

Losas en dos direcciones - Método del Pórtico Equivalente

CONSIDERACIONES GENERALES

El Método del Pórtico Equivalente convierte un sistema aporticado tridimensional con losas en dos direcciones en una serie de pórticos bidimensionales (vigas placa y columnas), un sistema en el cual cada pórtico se extiende en la totalidad de la altura de la estructura, como se ilustra en la Figura 20-1. El ancho de cada pórtico equivalente se extiende hasta la mitad de la luz entre los centros de las columnas. El análisis completo del sistema de losas en dos direcciones consiste en analizar una serie de pórticos interiores y exteriores equivalentes que atraviesan la estructura transversal y longitudinalmente. Para cargas gravitatorias, las vigas placa en cada entrepiso o cubierta (nivel) se pueden analizar de forma independiente, considerando empotrados los extremos más alejados de las columnas (13.7.2.5).

El análisis elástico mediante el Método del Pórtico Equivalente se aplica a estructuras en las cuales las columnas están dispuestas formando un patrón básicamente ortogonal, con hileras de columnas dispuestas en forma longitudinal y transversal. El método de análisis se aplica a losas con o sin vigas entre apoyos.

El Método del Pórtico Equivalente se puede utilizar para analizar una estructura solicitada por cargas laterales, siempre que las rigideces de los elementos del pórtico se modifiquen para tomar en cuenta la fisuración y otros factores relevantes. Ver la discusión sobre el artículo 13.3.1.2 en el Capítulo 18 de este documento.

DISEÑO PRELIMINAR

Antes de proceder con la aplicación del Método del Pórtico Equivalente es necesario determinar una altura preliminar para la losa, h , a fin de limitar las flechas de acuerdo con los requisitos de altura mínima del artículo 9.5.3. La Tabla 18-1 y la Figura 18-3 se pueden utilizar para simplificar el cálculo de la altura mínima. Para los sistemas de losas sin vigas, en esta etapa del diseño es aconsejable verificar la resistencia de la losa en la proximidad de las columnas u otros apoyos, de acuerdo con los requisitos especiales para losas del artículo 11.12. Ver la discusión sobre el artículo 13.5.4 en el Capítulo 18 de este documento.

13.7.2 Pórtico Equivalente

En las Figuras 20-1 y 20-2 se ilustra la aplicación de las definiciones dadas en los artículos 13.7.2, 13.2.1 y 13.2.2. En el caso de los sistemas de losas en los cuales las longitudes de las luces varían a lo largo de la franja de diseño, el diseñador deberá aplicar su criterio profesional para aplicar las definiciones dadas en 13.2.1. Los elementos que componen el pórtico equivalente

son vigas placa y elementos torsionales (elementos horizontales transversales) soportados por columnas (elementos verticales). Los elementos torsionales permiten transferir momentos entre las vigas placa y las columnas. En la Figura 20-3 se ilustran los elementos de un pórtico equivalente. El primer paso del análisis del pórtico exige determinar la rigidez flexional de los elementos del pórtico equivalente.

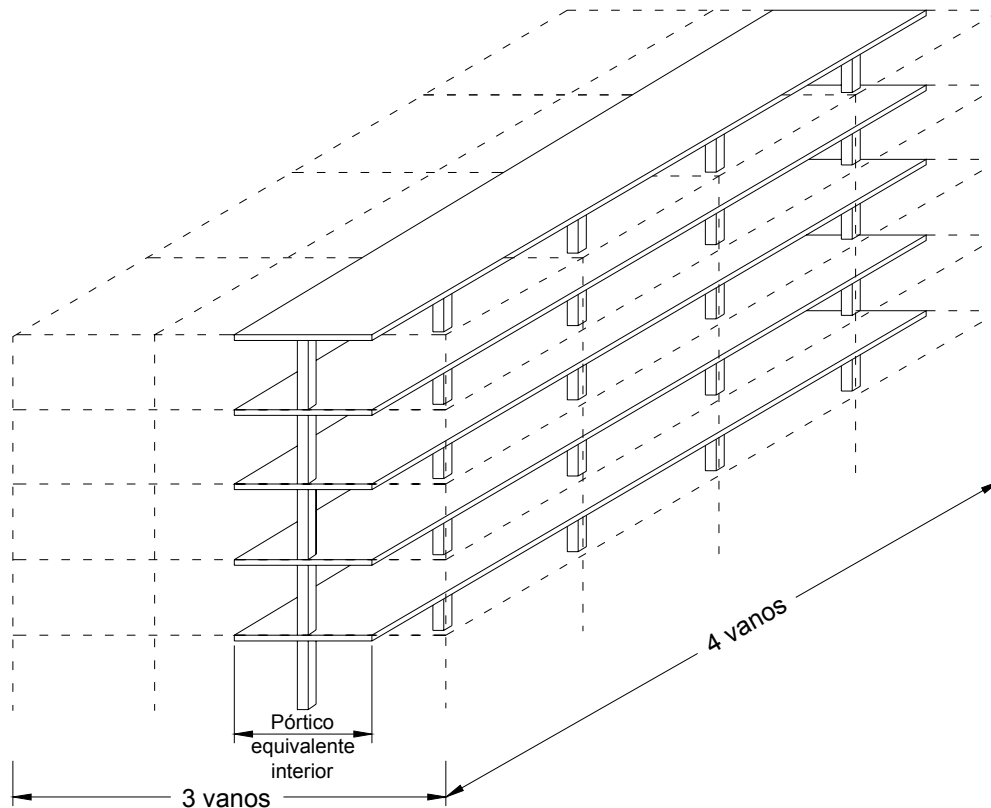


Figura 20-1 – Pórticos equivalentes para una estructura de cinco plantas

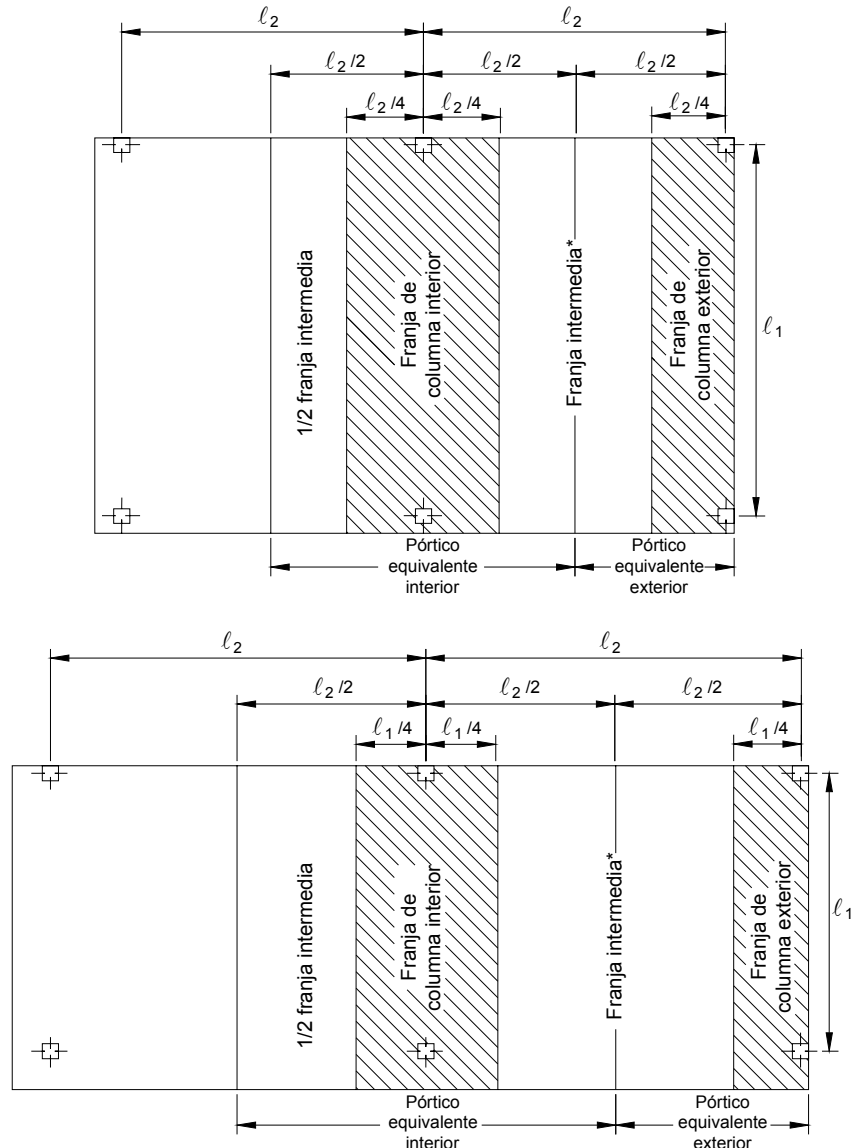
13.7.3 Vigas placa

En las Figuras 20-4 y 20-5 se ilustran algunos tipos habituales de sistemas de losas con y sin vigas entre sus apoyos. Para cada tipo se indican las secciones transversales usadas para determinar la rigidez de las vigas placa, K_{sb} , entre los centros de los apoyos. Para el Método del Pórtico Equivalente se pueden usar los diagramas de rigidez de las vigas placa equivalentes para determinar las constantes de distribución de momentos y los momentos de los extremos empotrados.

Los cálculos de la rigidez se basan en las siguientes consideraciones:

- El momento de inercia de la viga placa entre las caras de los apoyos se basa en el área de la sección transversal bruta del hormigón. Se debe tomar en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo del eje de la viga placa (13.7.3.2).
- Un apoyo se define como una columna, un capitel, una ménsula o un tabique. Observar que para el pórtico equivalente las vigas no se consideran elementos de apoyo (13.7.3.3).
- El momento de inercia de la viga placa entre la cara del apoyo y el centro del apoyo se supone igual al momento de inercia de la viga placa en la cara del apoyo, dividido por el valor $(1 - c_2/\ell_2)^2$ (13.7.3.3).

De hecho, la aplicación del factor de amplificación $1/(1 - c_2/\ell_2)^2$ al momento de inercia entre la cara del apoyo y el centro del apoyo, convierte a cada viga placa en un elemento de sección variable con su longitud. En consecuencia, los factores de rigidez, los coeficientes de continuidad y los momentos de inercia de los extremos empotrados, los cuales se basan en las hipótesis habituales correspondientes a elementos de sección prismática uniforme, no se pueden aplicar a las vigas placa.



* Cuando el borde de una franja de diseño exterior es soportada por un tabique, el momento mayorado resistido por esta franja intermedia es el definido en el artículo 13.6.6.3.

Figura 20-2 – Franjas de diseño de un pórtico equivalente

Las Tablas A1 a A6 del Apéndice 20A al final de este capítulo contienen coeficientes de rigidez, coeficientes de continuidad, y coeficientes para los momentos en los extremos empotrados correspondientes a diferentes configuraciones geométricas y de cargas. Estas tablas abarcan una amplia gama de relaciones tamaño/luz tanto para la dirección longitudinal como para la dirección transversal. La Tabla A1 se puede usar para placas planas y para losas en dos direcciones con vigas. Las Tablas A2 a A5 se utilizan para losas planas y losas nervuradas con diferentes alturas de ábaco (cabezas macizas). La Tabla A6 cubre el caso poco habitual de una placa plana combinada con una losa plana. Se proveen coeficientes para los momentos en los extremos empotrados tanto para cargas uniformes como para cargas uniformes parciales. Los coeficientes para cargas parciales fueron desarrollados para cargas distribuidas en una longitud igual a $0,2\ell_1$. Sin embargo, las cargas que actúan sobre una porción mayor de la luz se pueden considerar sumando los efectos de cargas que actúan en cada intervalo equivalente a $0,2\ell_1$. Por ejemplo, si la carga parcial se extiende en una longitud igual a $0,6\ell_1$ se deben sumar los coeficientes correspondientes a tres intervalos consecutivos de $0,2\ell_1$. Esto permite gran flexibilidad en la disposición de las cargas. En el caso de las cargas concentradas, en la ubicación correspondiente se puede considerar una carga parcial de mayor intensidad, y asumir que ésta se

distribuye en una luz de $0,2\ell_1$. Para obtener los valores de los parámetros comprendidos entre los valores listados se puede interpolar linealmente. En cada tabla se ilustran diagramas de rigidez. Aplicando el criterio profesional, con ayuda de la información contenida en estas tablas es posible considerar otras numerosas condiciones diferentes.

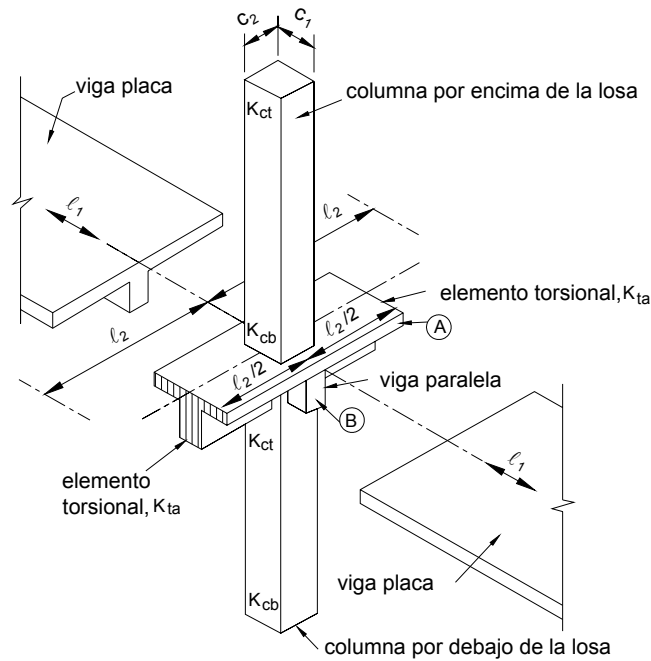


Figura 20-3 – Elementos de un pórtico equivalente

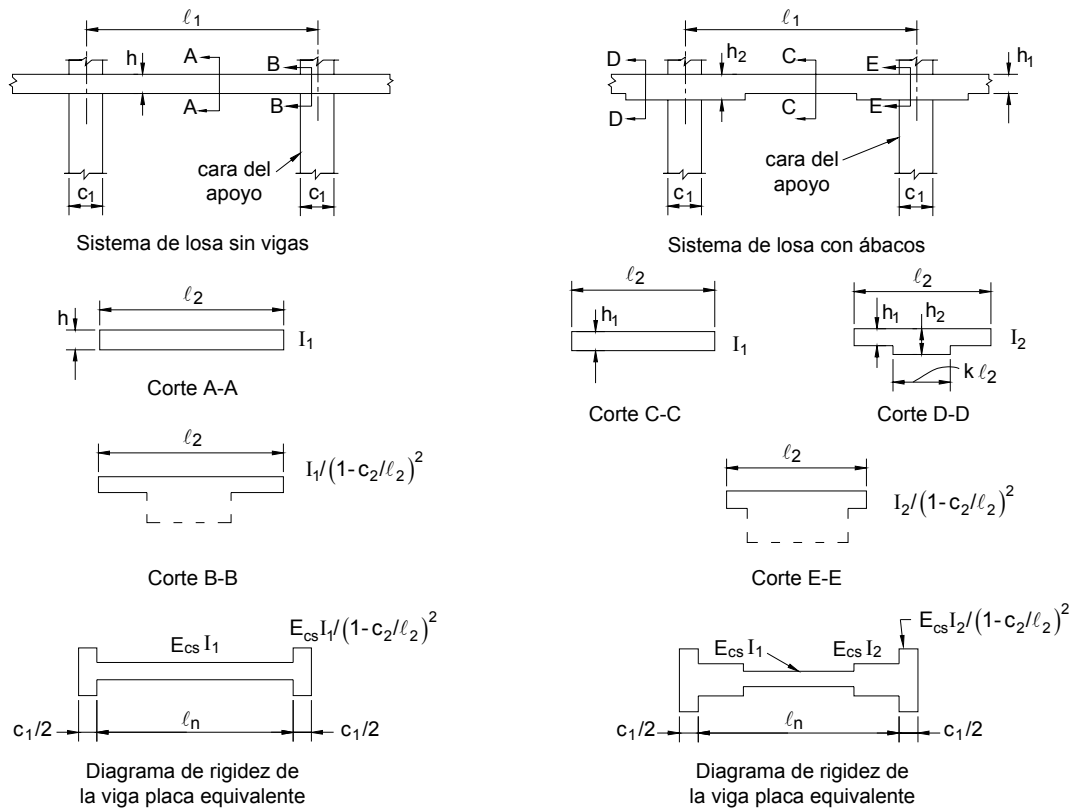


Figura 20-4 – Secciones para calcular las rigideces de las vigas placa, K_{sb}

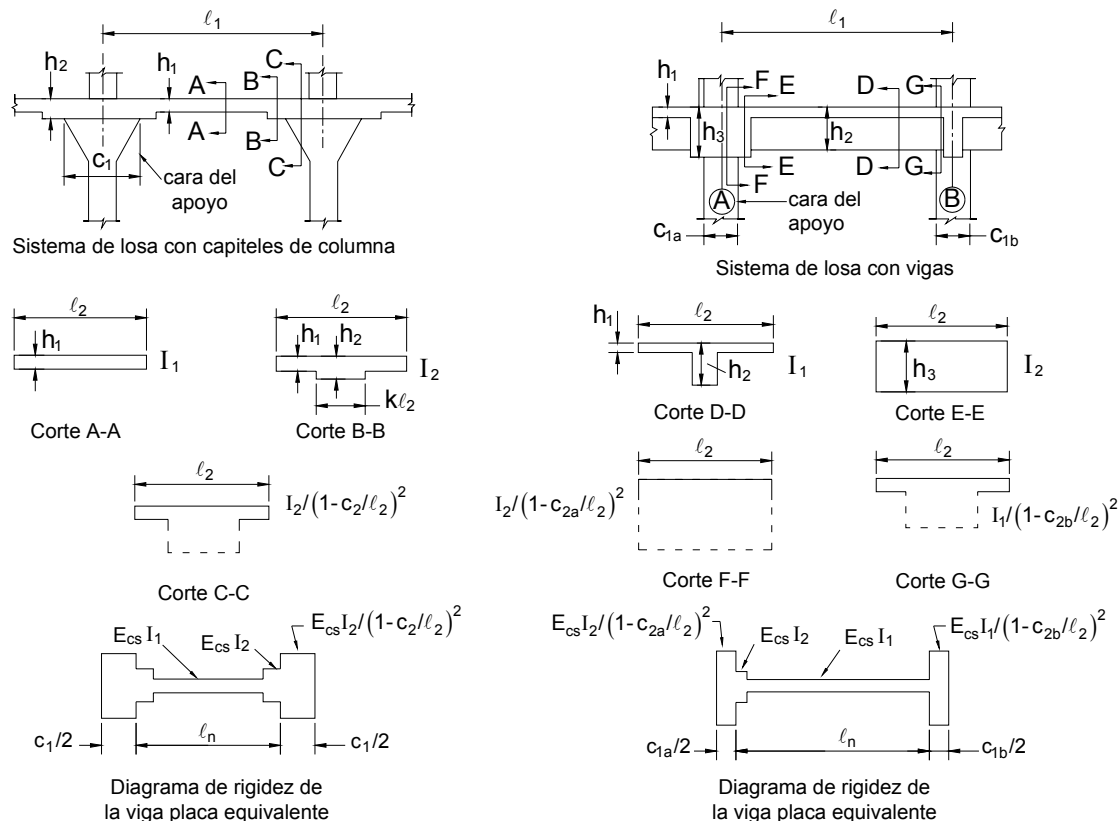


Figura 20-5 – Secciones para calcular las rigideces de las vigas placa, K_{sb}

13.7.4 Columnas

En la Figura 20-6 se ilustran condiciones de apoyo habituales. La rigidez de las columnas se basa en una altura de columna, ℓ_c , medida entre el plano medio de la losa superior y el plano medio de la losa inferior. Para determinar la rigidez flexional de una columna, K_c , se pueden usar los diagramas de rigidez para columnas. Los diagramas de rigidez se basan en las siguientes consideraciones:

