

16

Corte en losas

ACTUALIZACIÓN PARA EL CÓDIGO 2002

La actualización consiste fundamentalmente en la revisión de los requisitos para la armadura de corte y los conectores de corte en losas. Específicamente, los requisitos que fueron revisados o agregados son los siguientes:

- Se revisó el artículo 11.12.3, el cual ahora incluye el espesor mínimo de losa requerido con armadura de corte.
- Se revisó el artículo 11.12.3.1, en el cual ahora se define el área de armadura de corte calculada.
- Se agregó un nuevo artículo 11.12.3.3 para incluir detalles sobre la colocación de la armadura de corte.
- Se agregó un nuevo artículo 11.12.3.4 para especificar el anclaje de la armadura de corte.
- Se revisó el artículo 11.12.6.2, el cual ahora especifica la terminación de la armadura de corte en las uniones losa-columna diseñadas para corte directo y transferencia de momento.

11.12 REQUISITOS ESPECIALES PARA LOSAS Y ZAPATAS

Para el diseño al corte de losas y zapatas se deben satisfacer los requisitos de la sección 11.12. Esta sección incluye requisitos sobre secciones de corte crítico, resistencia nominal al corte del hormigón y armadura de corte.

11.12.1 Sección crítica para el corte

En las losas y zapatas, la resistencia en la cercanía de las columnas, cargas concentradas o reacciones es gobernada por la más severa de las dos condiciones siguientes:

- Comportamiento como viga ancha, o corte en una sola dirección, de acuerdo con los requisitos de los artículos 11.1 a 11.5.
- Comportamiento en dos direcciones, de acuerdo con los requisitos de los artículos 11.12.2 a 11.12.6.

El análisis para comportamiento como viga ancha considera que la losa actúa como una viga ancha entre las columnas. La sección crítica se extiende en un plano a través del ancho total de la losa, y se toma a una distancia d medida a partir de la cara del apoyo (11.12.1.1); ver la Figura 16-1. En este caso se deben satisfacer los requisitos de los artículos 11.1 a 11.5. A excepción de las losas largas y angostas, este tipo de corte rara vez es un factor crítico en el diseño, ya que el esfuerzo de corte generalmente está muy por debajo de la capacidad de corte del hormigón. Sin embargo, es necesario verificar que no se exceda la resistencia al corte.

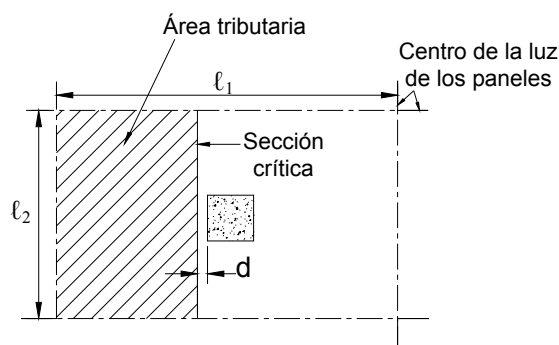


Figura 16-1 – Área tributaria y sección crítica para corte en una dirección

El corte en dos direcciones, también llamado punzonado, es en general el corte más crítico en los sistemas de losas que apoyan directamente sobre columnas. Dependiendo de la ubicación de las columnas, cargas concentradas o reacciones, la falla se puede producir a lo largo de dos, tres o cuatro lados de un cono o pirámide truncada. El perímetro de la sección crítica b_o está ubicado de manera tal que representa un mínimo, pero no es necesario que esté a una distancia menor que $d/2$ de los bordes o esquinas de las columnas, cargas concentradas o reacciones, o de las secciones donde varía la altura de la losa tales como los bordes de capiteles o ábacos (11.12.1.2); ver la Figura 16-2. En este caso se deben satisfacer los requisitos de los artículos 11.12.2 a 11.12.6. Es importante observar que para definir la sección crítica para columnas, cargas concentradas o superficies de reacción cuadradas o rectangulares, está permitido usar un perímetro rectangular b_o (11.12.1.3).

11.12.2 Resistencia al corte requerida para comportamiento en dos direcciones

En general, el esfuerzo de corte mayorado, V_u , en la sección crítica para el corte debe ser menor o igual que la resistencia al corte ϕV_n :

$$\phi V_n \geq V_u \quad \text{Ec. (11-1)}$$

siendo la resistencia nominal al corte, V_n :

$$V_n = V_c + V_s \quad \text{Ec. (11-2)}$$

y

V_c = resistencia nominal al corte proporcionada por el hormigón, calculada de acuerdo con el artículo 11.12.2.1 si no se utiliza armadura de corte, o de acuerdo con el artículo 11.12.3.1 si se utiliza armadura de corte.

V_s = resistencia nominal al corte proporcionada por la armadura, si se requiere, calculada de acuerdo con el artículo 11.12.3 si se utilizan barras, alambres o estribos, o de acuerdo con el artículo 11.12.4 si se utilizan conectores de corte. Cuando además de corte directo hay transferencia de momento entre la losa y la columna, se debe aplicar el artículo 11.12.6.

11.12.2.1 Resistencia nominal al corte proporcionada por el hormigón, V_c , para losas sin armadura de corte

La tensión de corte proporcionada en una sección por el hormigón, v_c , depende de la tensión de compresión del hormigón, f'_c , y en el caso de las columnas cuadradas se limita a un valor de $4\sqrt{f'_c}$. La resistencia nominal al corte proporcionada por el hormigón, V_c , se obtiene multiplicando v_c por el área de la sección de hormigón que resiste transferencia de corte, la cual es igual al perímetro de la sección crítica para corte, b_o , multiplicada por la altura efectiva de la losa, d :

