

Losas en dos direcciones - Método de Diseño Directo

CONSIDERACIONES GENERALES

El Método de Diseño Directo es un procedimiento aproximado para analizar sistemas de losas en dos direcciones solicitados exclusivamente por cargas gravitatorias. Debido a que se trata de un procedimiento aproximado, la aplicación de este método se limita a los sistemas de losas que satisfacen las limitaciones especificadas en el artículo 13.6.1. Los sistemas de losas en dos direcciones que no satisfacen estas limitaciones se deben analizar mediante procedimientos más exactos tal como el Método del Pórtico Equivalente especificado en 13.7. En la Parte 20 presentamos una discusión del Método del Pórtico Equivalente, junto con ejemplos de diseño.

Con la publicación de ACI 318-83, el Método de Diseño Directo simplificó enormemente el análisis de los momentos de los sistemas de losas en dos direcciones, ya que se eliminaron todos los cálculos de las rigideces para determinar los momentos de diseño en un tramo extremo. Las expresiones para calcular la distribución en función de la relación de rigidez α_{ec} fueron reemplazadas por una tabla de coeficientes de momento para distribuir los momentos totales en los tramos finales (13.6.3.3). Otro cambio introducido fue que la anterior ecuación aproximada (13-4) para transferencia de momento no balanceado entre la losa y una columna interior también se simplificó, eliminando el término de α_{ec} . A partir de estos cambios el Método de Diseño Directo se transformó en un procedimiento de diseño verdaderamente directo, uno que permite determinar todos los momentos de diseño mediante la aplicación de coeficientes de momento. Además, se incorporó un nuevo artículo 13.6.3.6, que contiene un requisito especial para el corte debido a la transferencia de momento entre una losa sin vigas y una columna de borde, y que se aplica cuando se utilizan los coeficientes de momento aproximados de 13.6.3.3. Ver la discusión del artículo 13.6.3.6 a continuación. Hasta la edición 1989 del Código (revisada en 1992), el artículo R13.6.3.3 incluía un "Método de Rigidez Modificado" que reflejaba la distribución original, y que permitía confirmar que las ayudas para el diseño y el software basados en la distribución original en función de la relación de rigidez α_{ec} aún eran aplicables. El "Método de Rigidez Modificado" se eliminó del artículo R13.6.3.3 en la edición 1995 del Código y el comentario.

DISEÑO PRELIMINAR

Antes de proceder con el Método de Diseño Directo es necesario determinar una altura de losa preliminar h para controlar las flechas, de acuerdo con los requisitos de altura mínima dados en el artículo 9.5.3. Tanto la Tabla 18-1 como la Figura 18-3 se pueden utilizar para simplificar el cálculo de la altura mínima.

Para los sistemas de losas sin vigas, en esta etapa del proceso de diseño es aconsejable verificar la resistencia al corte de la losa en la proximidad de las columnas u otros apoyos de acuerdo con el requisito especial para el corte en losas (11.12). Ver la discusión sobre el artículo 13.5.4 en la Parte 18.

Una vez que se ha seleccionado una altura de losa, el Método de Diseño Directo, el cual básicamente consiste en un procedimiento de análisis en tres pasos, implica: (1) determinar el momento estático mayorado total para cada tramo, (2) dividir el momento estático mayorado total en un momento positivo y otro momento negativo en cada tramo, y (3) distribuir los momentos positivos y negativos a las franjas de columna y las franjas intermedias en la dirección transversal.

Para efectuar el análisis el sistema de losas se divide en franjas de diseño compuestas por una franja de columna más dos medias franjas intermedias, según lo definido en los artículos 13.2.1 y 13.2.2 y como se ilustra en la Figura 19-1. En el caso de los sistemas de losas en los cuales las longitudes de tramo varían a lo largo de la franja de diseño, el diseñador deberá aplicar su criterio profesional para aplicar las definiciones dadas en el artículo 13.2.1.

13.6.1 Limitaciones

El Método de Diseño Directo sólo es aplicable cuando se satisfacen las limitaciones ilustradas en la Figura 19-2:

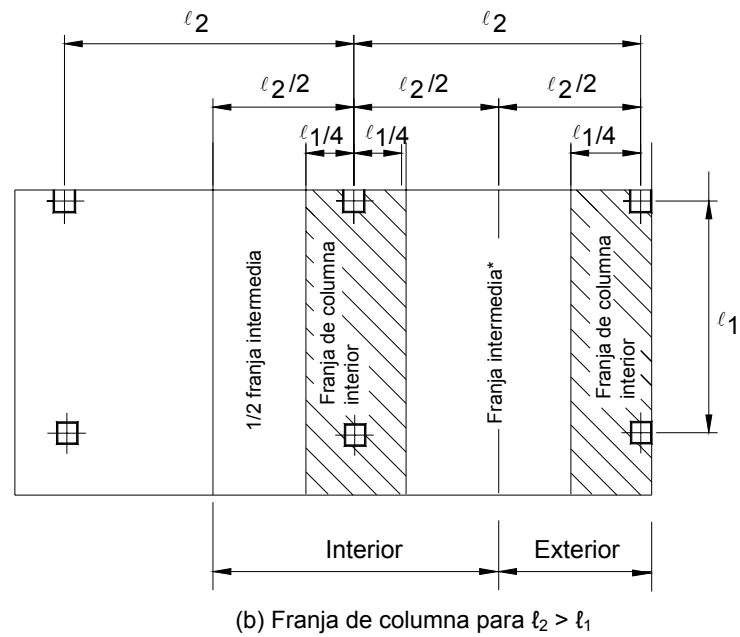
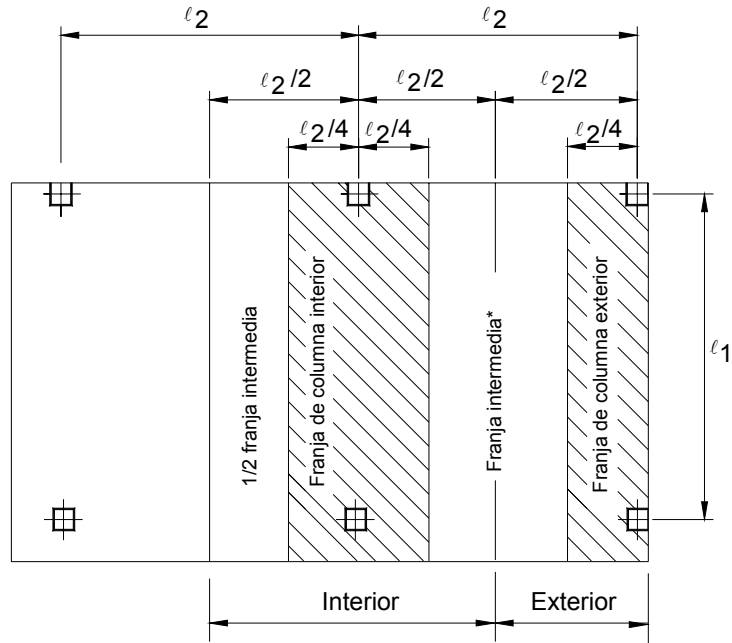
1. En cada dirección debe haber tres o más tramos continuos;
2. Los paneles de losa deben ser rectangulares, con una relación entre la luz mayor y la luz menor (medidas entre los centros de los apoyos) no mayor que 2;
3. Las longitudes de las luces sucesivas en cada dirección (medidas entre los centros de los apoyos) no deben diferir en más de 1/3 de la luz mayor;
4. Las columnas no deben estar desalineadas respecto de cualquier eje que une centros de columnas sucesivas más de 10% de la luz (en la dirección del desalineamiento);
5. Las cargas deben ser uniformemente distribuidas, y la sobrecarga no mayorada o de servicio no debe ser mayor que dos veces la carga permanente no mayorada o de servicio ($L/D \leq 2$);
6. Para las losas en dos direcciones con todos sus lados apoyados en vigas, la rigidez relativa de las vigas en dos direcciones perpendiculares debe satisfacer los requisitos mínimos y máximos especificados en el artículo 13.6.1.6; y
7. No está permitida la redistribución de momentos negativos de acuerdo con el artículo 8.4.

13.6.2 Momento estático mayorado total para un tramo

Para carga uniforme, el momento de diseño total M_o para un tramo de la franja de diseño se calcula simplemente aplicando la expresión correspondiente a momento estático:

$$M_o = \frac{w_u \ell_2 \ell_n^2}{8} \quad \text{Ec. (13-3)}$$

siendo w_u la combinación mayorada de carga permanente y sobrecargas (lb/ft^2), $w_u = 1.2w_d + 1.6w_\ell$. La luz libre ℓ_n (en la dirección de análisis) se define de manera directa si las columnas u otros elementos de apoyo tienen sección transversal rectangular. La luz libre comienza en la cara del apoyo. En la Figura 19-3 se define lo que es la cara del apoyo. Una limitación requiere que la luz libre no se tome menor que 65% de la luz medida entre los centros de los apoyos (13.6.2.5). La longitud ℓ_2 es simplemente la luz (entre centros) transversal a ℓ_n . Sin embargo, cuando se considera un tramo adyacente a un borde y paralelo al mismo, para calcular M_o se debe sustituir ℓ_2 por la distancia entre el borde y el eje del panel de losa considerado (13.6.2.4).