- El momento de inercia de la columna fuera de la unión con la viga placa se basa en el área de la sección transversal bruta del hormigón. Se debe considerar la variación del momento de inercia a lo largo del eje de la columna entre las uniones con las vigas placa. En el caso de las columnas con capiteles, se asume que el momento de inercia varía linealmente desde la base del capitel hasta el fondo de la viga placa (13.7.4.1 y 13.7.4.2).
- Se asume que en una unión el momento de inercia entre la parte superior y la parte inferior de la viga placa es infinito ($I = \infty$). Como en el caso de las vigas placas, el factor de rigidez de las columnas K_c no se puede basar en la hipótesis de elemento prismático uniforme (13.7.4.3).

Para determinar las rigideces reales de las columnas y los coeficientes de continuidad se puede usar la Tabla A7 del Apéndice 20A.

13.7.5 Elementos torsionales

En la Figura 20-7 se ilustran algunos elementos torsionales. La sección transversal de un elemento torsional es la mayor de las secciones definidas por las tres condiciones dadas en el artículo 13.7.5.1. En la Figura 20-7, debajo de cada ilustración se indica la condición determinante, (a), (b) o (c).

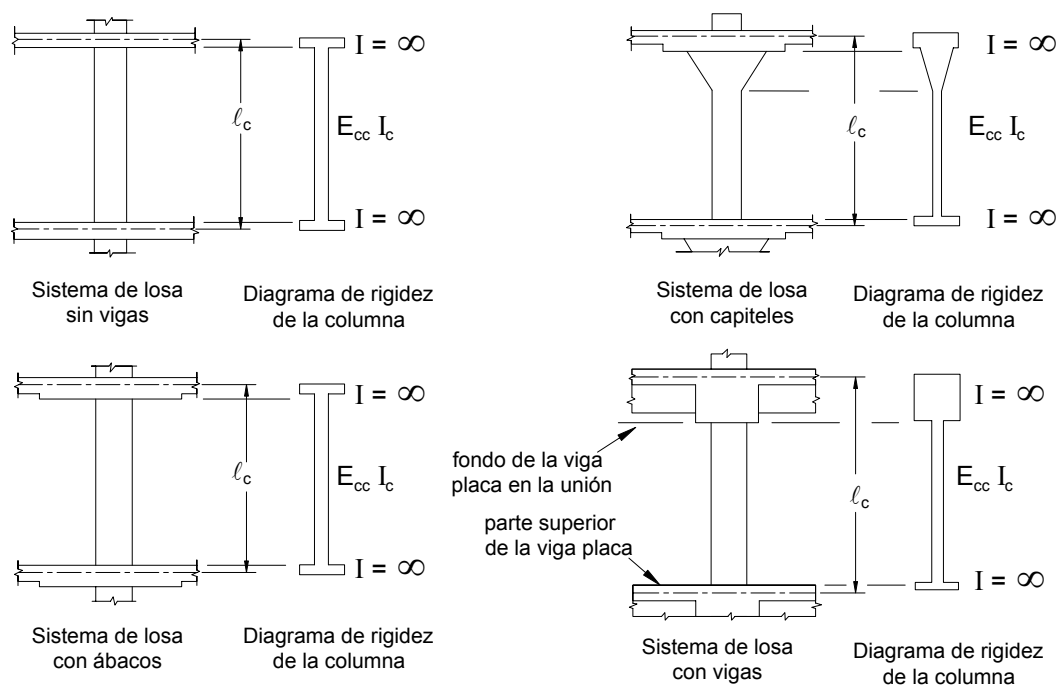


Figura 20-6 – Secciones para calcular la rigidez de las columnas, K_c

La rigidez torsional K_t de un elemento torsional se calcula mediante la siguiente expresión:

$$K_t = \sum \left[\frac{9E_{cs}C}{\ell_2 [1 - (c_2 / \ell_2)]^3} \right] \quad (1)$$

donde la sumatoria abarca los elementos torsionales que concurren a una unión: dos en el caso de los pórticos interiores, y uno en el caso de los pórticos exteriores.

El término C es una constante de la sección transversal que define las propiedades torsionales de cada uno de los elementos torsionales que concurren a una unión:

$$C = \sum \left[1 - 0,63 \left(\frac{x}{y} \right) \right] \frac{x^3 y}{3} \quad (2)$$

siendo x la menor dimensión de un componente rectangular e y la mayor dimensión de un componente rectangular.

El valor de C se calcula dividiendo la sección transversal del elemento torsional en componentes rectangulares independientes y asumiendo los valores de C para cada rectángulo. La sección transversal se debería subdividir de manera de obtener el mayor valor de C posible. En la Figura 20-8 se ilustra la aplicación de la expresión para C .

Si a un apoyo concurren vigas en la dirección en la cual se están determinando los momentos, la rigidez torsional K_t dada por la Ecuación (1) se debe incrementar de la siguiente manera:

$$K_{ta} = \frac{K_t I_{sb}}{I_s}$$

donde: K_{ta} = rigidez torsional aumentada debido a la viga paralela (observar la viga paralela ilustrada en la Figura 20-3)

I_s = momento de inercia de un ancho de losa igual a la totalidad del ancho entre los ejes de los paneles, ℓ_2 , excluyendo la porción del alma de la viga que se prolonga por encima y por debajo de la losa (observar la parte A en la Figura 20-3)

$$= \frac{\ell_2 h^3}{12}$$

I_{sb} = momento de inercia de la sección de losa especificada para I_s incluyendo la porción del alma de la viga que se prolonga por encima y por debajo de la losa (para la viga paralela ilustrada en la Figura 20-3, I_{sb} corresponde a la totalidad de la sección Te ilustrada)

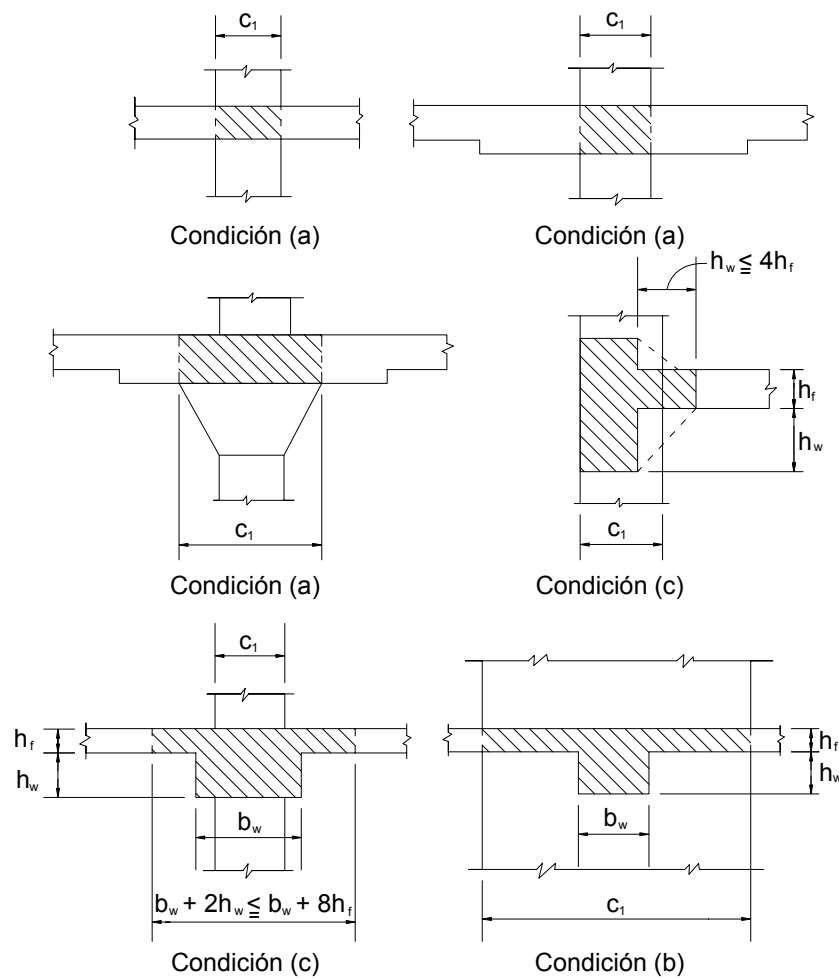
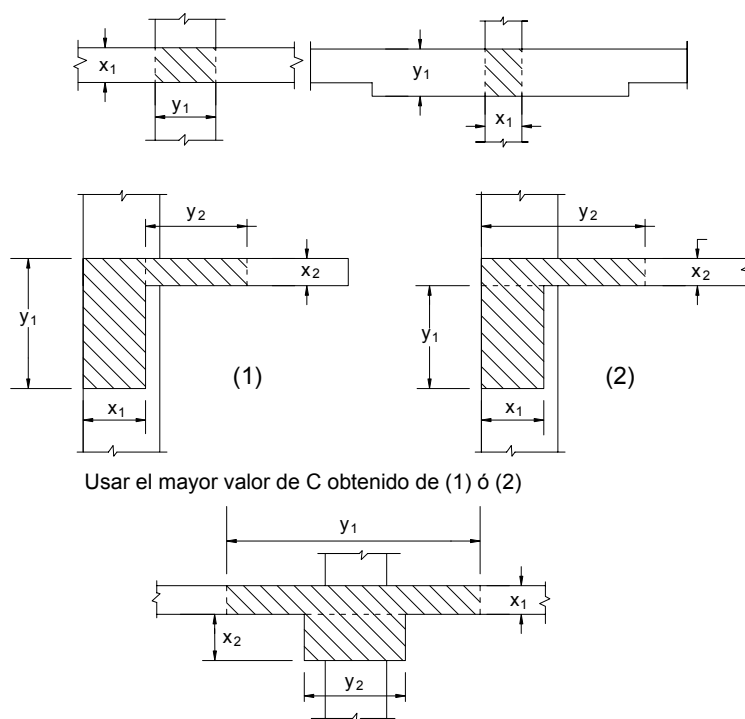


Figura 20-7 – Elementos torsionales



$$c = \sum \left[\left(1 - 0,63 \frac{x_1}{y_1} \right) \frac{x_1^3 y_1}{3} \right] + \left[\left(1 - 0,63 \frac{x_2}{y_2} \right) \frac{x_2^3 y_2}{3} \right]$$

Figura 20-8 – Constante C, que define las propiedades torsionales de un elemento torsional

Columnas equivalentes (R13.7.4)

Con la publicación de ACI 318-83 se eliminó del Código el concepto de columna equivalente que definía un elemento de una rigidez única consistente en las columnas reales por encima y por debajo de las vigas placas más elementos torsionales transversales unidos a las mismas. Desde que gracias al uso de las computadoras comenzaron a popularizarse los análisis de losas en dos direcciones mediante el Método del Pórtico Equivalente, la idea de combinar las rigideces de las columnas con las rigideces de los elementos torsionales para obtener una rigidez única perdió gran parte de su atractivo. Sin embargo, el concepto de columna equivalente se retuvo en el comentario hasta la edición del Código de 1989, con el objetivo de que sirviera de ayuda para analizar vigas placas a diferentes niveles de piso solicitadas exclusivamente a cargas gravitatorias, particularmente cuando para el análisis se usaba distribución de momentos u otros procedimientos de cálculo manuales. Aunque en el artículo R13.7.5 aún se reconoce el concepto de columna equivalente, en la edición de 1995 del Código se eliminó del artículo R13.7.5 el procedimiento detallado para calcular la rigidez de la columna equivalente, K_{ec} , que se había incluido en 1983.

Tanto en el Ejemplo 20-1 como en el Ejemplo 20-2 se utiliza el concepto de columna equivalente con distribución de momentos para análisis bajo cargas gravitatorias.

El concepto de columna equivalente modifica la rigidez de la columna para tomar en cuenta la flexibilidad torsional de la unión losa-columna que reduce su eficiencia para transmitir momentos. En la Figura 20-3 se ilustra una columna equivalente. La columna equivalente consiste en las columnas reales por encima y por debajo de las vigas placas, más elementos torsionales "unidos" a ambos lados de las columnas, los cuales se extienden hasta los ejes de los paneles adyacentes. Observar que para los pórticos de borde, sólo hay un elemento solicitado a torsión unido en uno de los lados. La presencia de vigas paralelas también afecta la rigidez de la columna equivalente.

La rigidez flexional de la columna equivalente, K_{ec} , se da en términos de su inversa, o flexibilidad, de la siguiente manera:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{\sum K_t}$$

Para los propósitos del cálculo, el diseñador tal vez prefiera la siguiente expresión, directamente en términos de la rigidez:

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_t}{\sum K_c + \sum K_t}$$

Las rigideces de las columnas reales, K_c , y de los elementos torsionales, K_t , deben satisfacer lo indicado en los artículos 13.7.4 y 13.7.5.

Una vez determinados los valores de K_c y K_t se calcula la rigidez de la columna equivalente, K_{ec} . En base a la Figura 20-3:

$$K_{ec} = \frac{(K_{ct} + K_{cb})(K_{ta} + K_{tb})}{K_{ct} + K_{cb} + K_{ta} + K_{tb}}$$

donde K_{ct} = rigidez flexional en la parte superior de la columna inferior que concurre a la unión;

K_{cb} = rigidez flexional en la parte inferior de la columna superior que concurre a la unión;

K_{ta} = rigidez torsional de cada elemento torsional, uno a cada lado de la columna, incrementada debido a la presencia de vigas paralelas (si es que hay vigas paralelas)

13.7.6 Ubicación de la sobrecarga

En el caso habitual en que no se conoce la ubicación exacta de todas las cargas, los máximos momentos mayorados se determinan para las condiciones de carga ilustradas en el pórtico parcial de tres tramos de la Figura 20-9, las cuales se describen de la siguiente manera:

- Si la sobrecarga de servicio es menor o igual que tres cuartos de la carga permanente de servicio, para determinar los momentos negativos y positivos mayorados sólo es necesario analizar la distribución de cargas (1) suponiendo que en todos los tramos actúa la totalidad de la sobrecarga mayorada.
- Si la relación entre la sobrecarga de servicio y la carga permanente de servicio es mayor que tres cuartos, para determinar todos los momentos mayorados en las vigas placa es necesario considerar las cinco distribuciones de cargas ilustradas. Las distribuciones de cargas (2) a (5) consideran sobrecargas mayoradas parciales para determinar los momentos mayorados. Sin embargo, cuando hay sobrecargas parciales, los momentos mayorados no se pueden tomar menores que los que ocurren cuando la totalidad de la sobrecarga mayorada actúa en todos los tramos. En consecuencia, el análisis también debe incluir la distribución (1).

Para los sistemas de losas con vigas, puede que no sea conveniente incluir las cargas soportadas directamente por las vigas (tales como el peso propio del alma de la viga o de un tabique soportado directamente por las vigas) en el análisis de pórtico para las cargas de la losa, $w_d + w_l$. Es posible que se requiera un análisis de pórtico adicional, diseñando la viga para que resista estas cargas además de la porción de los momentos de la losa asignados a las vigas.