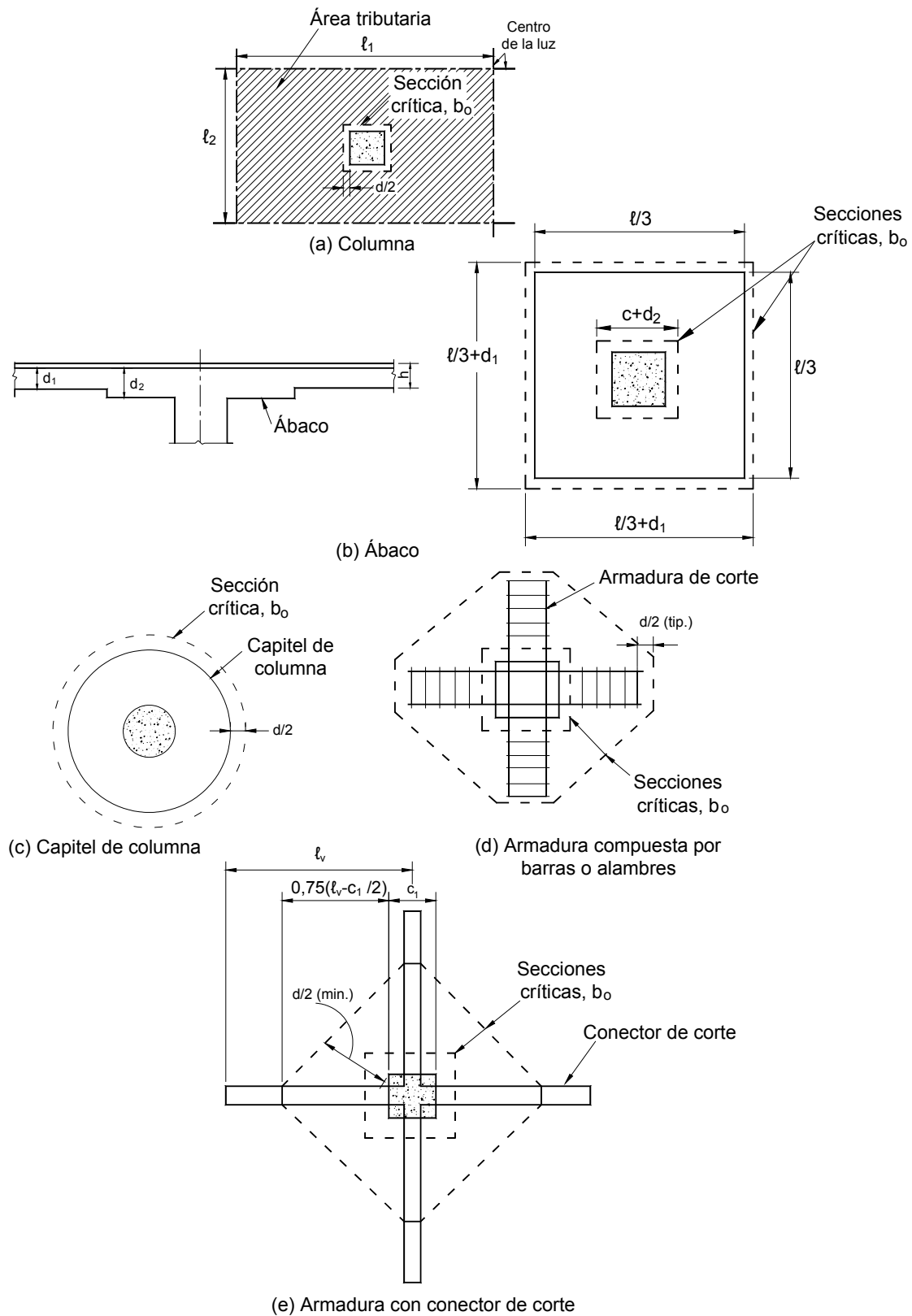


Figura 16-2 – Áreas tributarias y secciones críticas para corte en dos direcciones

$$V_c = 4\sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-35)}$$

Ensayos realizados indican que el valor $4\sqrt{f'_c}$ es no conservador cuando la relación entre el lado mayor y el lado menor de una columna o superficie cargada rectangular, β_c , es mayor que 2,0. En estos casos, la tensión de corte en la sección crítica varía como se ilustra en la Figura 16-3. La Ecuación (11-33) toma en cuenta el efecto de β_c sobre la resistencia al corte del hormigón:

$$V_c = \left(2 + \frac{4}{\beta_c}\right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-33)}$$

En la Figura 16-3 se puede observar que para $\beta_c \leq 2,0$ (es decir, columnas o superficies cargadas cuadradas o prácticamente cuadradas) el comportamiento en dos direcciones es determinante, y que la máxima tensión de corte en el hormigón es $v_c = 4\sqrt{f'_c}$. Para valores de β_c mayores que 2,0 la tensión en el hormigón disminuye linealmente hasta un mínimo de $2\sqrt{f'_c}$, lo cual equivale a la tensión de corte correspondiente a comportamiento en una dirección.

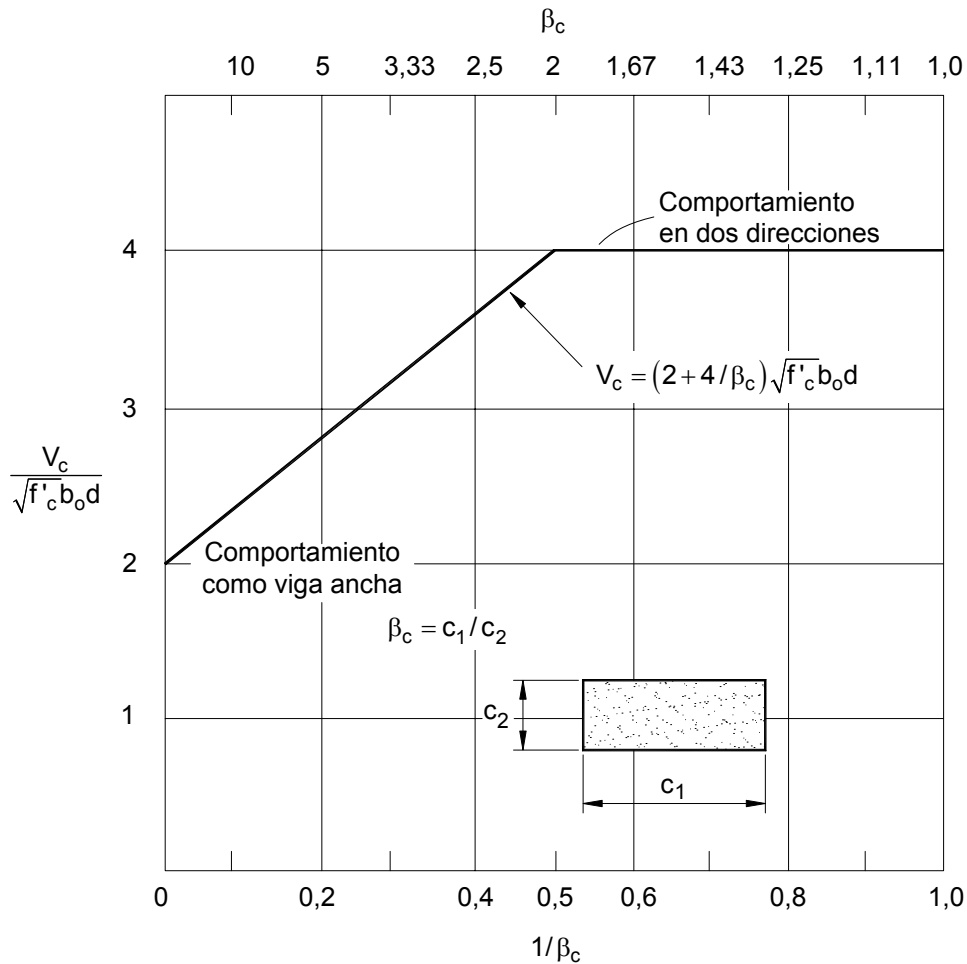


Figura 16-3 – Efecto de β_c sobre la resistencia al corte del hormigón

Otros ensayos indican que el valor de v_c disminuye a medida que aumenta la relación b_o/d . La Ecuación (11-34) toma en cuenta el efecto de b_o/d sobre la resistencia al corte del hormigón:

$$V_c = \left(\frac{\alpha_s d}{b_o} + 2 \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-34)}$$

La Figura 16-4 ilustra el efecto de b_o/d para columnas interiores, de borde y de esquina, siendo α_s igual a 40, 30 y 20, respectivamente. Para una columna interior en la cual se verifica $b_o/d \leq 2,0$ la máxima tensión de corte admisible es $4\sqrt{f'_c}$; ver la Figura 16-4. Cuando $b_o/d > 2,0$ la tensión de corte disminuye linealmente hasta llegar a $2\sqrt{f'_c}$ para b_o/d igual a infinito.

