

# 22

## Zapatas y Cabezales de Pilotes

### ACTUALIZACIÓN PARA EL CÓDIGO 2002

El artículo 11.12.3 presenta requisitos revisados para la armadura de corte de las zapatas, cuyo objetivo es mejorar la seguridad contra la falla por corte por punzonado.

### CONSIDERACIONES GENERALES

Los requisitos del Capítulo 15 se aplican fundamentalmente al diseño de fundaciones en las que se apoya una sola columna (zapatas aisladas), y no contiene requisitos específicos para el diseño de fundaciones en las cuales se apoyan más de una columna (zapatas combinadas). El Código establece que las zapatas combinadas se deben dimensionar para resistir las cargas mayoradas y reacciones inducidas de acuerdo con los requisitos de diseño del Código que correspondan. La discusión detallada del diseño de las zapatas combinadas está fuera del alcance de este capítulo. Sin embargo, a manera de enfoque general, las zapatas combinadas se pueden diseñar como vigas en su dirección longitudinal y como una zapata aislada en la dirección transversal, en un determinado ancho definido a cada lado de las columnas que soporta. Para mayor información sobre el diseño de zapatas combinadas se sugiere consultar las Referencias 15.1 y 15.2 indicadas en el Código.

### 15.2 CARGAS Y REACCIONES

Las zapatas y los cabezales de pilotes se deben diseñar para resistir los efectos de las cargas axiales, cortes y momentos aplicados mayorados. El tamaño (área de la base) de una zapata, o la distribución y el número de los pilotes, se determina en base a la tensión admisible del suelo o a la capacidad admisible de los pilotes, respectivamente. La tensión admisible del suelo o la capacidad de los pilotes se determina utilizando los principios de la Mecánica de Suelos de acuerdo con los reglamentos aplicables. Para las zapatas se especifica el siguiente procedimiento de diseño:

1. El tamaño de la zapata (dimensiones en planta) o el número y la distribución de los pilotes se determina en base a las cargas (permanentes, sobrecargas, de viento, sísmicas, etc.) no mayoradas (de servicio) y a la tensión admisible del suelo o la capacidad del pilote (15.2.2).
2. Una vez establecidas las dimensiones en planta, la altura de la zapata y la cantidad de armadura requerida se determinan en base a los requisitos de diseño que se exigen en el Código (15.2.1). Las presiones de servicio y los cortes y momentos

resultantes se multiplican por los factores de carga que corresponda especificados en el artículo 9.2 y se utilizan para dimensionar la zapata.

A los fines del análisis, se puede asumir que una zapata aislada es rígida, con lo cual para cargas centradas se obtiene una tensión del suelo uniforme y para cargas excéntricas se obtiene una distribución triangular o trapezoidal (combinación de carga axial y flexión). A la zapata sólo se debe transmitir el momento flector que existe en la base de la columna o cabezal. No es necesario transmitir a la zapata el mínimo momento requerido en el artículo 10.12.3.2 por consideraciones de esbeltez (R15.2).

## 15.4 MOMENTOS EN LAS ZAPATAS

En cualquier sección de una zapata, el momento externo debido a la presión en la base se debe determinar haciendo pasar un plano vertical a través de la zapata y calculando el momento de las fuerzas que actúan en la totalidad del área de la zapata ubicada a un lado del plano vertical. El máximo momento mayorado en una zapata aislada se determina haciendo pasar un plano vertical a través de la zapata en las secciones críticas ilustradas en la Figura 22-1 (15.4.2). Luego este momento se utiliza para determinar el área de armadura de flexión requerida en dicha dirección.

En las zapatas cuadradas o rectangulares que trabajan en una sola dirección y en las zapatas cuadradas que trabajan en dos direcciones, la armadura de flexión se debe distribuir uniformemente en todo en ancho de la zapata (15.4.3). En el caso de las zapatas rectangulares que trabajan en dos direcciones, la armadura se debe distribuir como se indica en la Tabla 22-1 (15.4.4).

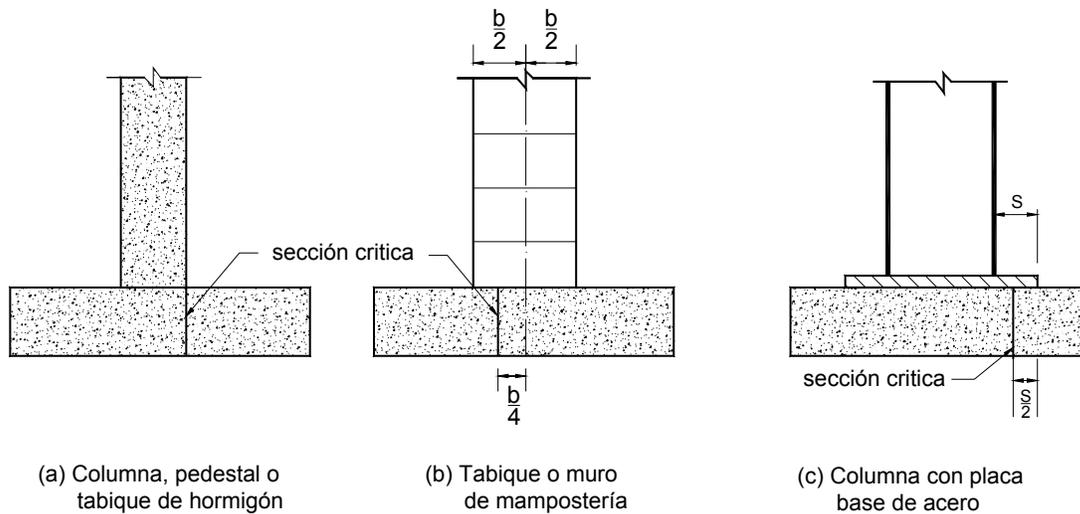
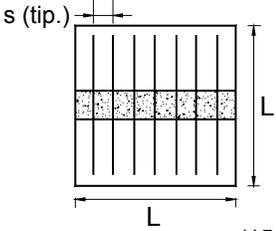
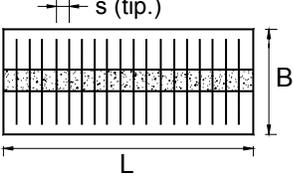
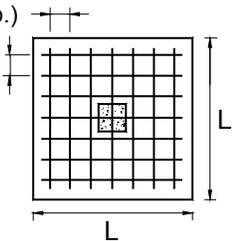
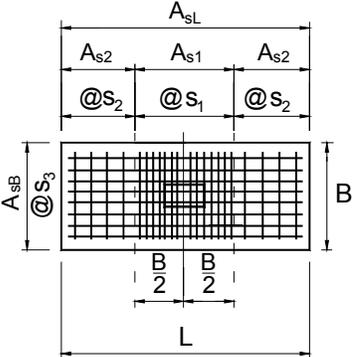


Figura 22-1 – Ubicación de las secciones críticas para determinar el máximo momento mayorado en una zapata aislada (15.4.2)

