

Modelos de Bielas y Tirantes

ACTUALIZACIÓN PARA EL CÓDIGO 2002

La edición 2002 del Apéndice A de ACI 318 introduce la forma codificada del método de bielas y tirantes. Aunque las analogías del reticulado estaban implícitas en los requisitos de diseño para corte y torsión de las ediciones anteriores del Código, y se permitía utilizar "métodos que satisfacen los requisitos de equilibrio y resistencia," esta es la primera vez que el tema es tratado de manera consistente.

REQUISITOS GENERALES

El modelo de bielas y tirantes constituye un enfoque de diseño nuevo, aplicable a toda una gama de problemas de diseño para los cuales el cuerpo principal del código no contiene una solución de diseño explícita. Este método exige que el diseñador seleccione cuidadosamente un recorrido realista de las cargas dentro del elemento estructural, formando un reticulado idealizado. Detallando los elementos del reticulado de forma racional y satisfaciendo las condiciones de equilibrio se asegura la transferencia de las cargas a los apoyos o a otras regiones diseñadas mediante métodos convencionales. Aunque las soluciones que se obtienen aplicando esta poderosa herramienta de análisis no son únicas, representan un enfoque conservador de límite inferior. A diferencia de algunas de las formulaciones contenidas en el cuerpo principal del Código, el modelo racional y fácil de visualizar indicado en el Apéndice A permite comprender las necesidades de diseño de las regiones irregulares de las estructuras de hormigón, a la vez que promueve la ductilidad.

La metodología de diseño presentada en el Apéndice A se basa en gran medida en los artículos preparados sobre este tema por Schlaich et al.^{17.1} y Marti^{17.2}. A partir de la publicación de estos trabajos, el método de bielas y tirantes ha recibido cada vez mayor atención por parte de otros investigadores y autores (Collins y Mitchell^{17.3}, MacGregor^{17.4}). La forma actual del Apéndice A no incluye requisitos explícitos sobre comportamiento en servicio (tal como control de las flechas o fisuración).

A.1 DEFINICIONES

El procedimiento de diseño por bielas y tirantes exige diferenciar en los elementos de hormigón dos tipos de zonas, dependiendo de las características de los campos de tensiones en cada ubicación. En consecuencia, los elementos estructurales se dividen en regiones B y regiones D.

Regiones B - Las regiones B representan las partes de un elemento en las cuales se puede aplicar la hipótesis de "secciones planas" de la teoría clásica de flexión.

Regiones D - Las regiones D son las partes de un elemento que están ubicadas fuera de las regiones B; en las regiones D se anticipa que luego de aplicar las cargas las secciones planas no permanecerán planas. Típicamente se asume que hay regiones D en las partes de un elemento donde hay discontinuidades (o perturbaciones) de la distribución de tensiones provocadas por la presencia de fuerzas concentradas (cargas o reacciones) o cambios bruscos de la geometría. En base al principio de St. Venant, las tensiones normales (debidas a carga axial y flexión) se aproximan a una distribución prácticamente lineal a una distancia aproximadamente igual al mayor valor entre la altura total (h) y el ancho del elemento, a partir de la ubicación de la fuerza concentrada o la irregularidad geométrica. La Figura 17-1 ilustra ejemplos típicos de discontinuidades, Regiones D (áreas sombreadas) y Regiones B.

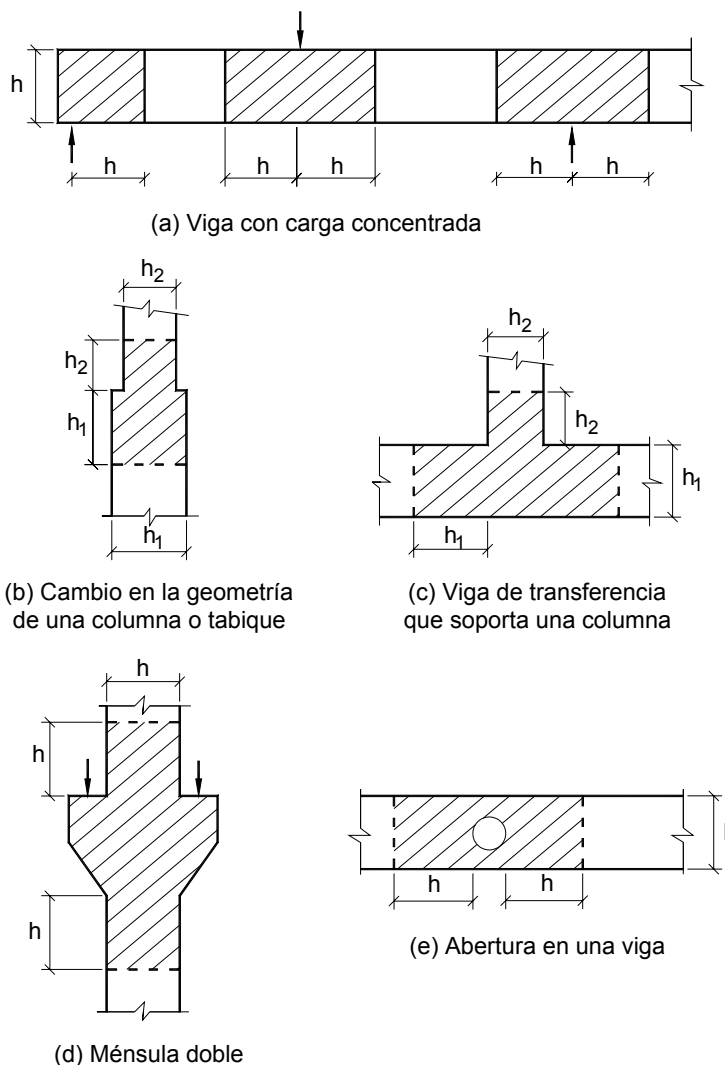


Figura 17-1 – Discontinuidades de carga y geométricas

Aunque las regiones B se pueden diseñar usando los métodos de diseño tradicionales (ACI 318, Capítulos 10 y 11), el **modelo de bielas y tirantes** se introdujo fundamentalmente para simplificar el diseño de las regiones D, y su aplicación se puede extender también a las regiones B. El modelo de bielas y tirantes representa la región D del elemento estructural mediante un sistema reticulado compuesto por bielas de compresión y tirantes de tracción, conectados en nodos, como se ilustra en la Figura 17-2. Este sistema reticulado se diseña de manera de transferir las cargas mayoradas a los apoyos o a las regiones B adyacentes. A la vez, las fuerzas en los elementos del reticulado deben mantener el equilibrio con las cargas aplicadas y las reacciones.