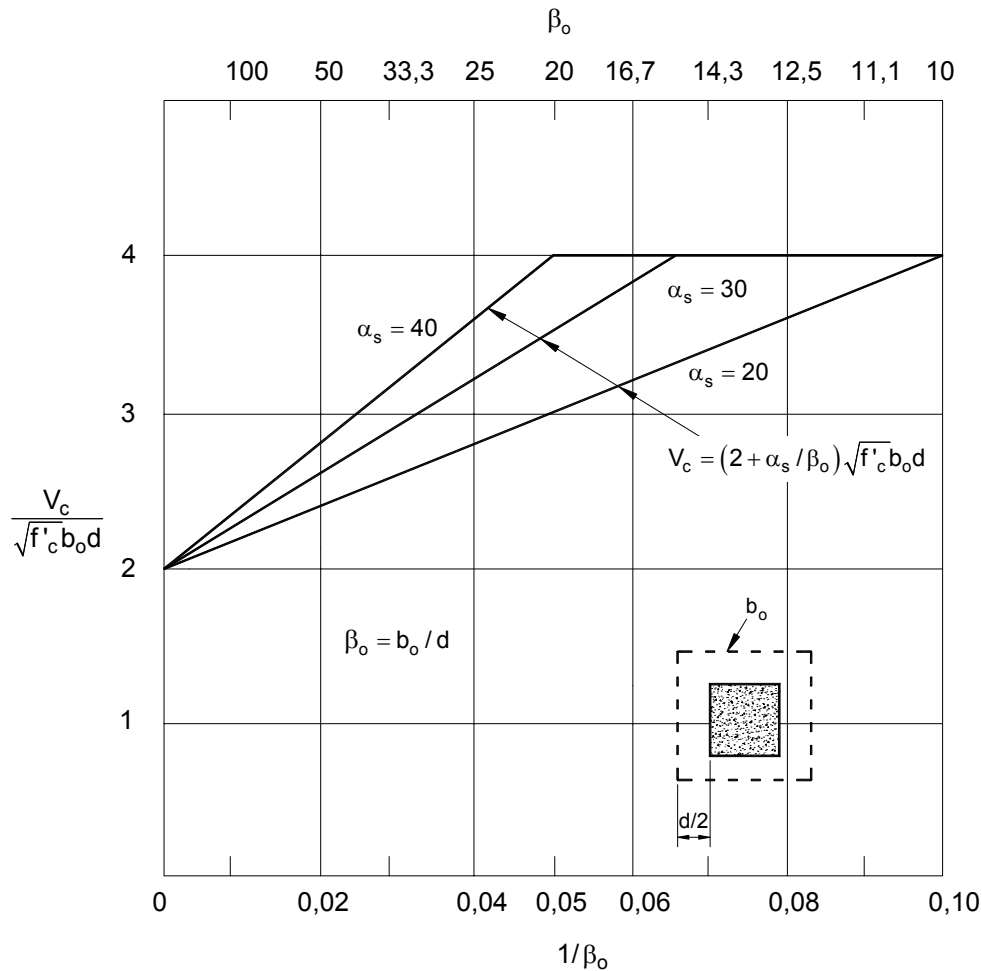


Figura 16-4 – Efecto de b_o/d sobre la resistencia al corte del hormigón

Observar que la referencia a columnas interiores, de borde y de esquina no se refiere a la ubicación de las columnas en la planta de una construcción, sino que se refiere al número de lados de la sección crítica disponibles para resistir la tensión de corte. Por ejemplo, una columna que está ubicada en el interior de un edificio pero que tiene uno de sus lados en el borde de una abertura se debe evaluar como una columna de borde.

La resistencia nominal al corte para comportamiento en dos direcciones de las losas sin armadura de corte es el menor de los valores dados por las Ecuaciones (11-33), (11-34) y (11-35) (11.12.2.1). Observar que si se utiliza hormigón liviano se deben aplicar los requisitos de 11.2.

11.12.3 Resistencia al corte proporcionada por barras, alambres o estribos de una o múltiples ramas

Está permitido usar barras, alambres o estribos de una o múltiples ramas como armadura de corte en las losas, siempre que la altura efectiva de la losa sea mayor o igual que 6 in., pero no menor que 16 veces el diámetro de las barras usadas como armadura de corte (11.12.3). La armadura de corte sugerida consiste en estribos de una rama, estribos de múltiples ramas o estribos cerrados anclados de forma adecuada, vinculados a la armadura longitudinal tanto en la parte superior como en la parte inferior de la losa (11.12.3.4); ver las Figuras R11.12.3(a), (b) y (c).

Cuando se utiliza armadura de corte, la resistencia nominal al corte proporcionada por el hormigón, V_c , no se debe tomar mayor que $2\sqrt{f'_c} b_o d$ (11.12.3.1), y la resistencia nominal al corte, V_n , está limitada a $6\sqrt{f'_c} b_o d$ (11.12.3.2). Por lo tanto, V_s no debe ser mayor que $4\sqrt{f'_c} b_o d$.

El área de armadura de corte, A_v , se calcula usando la Ecuación (11-15), y es igual al área de la sección transversal de todas las ramas de armadura en una línea periférica que es geoméricamente similar al perímetro de la sección de la columna (11.12.3.1):

$$A_v = \frac{V_s s}{f_y d} \quad \text{Ec. (11-15)}$$

Los límites de separación del artículo 11.12.3.3 corresponden a detalles de armado que han demostrado ser efectivos. Estos límites son los siguientes (ver Figura 16-5):

1. La primera línea de estribos alrededor de la columna se debe colocar a una distancia no mayor que $d/2$ medida a partir de la cara de la columna.
2. La separación entre ramas adyacentes en la primera línea de armadura de corte no debe ser mayor que $2d$.
3. La separación entre líneas sucesivas de armadura de corte alrededor de la columna no debe ser mayor que $d/2$.
4. La armadura de corte se puede terminar cuando $V_u \leq \phi 2\sqrt{f'_c} b_o d$ (11.12.3.1).