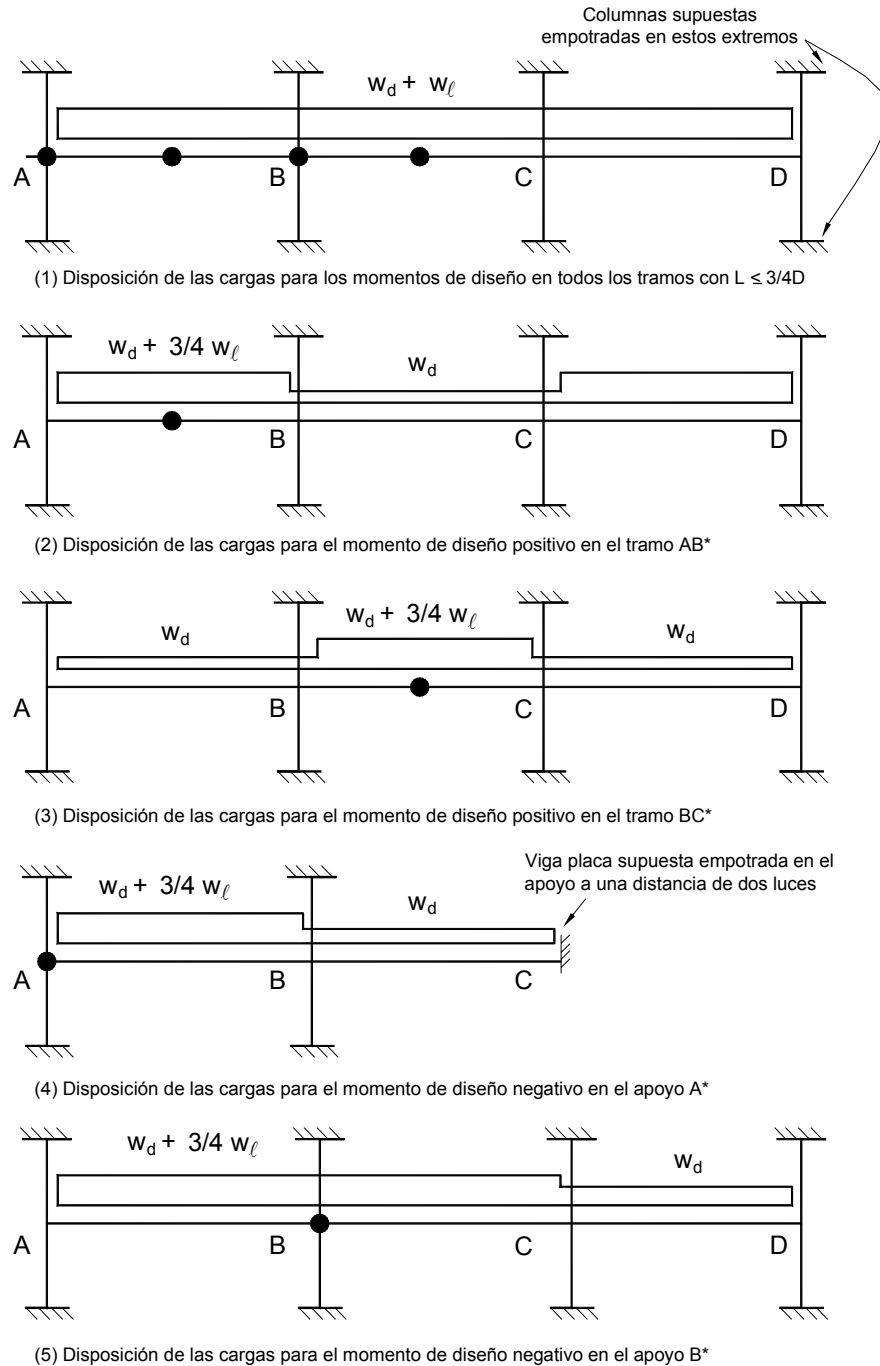


Figura 20-9 – Análisis de pórtico parcial para cargas verticales

13.7.7 Momentos mayorados

Es probable que la distribución de momentos sea el método de cálculo manual más conveniente para analizar pórticos parciales que involucren varios tramos continuos y en los cuales los extremos superiores e inferiores de las columnas alejados de las losas se consideran empotrados. En estas páginas no describiremos la mecánica del método, salvo una breve discusión de los dos puntos siguientes: (1) el uso del concepto de la columna equivalente para determinar los factores de distribución en las uniones, y (2) el procedimiento correcto para distribuir el momento de la columna equivalente obtenido del análisis de pórtico a las verdaderas columnas ubicadas por encima y por debajo de la viga placa. Ver los Ejemplos 20.1 y 20.2.

En la Figura 20-10 se ilustra una unión de un pórtico con los factores de rigidez K para cada elemento que concurre a la unión. A continuación presentamos expresiones para determinar los factores de distribución de momento FD en la unión, usando la rigidez de la columna equivalente, K_{ec} . En el procedimiento de distribución de momentos se aplican directamente estos coeficientes.

Rigidez de la columna equivalente,

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_t}{\sum K_c + \sum K_t}$$

$$= \frac{(K_{ct} + K_{cb})(K_t + K_b)}{K_{ct} + K_{cb} + K_t + K_b}$$

Factor de distribución para las vigas placa,

$$FD_{(1-2)} = \frac{K_{b1}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

$$FD_{(2-3)} = \frac{K_{b2}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

Factor de distribución para la columna equivalente (momento no balanceado de la viga placa),

$$FD = \frac{K_{ec}}{K_{b1} + K_{b2} + K_{ec}}$$

El momento no balanceado determinado para la columna equivalente en los ciclos de distribución de momentos se distribuye a las verdaderas columnas por encima y por debajo de la viga placa en proporción a las rigideces reales de las columnas en la unión. Con referencia a la Figura 20-10:

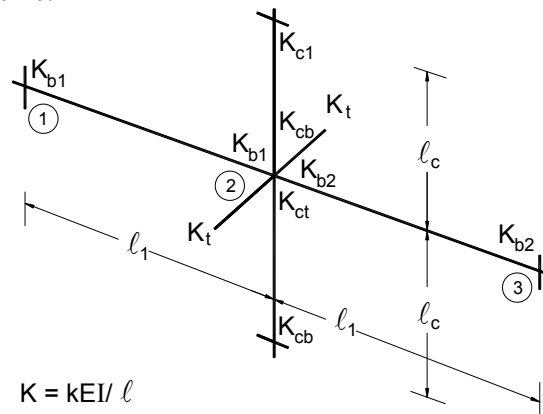


Figura 20-10 – Factores de distribución de momentos, FD

$$\text{Fracción de momento no balanceado a la columna superior} = \frac{K_{cb}}{(K_{cb} + K_{ct})}$$

$$\text{Fracción de momento no balanceado a la columna inferior} = \frac{K_{ct}}{(K_{cb} + K_{ct})}$$

Luego las columnas "reales" se diseñan para estos momentos.

13.7.7.1 - 13.7.7.3 Momentos negativos mayorados – Los momentos negativos mayorados de diseño se deben tomar en las caras de los apoyos rectilíneos, pero a una distancia no mayor que $0,175\ell_1$ a partir del centro de un apoyo. Este valor absoluto es un límite para los apoyos largos y angostos, para impedir una reducción indebida del momento de diseño. Un elemento de apoyo se define como una columna, un capitel, una ménsula o un tabique. Los apoyos no rectangulares se deben tratar como apoyos cuadrados con secciones transversales de igual área. Observar que para los sistemas de losas con vigas las caras de las vigas no se consideran como ubicaciones de las caras de los apoyos. En la Figura 20-11 se ilustra la ubicación de las secciones críticas para momento mayorado negativo correspondientes a diferentes condiciones de apoyo. Observar los requisitos especiales para apoyos exteriores.

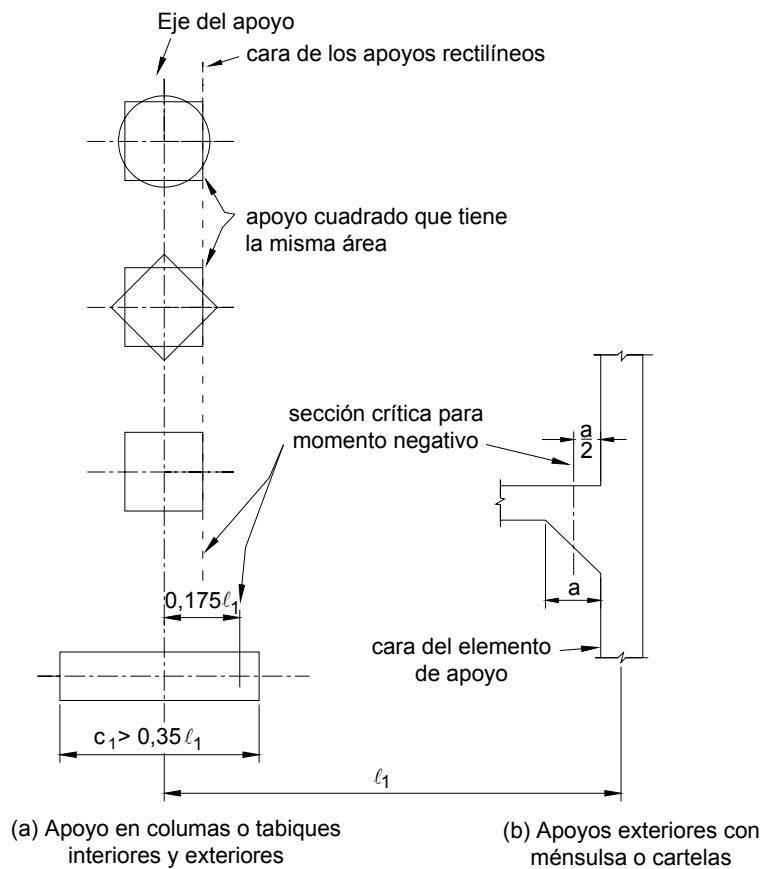


Figura 20-11 – Secciones críticas para determinar los momentos negativos de diseño

13.7.7.4 Redistribución de los momentos – Si el diseñador opta por utilizar el Método del Pórtico Equivalente para analizar un sistema de losas que satisface las limitaciones del Método de Diseño Directo, los momentos mayorados se pueden reducir de manera tal que el momento estático mayorado total (sumatoria de los momentos positivos y el promedio de los momentos negativos) no sea mayor que el valor de M_o calculado mediante la Ecuación (13-3). Esta reducción admisible se ilustra en la Figura 20-12.

Debido a que el Método del Pórtico Equivalente no es un método aproximado, se puede aplicar la redistribución de momentos permitida por el artículo 8.4. Pero si estos requisitos se aplican de manera imprudente es posible que se produzca una fisuración excesiva. Es el diseñador quien debe tomar la decisión de redistribuir los momentos o no redistribuirlos, y en caso de hacerlo en qué cantidad.

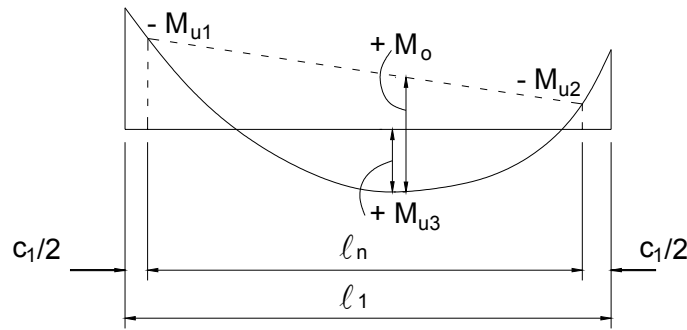


Figura 20-12 – Momento estático total de diseño

13.7.7.5 Momentos mayorados en las franjas de columna y las franjas intermedias – Los momentos mayorados negativos y positivos se pueden distribuir a la franja de columna y a las dos semifranjas intermedias de acuerdo con los artículos 13.6.4, 13.6.5 y 13.6.6, siempre que se satisfaga el requisito del artículo 13.6.1.6. Ver la discusión sobre los artículos 13.6.4, 13.6.5 y 13.6.6 en el Capítulo 19 de este documento.

APÉNDICE 20A - AYUDAS PARA DETERMINAR LAS CONSTANTES DE DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS

Referencias para las tablas del Apéndice 20A:

- (1) k = Factores de rigidez
- (2) C = Coeficientes de continuidad
- (3) m = Coeficiente de momento para los extremos empotrados correspondiente a carga unitaria
- (4) FEM = Momento en el extremo empotrado

NOTA: Los subíndices N y F se refieren al extremo próximo y al extremo empotrado, respectivamente.

Tabla A1 – Constantes de distribución de momentos para vigas placa

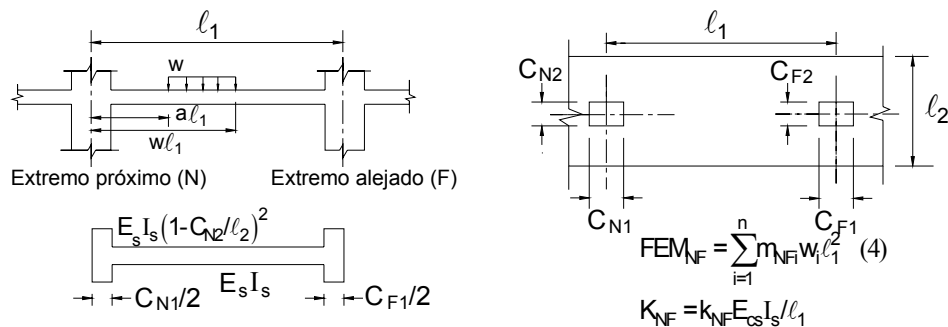
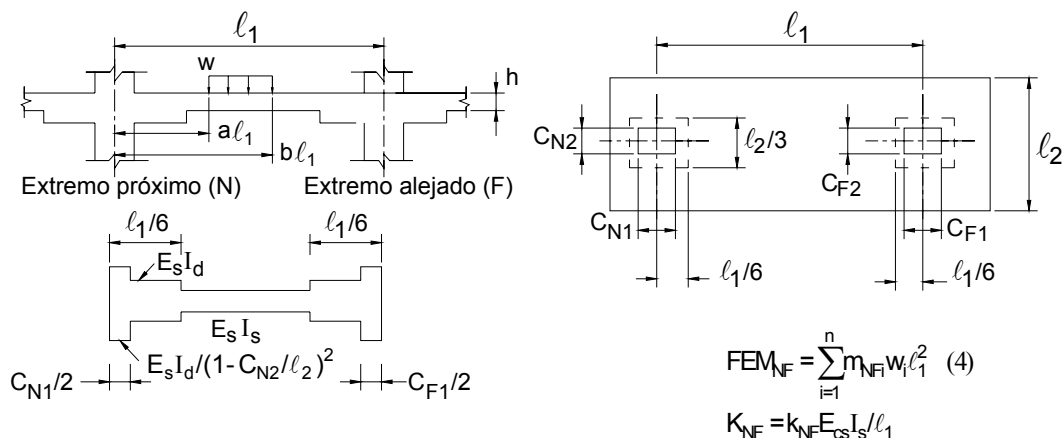


Tabla A1 – Constantes de distribución de momentos para vigas placa*

C_{N1}/ℓ_1	C_{N2}/ℓ_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para $(b-a) = 0,2$					
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$	
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$										
0,00	---	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226	
	0,10	4,18	0,51	0,0847	0,0154	0,0293	0,0251	0,0126	0,00214	
	0,20	4,36	0,52	0,0860	0,0158	0,0300	0,0255	0,0126	0,00201	
	0,30	4,53	0,54	0,0872	0,0161	0,0301	0,0259	0,0125	0,00188	
0,10	0,40	4,70	0,55	0,0882	0,0165	0,0314	0,0262	0,0124	0,00174	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226	
	0,10	4,35	0,52	0,0857	0,0155	0,0299	0,0254	0,0127	0,00213	
	0,20	4,72	0,54	0,0880	0,0161	0,0311	0,0262	0,0126	0,00197	
	0,30	5,11	0,56	0,0901	0,0166	0,0324	0,0269	0,0125	0,00178	
0,20	0,40	5,51	0,58	0,0921	0,0171	0,0336	0,0276	0,0123	0,00156	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226	
	0,10	4,49	0,53	0,0863	0,0155	0,0301	0,0257	0,0128	0,00219	
	0,20	5,05	0,56	0,0893	0,0160	0,0317	0,0267	0,0128	0,00207	
	0,30	5,69	0,59	0,0923	0,0165	0,0334	0,0278	0,0127	0,00190	
0,30	0,40	6,41	0,61	0,0951	0,0171	0,0352	0,0287	0,0124	0,00167	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,00226	
	0,10	4,61	0,53	0,0866	0,0154	0,0302	0,0259	0,0129	0,00225	
	0,20	5,35	0,56	0,0901	0,0158	0,0318	0,0271	0,0131	0,00221	
	0,30	6,25	0,60	0,0936	0,0162	0,0337	0,0284	0,0131	0,00211	
0,40	0,40	7,37	0,64	0,0971	0,0168	0,0359	0,0297	0,0128	0,00195	
	$C_{F1} = 0,5C_{N1}; C_{F2} = 0,5C_{N2}$									
	0,00	---	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023
		0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023
		0,10	4,16	0,51	0,0857	0,0155	0,0296	0,0254	0,0130	0,0023
0,20		4,31	0,52	0,0879	0,0158	0,0304	0,0261	0,0133	0,0023	
0,30		4,45	0,54	0,0900	0,0162	0,0312	0,0267	0,0135	0,0023	
0,10	0,40	4,58	0,54	0,0918	0,0165	0,0319	0,0273	0,0138	0,0023	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023	
	0,10	4,30	0,52	0,0872	0,0156	0,0301	0,0259	0,0132	0,0023	
	0,20	4,61	0,55	0,0912	0,0161	0,0317	0,0272	0,0138	0,0023	
	0,30	4,92	0,57	0,0951	0,0167	0,0332	0,0285	0,0143	0,0024	
0,20	0,40	5,23	0,58	0,0989	0,0172	0,0347	0,0298	0,0148	0,0024	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023	
	0,10	4,43	0,53	0,0881	0,0156	0,0305	0,0263	0,0134	0,0023	
	0,20	4,89	0,56	0,0932	0,0161	0,0324	0,0281	0,0142	0,0024	
	0,30	5,40	0,59	0,0986	0,0167	0,0345	0,0300	0,0150	0,0024	
0,30	0,40	5,93	0,62	0,1042	0,0173	0,0367	0,0320	0,0158	0,0025	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023	
	0,10	4,54	0,54	0,0884	0,0155	0,0305	0,0265	0,0135	0,0024	
	0,20	5,16	0,57	0,0941	0,0159	0,0326	0,0286	0,0145	0,0025	
	0,30	5,87	0,61	0,1005	0,0165	0,0350	0,0310	0,0155	0,0025	
0,40	0,40	6,67	0,64	0,1076	0,0170	0,0377	0,0336	0,0166	0,0026	
	$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
	0,00	---	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023
		0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023
		0,10	4,27	0,51	0,0817	0,0153	0,0289	0,0241	0,0116	0,0018
0,10	0,20	4,56	0,52	0,0798	0,0156	0,0290	0,0234	0,0103	0,0013	
	0,00	4,00	0,50	0,0833	0,0151	0,0287	0,0247	0,0127	0,0023	
0,20	0,10	4,49	0,51	0,0819	0,0154	0,0291	0,0240	0,0114	0,0019	
	0,20	5,11	0,53	0,0789	0,0158	0,0293	0,0228	0,0096	0,0014	

* Ver "Referencias para las tablas del Apéndice 20A" en la página 20-13.