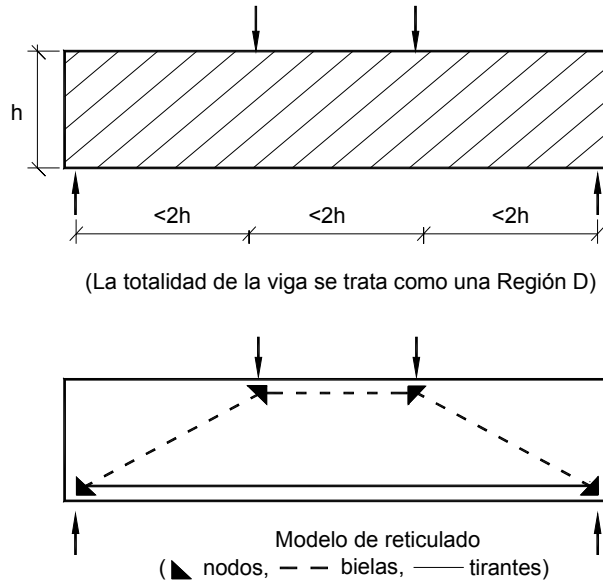


Figura 17-2 – Modelo de bielas y tirantes

Bielas - Las bielas son los elementos comprimidos del modelo de bielas y tirantes, y representan las resultantes de un campo de compresión. Tanto los campos de compresión paralelos como los campos de compresión en forma de abanico se pueden modelar mediante sus bielas de compresión resultantes, como se ilustra en la Figura 17-3.

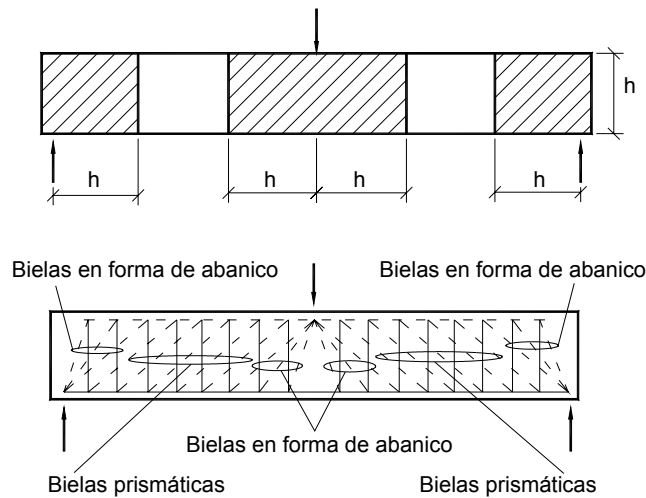


Figura 17-3 – Bielas prismáticas y bielas en forma de abanico

Típicamente las bielas de compresión tendrán forma de botella si la biela se puede ensanchar lateralmente a la mitad de su longitud. A modo de hipótesis simplificadora para el diseño, generalmente las bielas se idealizan como elementos prismáticos comprimidos, aunque también es posible utilizar otras geometrías. Si la resistencia efectiva a la compresión del hormigón (f_{cu}) difiere en los extremos opuestos de una biela, se sugiere idealizar la biela como un elemento comprimido uniformemente ahusado. Esto puede ocurrir en el caso que en los dos extremos de una biela las zonas nodales tengan diferentes resistencias o diferentes longitudes de apoyo. Si la tensión de compresión en la biela es elevada es posible que sea necesario proveer armadura para impedir fallas por tracción transversal. (La fisuración por tracción transversal desarrollada en elementos cilíndricos apoyados de lado y solicitados a compresión es un buen ejemplo del ensanchamiento lateral de las trayectorias de las tensiones de compresión.)

Tirantes - Los tirantes consisten en acero conformado convencional o acero de pretensado, o una combinación de ambos, más una porción del hormigón que lo rodea y que es concéntrico con el eje del tirante. En el modelo se considera que el hormigón que rodea el acero no resiste esfuerzos axiales. Sin embargo, este hormigón reduce el alargamiento del tirante (rigidización por tracción), en particular bajo cargas de servicio. También define la zona en la cual se han de anclar los esfuerzos en las bielas y los tirantes.

Nodos - Los nodos son los puntos de intersección de los ejes de las bielas, tirantes y esfuerzos concentrados, y representan las uniones del modelo de bielas y tirantes. Para mantener el equilibrio, en cualquier nodo del modelo deben actuar como mínimo tres fuerzas. Los nodos se clasifican en función del signo de las fuerzas que actúan en los mismos (por ejemplo, un nodo C-C-C resiste tres esfuerzos de compresión, un nodo C-T-T resiste un esfuerzo de compresión y dos esfuerzos de tracción, etc.), como se ilustra en la Figura 17-4.

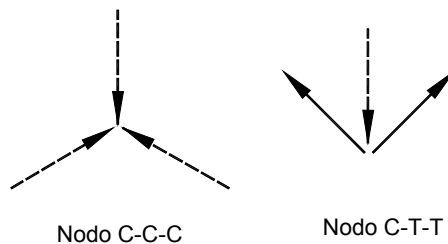


Figura 17-4 – Clasificación de los nodos

Zonas nodales - Una zona nodal es el volumen de hormigón que se asume transfiere los esfuerzos de las bielas y los tirantes a través del nodo. En los primeros modelos de bielas y tirantes se utilizaban zonas nodales hidrostáticas, las cuales posteriormente fueron superadas y reemplazadas por las zonas nodales extendidas.

Las caras de una **zona nodal hidrostática** son perpendiculares a los ejes de las bielas y los tirantes que actúan en el nodo, como se ilustra en la Figura 17-5. El término hidrostático se refiere al hecho de que todas las tensiones en el plano son iguales en todas las direcciones. (Observar que en un verdadero estado hidrostático de tensiones las tensiones fuera del plano también deberían ser iguales.) Suponiendo que las tensiones son iguales en todas las caras de una zona nodal C-C-C con tres bielas, esto implica que las relaciones entre las longitudes de los lados de las zonas nodales (w_{n1} : w_{n2} : w_{n3}) son proporcionales a la magnitud de los esfuerzos en las bielas (C_1 : C_2 : C_3).

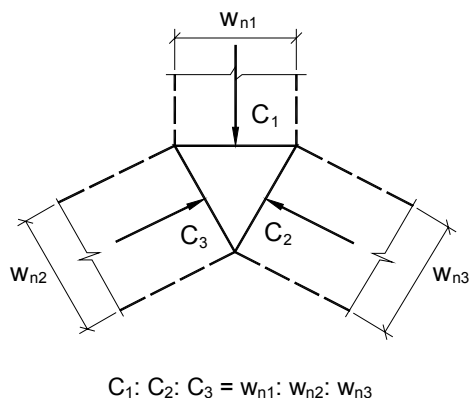


Figura 17-5 – Zona nodal hidrostática

La zona nodal extendida es la porción de un elemento limitado por la intersección del ancho de efectivo de la biela, w_s , y el ancho efectivo del tirante, w_t . Este concepto se ilustra en la Figura 17-6.