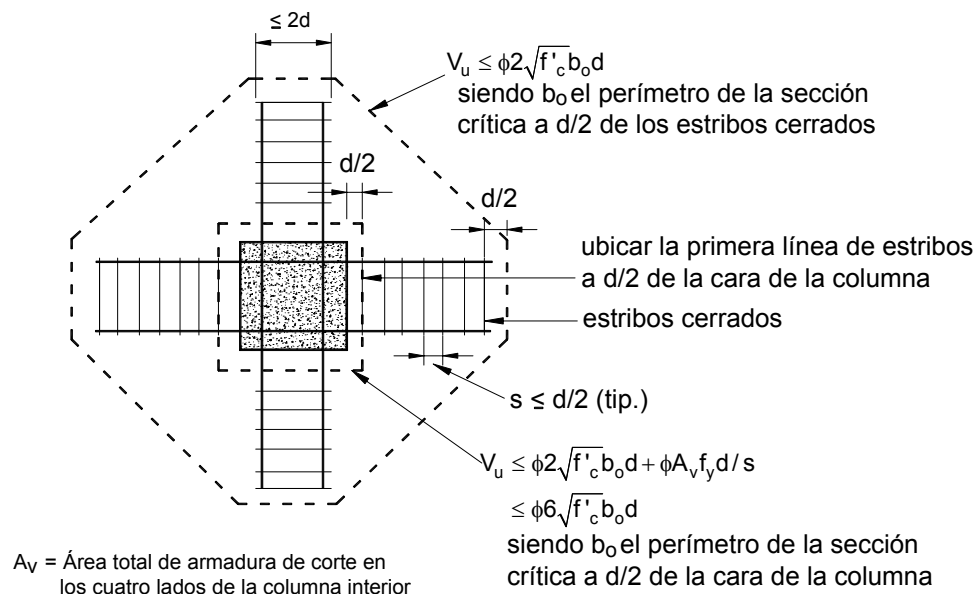
Para que el anclaje de la armadura de corte sea adecuado se deben satisfacer los requisitos del artículo 12.13 (11.12.3.4). En la Figura R11.12.3 y en la Parte 4 el lector encontrará detalles adicionales sobre el anclaje de los estribos. Observar que los requisitos de anclaje del artículo 12.13 pueden ser difíciles de materializar en losas de menos de 10 in. de altura. En el Ejemplo 16.3 se ilustra el diseño de la armadura de corte usando barras o estribos.

Cuando la transferencia de momento entre una columna y la losa es significativa, se recomienda usar estribos cerrados dispuestos tan simétricamente como sea posible respecto de la columna (R11.12.3).

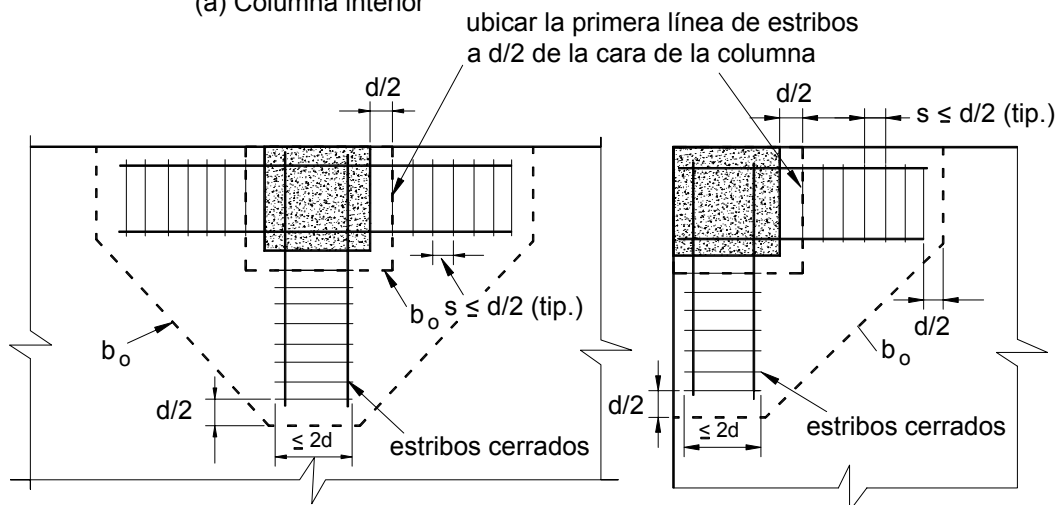
11.12.4 Resistencia al corte proporcionada por los conectores de corte

Los requisitos del artículo 11.12.4 permiten que la armadura de corte de las losas está compuesta por perfiles I de acero estructural o secciones con perfiles tipo canal (conectores de corte), siempre que se satisfagan los siguientes criterios:

1. Cada brazo de los conectores de corte debe estar soldado a un brazo idéntico perpendicular por medio de soldaduras de penetración completa, y cada brazo debe ser continuo dentro de la sección de la columna (11.12.4.1); ver la Figura 16-6(a).
2. La altura de los conectores de corte debe ser menor o igual que 70 veces el espesor del alma del perfil de acero (11.12.4.2); ver Figura 16-6(b).
3. Los extremos de los brazos de cada conector de corte se podrán cortar en ángulos mayores que 30 grados respecto de la horizontal, siempre que se verifique que la sección variable es adecuada para resistir el esfuerzo de corte en dicha sección (11.12.4.3); ver la Figura 16-6(b).



(a) Columna interior



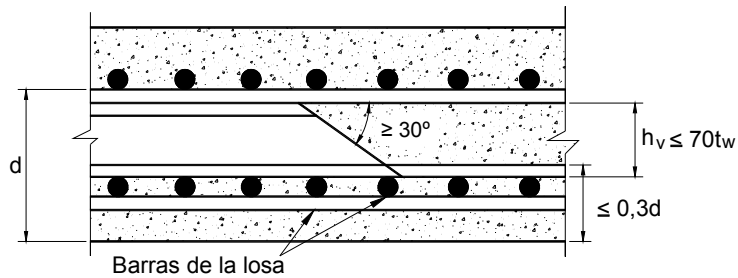
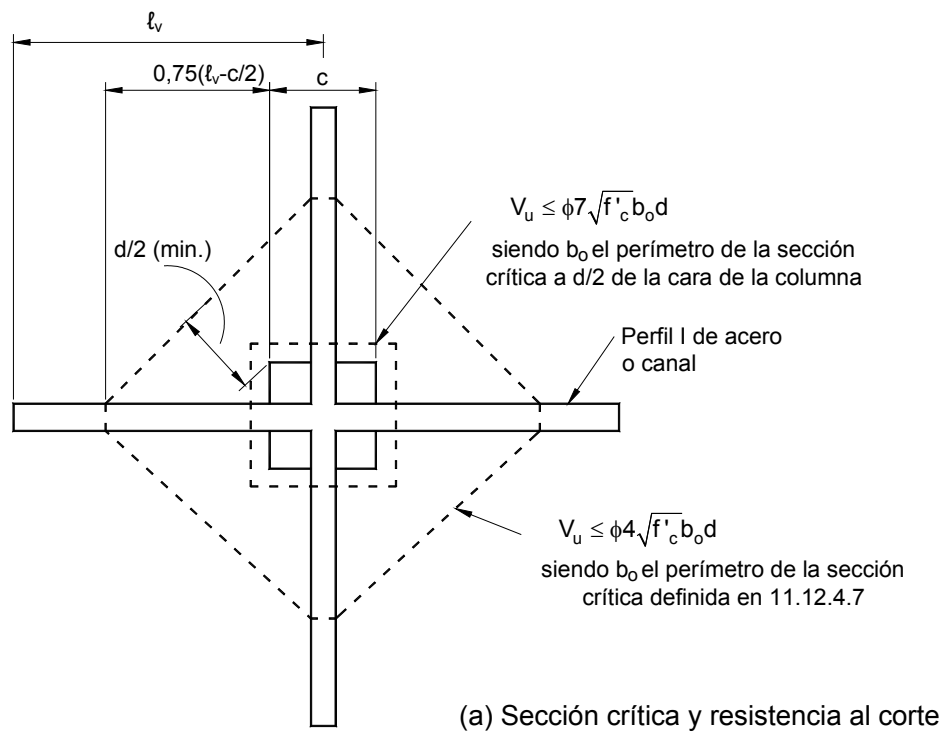
(b) Columna de borde