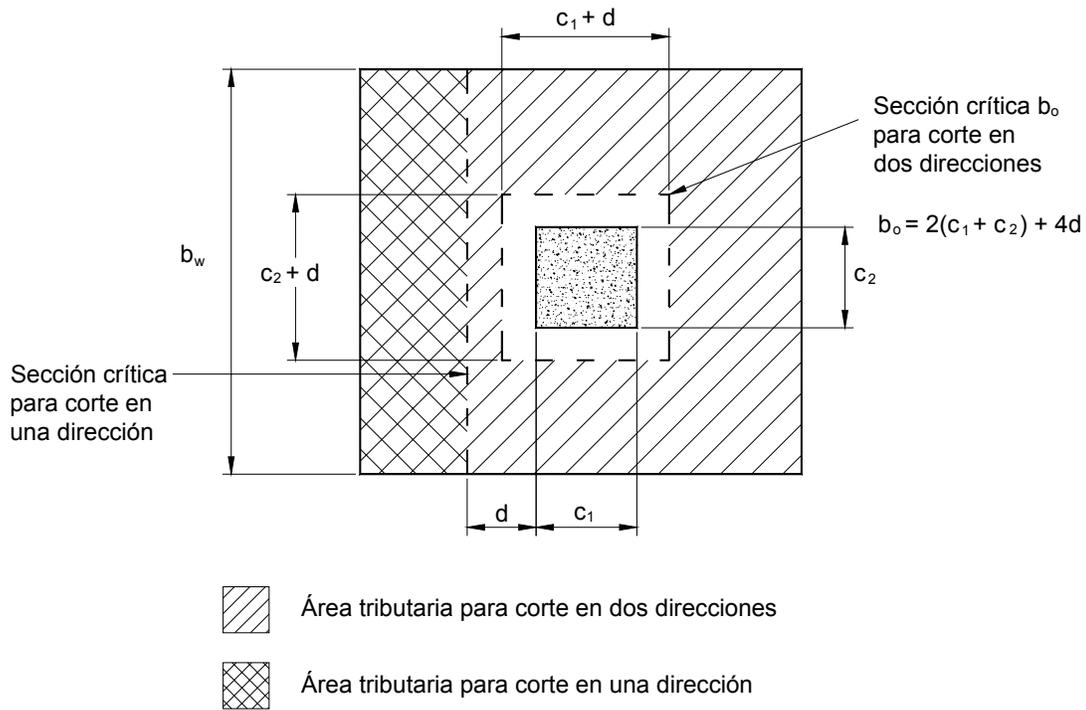
Tabla 22-1 – Distribución de la armadura de flexión

Tipo de zapata	Zapata cuadrada	Zapata rectangular
Zapata que trabaja en una dirección	 <p>(15.4.3)</p>	 <p>(15.4.3)</p>
Zapata que trabaja en dos direcciones	 <p>(15.4.3)</p>	 $A_{s1} = \left( \frac{2}{\beta + 1} \right) A_{sL}$ $A_{s2} = \frac{A_{sL} - A_{s1}}{2}$ $\beta = \frac{L}{B}$ <p>(15.4.4)</p>

## 15.5 ESFUERZO DE CORTE EN LAS ZAPATAS

La resistencia al corte de una zapata que apoya sobre suelo o roca en la proximidad del elemento apoyado (columna o tabique) se debe determinar para la más severa de las dos condiciones indicadas en el artículo 11.12. Para determinar la altura requerida para la zapata se debe verificar tanto el corte en una dirección (11.12.1.1) como el corte en dos direcciones (11.12.1.2). El corte en una dirección supone que la zapata se comporta como una viga ancha, con una sección crítica que atraviesa la totalidad de su ancho. Si esta condición es la más severa, el diseño al corte se debe realizar de acuerdo con los artículos 11.1 a 11.5. A pesar de que el corte en una dirección rara vez determina la resistencia al corte de una zapata, el diseñador debe verificar que no se supere la resistencia al corte correspondiente a corte en una dirección. Para el corte en dos direcciones se debe verificar la resistencia al corte por punzonado. La sección crítica para el corte por punzonado es un perímetro  $b_o$  alrededor del elemento apoyado, y la resistencia al corte se calcula de acuerdo con el artículo 11.12.2.1. En la Figura 22-2 se ilustran las áreas tributarias y las correspondientes secciones críticas para corte en una y dos direcciones para el caso de una zapata aislada. Observar que para el caso de columnas cuadradas o rectangulares está permitido utilizar una sección con cuatro lados rectos (11.12.1.3).

Para diseñar una zapata para corte en dos direcciones,  $V_c$  es el menor de los valores obtenidos mediante las Ecuaciones (11-33), (11-34) y (11-35). La ecuación (11-35) establece el límite superior para  $V_c$  igual a  $4\sqrt{f'_c} b_o d$ . La Ecuación (11-33) considera el efecto de  $\beta_c$ , que es la relación entre la longitud del lado mayor y la longitud del lado menor de la columna, carga concentrada o superficie de reacción. A medida que aumenta  $\beta_c$ , la resistencia al corte del hormigón disminuye (ver Figura 22-3). La Ecuación (11-34) se desarrolló para tomar en cuenta el efecto de  $b_o/d$ , y se basa en ensayos que permitieron comprobar que la resistencia al corte disminuye a medida que  $b_o/d$  aumenta.



**Figura 22-2 – Áreas tributarias y secciones críticas**

Si el esfuerzo de corte mayorado  $V_u$  en la sección crítica es mayor que la resistencia al corte determinante  $\phi V_c$  dada por el menor valor obtenido de las Ecuaciones (11-33), (11-34) y (11-35), entonces es necesario proveer armadura de corte. Si la armadura de corte consiste en barras o alambres y estribos de una rama o de múltiples ramas, la resistencia al corte se puede aumentar hasta un valor máximo de  $6\sqrt{f'_c} b_o d$  (11.12.3.2), siempre que la altura efectiva de la zapata sea mayor o igual que 6 in., pero no menor que 16 veces el diámetro de las barras usadas para la armadura de corte (11.12.3). Sin embargo, se debe proveer armadura de corte para soportar el corte en exceso de  $2\sqrt{f'_c} b_o d$  (11.12.3.1).

Las ecuaciones de resistencia al corte utilizadas para diseñar zapatas (sin armadura de corte) se pueden resumir de la siguiente manera:

- Corte en una dirección

$$V_u \leq \phi V_n \tag{Ec. (11-1)}$$

$$\leq \phi (2\sqrt{f'_c} b_w d) \tag{Ec. (11-3)}$$

donde

$b_w$  y  $V_u$  se calculan para la sección crítica definida en el artículo 11.12.1.1 (ver Figura 22-2).

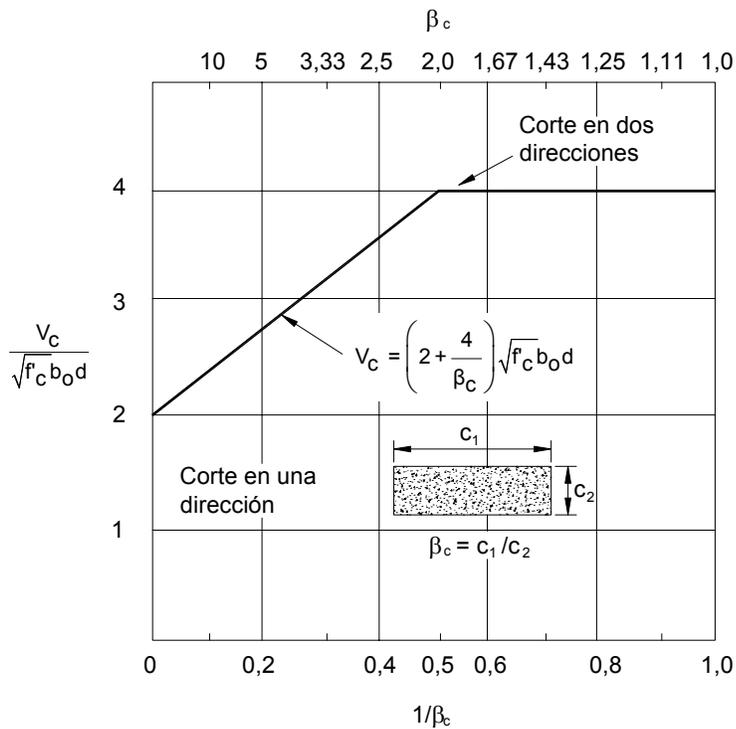


Figura 22-3 – Resistencia al corte del hormigón en una zapata

- Corte en dos direcciones

$$V_u \leq \text{menor valor entre} \begin{cases} \left(2 + \frac{4}{\beta_c}\right) \sqrt{f'_c} b_o d & \text{Ec. (11-33)} \\ \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2\right) \sqrt{f'_c} b_o d & \text{Ec. (11-34)} \\ 4 \sqrt{f'_c} b_o d & \text{Ec. (11-35)} \end{cases}$$

donde

$\beta_b$  = relación entre la longitud del lado mayor y la longitud del lado menor de la columna, carga concentrada o superficie de reacción