* Cuando el borde de una franja de diseño exterior apoya sobre un tabique, el momento mayorado resistido por esta franja intermedia es como se define en 13.6.6.3

Figura 19-1 – Definición de las franjas de diseño

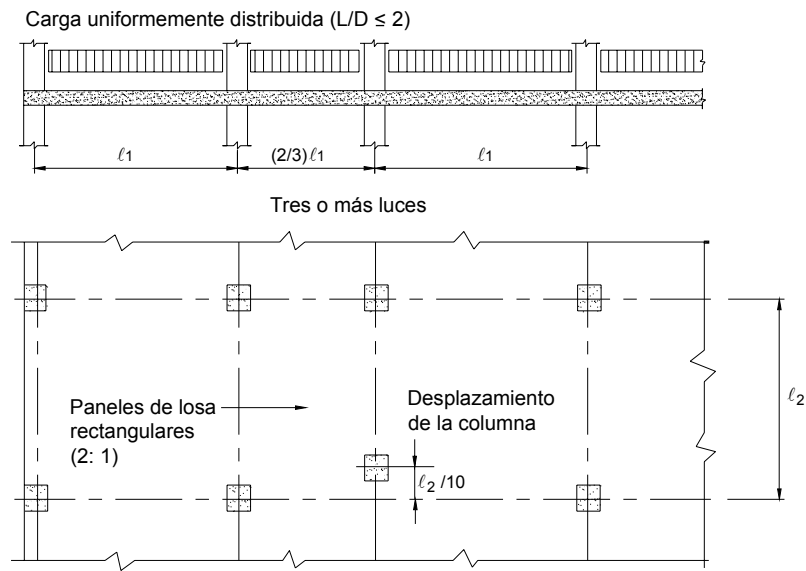


Figura 19-2 – Condiciones para la aplicación del análisis por coeficientes

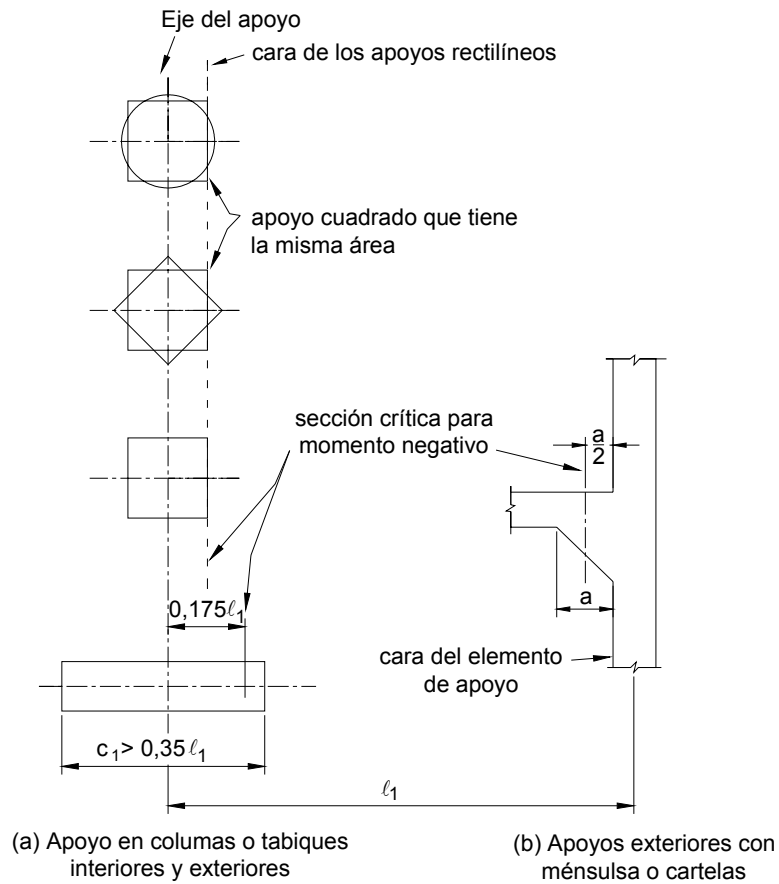


Figura 19-3 – Secciones críticas para determinar los momentos negativos de diseño

13.6.3 Momentos mayorados negativos y positivos

El momento estático total de un tramo se divide en momentos de diseño positivos y negativos como se ilustra en la Figura 19-4. En la Figura 19-4 se ilustran los momentos en el tramo extremo de una placa plana o una losa plana sin vigas de borde (sistemas de losa sin vigas entre sus apoyos interiores y sin viga de borde). Para otras condiciones el momento estático total M_o se distribuye como se indica en la Tabla 19-1.

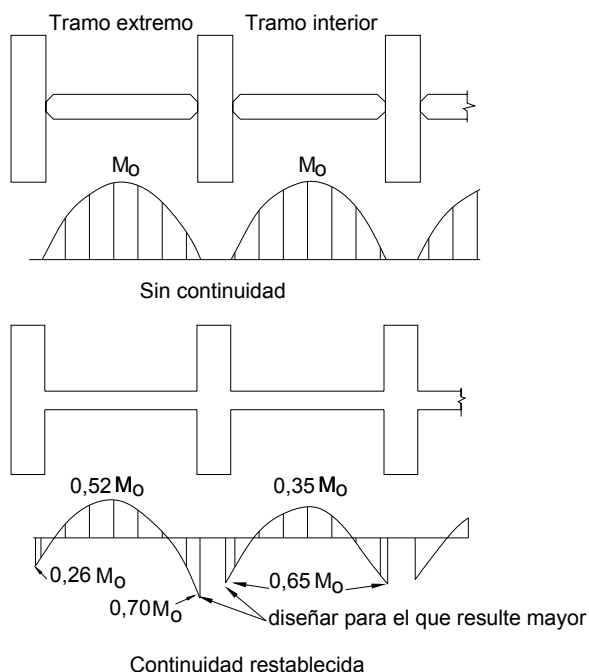


Figura 19-4 – Momentos en las franjas de diseño

Tabla 19-1 – Distribución de los momentos estáticos totales para un tramo extremo

Momento mayorado	(1)	(2)	(3)		(5)
	Losa simplemente apoyada sobre tabiques de hormigón o mampostería	Losa en dos direcciones con todos sus bordes apoyados en vigas	Placas planas y losas planas		Losa monolítica con un tabique de hormigón
			Sin viga de borde	Con viga de borde	
Negativo interior	0,75	0,70	0,70	0,70	0,65
Positivo	0,63	0,57	0,52	0,50	0,35
Negativo exterior	0	0,16	0,26	0,30	0,65

13.6.3.6 Requisito especial para la transferencia de carga entre la losa y una columna de borde – Para las columnas que soportan una losa sin viga, la transferencia de carga de la losa directamente a las columnas de apoyo (sin transferencia de carga intermedia a través de vigas) es una de las condiciones de diseño más críticas para los sistemas de placas planas o losas planas. La resistencia al corte de la unión viga-columna es crítica. El diseñador no debe tomar a la ligera este aspecto del diseño de las losas en dos direcciones. Los sistemas de losas en dos direcciones generalmente son bastante "tolerantes" si se comete un error en la distribución o incluso en la cantidad de armadura de flexión, pero no habrá ninguna tolerancia si se comete un error crítico en la resistencia al corte. La Parte 16 contiene requisitos especiales para la transferencia de corte directo y la transferencia de momento en las uniones losa-columna.

El artículo 13.6.3.6 trata la transferencia de momento potencialmente crítica entre una losa sin vigas y una columna de borde. Para asegurar que la resistencia al corte fuera adecuada cuando se utilizaban los coeficientes de momento aproximados para tramos extremos indicados en 13.6.3.3, la edición 1989 del Código requería que para determinar la fracción del momento no balanceado transmitido por excentricidad del corte (γ_v) se utilizara la totalidad de la resistencia nominal M_n proporcionada por la franja de columna de acuerdo con 11.12.6 (para los tramos extremos sin vigas de borde, la franja de columna se dimensiona para resistir el momento negativo exterior mayorado total). Este requisito se modificó en ACI 318-95. Para determinar la fracción del momento no balanceado transferido por excentricidad del corte, en vez de M_n se debe usar $0,3M_o$. La armadura total provista en la franja de columna incluye la armadura adicional concentrada sobre la columna para resistir la fracción del momento no balanceado transmitido por flexión, $\gamma_f M_u = \gamma_f (0,26M_o)$, expresión para la cual el coeficiente de momento (0,26) se toma de 13.6.3.3 y γ_f se determina con la ecuación (13-1).

13.6.4 Momentos mayorados en las franjas de columna

Los momentos mayorados positivos y negativos a ser resistidos por una franja de columna, según se define en la Figura 19-1, dependen de la rigidez relativa de las vigas y la losa y de la relación ancho-luz del panel en la dirección analizada. Hay una excepción a esta regla cuando un apoyo tiene un ancho transversal importante.

Se requiere que la franja de columna en la parte externa de un tramo exterior resista el momento negativo mayorado total que actúa en la franja de diseño, a menos que se provean vigas de borde.

Cuando el ancho transversal de un apoyo es mayor o igual que tres cuartos (3/4) del ancho de la franja de diseño, el artículo 13.6.4.3 requiere que el momento negativo mayorado se distribuya uniformemente en la franja de diseño.

El porcentaje de los momentos mayorados totales negativos y positivos a ser resistidos por una franja de columna se pueden determinar usando las tablas de los artículos 13.6.4.1 (momentos negativos interiores), 13.6.4.2 (momentos negativos exteriores) y 13.6.4.3 (momentos positivos), o bien a partir de las siguientes expresiones:

Porcentaje de momento negativo mayorado en un apoyo interior a ser resistido por la franja de columna

$$= 75 + 30 \left(\frac{\alpha_1 \ell_2}{\ell_1} \right) \left(1 - \frac{\ell_2}{\ell_1} \right) \quad (1)$$

Porcentaje de momento negativo mayorado en un apoyo exterior a ser resistido por la franja de columna

$$= 100 - 10\beta_t + 12\beta_t \left(\frac{\alpha_1 \ell_2}{\ell_1} \right) \left(1 - \frac{\ell_2}{\ell_1} \right) \quad (2)$$

Porcentaje de momento positivo mayorado a ser resistido por la franja de columna

$$= 60 + 30 \left(\frac{\alpha_1 \ell_2}{\ell_1} \right) \left(1,5 - \frac{\ell_2}{\ell_1} \right) \quad (3)$$

Nota: Cuando se verifique $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1 > 1,0$ en las ecuaciones anteriores usar 1,0. Cuando se verifique $\beta_t > 2,5$ en la Ecuación (2) anterior usar 2,5

Para las losas sin vigas entre sus apoyos ($\alpha_1 = 0$) y sin vigas de borde ($\beta_t = 0$), la distribución de los momentos negativos totales a las franjas de columna es simplemente 75 y 100 por ciento para los apoyos interiores y exteriores, respectivamente, y la distribución del momento positivo total es 60 por ciento. Para las losas con vigas entre sus apoyos, la distribución depende de la rigidez relativa de las vigas y la losa; si hay vigas de borde, la relación entre la rigidez torsional de la viga de borde y la rigidez flexional de la losa también afecta la distribución. Las Figuras 19-6, 19-7 y 19-8 simplifican la evaluación de la rigidez relativa α . Para evaluar β_t , la relación de rigidez para las vigas de borde, la Tabla 19-2 simplifica el cálculo de la constante de torsión C.