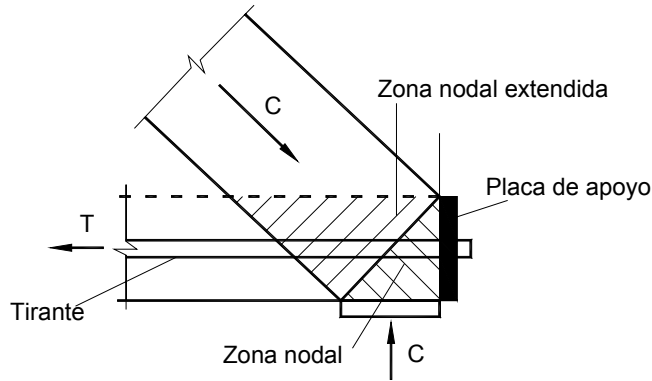


Figura 17-6 – Zona nodal extendida

A.2 PROCEDIMIENTO DE DISEÑO PARA UN MODELO DE BIELAS Y TIRANTES

Típicamente un procedimiento de diseño para un modelo de bielas y tirantes implica los siguientes pasos:

1. Definir y aislar las regiones D.
2. Determinar los esfuerzos resultantes que actúan en los bordes de cada una de las regiones D.
3. Seleccionar un modelo de reticulado para transferir los esfuerzos resultantes a través de la región D. Los ejes de las bielas y los tirantes, respectivamente, se deben seleccionar de manera que coincidan aproximadamente con los ejes de los campos de compresión y tracción.
4. Determinar los esfuerzos en las bielas y los tirantes.
5. Determinar los anchos efectivos de las bielas y las zonas nodales considerando los esfuerzos determinados en los pasos anteriores y las resistencias efectivas del hormigón (definidas en los artículos A.3.2 y A.5.2). Las verificaciones de la resistencia se basan en la siguiente expresión:

$$\phi F_n \geq F_u \quad \text{Ec. (A-1)}$$

donde F_u el mayor esfuerzo mayorado obtenido a partir de las combinaciones de cargas aplicables, F_n es la resistencia nominal de la biela o el nodo, y ϕ es el factor listado en el artículo 9.3.2.6, igual a 0,75 para los tirantes, las bielas, las zonas nodales y las superficies de apoyo de los modelos de bielas y tirantes.

6. Determinar la armadura en los tirantes considerando las resistencias del acero definidas en el artículo A.4.1. La armadura se debe detallar de manera que esté anclada adecuadamente en las zonas nodales.

Además de los estados límites de resistencia, representados por el modelo de bielas y tirantes, también se deben verificar los requisitos de comportamiento en servicio (serviciabilidad) de los elementos estructurales. Para verificar las flechas se puede utilizar un análisis elástico tradicional. Para verificar el control de la fisuración se pueden aplicar los requisitos del artículo 10.6.4, suponiendo que el tirante está encerrado dentro de un prisma de hormigón correspondiente al área del tirante (de acuerdo con RA.4.2).

Generalmente se pueden construir varios modelos de bielas y tirantes diferentes para un elemento estructural dado y una condición de carga determinada. Los modelos que mejor satisfacen los requisitos de comportamiento en servicio son aquellos en los cuales las bielas y tirantes siguen las trayectorias de las tensiones de compresión y tracción, respectivamente. Existen ciertas reglas para la construcción de modelos de bielas y tirantes, por ejemplo "el ángulo entre el eje de cualquier biela y el eje de cualquier tirante que concurren a un mismo nodo no se debe considerar menor que 25 grados" (A.2.5), que se han impuesto para mitigar los potenciales problemas de fisuración y para evitar incompatibilidades provocadas por el acortamiento de las bielas y el alargamiento de los tirantes que se producen prácticamente en las mismas direcciones.

A.3 RESISTENCIA DE LAS BIELAS

La resistencia nominal a la compresión de una biela sin armadura longitudinal se debe tomar como

$$F_{ns} = f_{cu} A_c \quad \text{Ec. (A-2)}$$

valor que se debe calcular en el extremo más débil del elemento comprimido. A_c es el área de la sección transversal en el extremo de la biela. En los típicos elementos bidimensionales, el ancho de la biela (w_s) se puede tomar igual al ancho del elemento. Para este cálculo la resistencia efectiva a la compresión del hormigón (f_{cu}) se debe tomar como el menor valor entre las resistencias del hormigón a ambos lados de la interfase zona nodal/biela. El artículo A.3.2 especifica el cálculo de f_{cu} para las bielas (detallado a continuación), mientras que el artículo A.5.2 especifica el cálculo en las zonas nodales (detallado en párrafos posteriores).

La resistencia efectiva a la compresión del hormigón en una biela se calcula usando una expresión similar a las expresiones básicas para resistencia:

$$f_{cu} = 0,85 \beta_s f'_c \quad \text{Ec. (A-3)}$$

El factor β_s toma en cuenta el efecto de la fisuración y la posible presencia de armadura transversal. La resistencia a la compresión del hormigón en una biela se puede calcular considerando $\beta_s = 1,0$ si la sección transversal de la biela es uniforme en toda su longitud. Esto es prácticamente equivalente al bloque rectangular de tensiones en la zona comprimida de una viga o columna. Para las bielas en forma de botella (Figura 17-7) en las cuales se coloca armadura para resistir los esfuerzos de tracción transversal (armadura que satisface los requisitos del artículo A.3.3) $\beta_s = 0,75$; si el confinamiento no es adecuado para resistir las fuerzas de tracción transversal, entonces $\beta_s = 0,6\lambda$ (siendo λ el factor de corrección especificado en el artículo 11.7.4.3 para hormigón liviano).

Para las bielas de compresión que atraviesan las fisuras de una zona traccionada, β_s se reduce a 0,4. Son ejemplos de este caso los modelos de bielas y tirantes usados para diseñar la armadura longitudinal y transversal de las alas traccionadas de las vigas, vigas cajón y tabiques. Para todos los demás casos (por ejemplo, en las almas de vigas en las cuales es probable que las bielas sean atravesadas por fisuras inclinadas) el factor β_s , de forma conservadora, se debe tomar igual a 0,6.

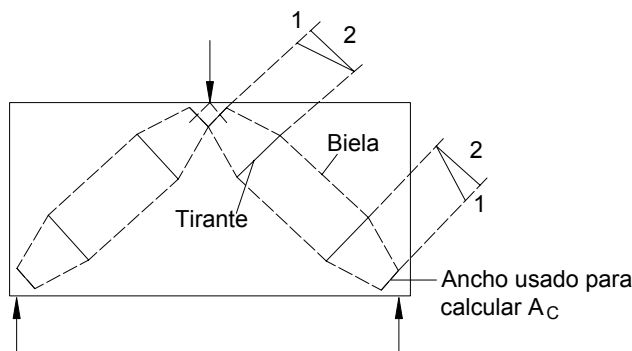


Figura 17-7 – Biela de compresión en forma de botella

El artículo A.3.3 trata aquellos casos en los cuales se provee armadura transversal que cruza las bielas en forma de botella. Se puede asumir que los esfuerzos de compresión en la biela se expanden con una pendiente de 2:1. La intención de las barras es que resistan los esfuerzos de tracción transversal provocados por la expansión lateral del esfuerzo de compresión en la biela. Estas barras se pueden colocar en una sola capa (cuando el ángulo γ entre la barra y el eje de la biela es como mínimo 40 grados), o bien en dos capas ortogonales.