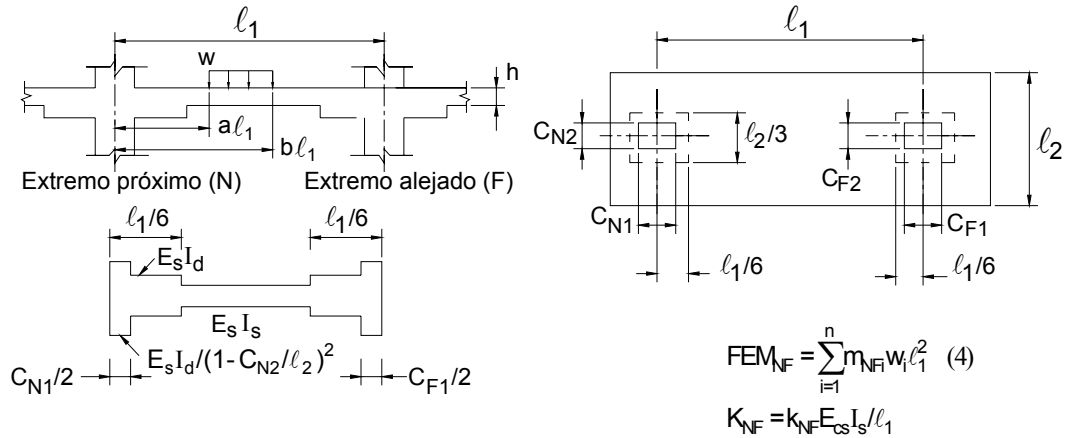
Tabla A2 Constantes de distribución de momentos para vigas placa (Altura de ábaco = 0,25h) *



C_{N1}/ℓ_1	C_{N2}/ℓ_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para $(b-a) = 0,2$				
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0,00	---	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
	0,10	4,99	0,55	0,0890	0,0160	0,0316	0,0266	0,0128	0,0020
	0,20	5,18	0,56	0,0901	0,0163	0,0322	0,0270	0,0127	0,0019
0,10	0,30	5,37	0,57	0,0911	0,0167	0,0328	0,0273	0,0126	0,0018
	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
	0,10	5,17	0,56	0,0900	0,0161	0,0320	0,0269	0,0128	0,0020
	0,20	5,56	0,58	0,0918	0,0166	0,0332	0,0276	0,0126	0,0018
0,20	0,30	5,96	0,60	0,0936	0,0171	0,0344	0,0282	0,0124	0,0016
	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
	0,10	5,32	0,57	0,0905	0,0161	0,0323	0,0272	0,0128	0,0021
	0,20	5,90	0,59	0,0930	0,0166	0,0338	0,0281	0,0127	0,0019
0,30	0,30	6,55	0,62	0,0955	0,0171	0,0354	0,0290	0,0124	0,0017
$C_{F1} = 0,5C_{N1}; C_{F2} = 0,5C_{N2}$									
0,00	---	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
	0,10	4,96	0,55	0,0900	0,0160	0,0317	0,0269	0,0131	0,0022
	0,20	5,12	0,56	0,0920	0,0164	0,0325	0,0276	0,0134	0,0022
0,10	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
	0,10	5,11	0,56	0,0914	0,0162	0,0323	0,0275	0,0133	0,0022
	0,20	5,43	0,58	0,0950	0,0167	0,0337	0,0286	0,0138	0,0022
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
0,00	---	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
	0,00	4,79	0,54	0,0879	0,0157	0,0309	0,0263	0,0129	0,0022
	0,10	5,10	0,55	0,0860	0,0159	0,0311	0,0256	0,0117	0,0017

* Ver "Referencias para las tablas del Apéndice 20A" en la página 20-13.

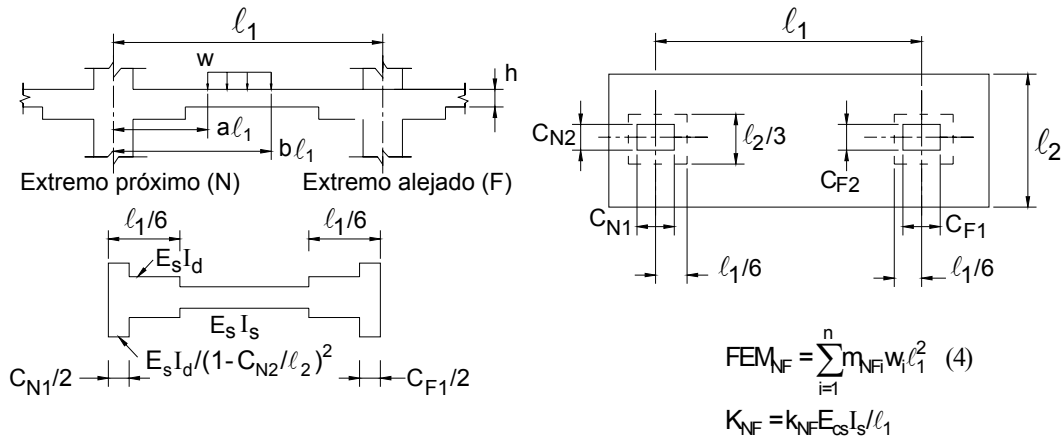
Tabla A3 Constantes de distribución de momentos para vigas placa (Altura de ábaco = 0,50h) *



C_{N1}/ℓ_1	C_{N2}/ℓ_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para $(b-a) = 0,2$					
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$	
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$										
0,00	---	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020	
	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020	
	0,10	6,04	0,60	0,0936	0,0167	0,0341	0,0282	0,0126	0,0018	
	0,20	6,24	0,61	0,0940	0,0170	0,0347	0,0285	0,0125	0,0017	
0,10	0,30	6,43	0,61	0,0952	0,0173	0,0353	0,0287	0,0123	0,0016	
	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020	
	0,10	6,22	0,61	0,0942	0,0168	0,0346	0,0285	0,0126	0,0018	
	0,20	6,62	0,62	0,0957	0,0172	0,0356	0,0290	0,0123	0,0016	
0,20	0,30	7,01	0,64	0,0971	0,0177	0,0366	0,0294	0,0120	0,0014	
	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020	
	0,10	6,37	0,61	0,0947	0,0168	0,0348	0,0287	0,0126	0,0018	
	0,20	6,95	0,63	0,0967	0,0172	0,0362	0,0294	0,0123	0,0016	
0,30	0,30	7,57	0,65	0,0986	0,0177	0,0375	0,0300	0,0119	0,0014	
	$C_{F1} = 0,5C_{N1}; C_{F2} = 0,5C_{N2}$									
	0,00	---	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
		0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020
0,10		6,00	0,60	0,0945	0,0167	0,0343	0,0285	0,0130	0,0020	
0,20		6,16	0,60	0,0962	0,0170	0,0350	0,0291	0,0132	0,0020	
0,10	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020	
	0,10	6,15	0,60	0,0957	0,0169	0,0348	0,0290	0,0131	0,0020	
	0,20	6,47	0,62	0,0987	0,0173	0,0360	0,0300	0,0134	0,0020	
	$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
0,00	---	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020	
	0,00	5,84	0,59	0,0926	0,0164	0,0335	0,0279	0,0128	0,0020	
	0,10	6,17	0,60	0,0907	0,0166	0,0337	0,0273	0,0116	0,0015	
	0,10	6,17	0,60	0,0907	0,0166	0,0337	0,0273	0,0116	0,0015	

* Ver "Referencias para las tablas del Apéndice 20A" en la página 20-13.

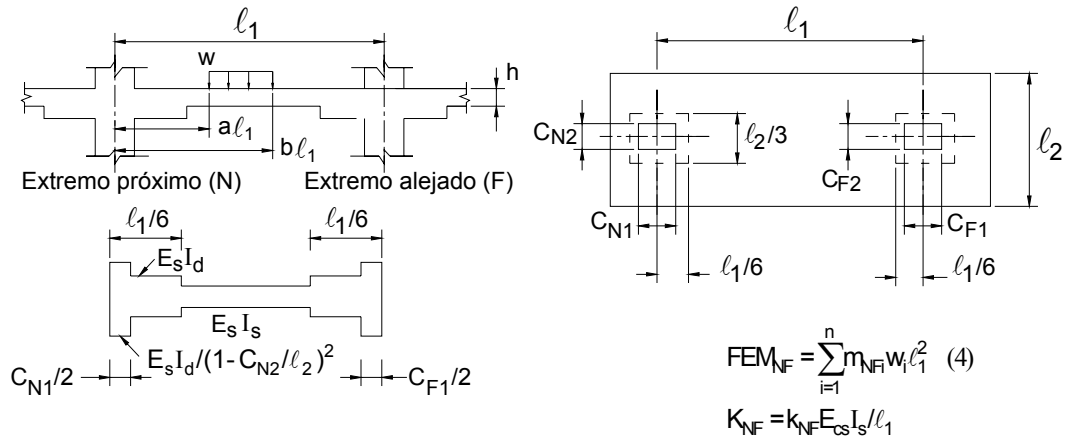
Tabla A4 Constantes de distribución de momentos para vigas placa (Altura de ábaco = 0,75h) *



C_{N1}/ℓ_1	C_{N2}/ℓ_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) m_{NF}	Coeficiente m_{NF} para $(b-a) = 0,2$				
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0,00	---	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,12	0,64	0,0972	0,0174	0,0365	0,0295	0,0122	0,0016
	0,20	7,31	0,64	0,0978	0,0176	0,0370	0,0297	0,0120	0,0014
0,10	0,30	7,48	0,65	0,0984	0,0179	0,0375	0,0299	0,0118	0,0013
	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,12	0,64	0,0977	0,0175	0,0369	0,0297	0,0121	0,0015
	0,20	7,31	0,65	0,0988	0,0178	0,0378	0,0301	0,0118	0,0013
0,20	0,30	7,48	0,67	0,0999	0,0182	0,0386	0,0304	0,0115	0,0011
	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,29	0,65	0,0981	0,0175	0,0371	0,0299	0,0121	0,0015
	0,20	7,66	0,66	0,0996	0,0179	0,0383	0,0304	0,0117	0,0013
0,30	0,30	8,02	0,68	0,1009	0,0182	0,0394	0,0309	0,0113	0,0011
$C_{F1} = 0,5C_{N1}; C_{F2} = 0,5C_{N2}$									
0,00	---	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,08	0,64	0,0980	0,0174	0,0366	0,0298	0,0125	0,0017
	0,20	7,23	0,64	0,0993	0,0177	0,0372	0,0302	0,0126	0,0016
0,10	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,21	0,64	0,0991	0,0175	0,0371	0,0302	0,0126	0,0017
	0,20	7,51	0,65	0,1014	0,0179	0,0381	0,0310	0,0128	0,0016
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
0,00	---	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,00	6,92	0,63	0,0965	0,0171	0,0360	0,0293	0,0124	0,0017
	0,10	7,26	0,64	0,0946	0,0173	0,0361	0,0287	0,0112	0,0013

* Ver "Referencias para las tablas del Apéndice 20A" en la página 20-13.

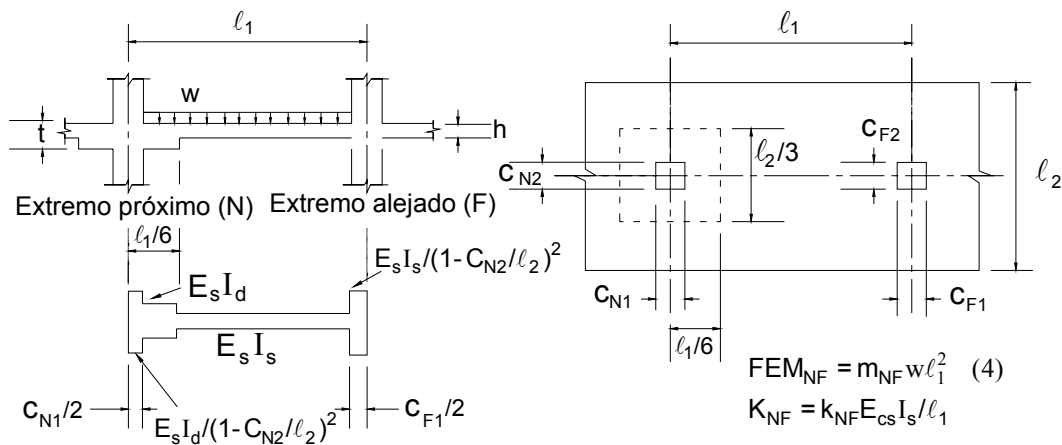
Tabla A5 Constantes de distribución de momentos para vigas placa (Altura de ábaco = h) *



C_{N1}/ℓ_1	C_{N2}/ℓ_2	(1) k_{NF}	(2) C_{NF}	(3) (m_{NF})	Coeficiente (m_{NF}) para $(b-a) = 0,2$				
					$a = 0,0$	$a = 0,2$	$a = 0,4$	$a = 0,6$	$a = 0,8$
$C_{F1} = C_{N1}; C_{F2} = C_{N2}$									
0,00	---	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
	0,10	8,07	0,66	0,0998	0,0180	0,0385	0,0305	0,0116	0,0013
	0,20	8,24	0,67	0,1003	0,0182	0,0389	0,0360	0,0115	0,0012
0,10	0,30	8,40	0,67	0,1007	0,0183	0,0393	0,0307	0,0113	0,0011
	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
	0,10	8,22	0,67	0,1002	0,0180	0,0388	0,0306	0,0115	0,0012
	0,20	8,55	0,68	0,1010	0,0183	0,0395	0,0309	0,0112	0,0011
0,20	0,30	9,87	0,69	0,1018	0,0186	0,0402	0,0311	0,0109	0,0009
	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
	0,10	8,35	0,67	0,1005	0,0181	0,0390	0,0307	0,0115	0,0012
	0,20	8,82	0,68	0,1016	0,0184	0,0399	0,0311	0,0111	0,0011
0,30	0,30	9,28	0,70	0,1026	0,0187	0,0409	0,0314	0,0107	0,0009
$C_{F1} = 0,5C_{N1}; C_{F2} = 0,5C_{N2}$									
0,00	---	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
	0,10	8,03	0,66	0,1006	0,0180	0,0386	0,0307	0,0119	0,0014
	0,20	8,16	0,67	0,1016	0,0182	0,0390	0,0310	0,0120	0,0014
0,10	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
	0,10	8,15	0,67	0,1014	0,0181	0,0389	0,0310	0,0120	0,0014
	0,20	8,41	0,68	0,1032	0,0184	0,0398	0,0316	0,0121	0,0013
$C_{F1} = 2C_{N1}; C_{F2} = 2C_{N2}$									
0,00	---	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
	0,00	7,89	0,66	0,0993	0,0177	0,0380	0,0303	0,0118	0,0014
	0,10	8,20	0,67	0,0981	0,0179	0,0382	0,0297	0,0113	0,0010

* Ver "Referencias para las tablas del Apéndice 20A" en la página 20-13.

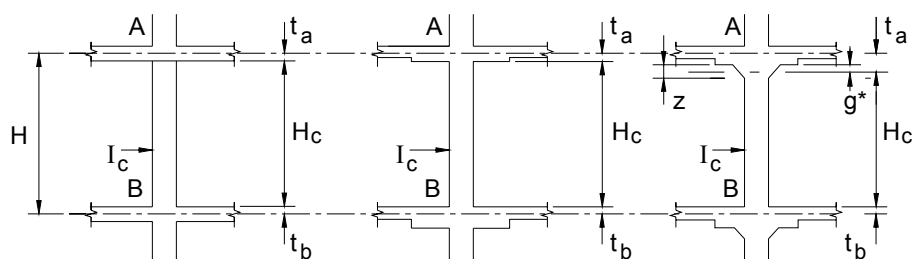
Tabla A6 Constantes de distribución de momentos para vigas placa*
 (Se asume que las dimensiones en ambos extremos de la columna son iguales – $C_{F1} = C_{N1}$, $C_{F2} = C_{N2}$)



C_{N1}/l_1	C_{N2}/l_2	$t = 1,5h$						$t = 2h$					
		k_{NF}	C_{NF}	m_{NF}	k_{FN}	C_{FN}	m_{FN}	k_{NF}	C_{NF}	m_{NF}	k_{FN}	C_{FN}	m_{FN}
0,00	---	5,39	0,49	0,1023	4,26	0,60	0,0749	6,63	0,49	0,1190	4,49	0,65	0,0676
0,10	0,00	5,39	0,49	0,1023	4,26	0,60	0,0749	6,63	0,49	0,1190	4,49	0,65	0,0676
	0,10	5,65	0,52	0,1012	4,65	0,60	0,0794	7,03	0,54	0,1145	5,19	0,66	0,0757
	0,20	5,86	0,54	0,1012	4,91	0,61	0,0818	7,22	0,56	0,1140	5,43	0,67	0,0778
	0,30	6,05	0,55	0,1025	5,10	0,62	0,0838	7,36	0,56	0,1142	5,57	0,67	0,0786
0,20	0,00	5,39	0,49	0,1023	4,26	0,60	0,0749	6,63	0,49	0,1190	4,49	0,65	0,0676
	0,10	5,88	0,54	0,1006	5,04	0,61	0,0826	7,41	0,58	0,1111	5,96	0,66	0,0823
	0,20	6,33	0,58	0,1003	5,63	0,62	0,0874	7,85	0,61	0,1094	6,57	0,67	0,0872
	0,30	6,75	0,60	0,1008	6,10	0,64	0,0903	8,18	0,63	0,1093	6,94	0,68	0,0892
0,30	0,00	5,39	0,49	0,1023	4,26	0,60	0,0749	6,63	0,49	0,1190	4,49	0,65	0,0676
	0,10	6,08	0,56	0,1003	5,40	0,61	0,085	7,76	0,62	0,1087	6,77	0,67	0,0873
	0,20	6,78	0,61	0,0996	6,38	0,63	0,092	8,49	0,66	0,1055	7,91	0,68	0,0952
	0,30	7,48	0,64	0,0997	7,25	0,65	0,096	9,06	0,68	0,1047	8,66	0,69	0,0991

* Ver "Referencias para las tablas del Apéndice 20A" en la página 20-13.