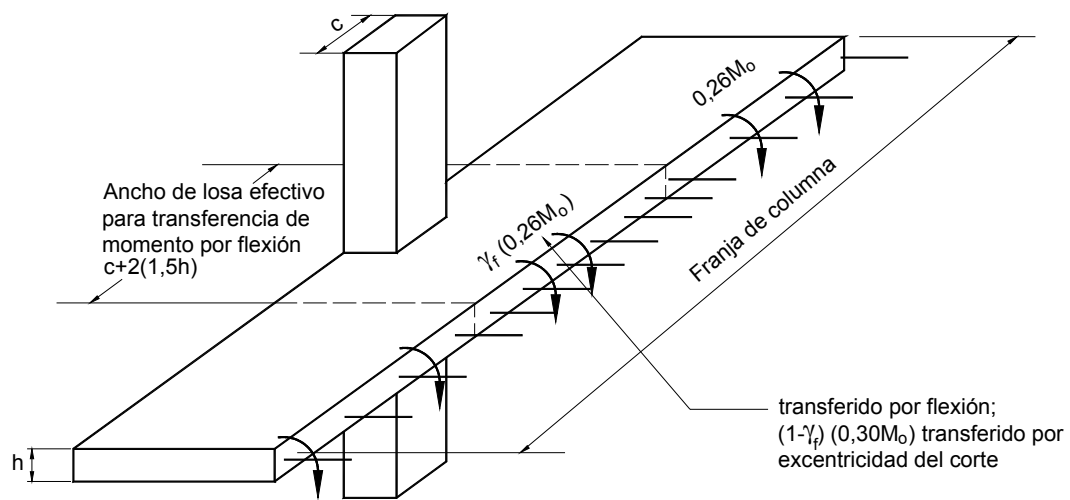


Figura 19-5 – Transferencia del momento negativo en un apoyo exterior de una losa sin vigas

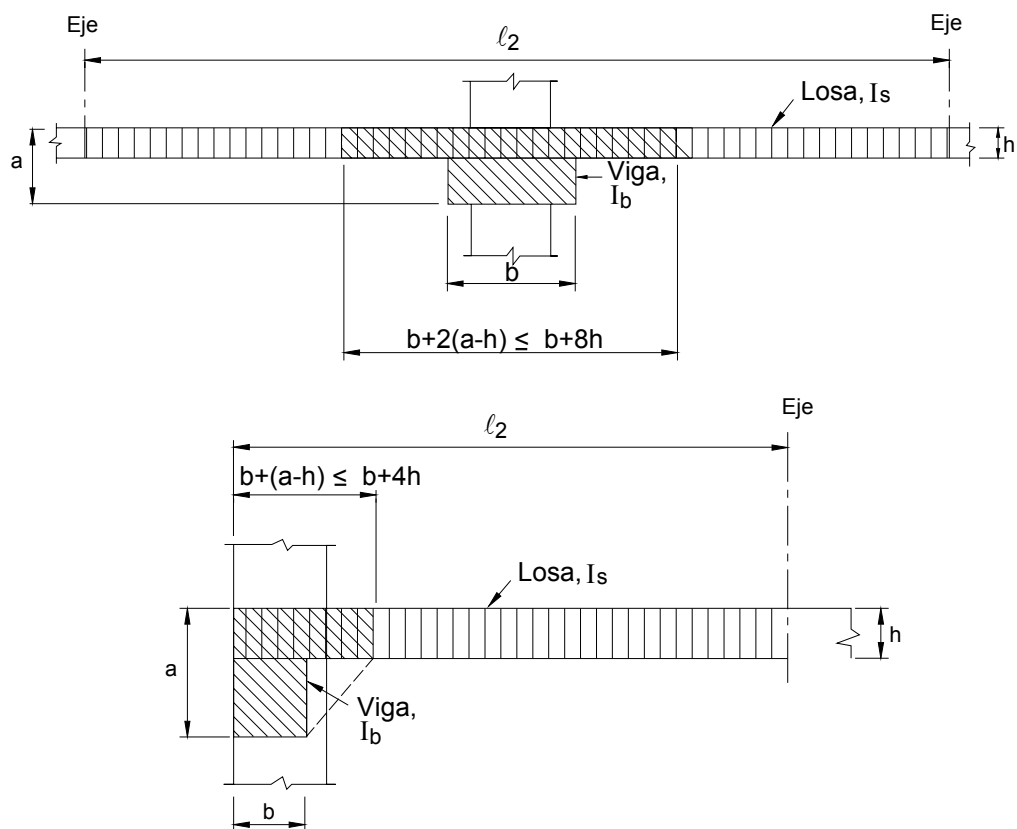


Figura 19-6 – Secciones efectivas de viga y de losa para el cálculo de la relación de rigidez α

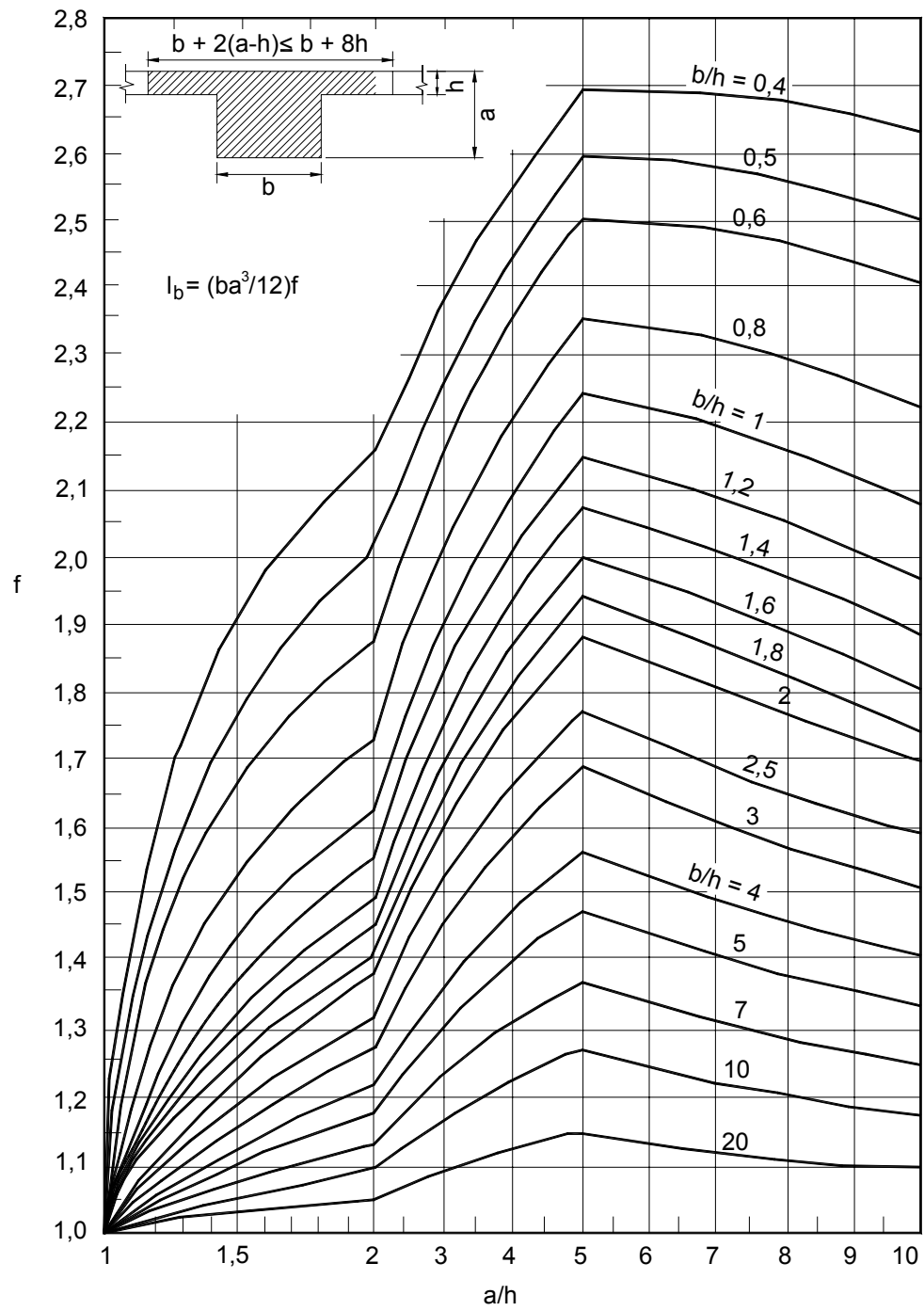


Figura 19-7 – Rigidez de vigas (Vigas interiores)