$\alpha_s$  = 40 para columnas interiores  
 = 30 para columnas de borde  
 = 20 para columnas de esquina

$b_o$  = perímetro de la sección crítica ilustrada en la Figura 22-2

## 15.8 TRANSMISIÓN DE ESFUERZOS EN LA BASE DE COLUMNAS, TABIQUES O PEDESTALES ARMADOS

Al publicarse el Código ACI 318-83, se revisó el artículo 15.8, referido a la transmisión de esfuerzos entre una zapata y el elemento apoyado (columna, tabique o pedestal), para tomar en cuenta tanto las estructuras hormigonadas en obra como aquellas con elementos prefabricados. El artículo 15.8.1 contiene requisitos generales aplicables tanto a las estructuras hormigonadas en obra como a las construcciones prefabricadas. Los artículos 15.8.2 y 15.8.3 contienen requisitos adicionales para las estructuras hormigonadas en obra y las construcciones prefabricadas, respectivamente. El artículo 15.8.3 específicamente permite usar pernos de anclaje o conectores mecánicos para transmitir esfuerzos entre una zapata y una columna o tabique prefabricado, siempre que los pernos de anclaje se diseñen de acuerdo con el Apéndice D. (Antes del Código de 1983, la unión entre un elemento prefabricado y una zapata requería ya sea barras longitudinales o pasadores que atravesaran la interfase, algo contrario a la práctica habitual.) Además, observar que el artículo 15.8 específicamente trata el tema de la transmisión de esfuerzos entre un tabique y una zapata.

El artículo 15.8.3 contiene requisitos para las uniones entre columnas y tabiques prefabricados y los elementos en los cuales se apoyan. Este artículo indica que la mínima resistencia de una unión debe satisfacer los requisitos del artículo 16.5.1.3. Además, para las columnas prefabricadas en las cuales la sección transversal es mayor que la requerida por las cargas, para determinar la resistencia nominal en tracción está permitido utilizar un área efectiva reducida basada en la sección transversal requerida, pero nunca menor que la mitad del área total.

Los paneles de tabiques prefabricados deben tener un mínimo de dos estribos por panel, con una resistencia nominal a la tracción de 10 kips por estribo (16.5.1.3(b)).

Todos los esfuerzos aplicados en la base de una columna o tabique (elemento apoyado) se deben transmitir a la zapata (elemento de apoyo) mediante apoyo sobre hormigón y/o mediante armadura. Los esfuerzos de tracción deben ser resistidos en su totalidad por la armadura. La tensión de aplastamiento del hormigón tanto en el elemento apoyado como en el elemento de apoyo no debe ser mayor que la resistencia al aplastamiento del hormigón permitida por el artículo 10.17 (ver la discusión sobre el artículo 10.16 en el Capítulo 6 de este documento).

Para un elemento apoyado (columna), la resistencia al aplastamiento  $\phi P_{nb}$  es igual a

$$\phi P_{nb} = (0,85f'_c A_1) \quad 10.17.1$$

donde

$f'_c$  = resistencia a la compresión del hormigón de la columna

$A_1$  = área cargada (área de la columna)

$$\phi = 0,65 \quad 9.3.2.4$$

Para el elemento de apoyo (zapata),

$$\phi P_{nb} = \phi(0,85f'_c A_1) \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2\phi(0,85f'_c A_1)$$

donde

$f'_c$  = resistencia a la compresión del hormigón de la zapata

$A_2$  = área de la base inferior de la mayor pirámide, cono truncado o cuña que queda contenida en su totalidad dentro del apoyo y que tiene por base superior el área cargada, y pendientes laterales de 1 en vertical por 2 en horizontal (ver Figura R10.17).

El Ejemplo 22.4 ilustra el diseño para transmisión de los esfuerzos en la base de una columna.

Cuando se supera la resistencia al aplastamiento es necesario disponer armadura para transmitir el exceso de carga. Se debe proveer un área mínima de armadura que atraviese la interfase entre la columna o tabique y la zapata, aún cuando no se supere la resistencia al aplastamiento del hormigón. Siendo los requisitos sobre transmisión de esfuerzos comunes para estructuras hormigonadas en obra y construcciones prefabricadas, incluyendo la transmisión de esfuerzos entre un tabique y una zapata, los requisitos de armadura mínima se basan en el tipo de elemento apoyado, como se indica en la Tabla 22-2.

*Tabla 22-2 – Armadura mínima para transmisión de esfuerzos entre una zapata y el elemento apoyado*

	Hormigonado en obra	Prefabricado
Columnas	$0,005 A_g$ (15.8.2.1)	$\frac{200 A_g}{f_y}$ (16.5.1.3(a))
Tabiques	ver 14.3.2 (15.8.2.2)	ver 16.5.1.3(b) y (c)

Para las estructuras hormigonadas en obra, la armadura puede consistir en barras de armadura prolongadas o barras en espera. Para las construcciones con elementos prefabricados, la armadura puede consistir en pernos de anclaje o conectores mecánicos. La Referencia 22.1 dedica un capítulo completo al diseño de las uniones para las construcciones con elementos prefabricados.

Para la transmisión de esfuerzos horizontales entre columnas y zapatas se debe utilizar el método de diseño de corte por fricción indicado en el artículo 11.7.4 (15.8.1.4; ver Ejemplo 22.6). Considerar que parte del esfuerzo lateral es transmitido por corte a través de las llaves de corte es una práctica cuestionable. El desplazamiento necesario para que se desarrolle una llave de corte es considerable. Si se disponen llaves de corte, éstas se deben considerar exclusivamente como un factor de seguridad mecánico adicional, y no se le debe asignar ningún esfuerzo de corte de diseño.

## **ZAPATAS Y PEDESTALES DE HORMIGÓN SIMPLE**

Las zapatas y pedestales de hormigón simple se diseñan de acuerdo con el Capítulo 22 del Código. El Capítulo 30 de este documento contiene una discusión detallada y ejemplos sobre este tema.

## **REFERENCIA**

- 22.1 *PCI Design Handbook – Precast and Prestressed Concrete*, 5º Ed., Precast/Prestressed Concrete Institute, Chicago, IL, 1999.

---

## Ejemplo 22.1 – Determinación del área de la base de una zapata

---

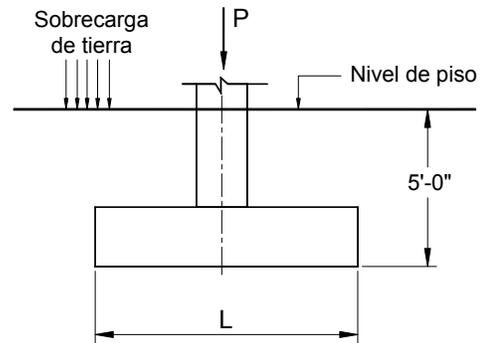
Determinar el área de la base requerida,  $A_f$ , para una zapata cuadrada dadas las siguientes condiciones de diseño:

Carga permanente de servicio = 350 kips  
Sobrecarga de servicio = 275 kips  
Sobrecarga de tierra de servicio = 100 lb/ft<sup>2</sup>

Suponer un que el suelo y el hormigón por encima de la base de la zapata tienen un peso promedio = 130 lb/ft<sup>3</sup>

Tensión admisible del suelo = 4,5 ksf

Dimensiones de la columna = 30 × 12 in.