Tabla A7 Factores de rigidez y Coeficientes de continuidad para columnas*



$$K_c = k \frac{EI_c}{H}$$

Para los valores de k_{AB} y C_{BA} leer (t_a/t_b) como (t_b/t_a)

*g se puede aproximar como $z/2$.

t_a/t_b		H/H_c									
		1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
0,00	k_{AB}	4,20	4,40	4,60	4,80	5,00	5,20	5,40	5,60	5,80	6,00
	C_{AB}	0,57	0,65	0,73	0,80	0,87	0,95	1,03	1,10	1,17	1,25
0,2	k_{AB}	4,31	4,62	4,95	5,30	5,65	6,02	6,40	6,79	7,20	7,62
	C_{AB}	0,56	0,62	0,68	0,74	0,80	0,85	0,91	0,96	1,01	1,07
0,4	k_{AB}	4,38	4,79	5,22	5,67	6,15	6,65	7,18	7,74	8,32	8,94
	C_{AB}	0,55	0,60	0,65	0,70	0,74	0,79	0,83	0,87	0,91	0,94
0,6	k_{AB}	4,44	4,91	5,42	5,96	6,54	7,15	7,81	8,50	9,23	10,01
	C_{AB}	0,55	0,59	0,63	0,67	0,70	0,74	0,77	0,80	0,83	0,85
0,8	k_{AB}	4,49	5,01	5,58	6,19	6,85	7,56	8,31	9,12	9,98	10,89
	C_{AB}	0,54	0,58	0,61	0,64	0,67	0,70	0,72	0,75	0,77	0,79
1,0	k_{AB}	4,52	5,09	5,71	6,38	7,11	7,89	8,73	9,63	10,60	11,62
	C_{AB}	0,54	0,57	0,60	0,62	0,65	0,67	0,69	0,71	0,73	0,74
1,2	k_{AB}	4,55	5,16	5,82	6,54	7,32	8,17	9,08	10,07	11,12	12,25
	C_{AB}	0,53	0,56	0,59	0,61	0,63	0,65	0,66	0,68	0,69	0,70
1,4	k_{AB}	4,58	5,21	5,91	6,68	7,51	8,41	9,38	10,43	11,57	12,78
	C_{AB}	0,53	0,55	0,58	0,60	0,61	0,63	0,64	0,65	0,66	0,67
1,6	k_{AB}	4,60	5,26	5,99	6,79	7,66	8,61	9,64	10,75	11,95	13,24
	C_{AB}	0,53	0,55	0,57	0,59	0,60	0,61	0,62	0,63	0,64	0,65
1,8	k_{AB}	4,62	5,30	6,06	6,89	7,80	8,79	9,87	11,03	12,29	13,65
	C_{AB}	0,52	0,55	0,56	0,58	0,59	0,60	0,61	0,61	0,62	0,63
2,0	k_{AB}	4,63	5,34	6,12	6,98	7,92	8,94	10,06	11,27	12,59	14,00
	C_{AB}	0,52	0,54	0,56	0,57	0,58	0,59	0,59	0,60	0,60	0,61
2,2	k_{AB}	4,65	5,37	6,17	7,05	8,02	9,08	10,24	11,49	12,85	14,31
	C_{AB}	0,52	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	0,58	0,59	0,59	0,59
2,4	k_{AB}	4,66	5,40	6,22	7,12	8,11	9,20	10,39	11,68	13,08	14,60
	C_{AB}	0,52	0,53	0,55	0,56	0,56	0,57	0,57	0,58	0,58	0,58
2,6	k_{AB}	4,67	5,42	6,26	7,18	8,20	9,31	10,53	11,86	13,29	14,85
	C_{AB}	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,56	0,56	0,57	0,57	0,57
2,8	k_{AB}	4,68	5,44	6,29	7,23	8,27	9,41	10,66	12,01	13,48	15,07
	C_{AB}	0,52	0,53	0,54	0,55	0,55	0,55	0,56	0,56	0,56	0,56
3,0	k_{AB}	4,69	5,46	6,33	7,28	8,34	9,50	10,77	12,15	13,65	15,28
	C_{AB}	0,52	0,53	0,54	0,54	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55	0,55
3,2	k_{AB}	4,70	5,48	6,36	7,33	8,40	9,58	10,87	12,28	13,81	15,47
	C_{AB}	0,52	0,53	0,53	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54	0,54
3,4	k_{AB}	4,71	5,50	6,38	7,37	8,46	9,65	10,97	12,40	13,95	15,64
	C_{AB}	0,51	0,52	0,53	0,53	0,54	0,54	0,54	0,53	0,53	0,53
3,6	k_{AB}	4,71	5,51	6,41	7,41	8,51	9,72	11,05	12,51	14,09	15,80
	C_{AB}	0,51	0,52	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53	0,52
3,8	k_{AB}	4,72	5,53	6,43	7,44	8,56	9,78	11,13	12,60	14,21	15,95
	C_{AB}	0,51	0,52	0,53	0,53	0,53	0,53	0,53	0,52	0,52	0,52

* Ver "Referencias para las tablas del Apéndice 20A" en la página 20-13.

t_a/t_b		H/H _c									
		1,05	1,10	1,15	1,20	1,25	1,30	1,35	1,40	1,45	1,50
4,0	k _{AB}	4,72	5,54	6,45	7,47	8,60	9,84	11,21	12,7	14,32	16,08
	C _{AB}	0,51	0,52	0,52	0,53	0,53	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51
4,2	k _{AB}	4,73	5,55	6,47	7,50	8,64	9,90	11,27	12,78	14,42	16,20
	C _{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,51
4,4	k _{AB}	4,73	5,56	6,49	7,53	8,68	9,95	11,34	12,86	14,52	16,32
	C _{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,51	0,51
4,6	k _{AB}	4,74	5,57	6,51	7,55	8,71	9,99	11,40	12,93	14,61	16,43
	C _{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,50	0,50
4,8	k _{AB}	4,74	5,58	6,53	7,58	8,75	10,03	11,45	13,00	14,69	16,53
	C _{AB}	0,51	0,52	0,52	0,52	0,52	0,51	0,51	0,50	0,50	0,49
5,0	k _{AB}	4,75	5,59	6,54	7,60	8,78	10,07	11,50	13,07	14,77	16,62
	C _{AB}	0,51	0,51	0,52	0,52	0,51	0,51	0,51	0,50	0,49	0,49
6,0	k _{AB}	4,76	5,63	5,60	7,89	8,90	10,24	11,72	13,33	15,10	17,02
	C _{AB}	0,51	0,51	0,51	0,51	0,50	0,50	0,49	0,49	0,48	0,47
7,0	k _{AB}	4,78	5,66	6,65	7,76	9,00	10,37	11,88	13,54	15,35	17,32
	C _{AB}	0,51	0,51	0,51	0,50	0,50	0,49	0,48	0,48	0,47	0,46
8,0	k _{AB}	4,78	5,68	6,69	7,82	9,07	10,47	12,01	13,70	15,54	17,56
	C _{AB}	0,51	0,51	0,50	0,50	0,49	0,49	0,48	0,47	0,46	0,45
9,0	k _{AB}	4,79	5,69	6,71	7,86	9,13	10,55	12,11	13,83	15,70	17,17
	C _{AB}	0,50	0,50	0,50	0,50	0,49	0,48	0,47	0,46	0,45	0,45
10,0	k _{AB}	4,80	5,71	6,74	7,89	9,18	10,61	12,19	13,93	15,83	17,90
	C _{AB}	0,50	0,50	0,50	0,49	0,48	0,48	0,47	0,46	0,45	0,44

Ejemplo 20.1 – Aplicación del Método del Pórtico Equivalente a una losa en dos direcciones sin vigas

Usar el Método del Pórtico Equivalente para determinar los momentos de diseño para el sistema de losa en la dirección ilustrada, para un piso intermedio.

Altura de piso = 9 ft

Dimensiones de las columnas = 16 × 16 in.

Las cargas laterales serán resistidas por muros de cortante

No hay vigas de borde

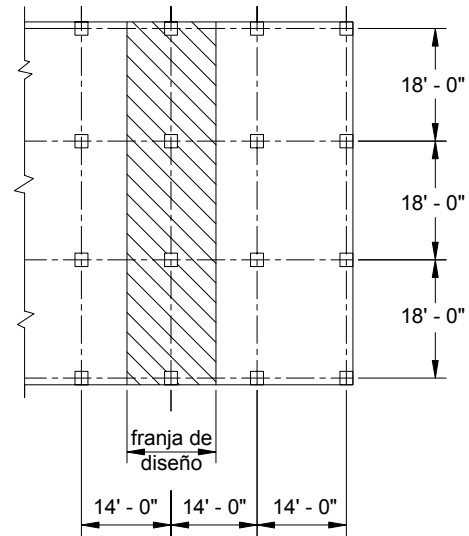
Peso de los tabiques no estructurales = 20 lb/ft²

Sobrecarga de servicio = 40 lb/ft²

$f'_c = 4000$ psi (losas), hormigón de peso normal

$f'_c = 6000$ psi (columnas), hormigón de peso normal

$f_y = 60.000$ psi



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Diseño preliminar para determinar la altura de la losa, h :

- a. Control de las flechas.

Para un sistema de placas planas, la mínima altura total, h , con armadura Grado 60 es (ver Tabla 18-1):

9.5.3.2

$$h = \frac{\ell_n}{30} = \frac{200}{30} = 6,7 \text{ in.}$$

Tabla 9.5(a)

pero no menor que 5 in.

9.5.3.2(a)

donde ℓ_n = longitud de la luz libre en la dirección más larga = 216 – 16 = 200 in.

Intentar con una losa de 7 in. para todos los paneles (peso = 87,5 lb/ft²)

- b. Resistencia al corte de la losa.

Usar una altura efectiva promedio, $d = 5,75$ in. (recubrimiento de 3/4 in. y barras No. 4)

Carga permanente mayorada, $w_d = 1,2(87,5 + 20) = 129 \text{ lb/ft}^2$

9.2.1

Sobrecarga mayorada, $w_\ell = 1,6 \times 40 = 64 \text{ lb/ft}^2$

Carga total mayorada, $w_u = 193 \text{ lb/ft}^2$

Para el corte en una dirección (comportamiento como viga ancha) considerar una franja de 12 in. de ancho a una distancia d medida a partir de la cara del apoyo en la dirección más larga (ver Figura 20-13).

11.12.1.1

$$V_u = 0,193 \times 7,854 = 1,5 \text{ kips}$$

$$V_c = 2\sqrt{f'_c} b_w d$$

$$\phi V_c = 0,75 \times 2\sqrt{4000} \times 12 \times 5,75 / 1000 = 6,6 \text{ kips} > V_u \quad \text{VERIFICA}$$

9.3.2.3

Como no hay esfuerzos de corte en los ejes de los paneles adyacentes, la resistencia al corte en dos direcciones a una distancia $d/2$ alrededor del apoyo se calcula de la siguiente manera:

$$V_u = 0,193 \left[(18 \times 14) - 1,81^2 \right] = 48,0 \text{ kips}$$

$$V_c = 4\sqrt{f'_c} b_o d \quad (\text{para columnas interiores cuadradas})$$

Ec. (11-35)

$$= 4\sqrt{4000} \times (4 \times 21,75) \times 5,75 / 1000 = 126,6 \text{ kips}$$

$$\phi V_c = 0,75 \times 126,6 = 95,0 \text{ kips} > V_u \quad \text{VERIFICA}$$

9.3.2.3

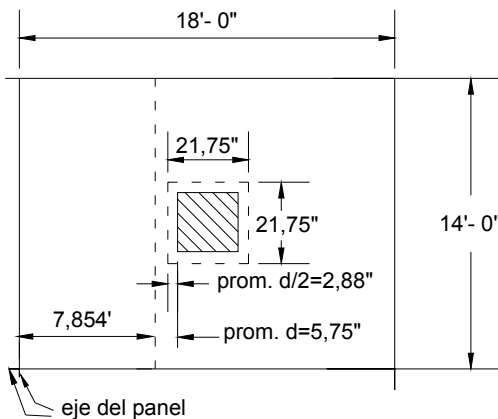


Figura 20-13 – Secciones críticas para el corte correspondientes al problema del Ejemplo

El diseño preliminar indica que una losa de 7 in. es adecuada para controlar las flechas y también para la resistencia al corte.

2. Elementos del pórtico equivalente:

Determinar los factores de distribución de momentos y los momentos en los extremos empotrados para los elementos del pórtico equivalente. Para analizar el pórtico parcial utilizaremos el procedimiento de distribución de momentos. Los factores de rigidez, los coeficientes de continuidad (CC) y los coeficientes para los momentos en los extremos empotrados (FEM) se determinan usando las tablas del Apéndice 20-A. A continuación ilustramos estos cálculos.

a. Rigidez flexional de las vigas placa en ambos extremos, K_{sb} .

$$\frac{c_{N1}}{\ell_1} = \frac{16}{(18 \times 12)} = 0,07 \quad \frac{c_{N2}}{\ell_2} = \frac{16}{(14 \times 12)} = 0,1$$

Interpolando a partir de los valores de la Tabla A1 del Apéndice 20A para $c_{F1} = c_{N1}$ y $c_{F2} = c_{N2}$:
 $k_{NF} = k_{FN} = 4,13$

$$\text{Por lo tanto, } K_{sb} = k_{NF} \frac{E_{cs} I_s}{\ell_1} = 4,13 \frac{E_{cs} I_s}{\ell_1}$$

Tabla A1

$$= 4,13 \times 3,60 \times 10^6 \times 4802 / 216 = 331 \times 10^6 \text{ in.-lb}$$

$$\text{donde } I_s = \frac{\ell_2 h^3}{12} = \frac{168(7)^3}{12} = 4802 \text{ in.}^4$$

$$E_{cs} = 57.000 \sqrt{f'_c} = 57.000 \sqrt{4000} = 3,60 \times 10^6 \text{ psi}$$

8.5.1

El coeficiente de continuidad $CC = 0,509$ (por interpolación entre los valores de la Tabla A1).

El momento en el extremo empotrado $FEM = 0,0843 w_u \ell_2 \ell_1^2$, por interpolación en base a la Tabla A1.

b. Rigidez flexional de las columnas en ambos extremos, K_c .

En base a la Tabla A7, Apéndice 20A, $t_a = 3,5 \text{ in.}$, $t_b = 3,5 \text{ in.}$,

$$H = 9 \text{ ft} = 108 \text{ in.}; H_c = 101 \text{ in.}; t_a / t_b = 1; H / H_c = 1,07$$

Por lo tanto, por interpolación, $k_{AB} = k_{BA} = 4,74$.

$$K_c = 4,74 E_{cc} I_c / \ell_c$$

Tabla A7

$$= 4,74 \times 4,42 \times 10^6 \times 5461 / 108 = 1059 \times 10^6 \text{ in.-lb}$$

$$\text{donde } I_c = \frac{c^4}{12} = \frac{(16)^4}{12} = 5461 \text{ in.}^4$$

$$E_{cs} = 57.000 \sqrt{f'_c} = 57.000 \sqrt{6000} = 4,42 \times 10^6 \text{ psi}$$

8.5.1

$$\ell_c = 9 \text{ ft} = 108 \text{ in.}$$

c. Rigidez torsional de los elementos torsionales, K_t .

$$K_t = \frac{9 E_{cs} C}{\left[\ell_2 (1 - c_2 / \ell_2)^3 \right]}$$

R13.7.5

$$= \frac{9 \times 3,60 \times 10^6 \times 13,25}{168(0,905)^3} = 3,45 \times 10^6 \text{ in.-lb}$$

donde $C = \sum (1 - 0,63 x / y) (x^3 y / 3)$

13.0

$$= (1 - 0,63 \times 7 / 16) (7^3 \times 16 / 3) = 1325 \text{ in.}^4$$

$c_2 = 16 \text{ in.}$ y $\ell_2 = 14 \text{ ft} = 168 \text{ in.}$

d. Rigidez de la columna equivalente, K_{ec} .

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_t}{\sum K_c + \sum K_t}$$

$$= \frac{(2 \times 1059)(2 \times 345)}{[(2 \times 1059) + (2 \times 345)]}$$

$$= 520 \times 10^6 \text{ in.-lb}$$

donde $\sum K_t$ corresponde a dos elementos torsionales, uno a cada lado de la columna, y $\sum K_c$ corresponde a las columnas superior e inferior en la unión de la viga placa en un piso intermedio.

e. Factores de distribución FD en la unión de la viga placa.