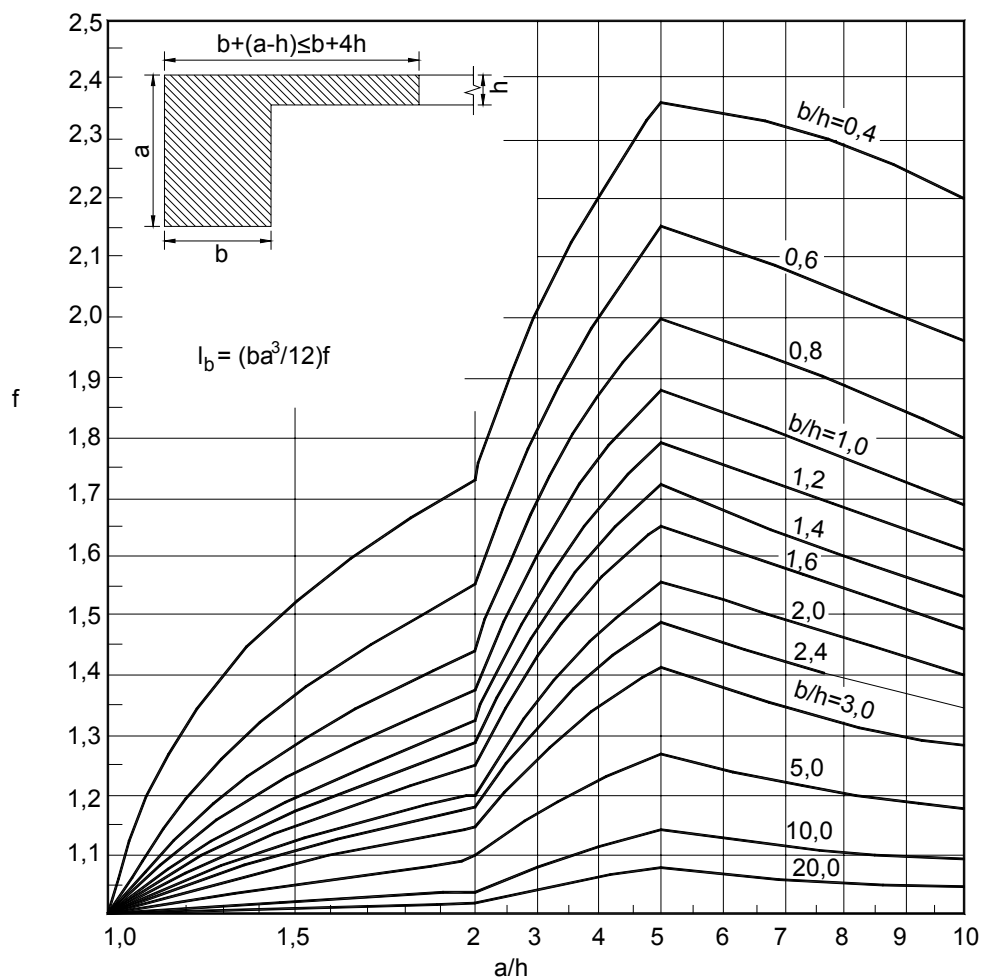
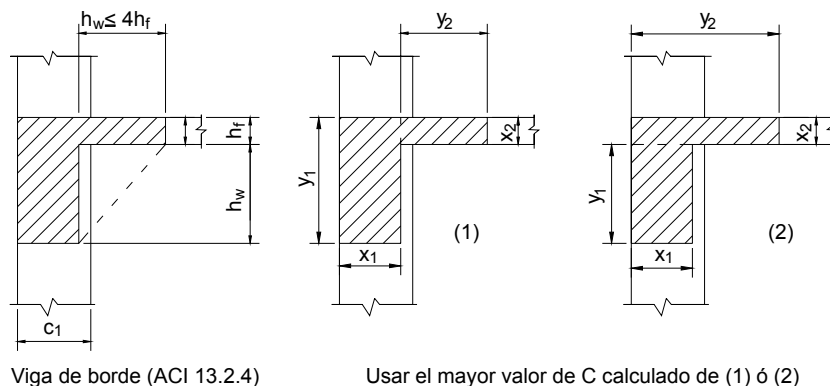


Figura 19-8 – Rigidez de vigas (Vigas de borde)

Tabla 19-2 – Ayuda para simplificar el cálculo de C , constante de la sección transversal que define las propiedades torsionales



Viga de borde (ACI 13.2.4)

Usar el mayor valor de C calculado de (1) ó (2)

y	X*									
	4	5	6	7	8	9	10	12	14	16
12	202	369	592	868	1.118	1.538	1.900	2.557	--	--
14	245	452	736	1.096	1.529	2.024	2.567	3.709	4.738	--
16	288	535	880	1.325	1.871	2.510	3.233	4.861	6.567	8.083
18	330	619	1.024	1.554	2.212	2.996	3.900	6.013	8.397	10.813
20	373	702	1.168	1.782	2.553	3.482	4.567	7.165	10.226	13.544
22	416	785	1.312	2.011	2.895	3.968	5.233	8.317	12.055	16.275
24	458	869	1.456	2.240	3.236	4.454	5.900	9.469	13.885	19.005
27	522	994	1.672	2.583	3.748	5.183	6.900	11.197	16.629	23.101
30	586	1.119	1.888	2.926	4.260	5.912	7.900	12.925	19.373	27.197
33	650	1.244	2.104	3.269	4.772	6.641	8.900	14.653	22.117	31.293
36	714	1.369	2.320	3.612	5.184	7.370	9.900	16.381	24.861	35.389
42	842	1.619	2.752	4.298	6.308	8.828	11.900	19.837	30.349	43.581
48	970	1.869	3.184	4.984	7.332	10.286	13.900	23.293	35.837	51.773
54	1.096	2.119	3.616	5.670	8.356	11.744	15.900	26.749	41.325	59.965
60	1.226	2.369	4.048	6.356	9.380	13.202	17.900	30.205	46.813	68.157

*Lado menor de una sección transversal rectangular de dimensiones x e y .

13.6.5 Momentos mayorados en las vigas

Cuando en una franja de diseño hay vigas entre las columnas, el momento mayorado asignado a la franja de columna se debe distribuir entre la losa y las porciones de viga de la franja de columna. La cantidad de momento mayorado de la franja de columna a ser resistido por la viga varía linealmente entre cero y 85 por ciento a medida que $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1$ varía entre cero y 1,0. Cuando $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1$ es mayor o igual que 1,0 el 85 por ciento del momento total de la franja de columna debe ser resistido por la viga. Además, la viga debe resistir los efectos producidos por las cargas aplicadas directamente sobre la misma, incluyendo el peso propio del alma de la viga que se proyecta por encima o por debajo de la losa.

13.6.6 Momentos mayorados en las franjas intermedias

La fracción de los momentos mayorados que no se asignan a las franjas de columna debe ser resistida por las dos semifranjas que forman parte de la franja de diseño. Hay una excepción a este artículo: las franjas intermedias adyacentes y paralelas a un borde soportado por un tabique, deben resistir el doble del momento mayorado asignado a la semifranja correspondiente a la primera fila de apoyos interiores (ver Figura 19-1).

13.6.9 Momentos mayorados en columnas y tabiques

Las columnas y tabiques de apoyo deben resistir cualquier momento negativo transferido por el sistema de losa.

En el caso de las columnas (o tabiques) interiores, para determinar el momento no balanceado transferido por carga gravitatoria se puede usar la Ecuación aproximada (13-4), a menos que se realice un análisis que considere los efectos del patrón de carga y luces adyacentes de diferentes longitudes. El momento de transferencia se calcula directamente en función de la longitud de la luz y de las cargas gravitatorias. Para el caso más habitual en el cual las luces transversales y adyacentes son iguales, la Ecuación (13-4) se reduce a:

$$M_u = 0,07(0,5w_\ell \ell_2 \ell_n^2) \quad (4)$$

donde: w_ℓ = sobrecarga mayorada, lb/ft²

ℓ_2 = luz transversal a ℓ_n

ℓ_n = longitud de la luz libre en la dirección de análisis

En los apoyos sobre columnas o tabiques exteriores, la totalidad del momento negativo exterior mayorado del sistema de losa (13.6.3.3) se transfiere directamente a los elementos de apoyo. Debido a la naturaleza aproximada de los coeficientes de momento, no parece necesario considerar la variación del momento entre la cara del apoyo y el eje del apoyo; se pueden utilizar directamente los momentos calculados de acuerdo con el artículo 13.6.3.3.

Las columnas que se ubican por encima y por debajo de la losa deben resistir el momento no balanceado en proporción a sus rigideces relativas – generalmente en forma directamente proporcional a las longitudes de las columnas que se ubican por encima y por debajo de la losa. También en este caso, debido a la naturaleza aproximada de los coeficientes del Método de Diseño Directo, no parece necesario considerar la variación del momento entre el eje de la viga placa y la parte superior o inferior de la columna.

COEFICIENTES DE MOMENTO PARA EL MÉTODO DE DISEÑO DIRECTO

Para distribuir el momento total que actúa en la luz libre M_o en momentos negativos y positivos, y luego en momentos de franja de columna y momentos de franja intermedia, directamente se aplican los coeficientes de momento al momento total M_o . Los coeficientes de momento dependen de la ubicación del tramo considerado (tramo interior o extremo), y del tipo de losa en dos direcciones. Para simplificar el diseño, en las Tablas 19-3 a 19-7 se indican los coeficientes de momento para los sistemas de losas en dos direcciones más habituales. Las Tablas 19-3 a 19-6 se aplican a las placas planas o a las losas planas con diferentes condiciones de vínculo en sus extremos. La Tabla 19-7 se aplica a las losas en dos direcciones con sus cuatro lados apoyados en vigas. Se tabulan los momentos finales correspondientes a la franja de columna y la franja intermedia.

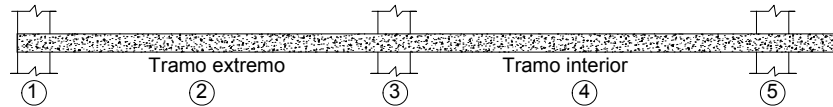
Los coeficientes de momento de la Tabla 19-4 (placa plana con vigas de borde) son válidos para $\beta_t \geq 2,5$. Los coeficientes de la Tabla 19-7 (losas en dos direcciones apoyadas sobre vigas) se aplican para $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1 \geq 1,0$ y $\beta_t \geq 2,5$. Para muchos de los tamaños de viga habituales se obtendrán relaciones de rigidez tales que $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1$ y β_t serán mayores que estos límites, permitiendo tomar los coeficientes de momento directamente de las tablas, sin necesidad de considerar las rigideces ni interpolar para hallar los coeficientes. Sin embargo, si hay vigas, será necesario evaluar ambos parámetros α_1 y β_t . Para las losas en dos direcciones, y para $E_{cb} = E_{cs}$, el parámetro de rigidez α_1 es simplemente la relación entre los momentos de inercia de las secciones efectivas de la viga y la losa en la dirección de análisis, $\alpha_1 = I_b / I_s$, como se ilustra en la Figura 19-6. Las Figuras 19-7 y 19-8 simplifican la evaluación del término α_1 .

Para $E_{cb} = E_{cs}$, la rigidez relativa proporcionada por una viga de borde se refleja en el parámetro $\beta_t = C / 2I_s$, siendo I_s el momento de inercia de la sección de losa efectiva en la dirección de ℓ_1 y que tiene un ancho igual a ℓ_2 , es decir, $I_s = \ell_2 h^3 / 12$. La constante C se relaciona con la rigidez torsional de la sección transversal efectiva de la viga de borde. Se calcula dividiendo la sección de la viga en los rectángulos que la componen, cada uno de ellos con una dimensión menor x y una dimensión mayor y , y sumando las contribuciones de todas las partes mediante la ecuación:

$$C = \sum \left(1 - \frac{0,63x}{y} \right) \left(\frac{x^3 y}{3} \right) \quad (5)$$

La viga se puede subdividir de manera tal de maximizar C. La Tabla 19-2 simplifica el cálculo de la constante torsional C.