Para poder utilizar $\beta_s = 0,75$ en el caso de resistencias del hormigón no mayores que 6000 psi, la cuantía de armadura que debe cruzar la biela es:

$$\sum \frac{A_{si}}{b s_i} \sin \gamma_i \geq 0,003 \quad \text{Ec. (A-4)}$$

siendo A_{si} el área total de armadura con una separación s_i en una capa de armadura con barras formando un ángulo γ_i respecto del eje de la biela (ilustrado en la Figura 17-8). Con frecuencia no es posible proveer esta cuantía de armadura debido a limitaciones de espacio. En estos casos se debe utilizar $\beta_s = 0,6\lambda$.

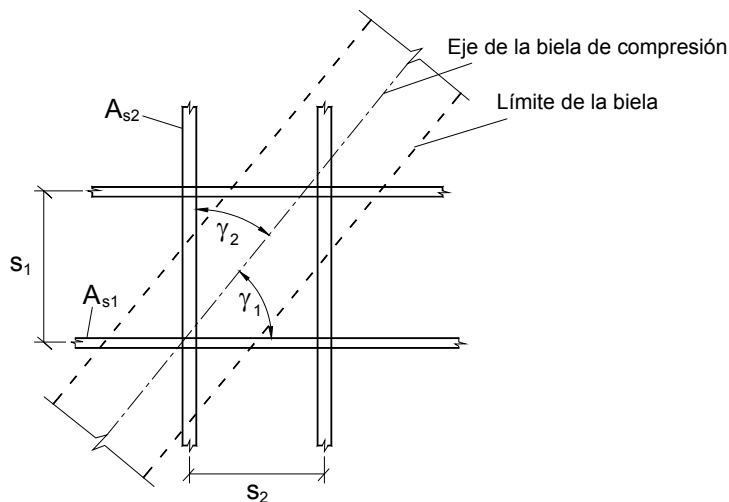


Figura 17-8 – Capas de armadura para restringir la fisuración por tracción transversal de las bielas

Si se verifica mediante ensayos y análisis, se puede aumentar la resistencia efectiva a la compresión de una biela debido a la presencia de armadura de confinamiento (por ejemplo, en las zonas de anclaje de los cables de pretensado). Este tema se discute detalladamente en las Referencias 17.5 y 17.6.

Se le puede proporcionar resistencia adicional a las bielas incluyendo armadura de compresión paralela al eje de la biela. Estas barras deben estar ancladas adecuadamente y encerradas por estribos cerrados o zunchos de acuerdo con el artículo 7.10. La resistencia a la compresión de estas bielas con armadura longitudinal se puede calcular como:

$$F_{ns} = f_{cu} A_c + A'_s f'_s \quad \text{Ec. (A-5)}$$

siendo f'_s la tensión en la armadura longitudinal de la biela correspondiente a la resistencia nominal. Este valor se puede obtener analizando las deformaciones en el momento en que el hormigón falla por aplastamiento, o bien se lo puede estimar como $f'_s = f_y$ para las barras de acero Grado 40 y Grado 60.

A.4 RESISTENCIA DE LOS TIRANTES

La resistencia nominal de un tirante se calcula como la sumatoria de la tensión de fluencia de la armadura convencional más el esfuerzo en el acero de pretensado:

$$F_{nt} = A_{st} f_y + A_{ps} (f_{se} + \Delta f_p) \quad \text{Ec. (A-6)}$$

Observar que A_{ps} es igual a cero si el tirante no es pretensado, y que la tensión de pretensado real ($f_{se} + \Delta f_p$) no debe ser mayor que la tensión de fluencia f_{py} del acero de pretensado. Además, si no se lo calcula, el código permite estimar el aumento de la tensión en el acero de pretensado debido a las cargas mayoradas, Δf_p , como 60.000 psi para armadura pretensada adherente, o como 10.000 psi para armadura pretensada no adherente.

Debido a que la intención de la presencia de los tirantes es contar con elementos de tracción en el reticulado, el eje baricéntrico de la armadura debe coincidir con el eje del tirante supuesto en el modelo. Dependiendo de la distribución de la armadura en el tirante, el ancho efectivo del tirante (w_t) puede variar entre los siguientes límites:

- Si en el tirante se dispone solamente una capa de armadura, el ancho mínimo w_t se puede tomar como el diámetro de las barras en el tirante más dos veces el recubrimiento de hormigón hasta la superficie de los tirantes. Si el ancho del tirante es mayor que este valor, la armadura se debe distribuir uniformemente en todo el ancho.
- El límite superior se establece como el ancho correspondiente al ancho de una zona nodal hidrostática, el cual se calcula como

$$w_{t,max} = F_{nt} / f_{cu}$$

siendo f_{cu} la resistencia efectiva a la compresión aplicable de la zona nodal, discutida a continuación.

Los nodos deben ser capaces de desarrollar la diferencia entre los esfuerzos de los elementos del reticulado que concurren a ellos. Por lo tanto, además de proveer una cantidad adecuada de armadura en los tirantes, se debe prestar especial atención al anclaje. El anclaje se puede lograr usando dispositivos mecánicos, dispositivos de anclaje de postesado o ganchos normales, o bien mediante una longitud embebida de las barras rectas. La armadura en un tirante se debe anclar antes que abandone la zona nodal extendida, es decir, en el punto definido por la intersección del baricentro de las barras del tirante y las prolongaciones de los contornos ya sea del tirante o de la superficie de apoyo, como se ilustra en la Figura 17-9. Para aquellos reticulados en los cuales a un nodo concurre más de un tirante, cada uno de los esfuerzos de los tirantes se deben desarrollar en el punto en el cual el baricentro de la armadura del tirante abandona la zona nodal extendida. (Observar que la armadura transversal requerida por el artículo A3.3 se debe anclar de acuerdo con los requisitos del artículo 12.13).

En muchos casos la configuración estructural no admite la longitud de desarrollo recta que se requeriría para un tirante. En estos casos el anclaje se debe proveer mediante dispositivos mecánicos, ganchos, o empalmado con varias capas de barras de menor tamaño. Para que estas opciones se puedan materializar, el elemento estructural debe tener mayor ancho y/o armadura de confinamiento adicional (por ejemplo, para evitar la fisuración a lo largo de la parte externa de los ganchos).

