cuando la biela se fisura debido a la expansión de las fuerzas de la biela. La Sección A.3.3 de ACI permite que el diseñador calcule la armadura necesaria ya sea mediante un modelo de bielas y tirantes ideal, localizado, de la biela como se ilustra en la Figura 3(b) o bien, para el caso de vigas con hormigón de resistencia menor o igual a 6000 psi, la Sección A.3.3.1 de ACI permite aproximar los resultados del modelo de bielas y tirantes usando la ecuación empírica, Ecuación A-4. Esta ecuación se derivó asumiendo que la tensión normal, σ_1 , que actúa en la fisura resultante de una capa de armadura de confinamiento es:

$$\sigma_1 = \frac{A_{s1} f_{s1}}{b s_1} \sin \gamma_1 \quad (18)$$

donde A_{s1} es la sección de las barras en una dirección y el ángulo γ_1 es el ángulo entre la fisura y la componente de la fuerza en la barra en cuestión. La dirección de la barra se selecciona de manera tal que una fuerza de tracción en la barra provoque una fuerza de compresión en el hormigón perpendicular a la fisura. A fin de simplificar la presentación se ha escrito sin el término f_{s1} .

A.3.3.1 permite satisfacer este requisito mediante capas de armadura que cruzan la biela y que satisfacen

$$\sum \frac{A_{si}}{b_{si}} \sin \gamma_i \geq 0,003 \quad (19)$$

donde A_{si} es la sección total de armadura con separación s_i en una capa de barras que forma un ángulo γ_i respecto del eje de la biela. La Sección A.3.3.1 de ACI establece que esta armadura generalmente se dispone en forma de malla en dos direcciones ortogonales en cada cara, pero permite colocarla en una sola capa en casos tales como las ménsulas o cartelas.

8.3 Mínima armadura de corte en vigas de gran altura

Existe una gran discontinuidad en la cantidad de armadura de corte requerida en el límite entre vigas de gran altura y vigas de poca altura en los códigos de 1999 y anteriores. Las Recomendaciones FIP (1998) proporcionan una transición de una región D a una región B para relaciones a/d próximas al límite de 2. Para longitudes de corte con a/z entre 0,5 y 2, siendo $z = jd$ el brazo de palanca interno entre las fuerzas resultantes de tracción y compresión en flexión, FIP requiere que una parte, V_2 , del corte total, V , en la longitud de

corte sea transferido a los apoyos mediante una biela inclinada, y el resto, $V_1 = V - V_2$, sea transferido mediante armadura de corte vertical.

Para a/z comprendido entre 0,5 y 2,0 V_1 está dado por:

$$V_1 = V \frac{\left(\frac{2a}{z} - 1\right)}{3} \quad (20)$$

En los límites $a/z = 0,5$ y $2,0$ esta ecuación da por resultado $V_1 = 0$ y $V_1 = V$. Por lo tanto, para $a/z = 0,5$ FIP recomienda que todo el corte V sea transferido mediante la biela inclinada, y para $a/z = 2$ FIP recomienda que todo el corte sea resistido por estribos. El Subcomité ACI 318 E debería considerar la posibilidad de agregar al Apéndice A este requisito u otro similar. Este requisito impide la existencia de modelos de bielas y tirantes con bielas que forman ángulos demasiado pequeños respecto del eje longitudinal del miembro. Por el mismo motivo, la Sección A.2.5 de ACI limita este ángulo a 25° .