---

### Cálculos y discusión

### Referencia del Código

#### 1. Determinación del área de la base:

El área de la base de la zapata se determina utilizando las cargas de servicio (no mayoradas), con la máxima tensión admisible neta del suelo.

Peso total de la sobrecarga de tierra =  $(0,130 \times 5) + 0,100 = 0,750$  ksf

Tensión admisible neta del suelo =  $4,5 - 0,75 = 3,75$  ksf

Área requerida para la base de la zapata:

15.2.2

$$A_f = \frac{350 + 275}{3,75} = 167 \text{ ft}^2$$

Usar una zapata cuadrada de  $13 \times 13$  ft ( $A_f = 169$  ft<sup>2</sup>)

#### 2. Cargas mayoradas y reacción del suelo

Para determinar la altura y la armadura requerida para la zapata se utilizan las cargas mayoradas.

15.2.1

$$P_u = 1,2(350) + 1,6(275) = 860 \text{ kips}$$

Ec. (9-2)

$$q_s = \frac{P_u}{A_f} = \frac{860}{169} = 5,10 \text{ ksf}$$

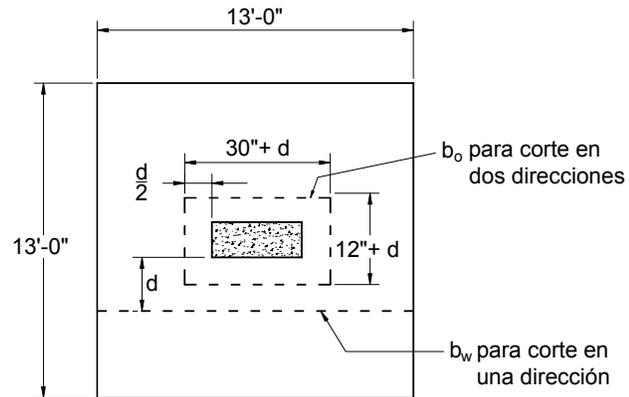
## Ejemplo 22.2 – Determinación de la altura de una zapata

Determinar la altura total requerida para la zapata dadas las condiciones de diseño del Ejemplo 22.1.

$$f'_c = 3000 \text{ psi}$$

$$P_u = 860 \text{ kips}$$

$$q_s = 5,10 \text{ ksf}$$



### Cálculos y discusión

### Referencia del Código

Determinar la altura en base a la resistencia al corte sin armadura de corte. La altura requerida para el corte en general determina la altura de las zapatas. Es necesario investigar tanto el corte en una dirección como el corte en dos direcciones para determinar cuál es el criterio que determina la altura.

11.12

Suponer una altura total de la zapata = 33 in. y una altura efectiva promedio  $d = 28 \text{ in.} = 2,33 \text{ ft}$

1. Corte en una dirección:

$$V_u = q_s \times \text{área tributaria}$$

$$b_w = 13 \text{ ft} = 156 \text{ in.}$$

$$\text{Área tributaria} = 13(6,0 - 2,33) = 47,7 \text{ ft}^2$$

$$V_u = 5,10 \times 47,7 = 243 \text{ kips}$$

$$\phi V_n = \phi (2\sqrt{f'_c} b_w d)$$

Ec. (11-3)

$$= 0,75 (2\sqrt{3000} \times 156 \times 28) / 1000$$

9.3.2.3

$$= 359 \text{ kips} > V_u \quad \text{VERIFICA}$$

2. Corte en dos direcciones

$$V_u = q_s \times \text{área tributaria}$$

$$\text{Área tributaria} = \left[ (13 \times 13) - \frac{(30 + 28)(12 + 28)}{144} \right] = 159,9 \text{ ft}^2$$

$$V_u = 5,10 \times 152,9 = 780 \text{ kips}$$

$$\frac{V_c}{\sqrt{f'_c b_o d}} = \text{menor valor entre} \begin{cases} 2 + \frac{4}{\beta_c} \\ \frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \\ 4 \end{cases} \quad \text{Ec. (11-33)}$$

$$\text{Ec. (11-34)}$$

$$\text{Ec. (11-35)}$$

$$b_o = 2(30 + 28) + 2(12 + 28) = 196 \text{ in.}$$

$$\beta_c = \frac{30}{12} = 2,5$$

$$\frac{b_o}{d} = \frac{196}{28} = 7$$

$\alpha_s = 40$  para las columnas interiores

$$\frac{V_c}{\sqrt{f'_c b_o d}} = \begin{cases} 2 + \frac{4}{2,5} = 3,6 & \text{(Valor determinante)} \\ \frac{40}{7} + 2 = 7,7 \\ 4 \end{cases}$$

$$\phi V_c = 0,75 \times 3,6 \sqrt{3000} \times 196 \times 28 / 1000$$

$$= 812 \text{ kips} > V_u = 780 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

## Ejemplo 22.3 – Determinación de la armadura de una zapata

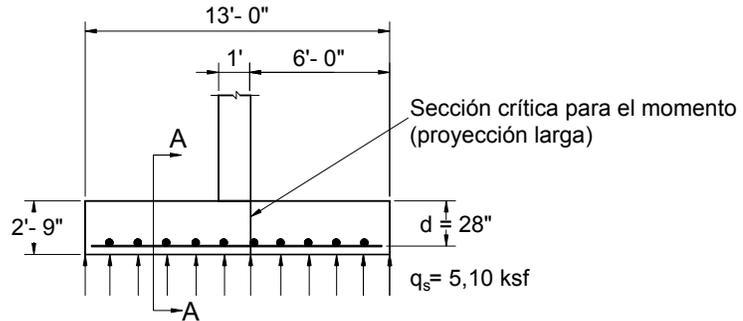
Determinar la armadura requerida para la zapata dadas las condiciones de diseño del Ejemplo 22.1.

$$f'_c = 3000 \text{ psi}$$

$$f_y = 60.000 \text{ kips}$$

$$P_u = 860 \text{ kips}$$

$$q_s = 5,10 \text{ ksf}$$



### Cálculos y discusión

### Referencia del Código

1. La sección crítica para el momento está en la cara de la columna. 15.4.2

$$M_u = 5,10 \times 13 \times 6^2 / 2 = 1193 \text{ ft-kips}$$

2. Calcular  $A_s$  requerida suponiendo que la sección es controlada por la tracción ( $\phi = 0,9$ ) 10.3.4, 9.3.2.1

$$R_n \text{ requerida} = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{1193 \times 12 \times 1000}{0,9 \times 156 \times 28^2} = 130 \text{ psi}$$

$$\rho = \frac{0,85 f'_c}{f_y} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_n}{0,85 f'_c}} \right)$$

$$= \frac{0,85 \times 3}{60} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 130}{0,85 \times 3000}} \right) = 0,0022$$

$$p \text{ (área bruta)} = \frac{d}{h} \times 0,0022 = \frac{28}{33} \times 0,0022 = 0,0019$$