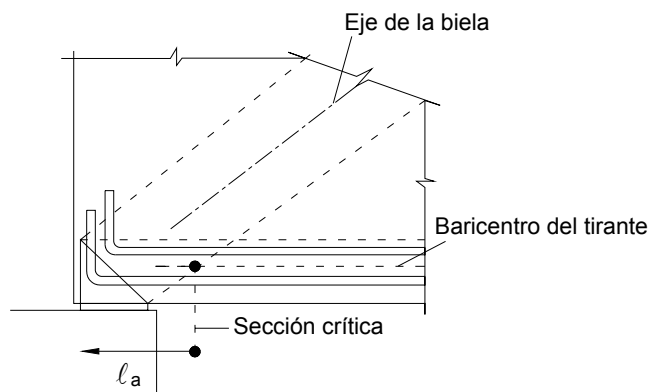


Figura 17-9 – Anclaje de la armadura de los tirantes

A.5 RESISTENCIA DE LAS ZONAS NODALES

La resistencia nominal a la compresión en la cara de una zona nodal o en cualquier sección que atraviesa una zona nodal debe ser:

$$F_{nn} = f_{cu} A_n \quad \text{Ec. (A-7)}$$

donde A_n se toma como el área de la cara de la zona nodal sobre la cual actúa F_u , si la cara es perpendicular a la recta de acción de F_u . Si la zona nodal se ha delimitado aplicando un criterio diferente, es posible que la interfase entre el nodo y la biela no sea perpendicular al eje de la biela, y por lo tanto las tensiones axiales en la biela solicitada exclusivamente a compresión generarán sobre la interfase tanto tensiones de corte como tensiones normales. En estos casos, el parámetro A_n será el área de una sección que atraviesa la zona nodal y que es perpendicular al eje de la biela.

El modelo de bielas y tirantes también se puede aplicar a situaciones tridimensionales. Para mantener la sencillez de los cálculos, el artículo A.5.3 permite que el área de las caras nodales sea menor que la descrita anteriormente, y establece que la geometría de cada cara de las zonas nodales debe ser similar a la proyección de los extremos de las bielas sobre las correspondientes caras de las zonas nodales.

La resistencia efectiva a la compresión del hormigón en una zona nodal (f_{cu}) se calcula como:

$$f_{cu} = 0,85 \beta_n f'_c \quad \text{Ec. (A-8)}$$

y no debe ser mayor que la resistencia efectiva a la compresión del hormigón en la cara de una zona nodal provocada por los esfuerzos del modelo de bielas y tirantes, a menos que se disponga armadura de confinamiento dentro de la zona nodal y que su efecto sea confirmado mediante ensayos y análisis. El signo de los esfuerzos que actúan sobre el nodo afecta la capacidad en las zonas nodales, como lo refleja el valor β_n . La presencia de tensiones de tracción debidas a los tirantes disminuyen la resistencia a la compresión del hormigón de la zona nodal.

$\beta_n = 1,0$ en zonas nodales limitadas por bielas o superficies de apoyo (nodos C-C-C)

$\beta_n = 0,8$ en zonas nodales que anclan un tirante (nodos C-C-T)

$\beta_n = 0,6$ en zonas nodales que anclan dos o más tirantes (nodos C-T-T o nodos T-T-T)

REFERENCIAS

1. Schlaich, J., Schafer, K. y Jennewein, M., 1987, "Toward a Consistent Design of Structural Concrete," PCI journal, V. 32, No. 3, Mayo-Junio, pp. 74-150.
2. Marti, P., 1985, "Truss Models in Detailing," Concrete International, ACI, Dic., pp. 66-73.
3. Collins, M.P. y Mitchell, D., 1991, Prestressed Concrete Structures, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, NJ, pp. 766.
4. MacGregor, J.G., 1997, Reinforced Concrete Mechanics and Design, 3° Ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, pp. 939.
5. FIP Commission 3, 1999, FIP Recommendations 1996 Practical Design of Structural Concrete, FIP Congress, Amsterdam, 1996, Federation Internationale de la Precontraint Lausanne.
6. Bergmeister, K., Breen J.E. y Jirsa J.O., 1991, "Dimensioning of the Nodes and Development of Reinforcement," IABSE Colloquium Stuttgart 1991, International Association for Bridge and Structural Engineering, Zurich, pp. 551-556.

Ejemplo 17.1 – Diseño de un elemento de gran altura solicitado a flexión mediante el Modelo de Bielas y Tirantes

Determinar la armadura requerida para la viga de transferencia simplemente apoyada ilustrada en la Figura 17-10. La única columna ubicada a la mitad de la luz solicita a la viga con una carga permanente de 180 kips y una sobrecarga de 250 kips.

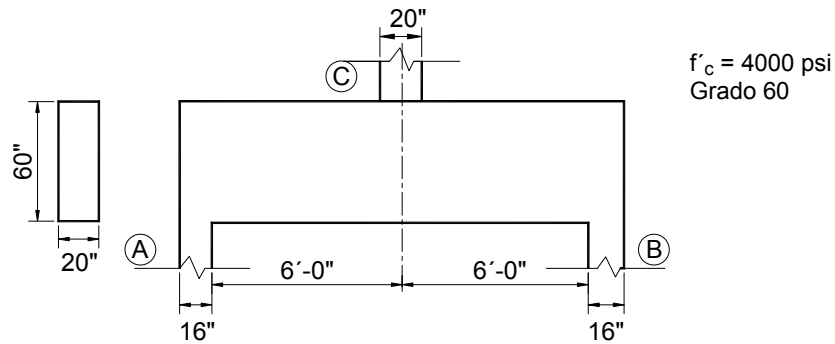


Figura 17-10 – Viga de borde

Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Calcular la carga mayorada y las reacciones.

De manera conservadora, la carga permanente de la viga de transferencia se asigna a la carga en la columna en el centro de la luz. La carga permanente en la viga es:

$$5(20/12)[6 + 6(32/12)]0,15 = 18,5 \text{ kips}$$

$$P_u = 1,2D + 1,6L = 1,2 \times (18,5 + 180) + 1,6 \times 250 = 640 \text{ kips}$$

Ec. (9-2)

$$R_A = R_B = 320 \text{ kips}$$

2. Determinar si la viga satisface la definición correspondiente a "viga de gran altura."

10.7.1

11.8.1

Altura total de la viga $h = 5 \text{ ft}$

Luz libre $\ell_n = 12 \text{ ft}$

$$\frac{\ell_n}{h} = \frac{12}{5} = 2,4 < 4$$

El elemento es una "viga de gran altura" y se diseñará usando el Apéndice A.

3. Verificar la máxima capacidad de corte de la sección transversal.

$$V_u = 320 \text{ kips}$$

$$\phi V_n = \phi (10 \sqrt{f'_c} b_w d)$$

11.8.3

$$= 0,75(10\sqrt{4000} \times 20 \times 54)/1000 = 512 \text{ kips} > V_u \quad \text{VERIFICA}$$

4. Establecer un modelo de reticulado.

Asumir que los nodos coinciden con los ejes de las columnas (apoyos), y que están ubicados a 5 in. del borde superior o inferior de la viga como se ilustra en la Figura 17-11. El modelo de bielas y tirantes consiste en dos bielas (A-C y B-C), un tirante (A-B) y tres nodos (A, B y C). Además, las columnas en A y B actúan como bielas representando reacciones. La biela vertical en la parte superior del Nodo C representa la carga aplicada.