8.4 Mínima armadura de corte según diferentes códigos

- El Código CSA 1994 requiere una malla ortogonal de barras de armadura próxima a cada cara con una relación entre sección total de armadura y sección bruta de hormigón en cada dirección de al menos 0,002. Esto se conoce como armadura para limitación de la fisuración. La porción de esta armadura paralela a un tirante y ubicada dentro de la sección transversal supuesta para el tirante se puede considerar como parte de la armadura del tirante.
- AASHTO (2002) contiene requisitos similares a los del CSA, pero fija la cuantía mínima total en cada dirección igual a 0,003. El Comentario de la Especificación AASHTO LRFD establece que, en miembros más esbeltos, debería haber una malla de barras en cada cara, mientras que en miembros más gruesos podría ser necesario disponer múltiples mallas en todo el ancho.
- Las Recomendaciones FIP (1999) sugieren que las vigas de gran altura deberían tener una cuantía mínima de 0,001 en cada dirección, en cada cara, totalizando no menos de 0,002 en cada sentido.
- Las Secciones 11.8.4 y 11.8.5 de ACI 318-99 requieren cuantías mínimas de armadura de corte vertical y horizontal de $0,0015b_{ws}$ y $0,0025b_{ws2}$, respectivamente, en vigas de gran altura.

Estas cantidades mínimas proveen una capacidad de corte considerable. Cada $0,001b_{ws}$ de armadura de corte vertical corresponde a una resistencia al corte, V_s correspondiente a $v = 60$ psi, calculada usando la Ecuación 11-15 de ACI. La armadura de corte horizontal es mucho menos eficiente para transferir corte. La capacidad adicional provista por la

armadura de corte vertical no está implícitamente incluida en el cálculo de resistencia usando las Ecuaciones A-1 y A-2 de ACI. Se toma en cuenta mediante el aumento de β_s .

Para algunas regiones D, como por ejemplo las de una viga de gran altura, resulta factible proveer mallas ortogonales de armadura próximas a las caras de la viga. En otros casos, tales como ménsulas o extremos entallados, es más sencillo colocar la armadura en una sola dirección, horizontal en el caso de una ménsula. La Sección A.3.3.2 de ACI permite armadura de confinamiento unidireccional en ménsulas o casos similares. Si se la coloca en una sola capa, la armadura se coloca en una dirección que forme un ángulo de al menos 40° respecto del eje de la biela.

En algunas estructuras tridimensionales, como por ejemplo los cabezales para más de dos pilotes, a menudo no resulta posible colocar armadura de corte en el modelo de bielas y tirantes. En estos casos la Sección A.3.2.2(b) de ACI requiere reducir la resistencia de las bielas.

8.5 Selección de la mínima armadura de corte

En una región D la mínima armadura de corte tiene dos funciones estructurales: resistir la tracción transversal en las áreas en forma de botella próximas a los extremos de la biela una vez que se produce la fisuración por tracción por compresión diametral, y proveer ductilidad a las bielas y zonas nodales mediante confinamiento. En la Ecuación A-4 la armadura mínima se da en términos de cantidades equivalentes perpendiculares al eje de la biela.

En los ensayos de Rogowsky (1983) y Ricketts (1985) citados anteriormente, la totalidad de la capacidad plástica se obtuvo con una cuantía de armadura vertical igual a 0,0035.

Estas vigas no tenían armadura de corte horizontal. El modelo de bielas y tirantes de la región de falla indicó que la biela crítica tenía una pendiente de alrededor de 55° respecto de la armadura vertical.

La cuantía crítica de armadura de corte tomada perpendicularmente a la biela es $\rho_v \sin \gamma$, donde γ es el ángulo formado por la armadura y el eje de la biela. En los ensayos de Rogowsky y Ricketts citados en el párrafo precedente, γ fue de 55° y la cantidad de armadura provista fue equivalente a

$$\sum \frac{A_{si}}{b_{si}} \sin \gamma_i = 0,0029$$

En el diseño esta limitación de la fisuración se logra disponiendo armadura de corte mínima que satisfaga:

$$\sum (\rho_{vi} \sin \gamma_i) \geq 0,003 \quad (21)$$

donde ρ_{vi} es la cuantía para la armadura de corte que forma un ángulo γ_i respecto del eje de la biela.

8.6 Comparación de modelos de bielas y tirantes con ensayos en vigas de gran altura

Durante el desarrollo de los requisitos del Código ACI correspondientes a modelos de bielas y tirantes se consideraron una variedad de resultados de ensayos, según se informó en la Sección 5.3.2 de este trabajo. Además, los requisitos finales del código se compararon con ensayos realizados en ambos extremos de seis vigas de gran altura de un solo tramo ensayadas por Rogowsky y MacGregor (1986). Estas vigas eran relativamente grandes, con alturas totales de 500 a 1000 mm y longitudes de 2000 mm, y relaciones a/d de 1,03; 1,86 y 2,21.