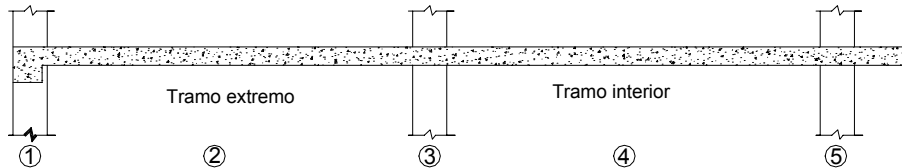
Tabla 19-3 – Coeficientes de momento de diseño para placas planas o losas planas apoyadas directamente sobre columnas



Momentos en la losa	Tramo extremo			Tramo interior	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
Momento total	0,26 M_o	0,52 M_o	0,70 M_o	0,35 M_o	0,65 M_o
Franja de columna	0,26 M_o	0,31 M_o	0,53 M_o	0,21 M_o	0,49 M_o
Franja intermedia	0	0,21 M_o	0,17 M_o	0,14 M_o	0,16 M_o

Nota: Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.

Tabla 19-4 – Coeficientes de momento de diseño para placas planas o losas planas con vigas de borde

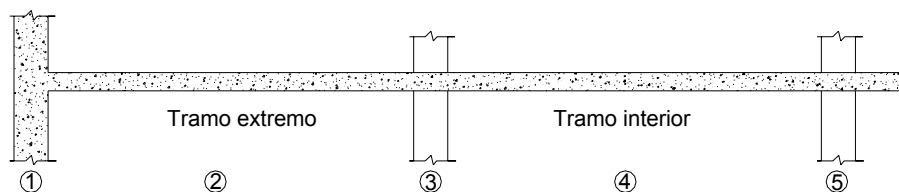


Momentos en la losa	Tramo extremo			Tramo interior	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
Momento total	0,30 M_o	0,50 M_o	0,70 M_o	0,35 M_o	0,65 M_o
Franja de columna	0,23 M_o	0,30 M_o	0,53 M_o	0,21 M_o	0,49 M_o
Franja intermedia	0,07 M_o	0,20 M_o	0,17 M_o	0,14 M_o	0,16 M_o

Notas: (1) Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.

(2) La rigidez torsional de la viga de borde es tal que se verifica $\beta_t \geq 2,5$. Para valores de β_t menores que 2,5 el momento negativo exterior de la franja de columna se incrementa a $(0,30 - 0,03\beta_t) M_o$.

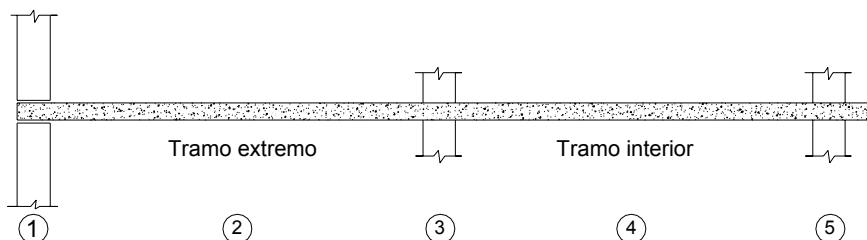
Tabla 19-5 – Coeficientes de momento de diseño para placas planas o losas planas en las cuales el tramo extremo es monolítico con un tabique



Momentos en la losa	Tramo extremo			Tramo interior	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
Momento total	$0,65 M_o$	$0,35 M_o$	$0,65 M_o$	$0,35 M_o$	$0,65 M_o$
Franja de columna	$0,49 M_o$	$0,21 M_o$	$0,49 M_o$	$0,21 M_o$	$0,49 M_o$
Franja intermedia	$0,16 M_o$	$0,14 M_o$	$0,16 M_o$	$0,14 M_o$	$0,16 M_o$

Nota: Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.

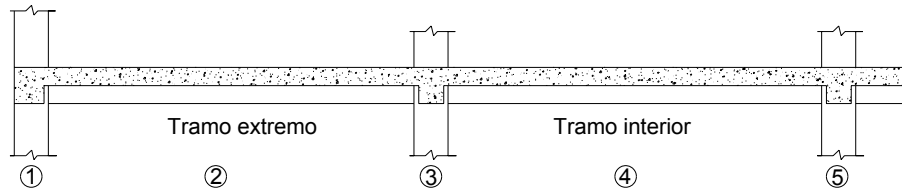
Tabla 19-6 – Coeficientes de momento de diseño para placas planas o losas planas en las cuales el tramo extremo está simplemente apoyado sobre un tabique



Momentos en la losa	Tramo extremo			Tramo interior	
	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
	Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
Momento total	0	$0,63 M_o$	$0,75 M_o$	$0,35 M_o$	$0,65 M_o$
Franja de columna	0	$0,38 M_o$	$0,56 M_o$	$0,21 M_o$	$0,49 M_o$
Franja intermedia	0	$0,25 M_o$	$0,19 M_o$	$0,14 M_o$	$0,16 M_o$

Nota: Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.

Tabla 19-7 – Coeficientes de momento de diseño para losas en dos direcciones con vigas



Relación de luzes ℓ_2/ℓ_1	Momentos		Tramo extremo			Tramo interior	
			(1)	(2)	(3)	(4)	5
			Negativo exterior	Positivo	Primer negativo interior	Positivo	Negativo interior
	Momento total		0,16 M_o	0,57 M_o	0,70 M_o	0,35 M_o	0,65 M_o
0,5	Fanja de columna	Viga	0,12 M_o	0,43 M_o	0,54 M_o	0,27 M_o	0,50 M_o
		Losa	0,02 M_o	0,08 M_o	0,09 M_o	0,05 M_o	0,09 M_o
	Fanja intermedia		0,02 M_o	0,06 M_o	0,07 M_o	0,03 M_o	0,06 M_o
1,0	Fanja de columna	Viga	0,10 M_o	0,37 M_o	0,45 M_o	0,22 M_o	0,42 M_o
		Losa	0,02 M_o	0,06 M_o	0,08 M_o	0,04 M_o	0,07 M_o
	Fanja intermedia		0,04 M_o	0,14 M_o	0,17 M_o	0,09 M_o	0,16 M_o
2,0	Fanja de columna	Viga	0,06 M_o	0,22 M_o	0,27 M_o	0,14 M_o	0,25 M_o
		Losa	0,01 M_o	0,04 M_o	0,05 M_o	0,02 M_o	0,04 M_o
	Fanja intermedia		0,09 M_o	0,31 M_o	0,38 M_o	0,19 M_o	0,36 M_o

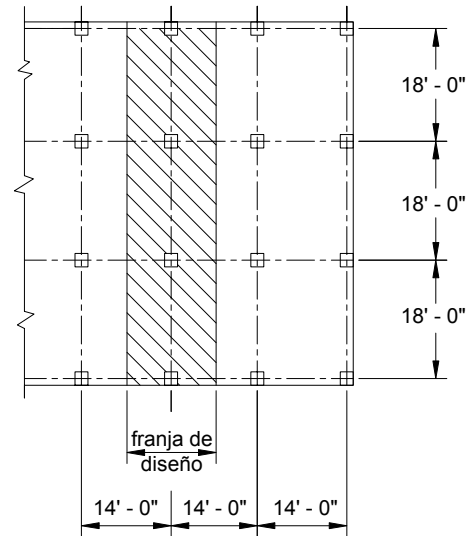
Notas: (1) Todos los momentos negativos corresponden a la cara del apoyo.
 (2) La rigidez torsional de la viga de borde es tal que se verifica $\beta_t \geq 2,5$.
 (3) $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1 \geq 1,0$.

Ejemplo 19.1 – Aplicación del Método de Diseño Directo a una losa en dos direcciones sin vigas

Usar el Método de Diseño Directo para determinar los momentos de diseño en el sistema de placas planas en la dirección ilustrada. Considerar que se trata de un piso intermedio.

Altura de piso = 9 ft
Dimensiones de las columnas = 16 × 16 in.
Las cargas laterales serán resistidas por muros de cortante
No hay vigas de borde
Peso de los tabiques no estructurales = 20 lb/ft²
Sobrecarga de servicio = 40 lb/ft²
 $f'_c = 4000$ psi (hormigón de peso normal)
 $f_y = 60.000$ psi

También determinar la armadura y verificar los requisitos de corte en una columna exterior.



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Diseño preliminar para determinar la altura de la losa, h :

a. Control de las flechas.

Para un sistema de losas sin vigas (placa plana), la mínima altura total, h , con armadura Grado 60 es (ver Tabla 18-1):

9.5.3.2
Tabla 9.5(c)

$$h = \frac{\ell_n}{30} = \frac{200}{30} = 6,7 \text{ in. Usar } h = 7 \text{ in.}$$

siendo ℓ_n la longitud de la luz libre en la dirección mayor = 216 – 16 = 200 in.

Este valor es mayor que el mínimo de 5 in. especificado para losas sin ábacos.

9.5.3.2(a)

b. Resistencia al corte de la losa.

Usar una altura efectiva promedio, $d \approx 5,75$ in. (recubrimiento de 3/4 in. y barras No. 4)

Carga permanente mayorada, $w_d = 1,2(87,5 + 20) = 129 \text{ lb/ft}^2$

Sobrecarga mayorada, $w_\ell = 1,6 \times 40 = 64 \text{ lb/ft}^2$

Carga total mayorada, $w_u = 193 \text{ lb/ft}^2$

El corte en una dirección (comportamiento como viga ancha) se investiga en una franja de 12 in. de ancho a una distancia d medida a partir de la cara del apoyo en la dirección más larga (ver Figura 19-9).