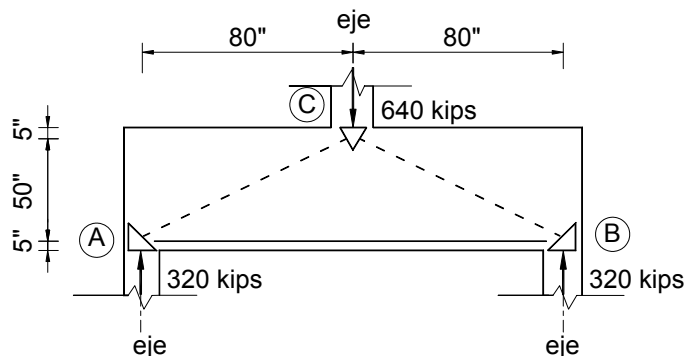


Figura 17-11 – Reticulado preliminar

$$\text{Longitud de las bielas diagonales} = \sqrt{50^2 + 80^2} = 94,3 \text{ in.}$$

$$\text{Esfuerzo en las bielas diagonales} = 320 \frac{94,3}{50} = 603 \text{ kips}$$

$$\text{Esfuerzo en el tirante horizontal} = 320 \frac{80}{50} = 512 \text{ kips}$$

Verificar el ángulo entre los ejes de las bielas y el tirante que concurren al Nodo A.

$$\text{Ángulo entre las bielas diagonales y el tirante horizontal} = \tan^{-1}(50/80) = 32^\circ > 25^\circ \quad \text{VERIFICA} \quad \text{A.2.5}$$

5. Calcular la resistencia efectiva del hormigón (f_{cu}) para las bielas, suponiendo que se dispone armadura de acuerdo con el artículo A.3.3 para resistir las fuerzas de tracción transversales (hendidamiento). Ver Paso 9.

Para las "bielas en forma de botella" A-C y B-C,

$$f_{cu} = 0,85 \beta_s f'_c = 0,85 \times 0,75 \times 4000 = 2550 \text{ psi} \quad \text{Ec. (A-3)}$$

siendo $\beta_s = 0,75$ [de acuerdo con el artículo A.3.2.2(a)]

Observar que esta resistencia efectiva a la compresión no puede ser mayor que la resistencia de los nodos en ambos extremos de la biela. Ver A.3.1.

La sección transversal de las bielas verticales A, B y C es uniforme en toda su longitud.

$$\beta_s = 1,0 \quad \text{A.3.2.1}$$

$$f_{cu} = 0,85 \times 1,0 \times 4000 = 3400 \text{ psi}$$

6. Calcular la resistencia efectiva del hormigón (f_{cu}) para las Zonas Nodales A, B y C.

La Zona Nodal C está limitada por tres bielas, de modo que se trata de una zona nodal C-C-C con $\beta_n = 1,0$

A.5.2.1

$$f_{cu} = 0,85 \times \beta_n \times f'_c = 0,85 \times 1,0 \times 4000 = 3400 \text{ psi}$$

Ec. (A-8)

Las Zonas Nodales A y C están limitadas por dos bielas y un tirante. Para los nodos C-C-T:

$$\beta_n = 0,80$$

$$f_{cu} = 0,85 \times \beta_n \times f'_c = 0,85 \times 0,80 \times 4000 = 2720 \text{ psi}$$

7. Verificar la resistencia en el Nodo C.

Asumir que en el Nodo C se forma una zona nodal hidrostática. Esto significa que las caras de la zona nodal son perpendiculares a los ejes de las respectivas bielas, y que las tensiones en todas las caras son idénticas.

Para satisfacer el criterio de resistencia para las tres bielas y el nodo, la mínima dimensión de la cara nodal se determina en base al menor valor de resistencia, $f_{cu} = 2550 \text{ psi}$. El mismo valor de resistencia también se usará para los Nodos A y B.

La verificación de la resistencia para todos los elementos del modelo de bielas y tirantes se basa en la relación

$$\phi F_n \geq F_u$$

Ec. (A-1)

siendo $\phi = 0,75$ para bielas, tirantes y nodos.

9.3.2.6

La longitud de la cara horizontal de la Zona Nodal C se calcula como

$$\frac{640.000}{0,75 \times 2550 \times 20} = 16,7 \text{ in. (valor menor que el ancho de la columna, igual a 20 in.)}$$

Las longitudes de las demás caras, perpendiculares a las bielas diagonales, se pueden obtener aplicando proporcionalidad:

$$16,7 \frac{603}{640} = 15,7 \text{ in.}$$

8. Verificar la geometría del reticulado.

En el Nodo C

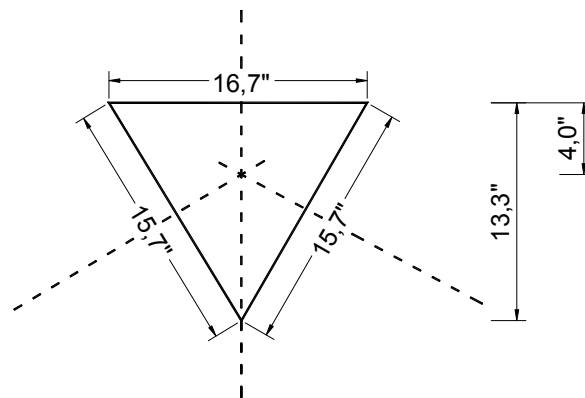


Figura 17-12 – Geometría del Nodo C

El centro de la zona nodal está ubicado a 4,0 in. a partir de la parte superior de la viga, lo cual coincide razonablemente con el valor de 5 in. supuesto.

En el Nudo A

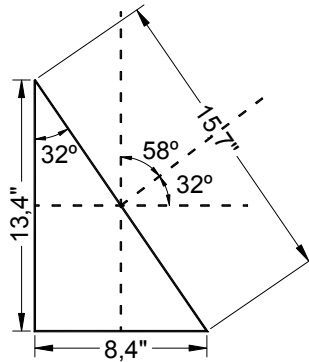


Figura 17-13 – Geometría del Nudo A

El tirante horizontal debería ejercer una fuerza en este nudo para crear una tensión de 2550 psi. Por lo tanto, el tamaño de la cara vertical de la zona nodal es

$$\frac{512.000}{0,75 \times 2550 \times 20} = 13,4 \text{ in.}$$

El centro del tirante está ubicado a $13,4/2 = 6,7$ in, a partir de la parte inferior de la viga. Este valor se aproxima razonablemente al valor de 5 in. supuesto originalmente, de manera que no es necesario realizar otra iteración.