Se asumió que cada viga tendría cinco estados límites de falla, desde fluencia de los tirantes hasta aplastamiento de cada extremo de cada biela y aplastamiento de las zonas nodales en cada extremo de cada biela. La resistencia de cada longitud de corte se tomó como la menor de las cinco resistencias al corte para dicha longitud de corte. Las relaciones entre el menor valor de ensayo y la resistencia al corte calculada estuvieron comprendidas entre 0,96 y 2,14 con un promedio de 1,54 y un coeficiente de variación de 0,247. Las relaciones medias ensayo/cálculo disminuyeron desde 2,0 para vigas con $a/d = 1,06$ hasta 1,32 para vigas con $a/d = 2,0$. Esto concuerda razonablemente con los datos de ensayos de corte. En otro trabajo presentado en este simposio, D. Mitchell presenta otros controles respecto de datos de ensayo.

9 Otros detalles

9.1 Cambios en las Secciones 10.7.1 y 11.8 del Código ACI 1999

Cuando se introdujeron los modelos de bielas y tirantes fue necesario cambiar las definiciones de vigas de gran altura de las Secciones 10.7.1 y 11.8.1 del código ACI 1999. Las nuevas definiciones se basan en la definición de viga de gran altura dada en la Sección A.1 de ACI 2002.

Las ecuaciones de diseño del Código ACI 1999 y anteriores para vigas de gran altura se basaban en el enfoque ($V_c + V_s$) para el corte. Se eliminaron las Ecuaciones 11-29 y 11-30 para V_c y V_s del Código 1999, sin reemplazarlas en el Capítulo 11, ya que estas ecuaciones no reflejaban el comportamiento real de las vigas de gran altura. Esto es particularmente cierto en el caso de vigas continuas de gran altura en las cuales el momento tiende a cero en la sección crítica definida en la Sección 11.8.5 de ACI. En consecuencia, el segundo término del lado derecho de la Ecuación 11-29 de ACI para V_c tiende a cero. Además,

existía una discontinuidad muy importante en la magnitud de V_s de la Ecuación 11-30 de ACI 1999. Para $\ell_n/d = 5,0$ el V_s provisto por estribos horizontales caía de $0,5A_vf_y$ para $\ell_n/d = 4,99$ a cero para $\ell_n/d = 5,01$. En la misma región el V_s provisto por estribos verticales aumentaba de $0,5$ a $1,0 A_vf_y$.

La Sección 11.8 de ACI, "Vigas de Gran Altura", se acortó omitiendo estas secciones, y se permitió el diseño ya sea mediante análisis no lineales o mediante modelos de bielas y tirantes.

9.2 Cabezales de pilotes

Se revisó la Sección 15.5.3 de ACI para permitir el empleo de modelos de bielas y tirantes en el diseño de cabezales de pilotes. En un cabezal de pilotes el modelo de bielas y tirantes es tridimensional. Las zonas nodales también son tridimensionales, con las bielas de los diferentes pilotes convergiendo en la zona nodal en la base de la columna. La intención de la Sección A.5.3 es simplificar el diseño de modelos tridimensionales de bielas y tirantes, requiriendo que el área de cada una de las caras individuales de la zona nodal se calcule mediante la Ecuación A-7, pero no exigiendo una correspondencia exacta entre la geometría en el extremo de la biela y la correspondiente geometría de la cara de la zona nodal sobre la cual actúa la biela, siempre que se provea suficiente superficie de apoyo.

9.3 Serviciabilidad

El último párrafo de RA.2.1 menciona la serviciabilidad. Las deflexiones se pueden estimar usando un análisis de pórtico elástico del modelo de bielas y tirantes. La rigidez axial de las bielas se puede modelar como regiones fisuradas con rigideces axiales iguales a A_sE_s/ℓ_{cr} y regiones no fisuradas con rigideces axiales iguales A_cE_c/ℓ_{uncr} , donde ℓ_{cr} y ℓ_{uncr} son las porciones de la longitud de biela que se puede asumir poseen una rigidez de sección fisurada y la fracción que posee rigidez de sección no fisurada, respectivamente. Esto permite modelar el alargamiento del tirante de manera más sencilla. Sobre este tema se deberían realizar estudios más profundos.