11.12.1.1

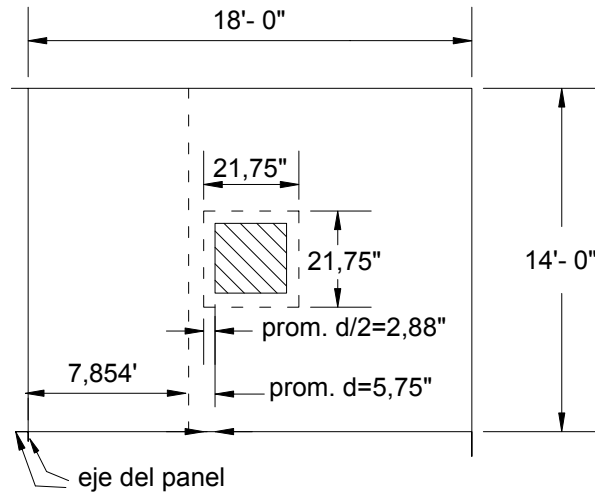


Figura 19-9 – Secciones críticas para corte en una y dos direcciones

$$V_u = 0,193 \times 7,854 = 1,5 \text{ kips}$$

$$V_c = 2\sqrt{f'_c} b_w d \quad \text{Ec. (11-3)}$$

$$= \frac{2\sqrt{4000} \times 12 \times 5,75}{1000} = 8,73 \text{ kips}$$

$$\phi V_c = 0,75 \times 8,73 = 6,6 \text{ kips} > V_u = 1,5 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

Como no hay esfuerzos de corte en el eje de paneles adyacentes (ver Figura 19-9), la resistencia al corte en dos direcciones a una distancia $d/2$ alrededor de un apoyo se calcula de la siguiente manera:

$$V_u = 0,193 \left[(18 \times 14) - 1,81^2 \right] = 48,0 \text{ kips}$$

$$V_c = 4\sqrt{f'_c} b_o d \quad (\text{para columnas cuadradas}) \quad \text{Ec. (11-35)}$$

$$= \frac{4\sqrt{4000} \times (4 \times 21,75) \times 5,75}{1000} = 126,6 \text{ kips}$$

$$V_u = 48,0 \text{ kips} < \phi V_c = 0,75 \times 126,6 \text{ kips} = 95,0 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

Por lo tanto, el diseño preliminar indica que una losa de 7 in. es adecuada para controlar las flechas y también para la resistencia al corte.

2. Verificar si se puede aplicar el Método de Diseño Directo: 13.6.1

En cada dirección hay como mínimo tres tramos continuos. 13.6.1.1

La relación entre el lado mayor y el lado menor es $1,29 < 2,0$. 13.6.1.2

Las longitudes de las luces sucesivas en cada dirección son iguales. 13.6.1.3

Las columnas no están desalineadas. 13.6.1.4

Las cargas están uniformemente distribuidas, y la relación entre la sobrecarga y la carga permanente es $0,37 < 2,0$. 13.6.1.5

El sistema de losa no tiene vigas. 13.6.1.6

3. Momentos mayorados en la losa:

a. Momento mayorado total por tramo. 13.6.2

$$M_o = \frac{w_u \ell_2 \ell_n^2}{8} \quad \text{Ec. (13-3)}$$

$$= \frac{0,193 \times 14 \times 16,67^2}{8} = 93,6 \text{ ft-kips}$$

b. Distribución del momento mayorado total por tramo M_o en momentos negativos y positivos, y luego en momentos de franjas de columna y franjas intermedias. Esta distribución implica la aplicación directa de los coeficientes de momento al momento total M_o . En base a la Tabla 19-3 (placa plana sin vigas de borde), 13.6.3
13.6.4
13.6.6

	Momento total (ft-kips)	Momento en la franja de columna (ft-kips)	Momento en dos semifranjas intermedias* (ft-kips)
Tramo extremo:			
Negativo exterior	0,26 $M_o = 24,3$	0,26 $M_o = 24,3$	0
Positivo	0,52 $M_o = 48,7$	0,31 $M_o = 29,0$	0,21 $M_o = 19,7$
Negativo interior	0,70 $M_o = 65,5$	0,53 $M_o = 49,6$	0,17 $M_o = 15,9$
Tramo interior:			
Positivo	0,35 $M_o = 32,8$	0,21 $M_o = 19,7$	0,14 $M_o = 13,1$
Negativo	0,65 $M_o = 60,8$	0,49 $M_o = 45,9$	0,16 $M_o = 15,0$

* La fracción del momento total M_o no resistida por la franja de columna se asigna a las dos semifranjas intermedias.

Nota: Los momentos mayorados se pueden modificar en 10 por ciento, siempre que el momento estático mayorado total en cualquier panel no sea menor que el calculado mediante la Ecuación (13-3). En este ejemplo omitimos esta modificación. 13.6.7

4. Momentos mayorados en las columnas. 13.6.9

a. Columnas interiores, con luces iguales en la dirección de análisis y luces iguales (pero diferentes a las primeras) en la dirección transversal.

$$M_u = 0,07 \left(0,5 w_u \ell_2 \ell_n^2 \right) \quad \text{Ec. (13-4)}$$

$$= 0,07 \left(0,5 \times 1,6 \times 0,04 \times 14 \times 16,67^2 \right) = 8,7 \text{ ft-kips}$$

Como las dimensiones y las longitudes de las columnas por encima y por debajo de la losa son iguales,

$$M_c = \frac{8,7}{2} = 4,35 \text{ ft-kips}$$

Para diseñar las columnas interiores, este momento se combina con la carga axial mayorada (para cada piso).

b. Columnas exteriores.

El momento negativo exterior total de la losa se debe transferir directamente a las columnas: $M_u = 24,3$ ft-kips. Como las dimensiones y las longitudes de las columnas por encima y por debajo de la losa son iguales,

$$M_c = \frac{24,3}{2} = 12,15 \text{ ft-kips}$$

Para diseñar las columnas exteriores, este momento se combina con la carga axial mayorada (para cada piso).

5. Verificar la resistencia a la flexión y al corte en una columna exterior.

a. Armadura total de flexión requerida para la franja de diseño:

i. Determinar la armadura requerida para el momento de la franja $M_u = 24,3$ ft-kips

Asumir que se trata de una sección controlada por la tracción ($\phi = 0,9$) 9.3.2

Ancho de la franja de columna $b = \frac{14 \times 12}{2} = 84 \text{ in.}$ 13.2.1

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{24,3 \times 12.000}{0,9 \times 84 \times 5,75^2} = 117 \text{ psi}$$

$$\rho = \frac{0,85 f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 R_n}{0,85 f'_c}} \right)$$

$$= \frac{0,85 \times 4}{60} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 117}{0,85 \times 4000}} \right) = 0,0020$$

$$A_s = \rho b d = 0,0020 \times 84 \times 5,75 = 0,96 \text{ in.}^2$$

$$\rho_{\min} = 0,0018$$
 13.3.1

$$\text{Min. } A_s = 0,0018 \times 84 \times 7 = 1,06 \text{ in.}^2 > 0,96 \text{ in.}^2$$

$$\text{Número de barras No. 4} = \frac{1,06}{0,2} = 5,3 \quad \text{adoptamos 6 barras.}$$

$$\text{Separación máxima } s_{\max} = 2h = 14 \text{ in.} < 18 \text{ in.}$$
 13.3.2

$$\text{Número de barras No. 4 en base a } s_{\max} = \frac{84}{14} = 6$$

Verificar si se trata de una sección controlada por la tracción:

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b} = \frac{(6 \times 0,2) \times 60}{0,85 \times 4 \times 84} = 0,25 \text{ in.}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{0,25}{0,85} = 0,29 \text{ in.}$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= \left(\frac{0,003}{c} \right) d_t - 0,003 \\ &= \left(\frac{0,003}{0,29} \right) 5,75 - 0,003 = 0,0057 > 0,005\end{aligned}$$

10.3.4

Por lo tanto, la sección es controlada por la tracción.

Usar 6 barras No. 4 en la franja de columna.

- ii. Verificar la armadura de la losa en una columna exterior para transferencia de momento entre la losa y la columna.

$$\text{Fracción del momento no balanceado transferida por flexión} = \gamma_f M_u \quad 13.5.3.2$$

De la Figura 16-13, Caso C:

$$b_1 = c_1 + \frac{d}{2} = 16 + \frac{5,75}{2} = 18,88 \text{ in.}$$

$$b_2 = c_2 + d = 16 + 5,75 = 21,75 \text{ in.}$$

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{b_1/b_2}} = \frac{1}{1 + (2/3)\sqrt{18,88/21,75}} = 0,62 \quad \text{Ec. (13-1)}$$

$$\gamma_f M_u = 0,62 \times 24,3 = 15,1 \text{ ft-kips}$$

Observar que se pueden utilizar los requisitos del artículo 13.5.3.3, aunque en este ejemplo no lo hacemos.

Suponiendo comportamiento de sección controlada por tracción, determinar el área de armadura requerida para $\gamma_f M_u = 15,1 \text{ ft-kips}$:

$$\text{Ancho de losa efectivo } b = c_2 + 3h = 16 + 3(7) = 37 \text{ in.} \quad 13.5.3.2$$

$$R_n = \frac{M_u}{\phi b d^2} = \frac{15,1 \times 12.000}{0,9 \times 37 \times 5,75^2} = 165 \text{ psi}$$

$$\begin{aligned}\rho &= \frac{0,85f'_c}{f_y} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0,85f'_c}} \right) \\ &= \frac{0,85 \times 4}{60} \left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 165}{0,85 \times 4000}} \right) = 0,0028\end{aligned}$$

$$A_s = \rho b d = 0,0028 \times 37 \times 5,75 = 0,60 \text{ in.}^2$$

$$\text{Min. } A_s = 0,0018 \times 37 \times 7 = 0,47 \text{ in.}^2 < 0,60 \text{ in.}^2$$

$$\text{Número de barras No. 4} = \frac{0,60}{0,2} = 3$$

Verificar si se trata de una sección controlada por la tracción:

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b} = \frac{(3 \times 0,2) \times 60}{0,85 \times 4 \times 37} = 0,29 \text{ in.}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{0,29}{0,85} = 0,34 \text{ in.}$$

$$\epsilon_t = \left(\frac{0,003}{0,34} \right) 5,75 - 0,003 = 0,048 > 0,005 \quad 10.3.4$$

Por lo tanto, la sección es controlada por la tracción.

Proveer las 3 barras No. 4 requeridas concentrando 3 de las barras de la franja de columna (6 barras No. 4) dentro del ancho de losa de 37 in. sobre la columna. Por motivos de simetría, agregar una barra No. 4 adicional fuera del ancho de 37 in.

Observar que, aún con la adición de una barra No. 4 adicional, la sección continúa siendo controlada por la tracción.

iii. Determinar la armadura requerida para la franja intermedia.

Como en las columnas exteriores todo el momento se transfiere a la franja de columna, proveer armadura mínima en la franja intermedia:

$$\text{Min. } A_s = 0,0018 \times 84 \times 7 = 1,06 \text{ in.}^2$$

$$\text{Número de barras No. 4} = \frac{1,06}{0,2} = 5,3 \quad \text{adoptamos 6 barras.}$$

$$\text{Separación máxima } s_{\max} = 2h = 14 \text{ in.} < 18 \text{ in.} \quad 13.3.2$$

$$\text{Número de barras No. 4 en base a } s_{\max} = \frac{84}{14} = 6$$

En la franja intermedia colocar barras No. 4 con una separación de 14 in.

b. Verificar la tensión de corte combinada en la cara interna de la sección crítica de transferencia: 11.12.6.1

Las expresiones para determinar la resistencia al corte se discuten en la Parte 16.