Ancho del nudo en el Apoyo A.

$$\frac{320.000}{0,75 \times 2550 \times 20} = 8,4 \text{ in.}$$

9. Disponer armadura vertical y horizontal para resistir el hendimiento de las bielas diagonales.

El ángulo entre los tirantes verticales y las bielas es $90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$ ($\sin 58^\circ = 0,85$).

Intentar con dos barras No. 4 solapadas separadas 12 in. entre centros (para acomodar la armadura longitudinal del tirante diseñada en el Paso 10 siguiente).

$$\frac{A_{si}}{bs} \sin \gamma_i = \frac{4 \times 0,20}{20 \times 12} \times 0,85 = 0,00283 \quad \text{Ec. (A-4)}$$

y barras horizontales No. 5 separadas 12 in. entre centros ($\sin 32^\circ = 0,53$).

$$\frac{2 \times 0,31}{20 \times 12} \times 0,53 = 0,00137$$

$$\sum \frac{A_{si}}{bs} \sin \gamma_i = 0,00283 + 0,00137 = 0,0042 > 0,003 \quad \text{VERIFICA}$$

10. Proveer armadura horizontal para el tirante.

$$A_{s,req} = \frac{F_u}{\phi f_y} = \frac{512}{0,75 \times 60} = 11,4 \text{ in.}^2$$

Seleccionar 16 barras No. 8 $A_s = 12,64 \text{ in.}^2$

Estas barras se deben anclar adecuadamente. El anclaje se ha de medir a partir del punto donde el tirante abandona la zona nodal extendida, como se ilustra en la Figura 17-14.

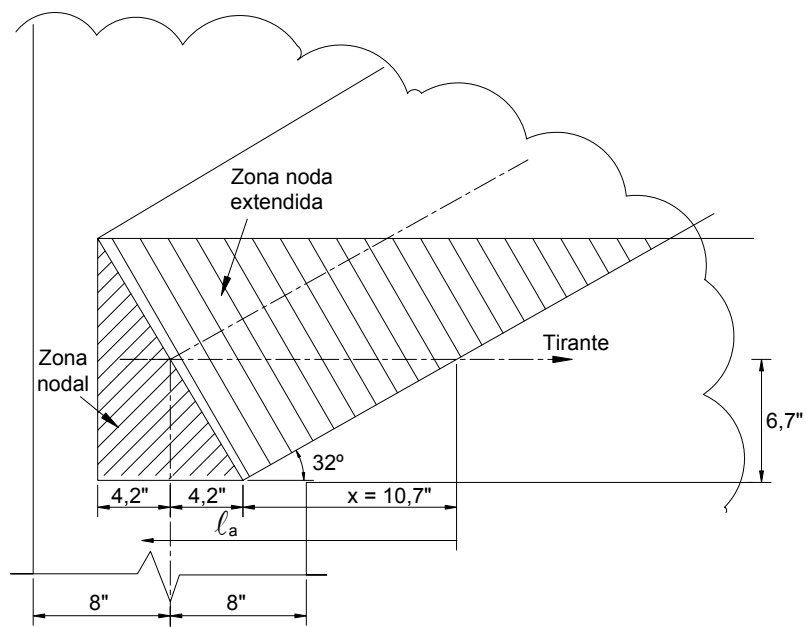


Figura 17-14 – Desarrollo de la armadura del tirante dentro de la zona nodal extendida

Distancia $x = 6,7 / \tan 32 = 10,7 \text{ in.}$

Espacio disponible para embeber barras rectas

$10,7 + 4,2 + 8 - 2,0 \text{ (recubrimiento)} = 20,9 \text{ in.}$

Esta longitud no es adecuada para desarrollar una barra No. 8 recta.

Longitud de desarrollo para una barra No. 8 con un gancho normal a 90 grados

$$\ell_{dh} = \left(0,02\beta\lambda f_y / \sqrt{f'_c} \right) d_b$$

12.5.2

$$= \left(0,02(1,0)(1,0)60.000 / \sqrt{40000} \right) 1,0$$

$$= 19,0 < 20,9 \text{ in.} \quad \text{VERIFICA}$$

Nota: Los ganchos a 90° deben estar encerrados dentro de la prolongación de la armadura de la columna en la viga de transferencia (Figura 17-15). Si se provee un recubrimiento adecuado y confinamiento transversal, la longitud de desarrollo del gancho normal se podría reducir aplicando los factores de modificación indicados en el artículo 12.5.3.

Es posible obtener esquemas con menor grado de congestión de las armaduras, ya sea soldando el acero de las armaduras a placas de apoyo o bien usando acero de pretensado.

Comentarios:

La discrepancia en la ubicación vertical de los nodos provoca una diferencia despreciable en los esfuerzos en el reticulado (aproximadamente 1,5 por ciento). Por lo tanto, no es necesario realizar otra iteración.

Para este problema se podrían haber seleccionado varios modelos de bielas y tirantes alternativos. En la Figura 17-16 se ilustra un reticulado alternativo.

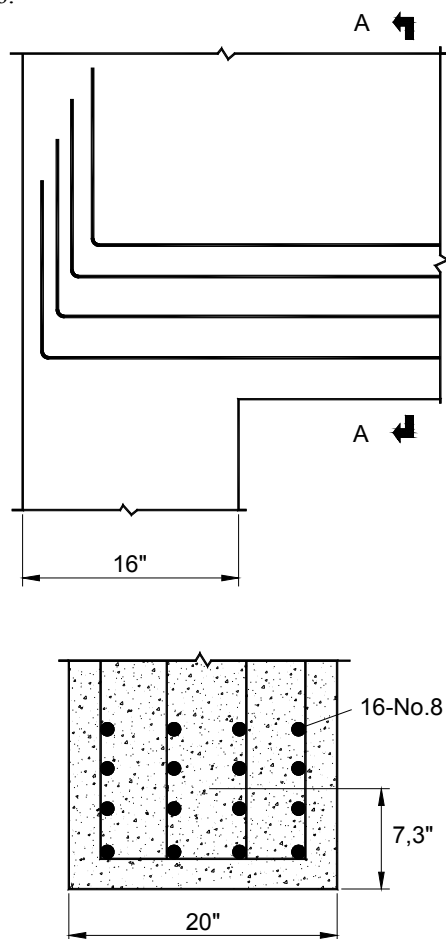


Figura 17-15 – Detalle de la armadura del tirante

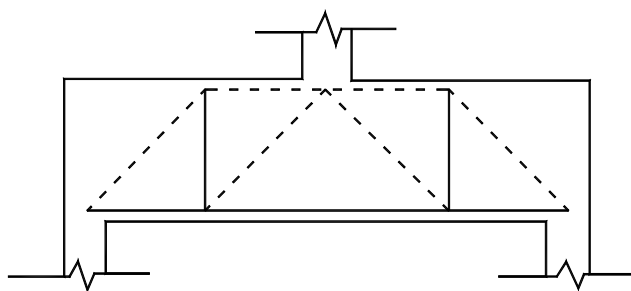


Figura 17-16 – Modelo de bielas y tirantes alternativo

Ejemplo 17.2 – Diseño de una ménsula en una columna

Diseñar la ménsula de la columna de hormigón armado de 16 in. \times 16 in. para un esfuerzo vertical $V_u = 60$ kips y un esfuerzo horizontal $N_u = 12$ kips. Asumir $f'_c = 5000$ psi, y armaduras de acero Grado 60.