- Verificar  $A_s$  mínima requerida para zapatas de altura uniforme; para armadura de grado 60: 10.5.4

$$\rho_{\min} = 0,0018 < 0,0019 \quad \text{VERIFICA} \quad \text{7.12.2}$$

$$A_s \text{ requerida} = \rho b d$$

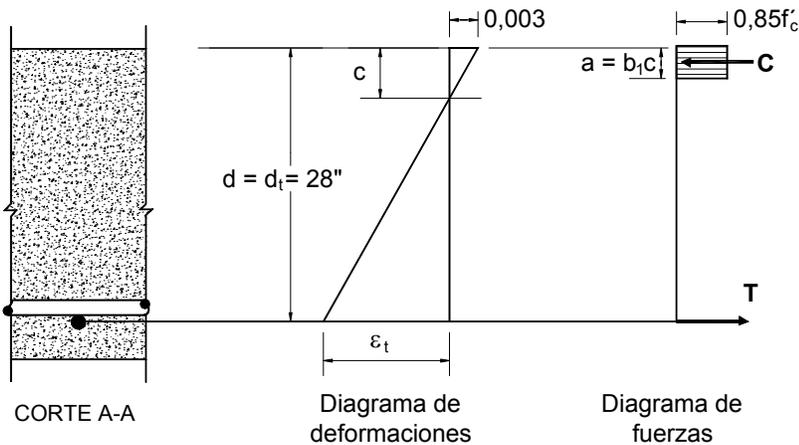
$$A_s = 0,0022 \times 156 \times 28 = 9,60 \text{ in.}^2$$

Intentar con 13 barras No. 8 ( $A_s = 10,27 \text{ in.}^2$ ) en cada dirección

Observar que en la dirección perpendicular se requiere una menor cantidad de armadura, ya que  $M_u$  es menor, pero por motivos de simplicidad de la construcción utilizaremos la misma cantidad de armadura uniformemente distribuida en ambas direcciones. También observar que para la dirección perpendicular

$$d_t = 27 \text{ in.}$$

3. Verificar la deformación específica neta por tracción ( $\epsilon_t$ )



$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b}$$

$$= \frac{10,27 \times 60}{0,85 \times 3 \times 156} = 1,55$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{1,55}{0,85} = 1,82$$

$$\frac{\epsilon_t + 0,003}{d_t} = \frac{0,003}{c}$$

$$\epsilon_t = \left( \frac{0,003}{c} \right) d_t - 0,003$$

$$= \frac{0,003}{1,82} \times 28 - 0,003 = 0,043 > 0,004$$

10.3.4

Por lo tanto, la sección es controlada por la tracción, lo que significa que la hipótesis inicial es válida.

Usar 13 barras No. 8 en cada dirección.

4. Verificar el desarrollo de la armadura.

15.6

La sección crítica para el desarrollo de la armadura es la misma que para el momento (en la cara de la columna).

15.6.3

$$\ell_d = \left[ \frac{3}{40} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \frac{\alpha \beta \gamma \lambda}{\left( \frac{c + K_{tr}}{d_b} \right)} \right] d$$

Ec. (12-1)

Recubrimiento libre (en la parte inferior y los laterales) = 3,0 in.

$$\text{Separación entre los centros de las barras} = \frac{156 - 2(3) - 2(0,5)}{12} = 12,4 \text{ in.} \quad 12.2.4$$

$$c = \text{valor menor entre } \begin{cases} 3,0 + 0,5 = 3,5 \text{ in.} & (\text{Valor determinante}) \\ \frac{12,4}{2} = 6,2 \text{ in.} \end{cases}$$

$$K_{tr} = 0 \quad (\text{sin armadura transversal})$$

$$\frac{c + K_{tr}}{d_b} = \frac{3,5 + 0}{1,0} = 3,5 > 2,5 \quad \text{Usar } 2,5 \quad 12.2.3$$

$$\alpha = 1,0 \quad (\text{menos de 12 in. de recubrimiento debajo de las barras}) \quad 12.2.4$$

$$\beta = 1,0 \quad (\text{armadura no recubierta})$$

$$\alpha\beta = 1,0 < 1,7$$

$$\gamma = 1,0 \quad (\text{barras mayores que las No. 7})$$

$$\lambda = 1,0 \quad (\text{hormigón de peso normal})$$

$$\ell_d = \left[ \frac{3}{40} \frac{60.000}{\sqrt{3000}} \frac{1,0 \times 1,0 \times 1,0 \times 1,0}{2,5} \right] \times 1,0 = 32,9 \text{ in.} > 12,0 \text{ in.} \quad \text{VERIFICA} \quad 12.2.1$$

Como  $\ell_d = 32,9$  in. es menor que la longitud de embebimiento disponible en la dirección más corta,

$\left( \frac{156}{2} - \frac{30}{2} - 3 = 60 \text{ in.} \right)$ , las barras No. 8 se pueden desarrollar completamente.

Usar 13 barras No. 8 en cada dirección.

## Ejemplo 22.4 – Diseño para transmisión de esfuerzos en la base de una columna

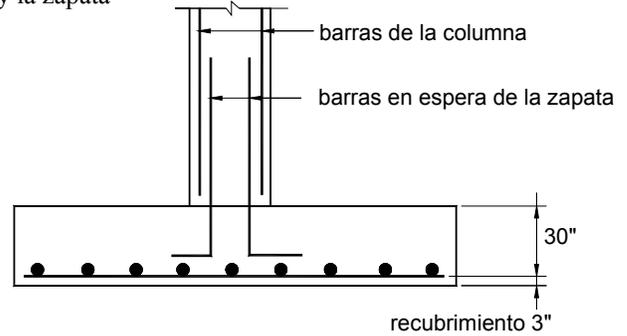
Verificar la transmisión de esfuerzos en la interfase entre la columna y la zapata para las condiciones de diseño del Ejemplo 22.1.

$$f'_c \text{ (columna)} = 5000 \text{ psi}$$

$$f'_c \text{ (zapata)} = 3000 \text{ psi}$$

$$f_y = 60.000 \text{ kips}$$

$$P_u = 860 \text{ kips}$$



### Cálculos y discusión

### Referencia del Código

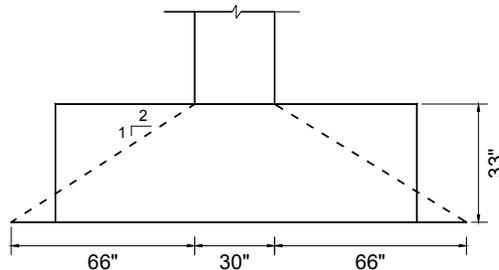
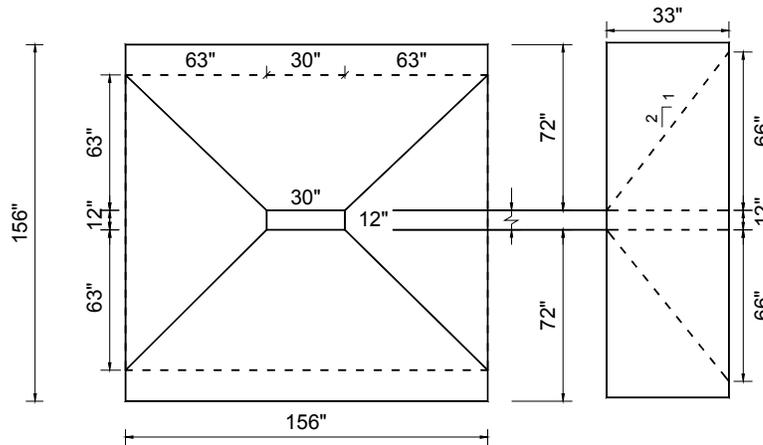
1. Resistencia al aplastamiento del hormigón de la columna ( $f'_c = 5000 \text{ psi}$ ): 15.8.1.1

$$\phi P_{nb} = \phi(0,85f'_c A_1) \quad 10.17.1$$

$$= 0,65(0,85 \times 5 \times 12 \times 30) = 995 \text{ kips} > P_u = 860 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA} \quad 9.3.2.4$$