(c) Columna de esquina

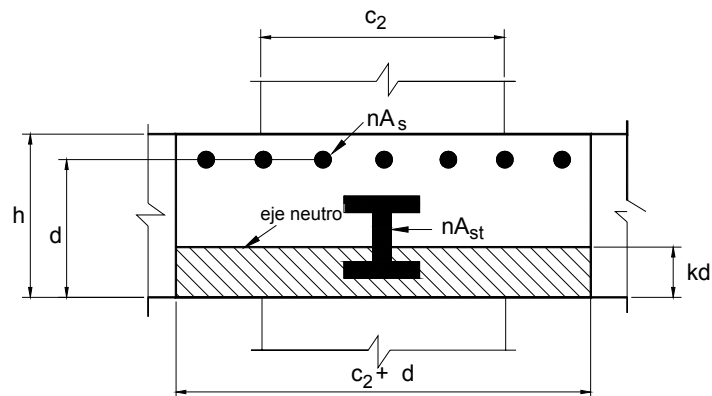
Figura 16-5 – Criterios de diseño y detalles de armado para losas con estribos

4. Todas las alas comprimidas de los perfiles de acero deben estar ubicadas a una distancia menor o igual que $0,3d$ medida desde la superficie comprimida de la losa, que en el caso del corte directo es la distancia medida a partir del fondo de la losa (11.12.4.4); ver la figura 16-6(b).
5. La relación α_v entre la rigidez a flexión del perfil de acero y la rigidez de la sección de losa compuesta que la rodea con un ancho igual a $c_2 + d$ no debe ser menor que 0,15 (11.12.4.5); ver la Figura 16-6(c).
6. El momento plástico resistente M_p requerido se calcula con la siguiente expresión (11.12.4.6):

$$\phi M_p = \frac{V_u}{2\eta} [h_v + \alpha_v (\ell_v - 0,5c_1)] \quad \text{Ec. (11-37)}$$



(b) Detalles del conector de corte



(c) Propiedades de la sección fisurada de la losa compuesta

Figura 16-6 – Criterios de diseño y detalles de armado para losas con conectores de corte

donde:

- M_p = momento resistente plástico requerido en cada brazo del conector de corte para asegurar que se alcanza el corte último en el instante que se alcanza la resistencia al momento del conector de corte.
- ϕ = factor de reducción de la resistencia correspondiente a elementos controlados por tracción, igual a 0,9 de acuerdo con el artículo 9.3.2.3.
- η = número de brazos del conector de corte; ver la Figura R11.12.4.7.
- ℓ_v = longitud mínima requerida para los brazos del conector de corte, de acuerdo con los artículos 11.12.4.7 y 11.12.4.8; ver la Figura R11.12.4.7.
- h_v = altura de la sección transversal del conector de corte; ver la Figura 16-6(b).

7. La sección crítica para el corte debe ser perpendicular al plano de la losa y debe atravesar cada brazo del conector de corte a una distancia igual a $(\ell_v - 0,5c_l)$ medida a partir de la cara de la columna hasta el extremo del brazo del conector de corte. La sección crítica debe estar ubicada de acuerdo con lo establecido en el artículo 11.12.1.2(a) (11.12.4.7); ver la Figura R11.12.4.7.
8. La resistencia nominal al corte V_n debe ser menor o igual que $4\sqrt{f'_c}b_o d$ en la sección crítica definida de acuerdo con el artículo 11.12.4.7, y menor o igual que $7\sqrt{f'_c}b_o d$ a una distancia igual a $d/2$ medida a partir de la cara de la columna (11.12.4.8); ver la figura 16-6(a).
9. El artículo 11.12.4.9 permite que los conectores de corte contribuyan a resistir el momento de diseño de la losa en la franja de columna. La resistencia al momento M_v aportada a cada franja de columna de la losa debe ser el menor de los siguientes valores:

- a.
$$\frac{\phi\alpha_v V_u}{2\eta}(\ell_v - 0,5c_l) \quad \text{Ec. (11-38)}$$
- b. $0,30M_u$ del momento total mayorado en cada franja de columna de la losa
- c. la variación del momento en la franja de columna de la losa en la longitud ℓ_v
- d. el valor de M_p calculado de acuerdo con la Ecuación (11-37).

Cuando entre una losa y una columna hay transferencia de corte directo y momento, además de estos criterios se deben satisfacer los requisitos del artículo 11.12.6. En las losas con conectores de corte se deberá proveer armadura "de integridad" de acuerdo con el artículo 13.3.8.6. En el Ejemplo 16.3 se ilustra el diseño de conectores de corte como armadura de corte.

Otros tipos de armadura de corte

Otro tipo de armadura de corte para losas que se ha usado exitosamente consiste en barras verticales ancladas en forma mecánica en cada extremo por medio de una placa o cabeza capaces de desarrollar la tensión de fluencia de las barras (R11.12.3); ver la Figura 16-7. Este tipo de armadura de corte para losas puede ser ventajosa debido a la facilidad con que se instala y al bajo costo de su colocación con relación a otros tipos de armadura de corte.

En las Referencias 16.1 a 16.4 se presentan gran cantidad de ensayos, métodos de diseño y ejemplos totalmente detallados.