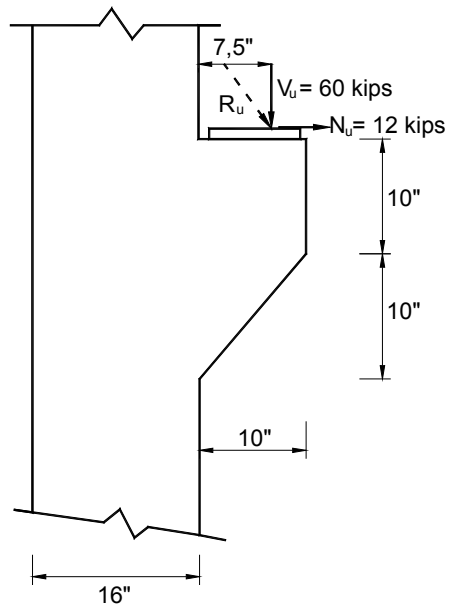


Figura 17-17 – Diseño de una ménsula

Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Establecer la geometría de un reticulado tentativo y calcular la demanda de fuerza en los elementos.

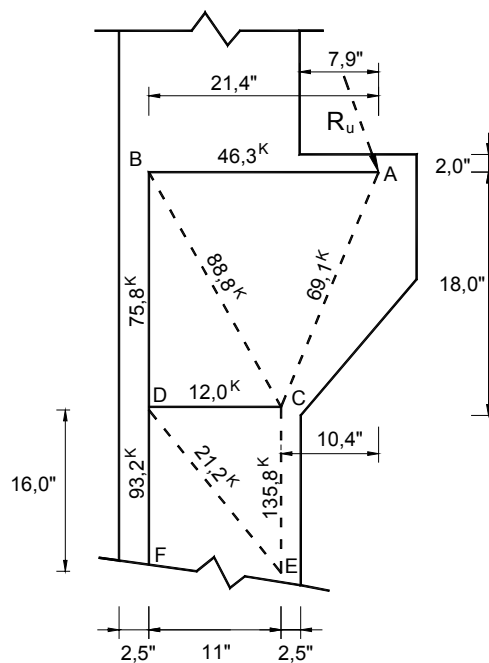


Figura 17-18 – Disposición del reticulado

2. Proveer armadura para los tirantes.

$$\text{Usar } \phi = 0,75$$

9.3.2.6

La resistencia nominal de los tirantes se debe tomar como:

$$F_{nt} = A_{st} f_y + A_{ps} (f_{se} + \Delta f_p) \quad \text{Ec. (A-6)}$$

donde el último término se puede ignorar si la armadura no es pretensada.

Tirante AB $F_u = 46,3 \text{ kips}$

$$A_{st} = \frac{F_u}{\phi f_y} = \frac{46,3}{0,75 \times 60} = 1,03 \text{ in.}^2 \quad \text{Proveer 4 barras No. 5} \quad A_{st} = 1,24 \text{ in.}^2$$

Tirante CD $F_u = 12,0 \text{ kips}$

$$A_{st} = \frac{12,0}{0,75 \times 60} = 0,27 \text{ in.}^2 \quad \text{Proveer barra No.4} \quad A_{st} = 0,40 \text{ in.}^2$$

Tirantes BC y DF $F_u = 46,3 \text{ kips}$

$$A_{st} = \frac{93,2}{0,75 \times 60} = 2,07 \text{ in.}^2 \quad \text{Proveer acero adicional además de la armadura vertical de las columnas}$$

Esta armadura se puede añadir en forma de una barra longitudinal, o en forma de una barra doblada en el Nudo A, que también se puede usar como Tirante AB.

3. Calcular los anchos de las bielas.

Se asume que se colocará armadura de acuerdo con A.3.3, de manera que se puede usar $\beta_s = 0,75$.

$$f_{cu} = 0,85 \beta_s f'_c = 0,85 \times 0,75 \times 5000 = 3187 \text{ psi} \quad \text{Ec. (A-3)}$$

$$\phi f_{cu} = 0,75 \times 3187 = 2390 \text{ psi}$$

Calcular el ancho requerido de las bielas.

Biela AC

$$w = \frac{69.100}{16 \times 2390} = 1,81 \text{ in.}$$

Biela BC

$$w = \frac{88.800}{16 \times 2390} = 2,32 \text{ in.}$$

Biela CE

$$w = \frac{135.800}{16 \times 2390} = 3,55 \text{ in.}$$

Biela DE

$$w = \frac{21,2}{16 \times 2390} = 0,55 \text{ in.}$$

El ancho de las bielas cabrá dentro de la columna de hormigón.

Proveer armadura de confinamiento para las bielas de acuerdo con el artículo A.3.3, en forma de estribos horizontales. El ángulo que forman las bielas diagonales respecto de los estribos cerrados horizontales es 58° . Disponer estribos cerrados No. 4 separados 4.5 in. entre centros.

$$\frac{A_s}{bs} \sin \gamma = \frac{2 \times 0,20}{24 \times 4,5} \sin 58^\circ = 0,0031$$

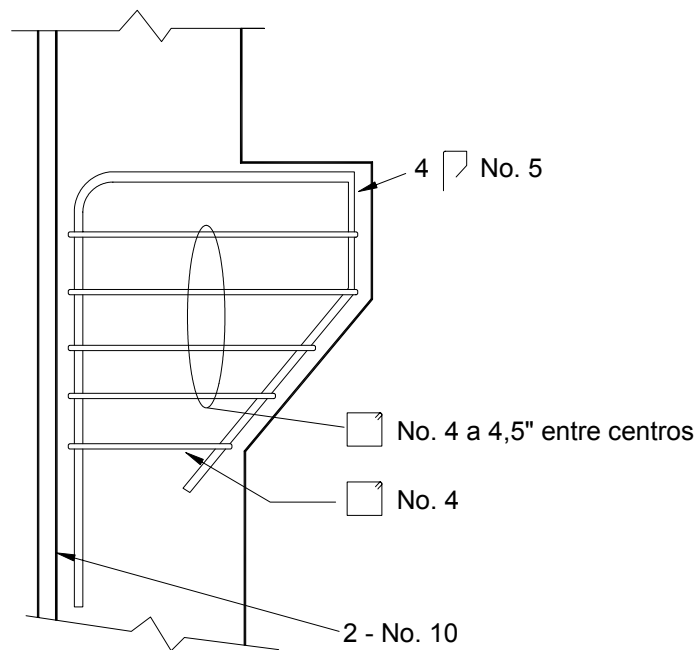


Figura 17-19 – Detalles de armado