2. Resistencia al aplastamiento del hormigón de la zapata ( $f'_c = 3000 \text{ psi}$ ): 15.8.1.1

La resistencia al aplastamiento de la zapata se incrementa aplicando un factor igual a  $\sqrt{A_2 / A_1} \leq 2$ , debido a la mayor área de la zapata que permite una mayor distribución de la carga de la columna. 10.17.1



$A_1$  es el área de la columna (área cargada) y  $A_2$  es el área en planta de la base inferior del la mayor pirámide, cono truncado o cuña que queda contenida en su totalidad dentro del apoyo y que tiene por base superior el área cargada, y pendientes laterales de 1 en vertical por 2 en horizontal. Para la columna de  $30 \times 12$  in. que apoya sobre la zapata cuadrada de  $13 \times 13$  in.,  $A_2 = (66 + 12 + 66) \times (63 + 30 + 63)$ .

$$\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = \sqrt{\frac{144 \times 156}{30 \times 12}} = 7,9 > 2 \quad \text{Usar 2}$$

Observar que el aplastamiento del hormigón de la columna siempre será determinante hasta que la resistencia del hormigón de la columna sea mayor que dos veces la del hormigón de la zapata.

$$\begin{aligned} \phi P_{nb} &= 2[\phi(0,85f'_c A_1)] \\ &= 2[0,65(0,85 \times 3 \times 12 \times 30)] = 1193 \text{ kips} > P_u = 860 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA} \end{aligned}$$

### 3. Barras en espera requeridas entre la columna y la zapata:

A pesar de que la resistencia al aplastamiento tanto del hormigón de la columna como del hormigón de la zapata es adecuada para transmitir las cargas mayoradas, se requiere un área mínima de armadura que atraviese la interfase.

15.8.2.1

$$A_s (\text{min}) = 0,005(30 \times 12) = 1,80 \text{ in.}^2$$

Proveer 4 barras No. 7 a modo de barras en espera ( $A_s = 2,40 \text{ in.}^2$ )

### 4. Desarrollo de las barras en espera en compresión.

12.3.2

En la columna:

$$\ell_{dc} = \left( \frac{0,02f_y}{\sqrt{f'_c}} \right) d_b \geq (0,0003f_y) d_b$$

Para las barras No. 7:

$$\ell_{dc} = \left( \frac{0,02 \times 60.000}{\sqrt{5000}} \right) 0,875 = 14,9 \text{ in.}$$

$$\ell_{dc(\text{min})} = 0,0003 \times 60.000 \times 0,875 = 15,8 \text{ in. (Valor determinante)}$$

En la zapata:

$$\ell_{dc} = \left( \frac{0,02 \times 60.000}{\sqrt{3000}} \right) 0,875 = 19,2 \text{ in. (Valor determinante)}$$

$$\ell_{dc(\text{min})} = 0,0003 \times 60.000 \times 0,875 = 15,8 \text{ in.}$$

Longitud disponible para el desarrollo dentro de la zapata

$$= \text{altura de la zapata} - \text{recubrimiento} - 2 (\text{diám. barras de la zapata}) - \text{diám. barras en espera}$$

$$= 33 - 3 - 2(1,0) - 0,875 = 21,1 \text{ in.} > 19,2 \text{ in.}$$

Por lo tanto, las barras en espera se pueden desarrollar plenamente dentro de la zapata.

## Ejemplo 22.5 – Diseño para la transmisión de esfuerzos mediante armadura

Diseñar para la transmisión de esfuerzos entre la columna y la zapata para las condiciones indicadas a continuación.

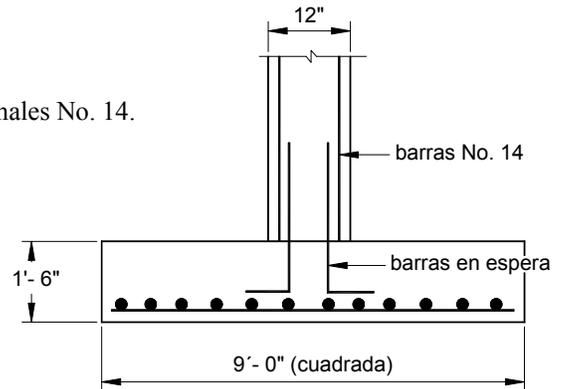
Columna de 12 × 12 in., con estribos cerrados, y con 4 barras longitudinales No. 14.

$$f'_c = 4000 \text{ psi (columna y zapata)}$$

$$f_y = 60.000 \text{ kips}$$

$$P_D = 200 \text{ kips}$$

$$P_L = 100 \text{ kips}$$



### Cálculos y discusión

### Referencia del Código

1. Carga mayorada  $P_u = (1,2 \times 200) + (1,6 \times 100) = 400 \text{ kips}$  Ec. (9-2)

2. Resistencia al aplastamiento del hormigón de la columna: 15.8.1.1

$$\phi P_{nb} = \phi(0,85f'_c A_1) = 0,65(0,85 \times 4 \times 12 \times 12) \quad 10.17.1$$

$$= 318,2 \text{ kips} < P_u = 400 \text{ kips} \quad \text{NO VERIFICA}$$

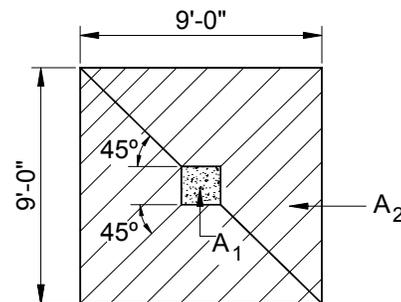
La carga de la columna no se puede transmitir exclusivamente por apoyo sobre hormigón. El exceso de carga ( $400 - 318,2 = 81,8 \text{ kips}$ ) se debe transmitir mediante armadura. 15.8.1.2

3. Resistencia al aplastamiento del hormigón de la zapata: 15.8.1.1

$$\phi P_{nb} = \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} [\phi(0,85f'_c A_1)]$$

$$\sqrt{\frac{A_2}{A_1}} = \sqrt{\frac{9 \times 9}{1 \times 1}} = 9 > 2 \quad \text{Usar 2}$$

$$\phi P_{nb} = 2(318,2) = 636,4 \text{ kips} > 400 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$



4. Área de barras en espera requerida: 15.8.1.2

$$A_s (\text{requerida}) = \frac{(P_u - \phi P_{nb})}{\phi f_y}$$

$$= \frac{81,8}{0,65 \times 60} = 2,10 \text{ in.}^2$$

$$A_s (\text{min}) = 0,005(12 \times 12) = 0,72 \text{ in.}^2 \quad 15.8.2.1$$

Intentar con 4 barras No. 8 ( $A_s = 3,16 \text{ in.}^2$ ).