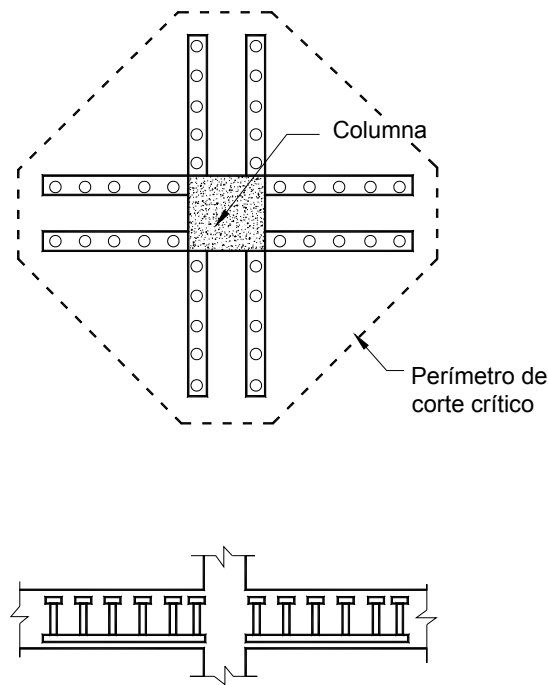


Figura 16-7 – Armadura de corte compuesta por barras verticales con cabeza

11.12.5 Efecto de las aberturas en las losas sobre su resistencia al corte

El efecto de las aberturas en las losas sobre la resistencia al corte del hormigón se debe considerar cuando las aberturas están ubicadas: (1) en cualquier región de una franja de columna de un sistema de losa plana, y (2) a una distancia menor que 10 veces la altura de la losa a partir de una carga concentrada o superficie de reacción. El efecto de las aberturas se evalúa reduciendo el perímetro de la sección crítica, b_o , en una longitud igual a la proyección de la abertura encerrada por dos líneas que se proyectan a partir del baricentro de la columna y que son tangentes a la abertura; ver la Figura 16-8(a). Para las losas con armadura de corte, la porción no efectiva del perímetro b_o es la mitad de la correspondiente a una losa sin armadura de corte; ver la Figura 16-8(b). El factor un medio se aplica igualmente ya sea que la armadura de corte consista en conectores de corte o armadura de barras o alambres. El efecto de las aberturas en las losas sobre la resistencia a la flexión se discute en la Parte 18.

11.12.6 Transferencia de momento en las uniones losa-columna

Algunas condiciones de carga pueden producir momentos no balanceados M_u en las uniones losa-columna. Para las losas sin vigas entre sus apoyos, la transferencia del momento no balanceado es una de las condiciones de diseño más críticas para los sistemas de losa armados en dos direcciones. La resistencia al corte en una unión losa-columna exterior (sin viga de borde) es particularmente crítica, ya que la totalidad del momento exterior negativo se debe transferir a la columna, lo cual se suma al corte directo debido a las cargas gravitatorias; ver la Figura 16-9. El diseñador no debe tomar este tema a la ligera. Los sistemas armados en dos direcciones son en general bastante "tolerantes" en caso de errores en la cantidad o la distribución de la armadura de flexión, pero se vuelven "implacables" si los requisitos de resistencia al corte no se satisfacen plenamente.

Observar que los requisitos de los artículos 11.12.6 (ó 13.5.3) no se aplican a sistemas de losas con vigas vinculadas a las columnas de apoyo. Cuando hay vigas, la transferencia de carga de la losa a las columnas, a través de las vigas, es considerablemente menos crítica. La resistencia al corte en los sistemas de losa con vigas se discute en el artículo 13.6.8.