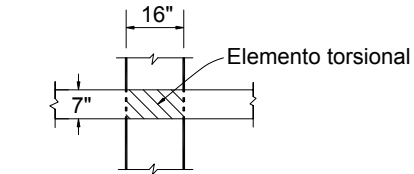
En una unión exterior,

$$FD = \frac{331}{(331 + 520)} = 0,389$$

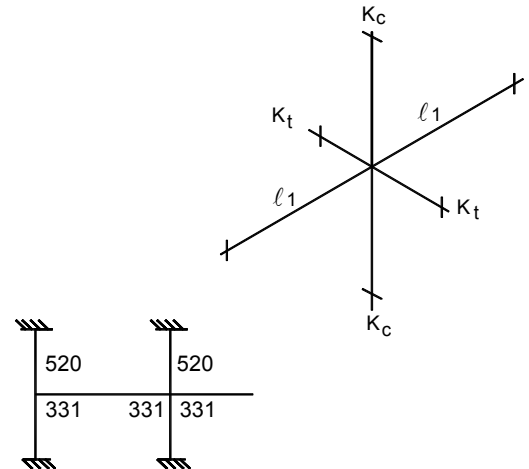
En una unión interior,

$$FD = \frac{331}{(331 + 331 + 520)} = 0,280$$

Coefficiente de continuidad para la viga placa, $CC = 0,509$



Condición (a) de la Figura 20-7



3. Análisis de pórtico parcial del pórtico equivalente:

Determinar los momentos negativos y positivos para las vigas placa usando el método de distribución de momentos. Debido a que la sobrecarga de servicio no es mayor que tres cuartos de la carga permanente de servicio, se asume que los momentos de diseño ocurren en todas las secciones críticas considerando en todas las luces la totalidad de la sobrecarga mayorada.

13.7.6.2

$$\frac{L}{D} = \frac{40}{(87,5 + 20)} = 0,37 < \frac{3}{4}$$

a. Carga mayorada y momentos en los extremos empotrados.

Carga permanente mayorada: $w_d = 1,2(87,5 + 20) = 129 \text{ lb / ft}^2$

Ec. (9-2)

Sobrecarga mayorada: $w_\ell = 1,6(40) = 64 \text{ lb / ft}^2$

Ec. (9-2)

Carga total mayorada: $w_u = w_d + w_\ell = 193 \text{ lb/ft}^2$

$$\begin{aligned} \text{Momentos en los extremos empotrados para las vigas placa, FEM} &= m_{NF} w_u \ell_2 \ell_1^2 \quad (\text{Tabla A1, Apéndice 20A}) \\ &= 0,0843(0,193 \times 14)18^2 = 73,8 \text{ ft-kips} \end{aligned}$$

- b. Distribución de momentos. La Tabla 20-1 muestra los cálculos. Los momentos antihorarios que actúan en los extremos del elemento se consideran positivos. Los momentos de tramo positivos se determinan a partir de la siguiente ecuación:

$$M_u (\text{mitad de la luz}) = M_o - (M_{uL} + M_{uR}) / 2 \quad (\text{Nota: L, izquierda; R, derecha.})$$

siendo M_o el momento a la mitad de la luz para una viga simple.

Si los momentos en los extremos no son iguales, el máximo momento del tramo no se produce en la mitad de la luz, pero su valor es similar al correspondiente a la mitad de la luz.

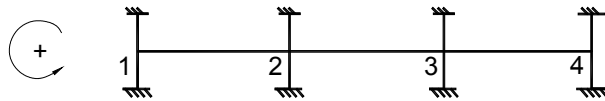
Momento positivo en el tramo 1-2:

$$+M_u = (0,193 \times 14)18^2 / 8 - (46,5 + 84,0) / 2 = 44,2 \text{ ft-kips}$$

Momento positivo en el tramo 2-3:

$$+M_u = (0,193 \times 14)18^2 / 8 - (76,3 + 76,3) / 2 = 33,1 \text{ ft-kips}$$

Tabla 20-1 – Distribución de momentos para el pórtico parcial



Unión	1	2		3		4
Elemento	1-2	2-1	2-3	3-2	3-4	4-3
FD	0,389	0,280	0,280	0,280	0,280	0,389
CC	0,509	0,509	0,509	0,509	0,509	0,509
FEM	+73,8	-73,8	+73,8	-73,8	+73,8	-73,8
MC*	0	-14,6	0	0	+14,6	0
	+0,21	0	-2,1	+2,1	0	-2,1
	+0,2	-0,4	-0,2	+0,2	+0,4	-0,2
Σ	+76,1	-88,8	+71,5	-71,5	+88,8	-76,1
MD**	-29,6	+4,8	+4,8	-4,8	-4,8	+29,6
M. Neg.	+46,5	-84,0	+76,3	-76,3	+84,0	-46,5
M en el centro del tramo	44,2		33,1		44,2	

Notas:

- * El momento de continuidad, MC, es el producto negativo entre el factor de distribución, el coeficiente de continuidad y el momento no balanceado de la unión que se transmite al extremo opuesto del tramo.
- ** El momento distribuido, MD, es el producto negativo entre el factor de distribución y el momento no balanceado de la unión.

4. Momentos de diseño:

En la Figura 20-14 se grafican los momentos positivos y negativos mayorados para el sistema de losa en la dirección de análisis. Los momentos de diseño negativos se toman en la cara de los apoyos rectilíneos pero a una distancia no mayor que $0,175\ell_1$ a partir de los centros de los apoyos.

13.7.7.1

$$\frac{16\text{ in.}}{2} = 0,67 \text{ ft} < 0,175 \times 18 = 3,2 \text{ ft} \quad (\text{Usar la ubicación de la cara del apoyo})$$

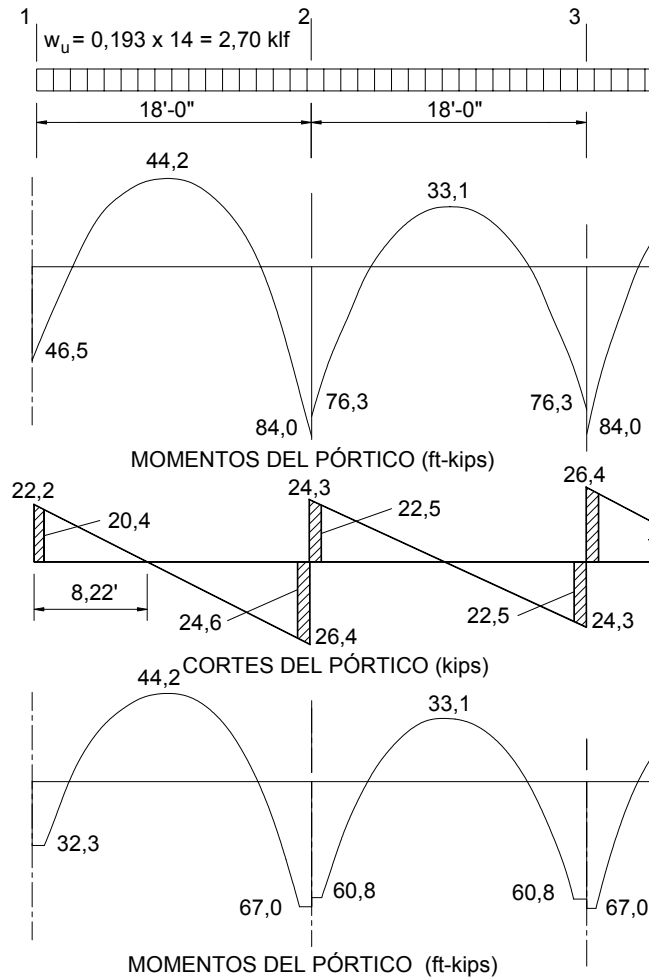


Figura 20-14 – Momentos de diseño positivos y negativos para la viga placa
(Todos los tramos cargados con la totalidad de la sobrecarga mayorada)

5. Momento total mayorado por tramo:

En los sistemas de losa comprendidos dentro de las limitaciones del artículo 13.6.1 los momentos resultantes se pueden reducir en una proporción tal que no sea necesario que la sumatoria numérica de los momentos positivos y el promedio del momento negativo sea mayor que:

13.7.7.4

$$M_o = \frac{w_u \ell_2 \ell_n^2}{8} = 0,193 \times 14 \times (16,67)^2 / 8 = 93,9 \text{ ft-kips}$$

Tramos finales: $44,2 + (32,3 + 67,0)/2 = 93,9$ ft-kips

Tramo interior: $33,1 + (60,8 + 60,8)/2 = 93,9$ ft-kips

Se puede observar que con los momentos de diseño totales obtenidos aplicando el Método del Pórtico Equivalente se obtiene un momento estático igual al dado por la expresión para momento estático usada con el Método de Diseño Directo.

6. Distribución de los momentos de diseño en las franjas de la viga placa:

13.7.7.5

Los momentos mayorados negativos y positivos en las secciones críticas se pueden distribuir a la franja de columna y las dos semifranjas intermedias de la viga placa de acuerdo con las proporciones especificadas en los artículos 13.6.4 y 13.6.6. El requisito del artículo 13.6.1.6 no se aplica en el caso de sistemas de losa sin vigas, $\alpha = 0$. En la Tabla 20-2 se resume la distribución de los momentos mayorados en las secciones críticas.

Tabla 20-2 – Distribución de los momentos mayorados

	Momento mayorado (ft-kips)	Franja de columna		Momento (ft-kips) en dos semifranjas intermedias**
		Porcentaje*	Momento (ft-kips)	
Tramo final:				
Exterior negativo	32,3	100	32,3	0,0
Positivo	44,2	60	26,5	17,7
Interior negativo	67,0	75	50,3	16,7
Tramo interior:				
Negativo	60,8	75	45,6	15,2
Positivo	33,1	60	19,9	13,2

* Para sistemas de losas sin vigas

** La porción del momento mayorado que no es resistido por la franja de columna se asigna a las dos semifranjas intermedias.

7. Momentos en las columnas:

El momento no balanceado de las vigas placa en los apoyos del pórtico equivalente se distribuye a las columnas reales por encima y por debajo de la viga placa de forma proporcional a las rigideces relativas de las columnas. En base a la Figura 20-14, los momentos no balanceados en las uniones 1 y 2 son:

Unión 1 = + 46,5 ft-kips

Unión 2 = - 84,0 + 76,3 = - 7,7 ft-kips

En la Figura 20-15 se muestran las rigideces y los coeficientes de continuidad de las columnas reales, junto con la distribución de los momentos no balanceados a las columnas exteriores e interiores. Los momentos de diseño para las columnas se pueden tomar en la confluencia de la columna y la losa.

Resumiendo:

Momento de diseño en una columna exterior = 22,08 ft-kips

Momento de diseño en una columna interior = 3,66 ft-kips

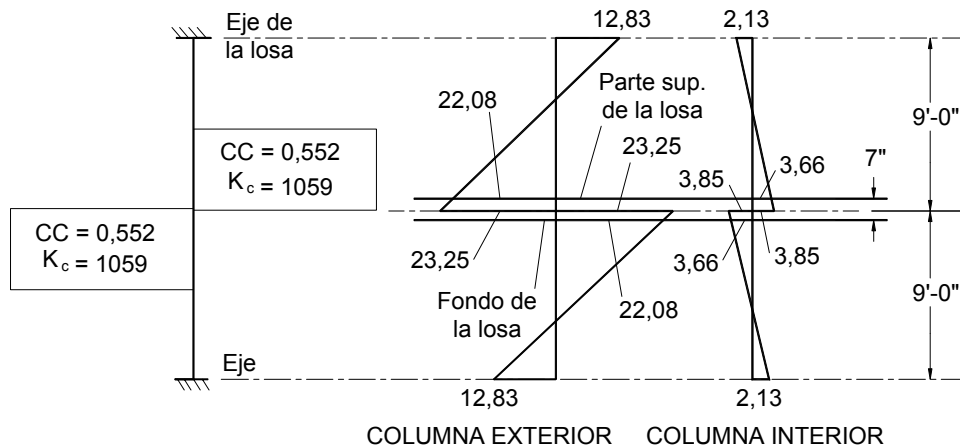


Figura 20-15 – Momentos en las columnas (Momentos no balanceados de la viga placa)

8. Verificar la resistencia a flexión de la losa y la resistencia al corte en una columna exterior

a. Armadura total de flexión requerida para la franja de diseño:

i. Determinar la armadura requerida para el momento de la franja de columna $M_u = 32,3$ ft-kips

Suponer que se trata de una sección controlada por la tracción ($\phi = 0,9$)

9.3.2.1

Ancho de la franja de columna $b = \frac{14 \times 12}{2} = 84$ in.

13.2.1

$$R_u = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{32,3 \times 12.000}{0,9 \times 84 \times 5,75^2} = 155 \text{ psi}$$

$$\rho = \frac{0,85 f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_u}{0,85 f'_c}} \right)$$

$$= \frac{0,85 \times 4}{60} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 155}{0,85 \times 4000}} \right) = 0,0026$$

$$A_s = \rho b d = 0,0026 \times 84 \times 5,75 = 1,28 \text{ in.}^2$$

$$\rho_{\min} = 0,0018$$

13.3.1

$$\text{Min } A_s = 0,0018 \times 84 \times 7 = 1,06 \text{ in.}^2 < 1,28 \text{ in.}^2$$

$$\text{Número de barras No. } 4 = \frac{1,28}{0,2} = 6,4 \text{ (consideramos 7 barras)}$$

$$\text{Separación máxima } s_{\max} = 2h = 14 \text{ in.} < 18 \text{ in.}$$

13.3.2

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{0,29}{0,85} = 0,34 \text{ in.}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \left(\frac{0,003}{c} \right) d_t - 0,003 \\ &= \left(\frac{0,003}{0,34} \right) 5,75 - 0,003 = 0,048 > 0,005\end{aligned}$$

Por lo tanto, la sección es controlada por tracción.

10.3.4

En la franja de columna usar 7 barras No. 4.

- ii. Verificar la armadura de la losa en la columna exterior para transferencia de momento entre la losa y la columna:

Porción del momento no balanceado transferido por flexión = $\gamma_f M_u$

13.5.3.2

De la Figura 16-13, Caso C:

$$b_1 = c_1 + \frac{d}{2} = 16 + \frac{5,75}{2} = 18,88 \text{ in.}$$

$$b_2 = c_2 + d = 16 + 5,75 = 21,75 \text{ in.}$$

$$\begin{aligned}\gamma_f &= \frac{1}{1 + (2/3) \sqrt{b_1/b_2}} \\ &= \frac{1}{1 + (2/3) \sqrt{18,88/21,75}} = 0,62\end{aligned}$$

Ec. (13-1)

$$\gamma_f M_u = 0,62 \times 32,3 = 20,0 \text{ ft-kips}$$

Observar que se pueden utilizar los requisitos del artículo 13.5.3.3; sin embargo, en este ejemplo no los utilizamos.

Suponiendo que el comportamiento es controlado por la tracción, determinar el área de armadura requerida para $\gamma_f M_u = 20,0 \text{ ft-kips}$

$$\text{Ancho efectivo de la losa } b = c_2 + 3h = 16 + 3(7) = 37 \text{ in.}$$

13.5.3.2

$$R_u = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{20 \times 12.000}{0,9 \times 37 \times 5,75^2} = 218 \text{ psi}$$

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{0,85 f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_u}{0,85 f'_c}} \right) \\ &= \frac{0,85 \times 4}{60} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 218}{0,85 \times 4000}} \right) = 0,0038\end{aligned}$$

$$A_s = 0,0038 \times 37 \times 5,75 = 0,80 \text{ in.}^2$$

$$\text{Min. } A_s = 0,0018 \times 37 \times 7 = 0,47 \text{ in.}^2 < 0,80 \text{ in.}^2$$

13.3.1

$$\text{Número de barras No. 4} = \frac{0,80}{0,2} = 4$$

Verificar si la sección es controlada por la tracción:

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b} = \frac{(4 \times 0,2) \times 60}{0,85 \times 4 \times 37} = 0,38 \text{ in.}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{0,38}{0,85} = 0,45 \text{ in.}$$

$$\epsilon_t = \left(\frac{0,003}{0,45} \right) 5,75 - 0,003 = 0,035 > 0,005$$

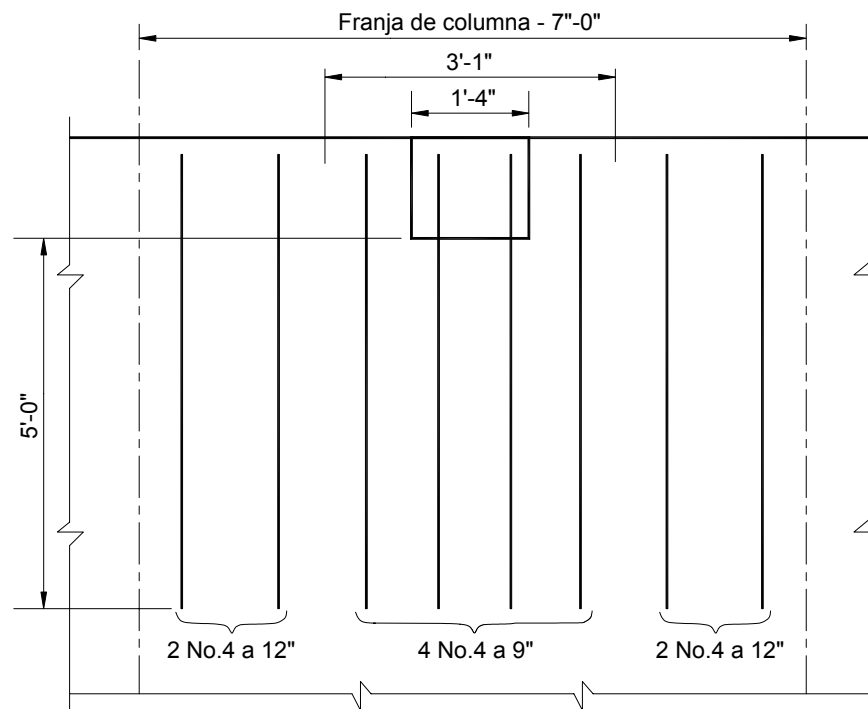
Por lo tanto, la sección es controlada por la tracción.