5. Desarrollo de las barras en espera

- a. Para el desarrollo en la columna, se pueden empalmar por yuxtaposición las barras No. 14 de la columna con las barras en espera No. 8 de la zapata. Las barras en espera se deben prolongar hacia el interior de la columna una distancia no menor que la longitud de desarrollo de las barras No. 14 o que la longitud de empalme por yuxtaposición de las barras en espera No. 8, cualquiera sea el valor que resulte mayor. 15.8.2.3

Para las barras No. 14:

$$\ell_{dc} = \left( \frac{0,02f_y}{\sqrt{f'_c}} \right) d_b = \left( \frac{0,02 \times 60.000}{\sqrt{4000}} \right) 1,693 = 32,1 \text{ in.} \quad (\text{Valor determinante})$$

$$\ell_{dc(\min)} = (0,0003f_y) d_b = 0,0003 \times 60.000 \times 1,693 = 30,5 \text{ in.}$$

Para las barras No. 8:

$$\begin{aligned} \text{Longitud de empalme por yuxtaposición} &= 0,0005f_y d_b & 12.16.1 \\ &= 0,0005 \times 60.000 \times 1,0 = 30 \text{ in.} \end{aligned}$$

La longitud de desarrollo de las barras No. 14 es el valor determinante.

Las barras en espera No. 8 se deben prolongar una longitud como mínimo igual a 33 in. hacia el interior de la columna.

- b. Para el desarrollo en la zapata, las barras en espera No. 8 deben tener una longitud igual a una longitud de desarrollo completa. 15.8.2.3

$$\ell_{dc} = \left( \frac{0,02f_y}{\sqrt{f'_c}} \right) d_b = \left( \frac{0,02 \times 60.000}{\sqrt{4000}} \right) \times 1,0 = 19,0 \text{ in.} \quad (\text{Valor determinante})$$

$$\ell_{dc(\min)} = (0,0003f_y) d_b = 0,0003 \times 60.000 \times 1,0 = 18,0 \text{ in.}$$

Esta longitud se puede reducir para tomar en cuenta el exceso de armadura. 12.3.3(a)

$$\frac{A_s(\text{requerida})}{A_s(\text{provista})} = \frac{2,10}{3,16} = 0,66$$

$$\ell_d \text{ requerida} = 19 \times 0,66 = 12,5 \text{ in.}$$

Longitud disponible para el desarrollo de las barras en espera  $\approx 18 - 5 = 13 \text{ in.} > 12,5 \text{ in.}$  requerida. VERIFICA

Nota: En caso que la longitud de desarrollo disponible sea menor que la longitud de desarrollo requerida, se puede aumentar la altura de la zapata o bien utilizar un mayor número de barras en espera de menor tamaño. Observar también que si las barras en espera de la zapata se doblan para colocarlas por encima de la armadura de la zapata (como se ilustra en la figura), la porción doblada no se puede considerar efectiva para desarrollar las barras en compresión (12.5.5).

## Ejemplo 22.6 – Diseño para la transmisión de esfuerzos horizontales en la base de una columna

Para la columna y la zapata del Ejemplo 22-5, diseñar para la transmisión de un esfuerzo horizontal mayorado de 85 kips que actúa en la base de la columna.

Datos para el diseño:

Zapata: Dimensiones = 9 × 9 ft  
 Altura = 1 ft - 6 in.

Columna: Dimensiones = 12 × 12 in. (con estribos cerrados)  
 Armadura longitudinal: 4 barras No. 4

$f'_c = 4000$  psi (zapata y columna)

$f_y = 60.000$  psi

Cálculos y discusión	Referencia del Código
1. Se puede aplicar el método de diseño de corte por fricción del artículo 11.7.	15.8.1.4
Verificar la máxima transmisión de corte permitida:	11.7.5
$V_u \leq \phi(0,2f'_c A_c)$ pero no mayor que $\phi(800A_c)$	
$\phi V_n = 0,75(0,2 \times 4 \times 12 \times 12) = 86,4$ kips	
$\phi(800A_c) = 0,75 \times 800 \times 12 \times 12 / 1000 = 86,4$ kips	
$V_u = 85$ kips < $\phi(0,2f'_c A_c)$ y $\phi(800A_c)$ VERIFICA	
En la base de la columna de 12 × 12 in. se permite transmitir un esfuerzo de corte de 85 kips.	
Resistencia al corte:	
$V_u \leq \phi V_n$	Ec. (11-1)
$V_n = V_u / \phi = A_{vf} f_y \mu$	Ec. (11-25)
Usar $\mu = 0,6$ (hormigón sin rugosidad intencional)	11.7.4.3
y $\phi = 0,75$ (corte)	
$A_{vf}$ requerida = $\frac{V_u}{\phi f_y \mu} = \frac{85}{0,75 \times 60 \times 0,6} = 3,15$ in. <sup>2</sup>	Ec. (11-25)
$A_s$ (provista) = 3,16 in. <sup>2</sup> VERIFICA	

Por lo tanto, usar 4 barras en espera No. 8 ( $A_s = 3,16 \text{ in.}^2$ )

Si las 4 barras No. 8 no son adecuadas para transmitir el corte horizontal, al hormigón de la zapata en contacto con el hormigón de la columna se le debe imprimir una rugosidad intencional con un amplitud de aproximadamente 1/4 in. para aprovechar las ventajas del mayor coeficiente de fricción que se logra (1,0):

$$A_{vf} \text{ requerida} = \frac{85}{0,75 \times 60 \times 1,0} = 1,89 \text{ in.}^2$$

2. Desarrollo en tracción de las barras en espera No. 8, según lo requerido por el artículo 11.7.8.

a. Dentro de la columna

$$\ell_d = \left[ \frac{3}{40} \frac{f_y}{\sqrt{f'_c}} \frac{\alpha\beta\gamma\lambda}{\left( \frac{c + K_{tr}}{d_b} \right)} \right] d_b \quad \text{Ec. (12-1)}$$

Recubrimiento libre de las barras No. 8  $\approx 3,25 \text{ in.}$

Separación entre los centros de las barras No. 8  $\approx 4,5 \text{ in.}$

$$c = \text{menor valor entre } \begin{cases} 3,25 + 0,5 = 3,75 \text{ in.} \\ \frac{4,5}{2} = 2,25 \text{ in.} \end{cases} \quad (\text{Valor determinante}) \quad 12.2.4$$

Asumir  $K_{tr} = 0$  (de forma conservadora, suponer que no hay armadura transversal)

$$\frac{c + K_{tr}}{d_b} = \frac{2,25 + 0}{1,0} = 2,25 < 2,5 \quad \text{Usar } 2,5 \quad 12.2.3$$

$$\alpha = 1,0$$

$$\beta = 1,0$$

$$\alpha\beta = 1,0 < 1,7$$

$$\gamma = 1,0$$

$$\lambda = 1,0$$

$$\ell_d = \left[ \frac{3}{40} \frac{60.000}{\sqrt{4000}} \frac{1,0 \times 1,0 \times 1,0}{2,5} \right] \times 1,0 = 31,6 \text{ in.}$$

Embeber en la columna una longitud de al menos 32 in.

b. Dentro de la zapata

Usar ganchos normales en los extremos de las barras No. 8.

$$\ell_{hb} = (0,02\beta\lambda f_y / \sqrt{f'_c}) d_b \quad 12.5.2$$

$$= \left( 0,02 \times 1,0 \times 1,0 \times \frac{60.000}{\sqrt{4000}} \right) \times 1,0 = 19,0 \text{ in.}$$

Modificaciones: 12.5.3

recubrimiento normal al plano del gancho de  $90^\circ > 2,5 \text{ in.}$

recubrimiento sobre la prolongación de las barras más allá del gancho  $\geq 2 \text{ in.}$

$$\ell_{dh} = 0,7 \times 19 = 13,3 \text{ in.} \quad 12.5.3(a)$$

$$\text{Min. } \ell_{dh} = 8 \times d_b = 8 \text{ in.} < 13,3 \text{ in.} \quad 12.5.1$$