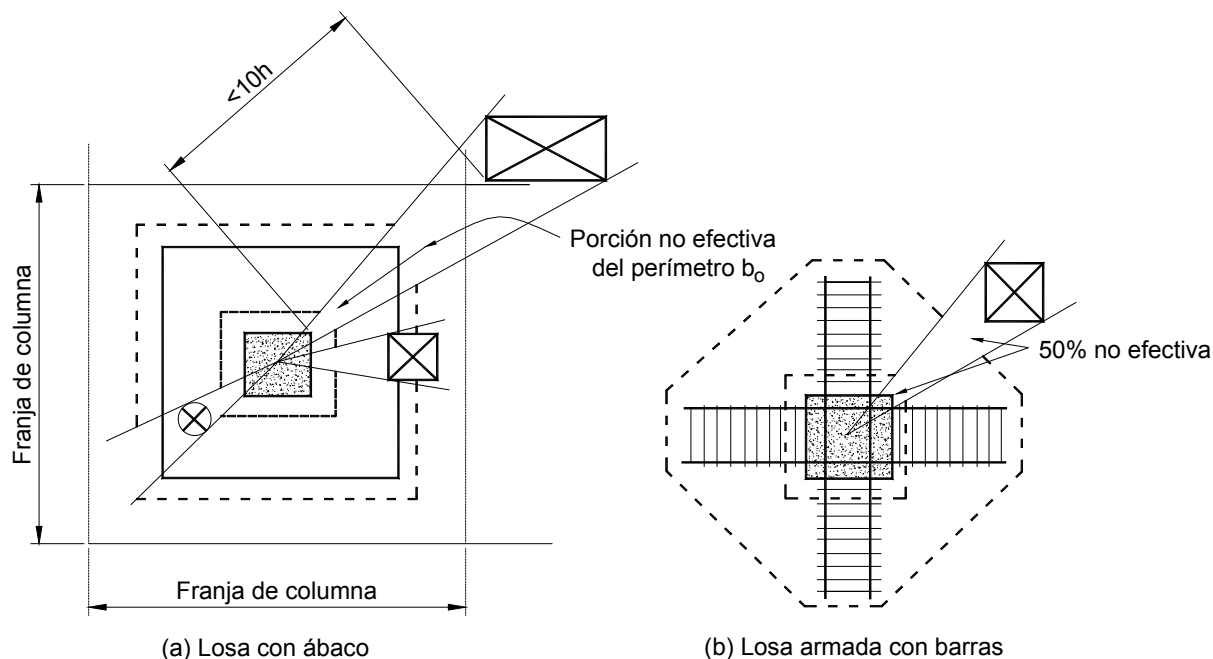


Figura 16-8 – Efecto de las aberturas en las losas sobre la resistencia al corte

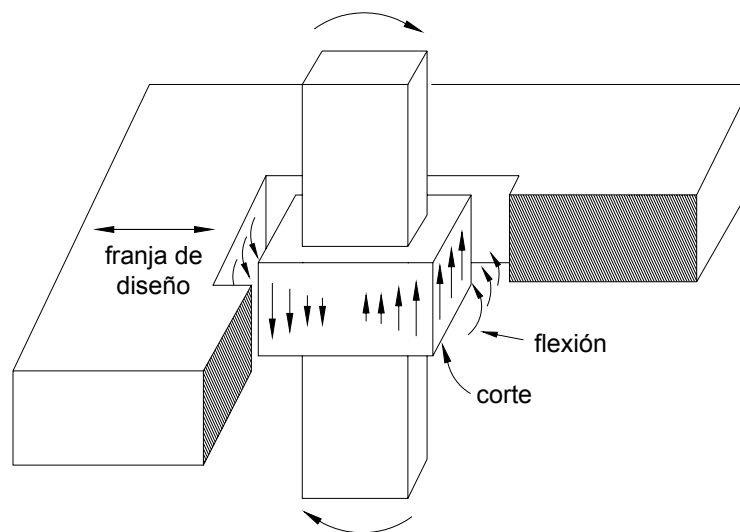


Figura 16-9 – Transferencia de corte directo y momento

11.12.6.1 Distribución del momento no balanceado

El Código especifica que en las uniones losa-columna el momento no balanceado se debe transferir desde la losa (sin vigas) hacia la columna por excentricidad del corte de acuerdo con el artículo 11.12.6 y por flexión de acuerdo con el artículo 13.5.3 (11.12.6.1). Estudios realizados (Referencia 16.7) sobre la transferencia de momento entre una losa y columnas cuadradas permitieron hallar que $0,6M_u$ se transfiere por flexión a través del perímetro crítico b_o de la sección definido por el artículo 11.12.1.2, mientras que $0,4M_u$ se transfiere por excentricidad del corte respecto del baricentro de la sección crítica. En las columnas rectangulares la porción del momento transferido por flexión $\gamma_f M_u$ aumenta a medida que aumenta la dimensión de la columna paralela al momento aplicado. La fracción del momento no balanceado transferida por flexión γ_f es igual a:

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \left(\frac{2}{3}\right) \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} \quad \text{Ec. (13-1)}$$

y la fracción del momento no balanceado transferido por excentricidad del corte es igual a:

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f \quad \text{Ec. (11-39)}$$

donde b_1 y b_2 son las dimensiones del perímetro de la sección crítica, siendo b_1 paralela a la dirección de análisis; ver la Figura 16-10. En la Figura 16-11 se grafica la relación entre los parámetros presentados en las Ecuaciones (13-1) y (11-39). De acuerdo con el artículo 13.5.3.3 está permitido modificar o ajustar los valores de γ_f y γ_v para cualquier sistema de losa que trabaja en dos direcciones, excepto las losas pretensadas. Las siguientes modificaciones son aplicables, siempre que la relación entre la cuantía de armadura en la losa dentro del ancho efectivo definido en el artículo 13.5.3.2 no sea mayor que $0,375\rho_b$:

- Para los momentos no balanceados respecto de un eje paralelo al borde de la losa en los apoyos exteriores (es decir, flexión perpendicular al borde) está permitido adoptar $\gamma_f = 1,0$ siempre que $V_u \leq 0,75\phi V_c$ si se trata de una columna de borde o bien $V_u \leq 0,5\phi V_c$ si se trata de una columna de esquina.
- Para los momentos no balanceados en los apoyos interiores y para los momentos no balanceados respecto de un eje transversal al borde de los apoyos exteriores (es decir, flexión paralela al borde) se permite aumentar γ_f en hasta 25%, siempre que $V_u \leq 0,4\phi V_c$.

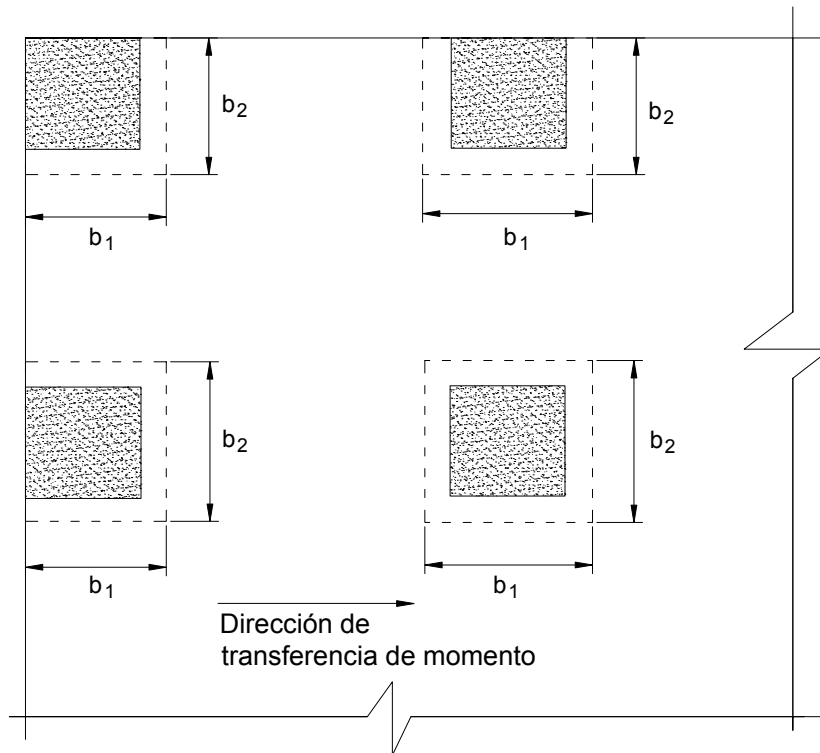


Figura 16-10 – Parámetros b_1 y b_2 para las Ecuaciones (11-39) y (13-1)

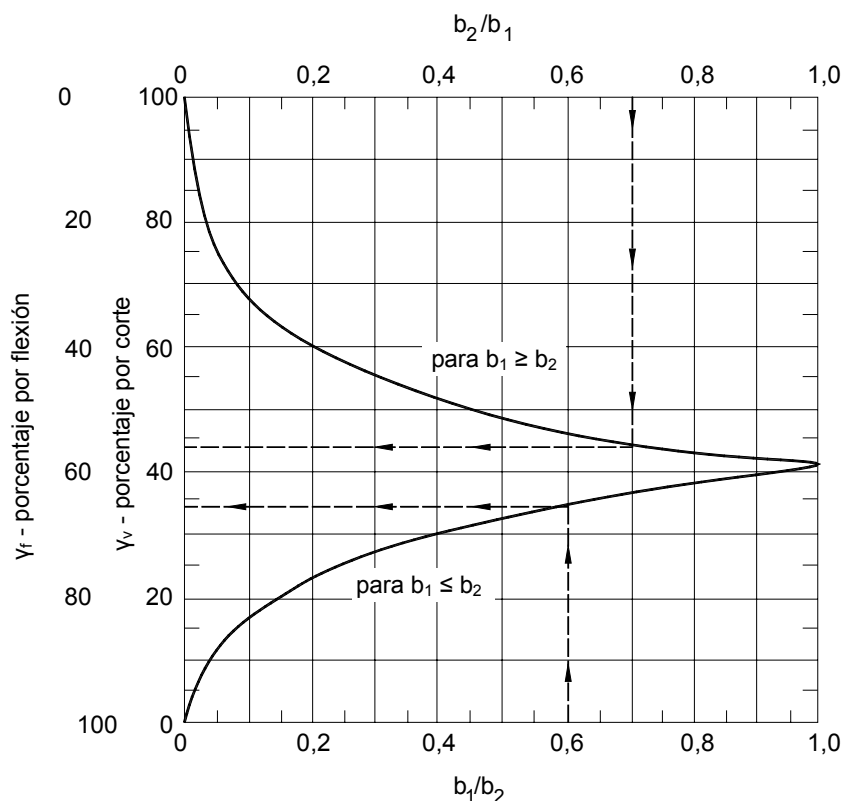


Figura 16-11 – Solución gráfica de las Ecuaciones (13-1) y (11-39)