10 Resumen

Se explica el desarrollo del Apéndice A del Código ACI 2002 y la selección de los factores ϕ y las resistencias efectivas del hormigón. Se analizan las características de los modelos de bielas y tirantes.

11 Agradecimientos

El Apéndice A del Código ACI fue desarrollado por el Comité ACI 318, Subcomité E, *Corte y Torsión*, presidido por J.O. Jirsa. Posteriormente, durante el período en el cual el Apéndice fue sometido a consideración y revisión, la presidencia fue ocupada por J.K. Wight. El Comité ACI 445, "*Modelos de Bielas y Tirantes*", presidido por K.H. Reineck, ofreció su ayuda y una gran variedad de verificaciones de diseño. Las verificaciones de diseño y las comparaciones con ensayos fueron realizadas por los miembros de ACI 445.A. El Apéndice A fue revisado por el Comité ACI 318 y aprobado en un proceso de votación.

12 Notación

En este trabajo se utiliza la siguiente notación:

w_{n1}, w_{n2}, w_{n3} = longitudes de las caras de una zona nodal.

A_c = menor área de extremo de una biela.

A_v = sección de armadura de corte vertical en una separación s .

b_w = ancho del alma de una viga.

f'_c = resistencia a la compresión especificada del hormigón.

$F_{cd\ eff}$ = resistencia del hormigón de una biela – FIP.

f_{cu} = resistencia efectiva a la compresión de las bielas o zonas nodales – ACI.

$f_{l\ cd}$ = resistencia de diseño del hormigón para compresión uniaxial – FIP.

$F_n, F_{nn}, F_{ns}, F_{nt}$ = resistencia nominal, resistencia nominal de una zona nodal, resistencia nominal de una biela y resistencia nominal de un tirante.

F_u = fuerza en una biela, tirante o nodo debida a las cargas factoreadas.

jd = brazo de palanca interno entre las fuerzas resultantes de tracción y compresión en una viga, de la Sección 10.2.7 de ACI.

s = separación de la armadura de corte vertical.

V_c = resistencia al corte provista por el hormigón.

V_s = resistencia al corte provista por los estribos.

w_t = altura de un tirante y el hormigón que lo rodea.

z = brazo de palanca interno entre las fuerzas resultantes de tracción y compresión en una viga

- α_1 = relación entre la tensión promedio del diagrama rectangular de tensiones y la resistencia del hormigón.
- β_s, β_n = relación entre la resistencia de diseño del hormigón en una biela o nodo y la resistencia especificada.
- ε_1 = deformación por tensión principal en el hormigón.
- ε_2 = deformación en un tirante.
- $\phi, \phi_f, \phi_v, \phi_{STM}$ = factor de reducción de la resistencia, factores de reducción de la resistencia para flexión, para corte, para modelos de bielas y tirantes.
- γ = ángulo entre el eje de una biela y el eje de una capa de armadura de confinamiento.
- λ = factor de corrección para la resistencia del hormigón liviano.
- v = factor de efectividad.
- ρ_v = cuantía de armadura de corte vertical = $\frac{A_v}{b_w s}$