10.3.4

Proveer las 4 barras No. 4 requeridas concentrando 4 de las barras de la franja de columna (7 barras No. 4) en un ancho de losa de 37 in. sobre la columna. Por motivos de simetría agregar una barra No. 4 adicional fuera del ancho de 37 in.

Observar que la sección de la franja de columna continúa siendo controlada por la tracción, aún con la adición de una barra No. 4.

A continuación se ilustran los detalles de armado correspondientes a una columna de borde.



iii. Determinar la armadura requerida para la franja intermedia.

Proveer armadura mínima, ya que $M_u = 0$ (Ver Tabla 20-2)

$$\text{Min. } A_s = 0,0018 \times 84 \times 7 = 1,06 \text{ in.}^2$$

$$\text{Separación máxima } s_{\text{mas}} = 2h = 14 \text{ in.} < 18 \text{ in.}$$

13.3.2

En la franja intermedia colocar barras No. 4 con una separación de 14 in.

b. Verificar la tensión de corte combinada en la cara interna de la sección crítica de transferencia.

11.12.6.1

Las ecuaciones para la resistencia al corte se presentan en la el Capítulo 16 de este documento.

$$V_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u}{J/C}$$

Del Ejemplo 19.1: $V_u = 25,6$ kips

Si los momentos mayorados se determinan mediante un método de análisis de pórtico exacto, tal como el Método del Pórtico Equivalente, el momento no balanceado se toma directamente de los resultados del análisis de pórtico. Además, considerando la naturaleza aproximada del procedimiento de análisis de la transferencia de momentos, se asume que el momento no balanceado M_u actúa en el baricentro de la sección crítica de transferencia.

Por lo tanto, $M_u = 32,3$ ft-kips (Ver Tabla 20-2)

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f = 1 - 0,62 = 0,38$$

Ec. (11-39)

Del Ejemplo 19.1, las propiedades de la sección crítica son:

$$A_c = 342,2 \text{ in.}^2$$

$$J/c = 2356 \text{ in.}^3$$

$$v_u = \frac{25.600}{342,2} + \frac{0,38 \times 32,3 \times 12.000}{2357}$$

$$= 74,8 + 62,5 = 137,3 \text{ psi}$$

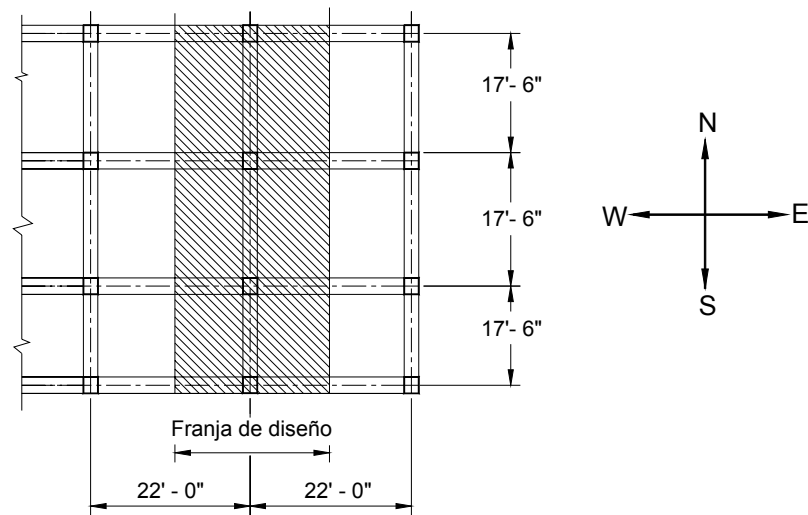
Tensión de corte admisible $\phi v_n = \phi 4 \sqrt{f'_c} = 189,7 \text{ psi} > v_u$

VERIFICA

11.12.6.2

Ejemplo 20.2 – Aplicación del Método del Pórtico Equivalente a una losa en dos direcciones con vigas

Usando el método del Pórtico Equivalente, determinar los momento de diseño para el siguiente sistema de losa en la dirección ilustrada, para un piso intermedio.



Altura de piso = 12 ft

Dimensiones de las vigas de borde = 14×27 in.

Dimensiones de las vigas interiores = 14×20 in.

Dimensiones de las columnas = 18×18 in.

Sobrecarga de servicio = 100 lb/ft^2

$f'_c = 4000$ psi (para todos los elementos), hormigón de peso normal

$f_y = 60.000$ psi

Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Diseño preliminar para determinar la altura de la losa, h :

Control de las flechas:

9.5.3.3

Del Ejemplo 19.2, las relaciones entre las rigideces flexionales de las vigas y las losas, α , son:

$\alpha = 13,30$ (viga de borde NS)

$= 16,45$ (viga de borde EW)

$= 3,16$ (viga interior NS)

$= 3,98$ (viga interior EW)

Debido a que todos los valores de $\alpha > 2,0$ (ver Figura 8-2), la Ecuación (9-3) será determinante. Por lo tanto,

$$h = \frac{\ell_n (0,8 + f_y / 200.000)}{36 + 9\beta} \quad \text{Ec. (9-12)}$$

$$= \frac{246(0,8 + 60.000 / 200.000)}{36 + 9(1,28)} = 5,7 \text{ in.}$$

donde ℓ_n = luz libre en la dirección mayor = 20,5 ft = 246 in.

$$\beta = \frac{\text{luz libre en la dirección más larga}}{\text{luz libre en la dirección más corta}} = \frac{20,5}{16,0} = 1,28$$

Usar una losa de 6 in. de espesor.

2. Elementos del pórtico equivalente.

Determinar las constantes de distribución de momentos y los coeficientes para los momentos en los extremos empotrados para los elementos del pórtico equivalente. Para analizar el pórtico parcial bajo cargas verticales se utilizará el procedimiento de distribución de momentos. Los factores de rigidez, k , los coeficientes de continuidad, CC , y los factores para momento en los extremos empotrados, FEM , para las vigas placas y las columnas se determinan usando las tablas del Apéndice 20-A. A continuación presentamos estos cálculos.

a. Vigas placas, rigidez flexional en ambos extremos K_{sb} :

$$\frac{C_{N1}}{\ell_1} = \frac{18}{17,5 \times 12} = 0,0857 \approx 0,1$$

$$\frac{c_{N2}}{\ell_2} = \frac{18}{22 \times 12} = 0,0682$$

En base a la Tabla A1 del Apéndice 20A:

$$K_{sb} = \frac{4,11 E_c I_{sb}}{\ell_1} = 4,11 \times 25.387 E_c / (17,5 \times 12) = 497 E_c$$

donde I_{sb} es el momento de inercia de la sección de viga placa ilustrada en la Figura 20-16 y calculada con ayuda de la Figura 20-21 incluida al final de este Ejemplo.

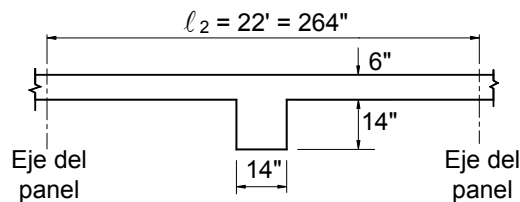


Figura 20-16 – Sección transversal de la viga placa

$$I_{sb} = 2,72(14 \times 20^3) / 12 = 25.387 \text{ in.}^4$$

Coefficiente de continuidad $CC = 0,507$

Momento en el extremo empotrado, $FEM = 0,0842 w_u \ell_2 \ell_1^2$

b. Rigidez flexional de las columnas, K_c :

$$t_a = 17 \text{ in.}, \quad t_b = 3 \text{ in.}, \quad t_a / t_b = 5,67$$

$$H = 12 \text{ ft} = 144 \text{ in.}, \quad H_c = 144 - 17 - 3 = 124 \text{ in.}$$

Para las columnas interiores $H / H_c = 1,16$

$$t_a = 24 \text{ in.}, \quad t_b = 3 \text{ in.}, \quad t_a / t_b = 8,0$$

$$H = 12 \text{ ft} = 144 \text{ in.}, \quad H_c = 144 - 24 - 3 = 117 \text{ in.}$$

Para las columnas exteriores $H / H_c = 1,23$

En base a la Tabla A7 del Apéndice 20A,

Para las columnas interiores:

$$K_{ct} = \frac{6,82 E_c I_c}{\ell_c} = \frac{6,82 \times 8748 E_c}{144} = 414 E_c$$

$$K_{cb} = \frac{4,99 E_c I_c}{\ell_c} = \frac{4,99 \times 8748 E_c}{144} = 303 E_c$$

Para las columnas exteriores:

$$K_{ct} = \frac{8,57 E_c I_c}{\ell_c} = \frac{8,57 \times 8748 E_c}{144} = 512 E_c$$

$$K_{cb} = \frac{5,31 E_c I_c}{\ell_c} = \frac{5,31 \times 8748 E_c}{144} = 323 E_c$$

$$\text{donde } I_c = \frac{(c)^4}{12} = \frac{(18)^4}{12} = 8748 \text{ in.}^4$$

$$\ell_c = 12 \text{ ft} = 144 \text{ in.}$$

c. Rigidez torsional de los elementos torsionales, K_t :

$$K_t = \frac{9 E_c C}{\ell_2 (1 - c_2 / \ell_2)^3} \quad R13.7.5$$

$$\text{donde } C = \sum (1 - 0,63 x / y) (x^3 y / 3) \quad 13.0$$

Para las columnas interiores:

$$K_t = 9 E_c \times 11.689 / \left[264(0,932)^3 \right] = 493 E_c$$

donde $1 - \frac{c_2}{\ell_2} = 1 - \frac{18}{(22 \times 12)} = 0,932$

C se toma como el mayor de los valores calculados con ayuda de la Tabla 19-2 para el elemento torsional ilustrado en la Figura 20-17.

$x_1 = 14 \text{ in.}$	$x_2 = 6 \text{ in.}$	$x_1 = 14 \text{ in.}$	$x_2 = 6 \text{ in.}$
$y_1 = 14 \text{ in.}$	$y_2 = 42 \text{ in.}$	$y_1 = 20 \text{ in.}$	$y_2 = 14 \text{ in.}$
$C_1 = 4738$	$C_2 = 2752$	$C_1 = 10.226$	$C_2 = 736$
$\sum C = 4738 + 2752 = 7490 \text{ in.}^4$		$\sum C = 10.226 + 736 \times 2 = 11.698 \text{ in.}^4$	

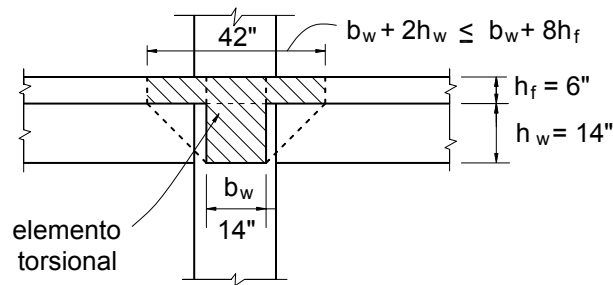


Figura 20-17 – Unión de un elemento torsional en una columna interior

Para las columnas exteriores:

$$K_t = 9 E_c \times 17.868 / \left[264(0,932)^3 \right] = 752 E_c$$

donde C se calcula como el mayor de los valores calculados con ayuda de la Tabla 19-2 para el elemento torsional ilustrado en la Figura 20-18.

$x_1 = 14 \text{ in.}$	$x_2 = 6 \text{ in.}$	$x_1 = 14 \text{ in.}$	$x_2 = 6 \text{ in.}$
$y_1 = 21 \text{ in.}$	$y_2 = 35 \text{ in.}$	$y_1 = 27 \text{ in.}$	$y_2 = 21 \text{ in.}$
$C_1 = 11.141$	$C_2 = 2248$	$C_1 = 16.628$	$C_2 = 1240$
$\sum C = 11.141 + 2248 = 13.389 \text{ in.}^4$		$\sum C = 16.628 + 1240 = 17.868 \text{ in.}^4$	

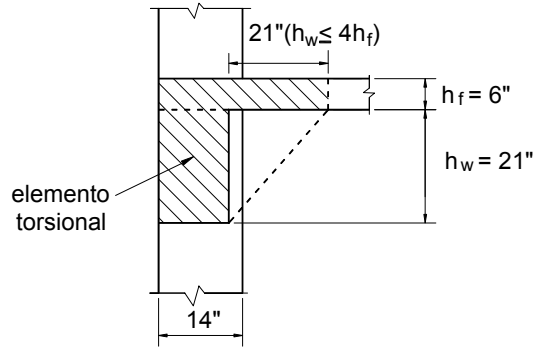


Figura 20-18 – Unión de un elemento torsional en una columna exterior

d. Rigidez torsional mayorada, K_{ta} , debido a las vigas paralelas:

Para las columnas interiores:

$$K_{ta} = \frac{K_t I_{sb}}{I_s} = \frac{493 E_c \times 25.387}{4752} = 2634 E_c$$

Para las columnas exteriores:

$$K_{ta} = \frac{752 E_c \times 25.387}{4572} = 4017 E_c$$

donde I_s = momento de inercia de la sección de losa ilustrada en la Figura 20-19.

$$= 264(6)^3 / 12 = 4752 \text{ in.}^4$$

I_{sb} = momento de inercia de la totalidad de la sección T ilustrada en la Figura 20-19 y calculado con ayuda de la Figura 20-21.

$$= 2,72(14 \times 20^3 / 12) = 25.387 \text{ in.}^4$$

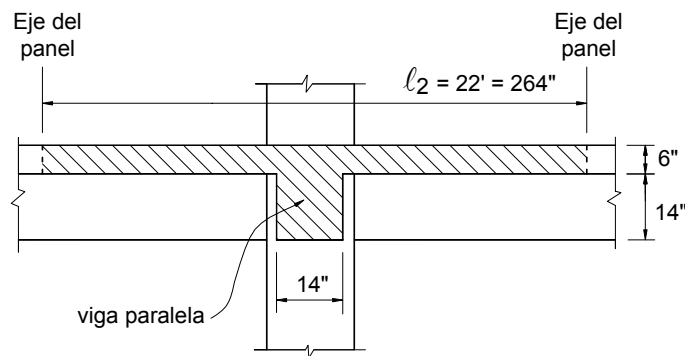


Figura 20-19 – Viga placa en la dirección de análisis

e. Rigidez de la columna equivalente, K_{ec} :

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c \times \sum K_{ta}}{\sum K_c + \sum K_{ta}}$$

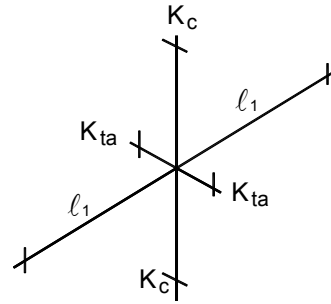
donde $\sum K_{ta}$ corresponde a dos elementos torsionales, uno a cada lado de la columna, y $\sum K_c$ corresponde a las columnas superior e inferior en la unión de la viga placa en un piso intermedio.

Para las columnas interiores:

$$K_{ec} = \frac{(303 E_c + 414 E_c)(2 \times 2634 E_c)}{(303 E_c + 414 E_c) + (2 \times 2634 E_c)} = 631 E_c$$

Para las columnas exteriores:

$$K_{ec} = \frac{(323 E_c + 521 E_c)(2 \times 4017 E_c)}{(323 E_c + 521 E_c) + (2 \times 4017 E_c)} = 764 E_c$$



f. Factores de distribución para la unión de la viga placa, FD:

En la unión exterior:

$$FD = \frac{497 E_c}{(497 E_c + 764 E_c)} = 0,394$$

En la unión interior:

$$FD = \frac{497 E_c}{(497 E_c + 497 E_c + 631 E_c)} = 0,306$$

Coefficiente de continuidad para la viga placa $CC = 0,507$

3. Análisis de pórtico parcial del pórtico equivalente.

Determinar los máximos momentos negativos y positivos para las vigas placa usando el método de distribución de momentos.

Como la relación entre la sobrecarga y la carga permanente es igual a:

$$\frac{L}{D} = \frac{100}{75} = 1,33 > \frac{3}{4}$$

el pórtico se analizará para cinco condiciones de carga con las distribuciones de cargas y sobrecargas parciales de acuerdo con lo permitido por el artículo 13.7.6.3 (la Figura 20-9 ilustra las cinco distribuciones de cargas consideradas).