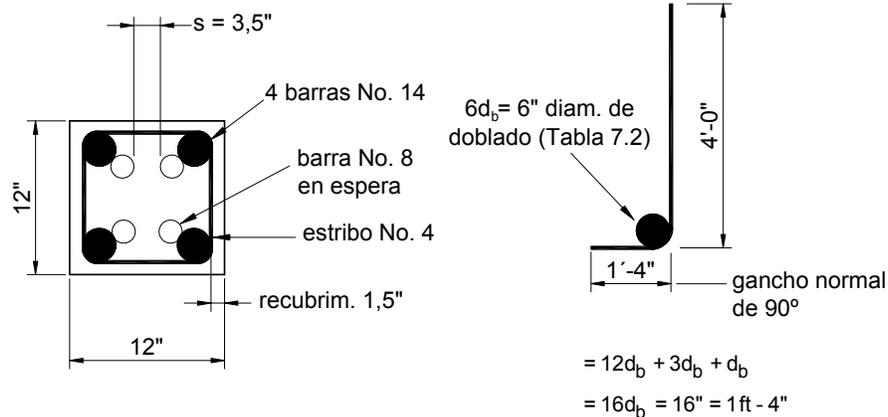
Longitud de desarrollo disponible =  $18 - 5 = 13 \text{ in.} < 13,3 \text{ in.}$  NO VERIFICA

Aumentar la altura de la zapata en 2 in. Altura total = 20 in.

Embeber los ganchos 15 in. en la zapata para asegurar las barras en espera a la armadura de la zapata.

Longitud total de la barra en espera No. 8 =  $32 + 15 = 47 \text{ in.}$  Usar barras en espera de 4 ft de longitud.

Nota: La parte superior de la zapata en la interfase entre la columna y la zapata debe estar limpia y libre de lechada antes de hormigonar la columna. 11.7.9



Detalle de la barra en espera No. 8

## Ejemplo 22.7 – Determinación de la altura de un cabezal de pilotes

Para el cabezal de pilotes ilustrado, determinar la altura requerida para la zapata (cabezal)

Dimensiones del cabezal = 8,5×8,5 ft

Dimensiones de la columna = 16×16 in.

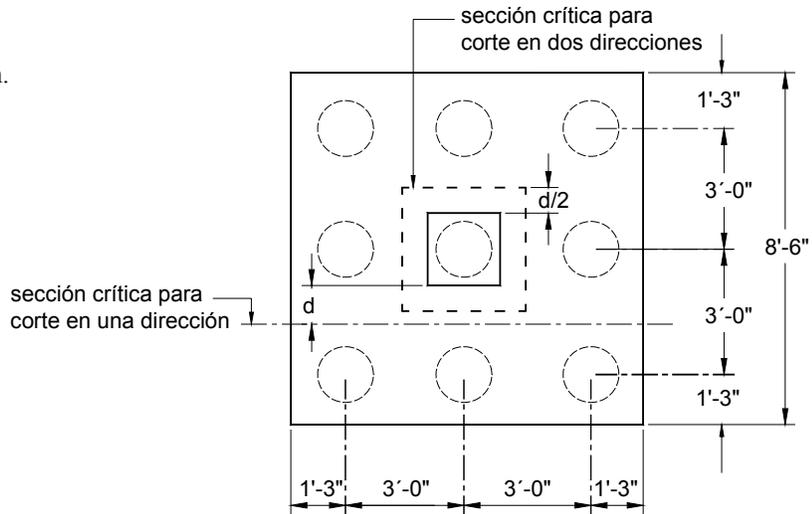
Diámetro de los pilotes = 12 in.

$f'_c = 4000$  psi

Carga por pilote:

$P_D = 20$  kips

$P_L = 10$  kips



### Cálculos y discusión

### Referencia del Código

- La altura requerida para el corte generalmente controla la altura de los cabezales de pilotes. Se debe investigar tanto el corte en una dirección como el corte en dos direcciones. 11.12

Suponer una altura total para el cabezal de 1 ft - 9 in., con un  $d_{\text{promedio}} \approx 14$  in. 15.7

- Carga mayorada en los pilotes:

$$P_u = 1,2(20) + 1,6(10) = 40 \text{ kips} \quad \text{Ec. (9-2)}$$

- Requisitos de resistencia al corte

$$V_u \leq \phi V_n \quad \text{Ec. (11-1)}$$

- Corte en una dirección para el cabezal: 11.12.1.1

Dentro del área tributaria hay tres pilotes.

$$V_u \text{ (despreciando el peso del cabezal)} = 3 \times 40 = 120 \text{ kips}$$

$$\phi V_n = \phi \left( 2\sqrt{f'_c} b_w d \right) \quad \text{Ec. (11-3)}$$

$$b_w = 8 \text{ ft} - 6 \text{ in.} = 102 \text{ in.}$$

$$\phi V_n = 0,75 \left( 2\sqrt{4000} \times 102 \times 14 \right) / 1000 = 135,4 \text{ kips} > V_u = 120 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

b. Corte en dos direcciones:

11.12.1.2

Dentro del área tributaria hay ocho pilotes.

$$V_u = 8 \times 40 = 320 \text{ kips}$$

$$\frac{V_c}{\sqrt{f'_c} b_o d} = \text{menor valor entre} \begin{cases} 2 + \frac{4}{\beta_c} \\ \frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \\ 4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Ec. (11-35)} \\ \text{Ec. (11-36)} \\ \text{Ec. (11-37)} \end{array}$$

$$\beta_c = \frac{16}{16} = 1,0$$

$$b_o = 4(16 + 14) = 120 \text{ in.}$$

$\alpha_s = 40$  para columnas interiores

$$\frac{b_o}{d} = \frac{120}{14} = 8,6$$

$$\frac{V_c}{\sqrt{f'_c} b_o d} = \begin{cases} 2 + \frac{4}{1} = 6 \\ \frac{40}{8,6} + 2 = 6,7 \\ 4 \quad \text{(Valor determinante)} \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Ec. (11-33)} \\ \text{Ec. (11-34)} \\ \text{Ec. (11-35)} \end{array}$$

$$\phi V_c = 0,75 \times 4 \sqrt{4000} \times 120 \times 14 / 1000$$

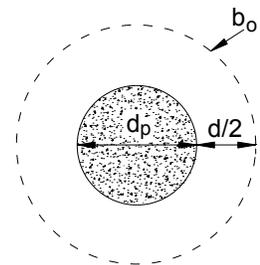
$$= 319 \text{ kips} \cong V_u = 320 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

4. Verificar la resistencia al corte por punzonado en los pilotes de esquina. Como los pilotes están separados 3 ft entre sus centros los perímetros críticos no se superponen.

$V_u = 40$  kips por pilote

$$\frac{V_c}{\sqrt{f'_c} b_o d} = \text{menor valor entre} \begin{cases} 2 + \frac{4}{\beta_c} \\ \frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \\ 4 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{Ec. (11-33)} \\ \text{Ec. (11-34)} \\ \text{Ec. (11-35)} \end{array}$$

$\beta_c = 1,0$  (superficie de reacción cuadrada de igual área)



$$b_o = \pi(12 + 14) = 81,7 \text{ in.}$$

$$\alpha_s = 20$$

11.12.2.1

$$\frac{b_o}{d} = \frac{81,7}{14} = 5,8$$

$$\frac{V_c}{\sqrt{f'_c b_o d}} = \begin{cases} 2 + \frac{4}{1} = 6 \\ \frac{20}{5,8} + 2 = 5,4 \\ 4 \quad \text{(Valor determinante)} \end{cases}$$

$$\phi V_c = 0,75 \times 4 \sqrt{4000} \times 81,7 \times 14 / 1000 = 217 \text{ kips} > V_u = 40 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$