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u}{J/c}$$

Esfuerzo de corte mayorado en la columna exterior:

$$V_u = 0,193 \left[(14 \times 9,667) - \left(\frac{18,88 \times 21,75}{144} \right) \right] = 25,6 \text{ kips}$$

Cuando los momentos de los tramos extremos se determinan aplicando el Método de Diseño Directo, la fracción de momento no balanceado transferida por excentricidad del corte debe ser:

13.6.3.6

$$0,3M_o = 0,3 \times 93,6 = 28,1 \text{ ft-kips}$$

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f = 1 - 0,62 = 0,38$$

Ec. (11-3)

De la Figura 16-13, las propiedades de la sección crítica para una columna de borde solicitada a flexión perpendicular al borde (Caso C):

$$A_c = (2b_1 + b_2)d = [(2 \times 18,88) + 21,75] \times 5,75 = 342,2 \text{ in.}^2$$

$$\frac{J}{c} = \frac{2b_1^2d(b_1 + 2b_2) + d^3(2b_1 + b_2)}{6b_1}$$

$$= \frac{2(18,88)^2(5,75)[18,88 + (2 \times 21,75)] + 5,75^3[(2 \times 18,88) + 21,75]}{6 \times 18,88}$$

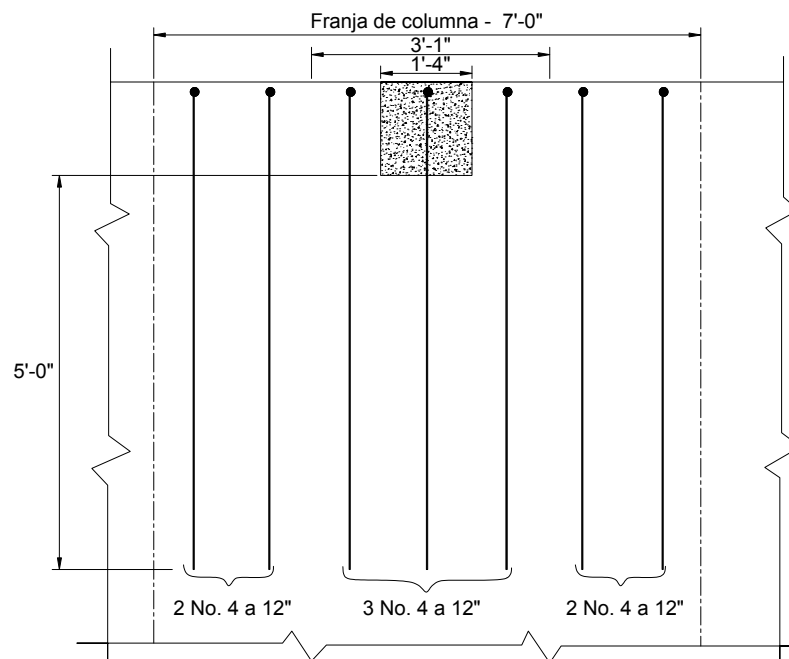
$$= 2357 \text{ in.}^3$$

$$v_u = \frac{25.600}{342,2} + \frac{0,38 \times 28,1 \times 12.000}{2357}$$

$$= 74,8 + 54,4 = 129,2 \text{ psi}$$

$$\text{Tensión de corte admisible } \phi v_n = \phi 4\sqrt{f'_c} = 0,75 \times 4\sqrt{4000} = 189,7 \text{ psi} > v_u \quad \text{VERIFICA}$$

11.12.6.2



Ejemplo 19.2 – Aplicación del Método de Diseño Directo a una losa en dos direcciones con vigas

Usar el Método de Diseño Directo para determinar los momentos de diseño del sistema de losas en la dirección ilustrada. Considerar que se trata de un piso intermedio

Altura de piso = 12 ft

Dimensiones de las vigas de borde = 14 × 27 in.

Dimensiones de las vigas interiores = 14 × 20 in.

Dimensiones de las columnas = 18 × 18 in.

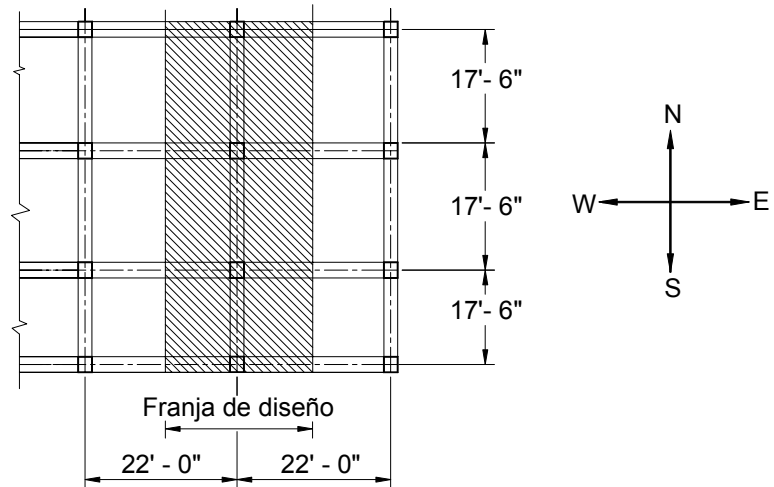
Altura de la losa = 6 in.

Sobrecarga de servicio = 100 lb/ft²

Para todos los elementos:

$f'_c = 4000$ psi (hormigón de peso normal)

$f_y = 60.000$ psi



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Diseño preliminar para la altura de la losa h:

9.5.3

Control de las flechas.

Con la ayuda de las Figuras 19-6, 19-7 y 19-8, la relación entre la rigidez a flexión de las vigas y la rigidez a flexión de la losa, α , se calcula de la siguiente manera:

Vigas de borde, dirección N-S:

$$\ell_2 = 141 \text{ in.}$$

$$\frac{a}{h} = \frac{27}{6} = 4,5$$

$$\frac{b}{h} = \frac{14}{6} = 2,33$$

De la Figura 19-8, $f = 1,47$

$$I_b = \left(\frac{ba^3}{12} \right) f$$

$$I_s = \frac{\ell_2 h^3}{12}$$

$$\alpha = \frac{E_{cb}I_b}{E_{cs}I_s} = \frac{I_b}{I_s} \quad 13.0$$

$$= \left(\frac{b}{\ell_2} \right) \left(\frac{a}{h} \right)^3 f$$

$$= \left(\frac{14}{141} \right) \left(\frac{27}{6} \right)^3 (1,47) = 13,30$$

Vigas de borde, dirección E-W:

$$\ell_2 = \frac{17,5 \times 12}{2} + \frac{18}{2} = 114 \text{ in.}$$

$$\alpha = \left(\frac{14}{114} \right) \left(\frac{27}{6} \right)^3 (1,47) = 16,45$$

Vigas interiores, dirección N-S:

$$\ell_2 = 22 \text{ ft} = 264 \text{ in.}$$

$$\frac{a}{h} = \frac{20}{6} = 3,33$$

$$\frac{b}{h} = \frac{14}{6} = 2,33$$

De la Figura 19-7, $f = 1,61$

$$\alpha = \left(\frac{14}{264} \right) \left(\frac{20}{6} \right)^3 (1,61) = 3,16$$

Vigas interiores, dirección E-W:

$$\ell_2 = 17,5 \text{ ft} = 210 \text{ in.}$$

$$\alpha = \left(\frac{14}{210} \right) \left(\frac{20}{6} \right)^3 (1,61) = 3,98$$

Como para todas las vigas se verifica $\alpha > 2,0$ la Ecuación (9-13) determinará la altura mínima.

9.5.3.3

Por lo tanto,

$$h = \frac{\ell_n \left(0,8 + \frac{f_y}{200.000} \right)}{36 + 9\beta} \quad \text{Ec. (9-12)}$$

$$= \frac{246 \left(0,8 + \frac{60.000}{200.000} \right)}{36 + 9(1,28)} = 5,7 \text{ in.}$$

donde

$$\beta = \frac{\text{luz libre en la dirección larga}}{\text{luz libre en la dirección corta}} = \frac{20,5}{16} = 1,28$$

ℓ_n = luz libre en la dirección larga medida entre cara y cara de las columnas = 20,5 ft = 246 in.

Usar una altura de losa igual a 6 in.

2. Verificar si se puede aplicar el Método de Diseño Directo: 13.6.1

En cada dirección hay como mínimo tres tramos continuos. 13.6.1.1

La relación entre el lado mayor y el lado menor es $1,26 < 2,0$. 13.6.1.2

Las longitudes de los tramos sucesivos en cada dirección son iguales. 13.6.1.3

Las columnas no están desalineadas. 13.6.1.4

Las cargas están uniformemente distribuidas, y la relación entre la sobrecarga y la carga permanente es $1,33 < 2,0$. 13.6.1.5

Verificar la rigidez relativa para los paneles de la losa 13.6.1.6

Panel interior:

$$\alpha_1 = 3,16 \quad \ell_2 = 264 \text{ in.}$$

$$\alpha_2 = 3,98 \quad \ell_1 = 210 \text{ in.}$$

$$\frac{\alpha_1 \ell_2^2}{\alpha_2 \ell_1^2} = \frac{3,16 \times 264^2}{3,98 \times 210^2} = 1,25 \quad 0,2 < 1,25 < 5,0 \quad \text{VERIFICA} \quad \text{Ec. (13-2)}$$

Panel exterior:

$$\alpha_1 = 3,16 \quad \ell_2 = 264 \text{ in.}$$

$$\alpha_2 = 16,45 \quad \ell_1 = 210 \text{ in.}$$

$$\frac{\alpha_1 \ell_2^2}{\alpha_2 \ell_1^2} = \frac{3,16 \times 264^2}{16,45 \times 210^2} = 0,3 \quad 0,2 < 0,3 < 5,0 \quad \text{VERIFICA}$$

Por lo tanto está permitido usar el Método de Diseño Directo.