13.7.6.3

a. Cargas mayoradas y momentos en los extremos empotrados:

$$\text{Carga permanente mayorada, } w_d = 1,2(75 + 9,3) = 101 \text{ lb/ft}^2$$

$$\left(\frac{14 \times 14}{144} \times \frac{150}{22} = 9,3 \text{ lb/ft}^2 \text{ es el peso por pie de longitud del alma de la viga dividido por } \ell_2 \right)$$

Sobrecarga mayorada, $w_\ell = 1,6(100) = 160 \text{ lb/ft}^2$

Carga mayorada, $w_u = w_d + w_\ell = 261 \text{ lb/ft}^2$

- Momentos en los extremos empotrados, FEM:

FEM para las vigas placa $= m_{NF} w_u \ell_2 \ell_1^2$ (Tabla A1, Apéndice 20A)

FEM debido a $w_d + w_\ell = 0,0842(0,261 \times 22)17,5^2 = 148,1 \text{ ft-kips}$

FEM debido a $w_d + 3/4 w_\ell = 0,0842(0,221 \times 22)17,5^2 = 125,4 \text{ ft-kips}$

FEM debido sólo a $w_d = 0,0842(0,101 \times 22)17,5^2 = 57,3 \text{ ft-kips}$

- b. La Tabla 20-3 indica la distribución de momentos para las cinco condiciones de carga. Los momentos antihorarios que actúan en los extremos del elemento se consideran positivos. Los momentos de tramo positivos se determinan a partir de la siguiente ecuación:

$$M_u (\text{mitad de la luz}) = M_o - (M_{uL} + M_{uR}) / 2 \quad (\text{Nota: L, izquierda; R, derecha.})$$

siendo M_o el momento a la mitad de la luz para una viga simple.

Si los momentos en los extremos no son iguales, el máximo momento del tramo no se produce en la mitad de la luz, pero su valor es similar al correspondiente a la mitad de la luz.

Momento positivo en el tramo 1-2 para la condición de carga (1):

$$+M_u = (0,261 \times 22)17,5^2 / 8 - (93,1 + 167,7) / 2 = 89,4 \text{ ft-kips}$$

Los siguientes valores de momento para las vigas placa se obtienen de la Tabla 20-3. Observar que, de acuerdo con el artículo 13.7.6.3, los momentos de diseño no se deben tomar menores que aquellos que se producen cuando en todos los tramos actúa la totalidad de la sobrecarga mayorada.

Máximo momento positivo en el tramo final:

$$= \text{mayor valor entre } 89,4 \text{ y } 83,3 = 89,4 \text{ ft-kips}$$

Máximo momento positivo en un tramo interior:*

$$= \text{mayor valor entre } 66,2 \text{ y } 71,3 = 71,3 \text{ ft-kips}$$

Máximo momento negativo en el apoyo extremo:

$$= \text{mayor valor entre } 93,1 \text{ y } 86,7 = 93,1 \text{ ft-kips}$$

* Este es el único momento determinado por la condición de carga con sobrecarga parcial. Los demás momentos máximos se producen con la totalidad de la sobrecarga mayorada actuando en todos los tramos.

Máximo momento negativo en el apoyo interior de un tramo final:

= mayor valor entre 167,7 y 145,6 = 167, 7ft-kips

Máximo momento negativo en el apoyo interior de un tramo interior:

= mayor valor entre 153,6 y 139,2 = 153,6 7ft-kips

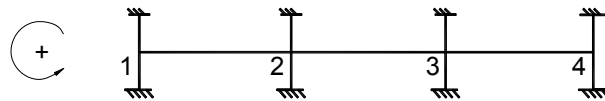
4. Momentos de diseño.

En la Figura 20-20 se grafican los momentos positivos y negativos mayorados para el sistema de losa en su dirección transversal. Los momentos negativos mayorados se toman en la cara de los apoyos rectilíneos a una distancia no mayor que $0,175\ell_1$ a partir de los centros de los apoyos.

13.7.7.1

$$\frac{18 \text{ in.}}{2} = 0,75 \text{ ft} < 0,175 \times 17,5 = 3,1 \text{ ft} \text{ (Usar la ubicación de la cara del apoyo)}$$

Tabla 20-3 – Distribución de momentos para el pórtico parcial
(Dirección transversal)



Unión	1	2		3		4
Elemento	1-2	2-1	2-3	3-2	3-4	4-3
FD	0,394	0,306	0,306	0,306	0,306	0,394
CC	0,507	0,507	0,507	0,507	0,507	0,507

(1) Todos los tramos cargados con la totalidad de la sobrecarga mayorada

CEF [†]	+148,1	-148,1	+148,1	-148,1	+148,1	-148,1
MC*		-29,6			+29,6	
MC	+4,6		-4,6	+4,6		-4,6
MC	+0,7	-0,9	-0,7	+0,7	+0,9	-0,7
MC	+0,3	-0,2	-0,3	+0,3	+0,2	-0,3
Σ	+153,7	-178,8	+142,5	-142,5	+178,8	-153,7
MD**	+60,6	+11,1	+11,1	-11,1	-11,1	-60,6
Total	+93,1	-167,7	+153,6	-153,6	+167,7	-93,1

(2) Primer y tercer tramos cargados con 3/4 de la sobrecarga mayorada

CEF [†]	+125,4	-125,4	+57,3	-57,3	+125,4	-125,4
MC*	+10,6	-25,1	-10,6	+10,6	+25,1	-10,6
MC	+5,5	+2,1	-5,5	+5,5	+2,1	-5,5
MC	+1,2	-1,1	-1,2	+1,2	+1,1	-1,2
MC	+0,4	-0,3	-0,4	+0,4	+0,3	-0,4
Σ	+143,1	-154,0	+39,6	-39,6	+154,0	-143,1
MD**	-56,4	+35,0	+35,0	-35,0	-35,0	+56,4
Total	+86,7	-119,0	+74,6	-74,6	+119,0	-86,7
M a mitad de la luz	83,3				83,3	

(3) Tramo central cargado con 3/4 de la sobrecarga mayorada

CEF [†]	+57,3	-57,3	+125,4	-125,4	+57,3	-57,3
MC*	-10,6	-11,5	+10,6	-10,6	+11,5	+10,6
MC	+0,3	+2,1	+0,3	+0,3	-2,1	-0,3
MC	-0,3	-0,1	-0,3	-0,3	+0,1	+0,3
Σ	+46,7	-66,8	+136,0	-130,6	+66,8	-46,7
MD**	-18,4	-21,2	+21,2	+21,2	+21,2	+18,4
Total	+28,3	-88,0	+114,8	-114,8	+88,0	-28,3
M a mitad de la luz			71,3			

(4) Primer tramo cargado con 3/4 de la sobrecarga mayorada, y viga placa supuesta empotrada en el apoyo ubicado a dos luces de distancia

CEF [†]	+125,4	-125,4	+57,3	-57,3		
MC*	+10,6	-25,1		+10,6		
MC	+3,9	-2,1		+3,9		
MC	+0,3	-0,8		+0,3		
Σ	+140,2	-153,4	+57,3			
MD**	-55,2	+29,4	+29,4			
Total	+85,0	-124,0	+86,7	-42,5		

(5) Primer y segundo tramos cargados con 3/4 de la sobrecarga mayorada

CEF [†]	+125,4	-125,4	+125,4	-125,4	+57,3	-57,3
MC*		25,1	+10,6		+11,5	+10,6
MC	+2,3		-1,8	+2,3	-2,1	-1,8
MC	+0,3	-0,2	-0,1	+0,3	+0,4	-0,1
Σ	+128,0	-150,7	+134,1	-122,8	+67,1	-48,6
MD**	-50,4	+5,1	+5,1	+5,1	+17,0	+19,2
Total	+77,6	-145,6	+139,2	-105,8	+84,1	-29,4

Notas:

* El momento de continuidad, MC, es el producto negativo entre el factor de distribución, el coeficiente de continuidad y el momento no balanceado de la unión que se transfiere al extremo opuesto del tramo.

** El momento distribuido, MD, es el producto negativo entre el factor de distribución y el momento no balanceado de la unión.

† CEF: Coeficiente para los momentos en los extremos empotrados.

5. Momento total mayorado por tramo.

13.7.7.4

En los sistemas de losa comprendidos dentro de las limitaciones del artículo 13.6.1 los momentos resultantes se pueden reducir en una proporción tal que la sumatoria numérica de los momentos positivos y el promedio del momento negativo no sea mayor que el momento estático total M_o dado por la Ec. (13-3). Verificamos las limitaciones del artículo 13.6.1.6 sobre la rigidez relativa de las vigas en dos direcciones perpendiculares.

Para un panel interior (Ver el Ejemplo 19.2):

$$\frac{\alpha_1 \ell_2^2}{\alpha_2 \ell_1^2} = \frac{316(22)^2}{3,98(17,5)^2} = 1,25$$

13.6.1.6

$$0,2 < 1,25 < 5,0$$

VERIFICA

Para un panel exterior (Ver el Ejemplo 19.2):

$$\frac{316(22)^2}{16,45(17,5)^2} = 0,30$$

$$0,2 < 0,30 < 5,0$$

VERIFICA

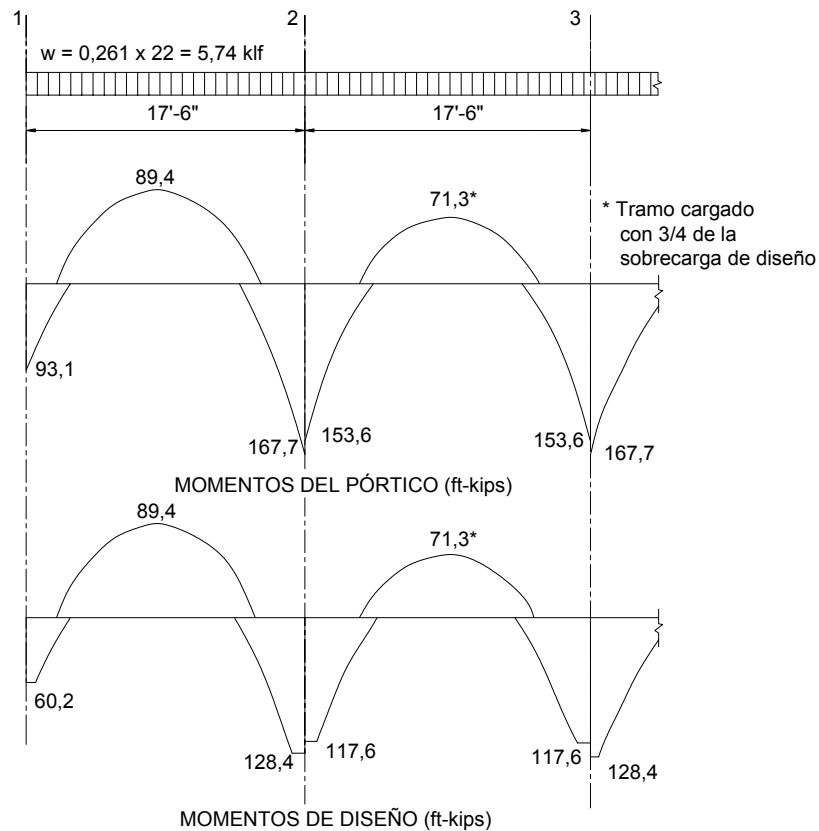


Figura 20-20 – Momentos de diseño positivos y negativos para la viga placa
(Todos los tramos cargados con la totalidad de la sobrecarga mayorada, a excepción de los indicados)

Se satisfacen todas las limitaciones del artículo 13.6.1, y se pueden aplicar los requisitos del artículo 13.7.7.4.

$$M_o = \frac{w_u \ell_2 \ell_n^2}{8} = \frac{0,261 \times 22 \times 16^2}{8} = 183,7 \text{ ft-kips}$$

Ec. (13-3)

$$\text{Tramo final: } 89,4 + (60,2 + 128,4) / 2 = 183,7 \text{ ft-kips}$$

$$\text{Tramo interior: } 71,3 + (117,6 + 117,6) / 2 = 188,9 \text{ ft-kips}$$

Para ilustrar el procedimiento correcto, podemos reducir los momentos mayorados de los tramos interiores de la siguiente manera:

$$\text{Reducción admisible} = 183,7 / 188,9 = 0,9725$$

$$\text{Momento de diseño negativo reducido} = 117,6 \times 0,9725 = 114,4 \text{ ft-kips}$$

$$\text{Momento de diseño positivo reducido} = 71,3 \times 0,9725 = 69,3 \text{ ft-kips}$$

$$M_o = 183,7 \text{ ft-kips}$$

6. Distribución de los momentos de diseño en las franjas de la viga placa:

13.7.7.5

Los momentos mayorados negativos y positivos en las secciones críticas se pueden distribuir a la franja de columna, la viga y las dos semifranjas intermedias de la viga placa, de acuerdo con las proporciones especificadas en los artículos 13.6.4, 13.6.5 y 13.6.6 siempre que se satisfaga el requisito del artículo 13.6.1.6.

a. Debido a que las rigideces relativas de las vigas están comprendidas entre 0,2 y 5,0 (ver el paso No. 5), los momentos se pueden distribuir como se especifica en los artículos 13.6.4, 13.6.5 y 13.6.6.

b. Distribución de los momentos mayorados en la sección crítica:

$$\frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{22}{17,5} = 1,257$$

$$\frac{\alpha_1 \ell_2}{\ell_1} = 3,16 \times 1,257 = 3,97$$

$$\beta_t = \frac{C}{2I_s} = \frac{17.868}{(2 \times 4752)} = 1,88$$

$$\text{donde } I_s = \frac{22 \times 12 \times 6^3}{12} = 4752 \text{ in.}^4$$

$$C = 17.868 \text{ in.}^4 \text{ (Ver Figura 22-18)}$$

En la Tabla 20-4 se resumen los momentos mayorados en las secciones críticas.

Tabla 20-4 – Distribución de los momentos de diseño

	Momento mayorado (ft-kips)	Franja de columna		Momento (ft-kips) en dos semifranjas intermedias**
		Porcentaje*	Momento (ft-kips)	
Tramo final:				
Exterior negativo	60,2	75	45,2	15,0
Positivo	89,4	67	59,9	29,5
Interior negativo	128,4	67	86,0	42,4
Tramo interior:				
Negativo	117,6	67	78,8	38,8
Positivo	71,3	67	47,8	23,5

* Debido a que $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1 > 1,0$ las vigas se deben dimensionar para resistir 85% del momento de la franja de columna (13.6.5.1)

** La porción del momento mayorado que no es resistido por la franja de columna se asigna a las dos semifranjas intermedias.

7. Los cálculos correspondientes al corte en las vigas y la losa se presentan en el Ejemplo 19.2 del Capítulo 19.

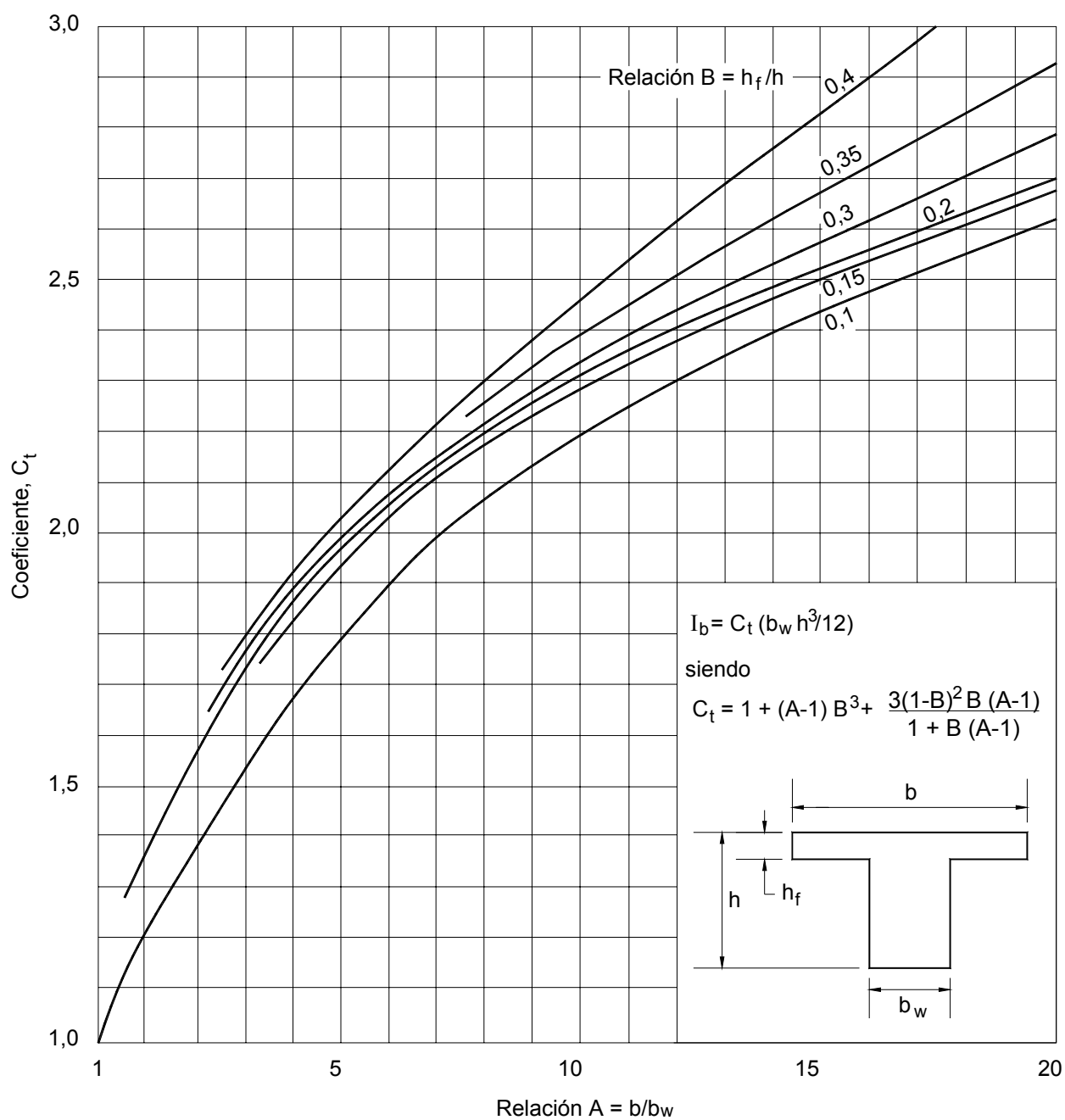


Figura 20-21 – Coeficiente C_t para el momento de inercia bruto de las secciones con alas (Ala a uno o ambos lados)