13 Referencias

- AASHTO (1998): *LRFD Bridge Specifications and Commentary*. 2da Edición, American Association of Highway and Transportation Officials, Washington, 1998, 1216 pp.
- ACI Committee 318 (2002): *Building Code Requirements for Structural Concrete* (ACI 318-02) *and Commentary* (ACI 318R-02). American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 2002, 443pp.
- ACI Committee 445 (1997): *Strut-and-Tie Bibliography*, ACI Bibliography No. 16, 1997, 50 pp.
- ACI ASCE Committee 445 (1998): *Recent approaches to shear design of structural concrete*. State-of-the-Art-Report by ASCE-ACI Committee 445 on Shear and Torsion. ASCE Journal of Structural Engineering 124 (1998), No. 12, 1375-1417 (ver también ACI 445R-99, American Concrete Institute, Farmington Hills, MI (1999), 55 pp.).
- Adebar, P. and Zhou, Z. (1993): *Bearing Strength of Compressive Struts Confined by Plain Concrete*. ACI Structural Journal, Vol. 90 (1993), No. 5, Setiembre-Octubre 1993, pp 534-541.
- Bergmeister, K., Breen, J.E. y Jirsa, J.O. (1991): Dimensioning of Nodal zones and Anchorage of Reinforcement, *Structural Concrete*. IABSE Colloquium Structural Concrete, Stuttgart, 1991, pp 551-564.

Breen, J.E.; Burdet, O; Roberts, C; Sanders, D; Wollmann, G; y Falconer, B. (1994): NCHRP *Report* 356, Transportation Research Board, National Academy Press, Washington, D.C.

Canadian Standards Association (CSA) (1994): A23.3-94, *Design of Concrete Structures*, Canadian Standards Association, Rexdale, Dic. 1994, 199 pp.

CEB-FIP Model Code 1990 (1993): *Design of concrete structures*. Comité Euro-International du Béton, Thomas Telford Services Ltd., Londres, 1993, 437 pp.

Collins, M P and Mitchell, Denis (1991): *Prestressed Concrete Structures*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, 1991, 766 pp.

FIP Recommendations (1999): *Practical Design of Structural Concrete*. FIP-Commission 3 "Practical Design", Sept. 1996. Publ.: SETO, Londres, Sept. 1999. (Distribuido por: fib, Lausanne).

Ibrahim, Hisham H.H. y MacGregor, James G. (1997): *Modification of the ACI Rectangular Stress Block for High-Strength Concrete*. ACI Structural Journal Vol. 94 (1997), No. 1, Enero- Febrero 1997, pp 40-48.

Jirsa, J.O., Bergmeister, K., Anderson, R., Breen, J.E., Barton, D., y Bouadi, H. (1991): *Experimental Studies of Nodes in Strut-and-Tie Models*. Structural Concrete, IABSE Colloquium Structural Concrete, Stuttgart, 1991, pp 525-532.

Kriz, L.B. y Raths, C.H. (1965): *Connections in Precast Concrete Structures: Strength of Corbels*. PCI Journal, Vol. 10 (1965), No. 1, 1965, pp 16-47.

MacGregor, J.G. (1997): *Reinforced Concrete. Mechanics and Design*, 3ra Edición. Prentice Hall, 1997, 939 pp.

Marti, P. (1985): *Basic Tools of Reinforced Concrete Beam Design*. ACI Journal, Vol. 82 (1985), No. 1, Enero-Febrero 1985, pp 46-56.

Ramirez, J.A. y Breen, J.E. (1991): *Evaluation of a Modified Truss-Model Approach for Beams in Shear*. ACI Structural Journal, Vol. 88 (1991), No. 5, Sept.-Oct. 1991, pp 562-571.

Ricketts, D. (1985): *Continuous Reinforced Concrete Deep Beams*. Tesis Doctoral, University of Alberta, Edmonton, 1985.

Rogowsky, D.M. y MacGregor, J.G. (1986): *Design of Deep Reinforced Concrete Continuous Beams*. Concrete International: Design and Construction, Vol. 8 (1986), No. 8, Agosto, pp 49-58.

Rogowsky, D.M. (1983): *Shear Strength of Deep Reinforced Concrete Continuous Beams*. Tesis Doctoral, University of Alberta, Nov. 1983, 178 pp.

Schlaich, J.; Schäfer, K.; Jennewein, M. (1987): *Toward a Consistent Design of Structural Concrete*. PCI Journal, Vol. 32 (1987), No. 3, Mayo-Junio, p. 74-150.

Vecchio, F.J.; Collins, M.P. (1982): *The Response of Reinforced Concrete to In-plane Shear and Normal Stresses*. Publicación 82-03, Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Toronto, Toronto, Marzo 1982, 332 pp.