3. Momentos mayorados en la losa:

Momento mayorado total por tramo. 13.6.2

$$\text{Peso promedio de las almas de las vigas} = \frac{14 \times 14}{144} \times \frac{150}{22} = 9,3 \text{ lb/ft}^2$$

$$\text{Peso de la losa} = \frac{6}{12} \times 150 = 75 \text{ lb/ft}^2$$

$$w_u = 1,2(75 + 9,3) + 1,6(100) = 261 \text{ lb/ft}^2 \quad \text{Ec. (9-2)}$$

$$\ell_n = 17,5 - \frac{18}{12} = 16 \text{ ft}$$

$$M_o = \frac{w_u \ell_2 \ell_n^2}{8} \quad \text{Ec. (13-3)}$$

$$= \frac{0,261 \times 22 \times 16^2}{8} = 183,7 \text{ ft-kips}$$

Distribución del momento en momentos negativos y positivos:

Tramo interior: 13.6.3.2

$$\text{Momento negativo} = 0,65 M_o = 0,65 \times 183,7 = 119,4 \text{ ft-kips}$$

$$\text{Momento positivo} = 0,35 M_o = 0,35 \times 183,7 = 64,3 \text{ ft-kips}$$

Tramo extremo: 13.6.3.3

$$\text{Negativo exterior} = 0,16 M_o = 0,16 \times 183,7 = 29,4 \text{ ft-kips}$$

$$\text{Positivo} = 0,57 M_o = 0,57 \times 183,7 = 104,7 \text{ ft-kips}$$

$$\text{Negativo interior} = 0,70 M_o = 0,70 \times 183,7 = 128,6 \text{ ft-kips}$$

Nota: Los momentos mayorados se pueden modificar en 10 por ciento, siempre que el momento estático total mayorado en cualquier panel no sea menor que el calculado mediante la Ecuación (13-3). En este ejemplo no se incluye esta modificación.

4. Distribución de los momentos mayorados a las franjas de columna e intermedias: 13.6.4

Porcentaje de los momentos totales negativos y positivos a la franja de columna.

En un apoyo interior:

$$75 + 30 \left(\frac{\alpha_1 \ell_2}{\ell_1} \right) \left(1 - \frac{\ell_2}{\ell_1} \right) = 75 + 30(1 - 1,26) = 67\% \quad \text{Ec. (1)}$$

para lo cual α_1 ya se determinó anteriormente: $\alpha_1 = 3,16$ (ver vigas interiores, dirección N-S)

En un apoyo exterior:

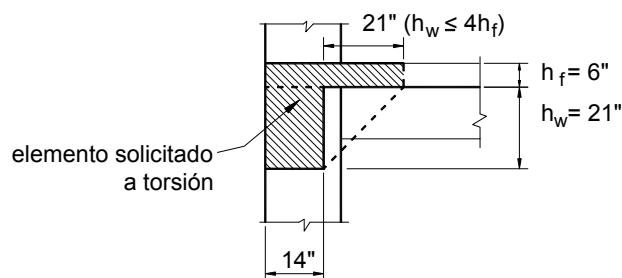
$$100 - 10\beta_t + 12\beta_t \left(\frac{\alpha_1 \ell_2}{\ell_1} \right) \left(1 - \frac{\ell_2}{\ell_1} \right) = 100 - 10(1,88) + 12(1 - 1,26) = 75\% \quad \text{Ec. (2)}$$

donde

$$\beta_t = \frac{C}{2I_s} = \frac{17.868}{2 \times 4752} = 1,88$$

$$I_s = \frac{\ell_2 h^3}{12} = 4752 \text{ in.}^4$$

C se toma como el mayor de los valores calculados (con ayuda de la Tabla 21-2) para el elemento solicitado a torsión que se ilustra a continuación.



$x_1 = 14 \text{ in.}$	$x_2 = 6 \text{ in.}$	$x_1 = 14 \text{ in.}$	$x_2 = 6 \text{ in.}$
$y_1 = 21 \text{ in.}$	$y_2 = 35 \text{ in.}$	$y_1 = 27 \text{ in.}$	$y_2 = 21 \text{ in.}$
$C_1 = 11.141 \text{ in.}^4$	$C_2 = 2248 \text{ in.}^4$	$C_1 = 16.628 \text{ in.}^4$	$C_2 = 1240 \text{ in.}^4$
$\Sigma C = 11.141 + 2248 = 13.389 \text{ in.}^4$		$\Sigma C = 16.628 + 1240 = 17.868 \text{ in.}^4$	

Momento positivo:

$$60 + 30 \left(\frac{\alpha_1 \ell_2}{\ell_1} \right) \left(1,5 - \frac{\ell_2}{\ell_1} \right) = 60 + 30(1,5 - 1,26) = 67\% \quad \text{Ec. (3)}$$

A continuación se resumen los momentos mayorados en las franjas de columna y franjas intermedias:

	Momento mayorado (ft-kips)	Franja de columna		Momento en dos semifranjas intermedias (ft-kips) ²
		Porcentaje	Momento ¹ (ft-kips)	
Tramo extremo:				
Negativo exterior	29,4	75	22,1	7,3
Positivo	104,7	67	70,1	34,6
Negativo interior	128,6	67	86,2	42,4
Tramo interior:				
Negativo	119,4	67	80,0	39,4
Positivo	64,3	67	43,1	21,2

¹ Debido a que $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1 > 1,0$ las vigas se deben dimensionar para resistir el 85 por ciento del momento de la franja de columna (13.6.5.1)

² La fracción del momento mayorado no resistido por la franja de columna se le asigna a las semifranjas intermedias.

5. Momentos mayorados en las columnas: 13.6.9

a. Columnas interiores con luces iguales en la dirección de análisis y luces iguales (pero diferentes de las primeras) en la dirección transversal. 13.6.9

$$M_u = 0,07 \left(0,5 w_\ell \ell_2 \ell_n^2 \right) \quad \text{Ec. (13-4)}$$

$$= 0,07(0,5 \times 1,6 \times 0,1 \times 22 \times 16^2) = 31,5 \text{ ft-kips}$$

Con columnas de iguales dimensiones y longitud tanto por encima como por debajo de la losa,

$$M_c = \frac{31,5}{2} = 15,8 \text{ ft-kips}$$

Para el diseño de las columnas interiores, este momento se combina con la carga axial mayorada (para cada piso).

b. Columnas exteriores.

El momento negativo exterior total de la losa se transfiere a las columnas exteriores. Como las columnas por encima y por debajo de la losa tienen las mismas dimensiones y son de igual longitud,

$$M_c = \frac{29,4}{2} = 14,7 \text{ ft-kips}$$

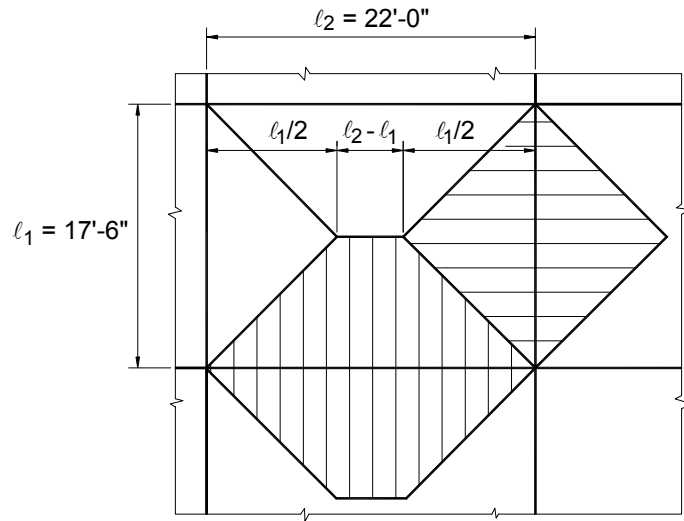
6. Resistencia al corte:

a. Vigas.

Como para todas las vigas $\alpha_1 \ell_2 / \ell_1 > 1$, éstas deben resistir la totalidad del corte ($b_w = 14 \text{ in.}; d = 17 \text{ in.}$).

13.6.8.1

Sólo verificaremos las vigas interiores, ya que éstas soportan esfuerzos de corte mucho más elevados que las vigas de borde.



N

Vigas N-S:

$$V_u = \frac{1}{2} w_u \ell_1 \frac{\ell_1}{2} = \frac{w_u \ell_1^2}{4}$$

Vigas E-W:

$$\begin{aligned} V_u &= \frac{1}{2} w_u \frac{\ell_1}{2} \frac{\ell_1}{2} 2 + w_u (\ell_2 - \ell_1) \frac{\ell_1}{2} \\ &= \frac{w_u \ell_1}{4} (\ell_1 - 2\ell_2 - 2\ell_1) = \frac{w_u \ell_1}{4} (2\ell_2 - \ell_1) \end{aligned}$$

Vigas N-S:

$$V_u = \frac{w_u \ell_1^2}{4} = \frac{0,261(17,5)^2}{4} = 20,0 \text{ kips}$$

$$\phi V_c = \phi 2 \sqrt{f'_c} b_w d$$

Ec. (11-3)

$$= 0,75 \times 2 \sqrt{4000} \times 14 \times 17 / 1000 = 22,6 \text{ kips} > V_u$$

Proveer armadura de corte mínima de acuerdo con el artículo 11.5.5.3.

11.5.5.1

Vigas E-W:

$$V_u = \frac{w_u \ell_1 (2\ell_2 - \ell_1)}{4}$$
$$= \frac{0,261 \times 17,5 [(2 \times 22) - 17,5]}{4} = 30,3 \text{ kips} > \phi V_c = 22,6 \text{ kips} \quad \text{NO VERIFICA}$$

Resistencia al corte requerida a ser provista por medio de armadura de corte:

$$V_s = (V_u - \phi V_c) / \phi = (30,3 - 22,6) / 0,75 = 10,3 \text{ kips}$$

b. Losas ($b_w = 12 \text{ in.}$; $d = 5 \text{ in.}$).

13.6.8.4

$$w_u = (1,2 \times 75) + (1,6 \times 100) = 250 \text{ lb/ft}^2$$

$$V_u = \frac{w_u \ell_1}{2} = \frac{0,261 \times 17,5}{2} = 2,2 \text{ kips}$$

$$\phi V_c = \phi 2 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$= 0,75 \times 2 \sqrt{4000} \times 12 \times 5 / 1000 = 5,7 \text{ kips} > V_u = 2,2 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

La resistencia al corte de la losa es adecuada sin armadura de corte.

7. Las vigas de borde se deben diseñar para resistir el momento no transferido a las columnas exteriores por las vigas interiores, de acuerdo con el artículo 11.6.