El momento no balanceado transferido por excentricidad del corte es $\gamma_v M_u$, siendo M_u el momento no balanceado en el baricentro de la sección crítica. Al aplicar un análisis de pórtico generalmente el momento no balanceado M_u en un apoyo exterior de un tramo final o de extremo no se calcula en el baricentro de la sección crítica para la transferencia. Cuando se utiliza el Método de Diseño Directo descrito en el Capítulo 13 los momentos se calculan en la cara del apoyo. Considerando la naturaleza aproximada del procedimiento usado para evaluar la distribución de tensiones debida a transferencia de momento y corte, no parece necesario modificar el momento para que coincida con el baricentro de la transferencia, sino que alcanza con usar los valores de momento obtenidos mediante el análisis de pórtico (en la línea de centro del apoyo) o del artículo 13.6.3.3 (en la cara del apoyo).

La transferencia de momento no balanceado entre una columna de borde y una losa sin vigas de borde requiere una consideración especial cuando las losas se analizan para las cargas gravitatorias usando los coeficientes de momento del Método de Diseño Directo. En este caso, el momento no balanceado M_u se debe tomar igual a $0,3M_o$ (13.6.3.6), siendo M_o el momento estático total mayorado en el tramo. Por lo tanto, la fracción del momento no balanceado transferido por corte es $\gamma_v M_u = \gamma_v (0,3M_o)$. En la Parte 19 también se discute este requisito especial de resistencia al corte; en el Ejemplo 19.1 se ilustra su aplicación. Si se utiliza el Método del Pórtico Equivalente el momento no balanceado es igual al momento calculado.

11.12.6.2 Cálculo de las tensiones de corte y resistencia al corte

Suponiendo que las tensiones de corte debidas a la transferencia de momento por excentricidad del corte varían linealmente respecto del baricentro de la sección crítica definida en el artículo 11.12.1.2, las tensiones de corte mayoradas en las caras de la sección crítica debidas al corte directo V_u y al momento no balanceado transferido por excentricidad del corte $\gamma_v M_u$ son (ver Figura 16-12 y R11.12.6.2):

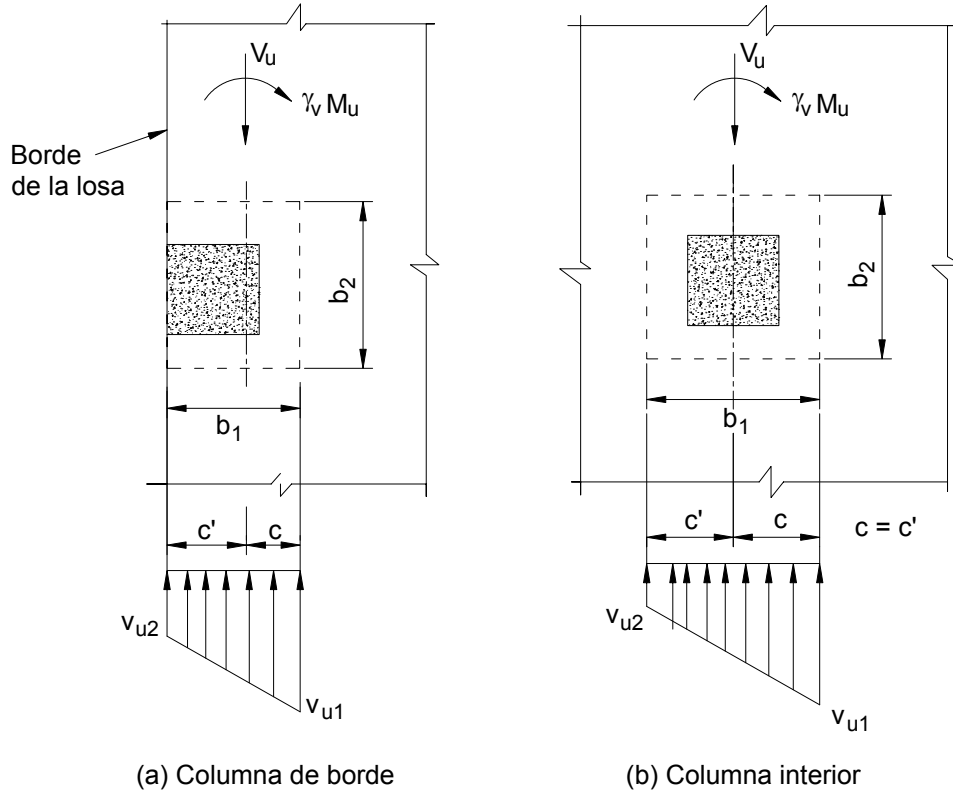


Figura 16-12 – Distribución de las tensiones de corte por transferencia de momento por excentricidad de corte en una unión losa-columna

$$v_{u1} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\alpha_v M_u c}{J} \quad \text{Ec. (1)}$$

$$v_{u2} = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v M_u c'}{J} \quad \text{Ec. (2)}$$

donde: A_c = área de la sección transversal de hormigón que resiste transferencia de corte, igual al perímetro b_o multiplicado por la altura efectiva d

J = propiedad de la sección crítica análoga al momento de inercia polar de los segmentos que componen el área A_c

c y c' = distancias desde el eje baricéntrico de la sección crítica y el perímetro de la sección crítica en la dirección de análisis considerada

La Figura 16-13 contiene expresiones para determinar A_c , c , c' , J/c y J/c' para columnas de sección rectangular, y la Figura 16-4 para columnas interiores de sección circular.

La tensión de corte máxima v_{u1} calculada con la Ecuación (1) no debe ser mayor que ϕv_n . El valor de v_n se determina de la siguiente manera (11.12.6.2):

- Para losas sin armadura de corte: $\phi v_n = \phi v_c$, siendo ϕv_n el menor valor entre:

$$\phi v_c = \phi \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} \quad \text{Ec. (11-33)}$$

$$\phi v_c = \phi \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_o} \right) \sqrt{f'_c} \quad \text{Ec. (11-34)}$$

$$\phi v_c = \phi 4 \sqrt{f'_c} \quad \text{Ec. (11-35)}$$

b. Para losas con armadura de corte que no sean conectores de corte, ϕv_n se calcula como (11.12.3):

$$\phi v_n = \phi \left(2 \sqrt{f'_c} + \frac{A_v f_y}{b_o s} \right) \leq \phi 6 \sqrt{f'_c} \quad \text{Ec. (11-15), (11.12.3.1) y (11.12.3.2)}$$

donde A_v es el área total de armadura de corte provista en los lados de la columna y b_o es el perímetro de la sección crítica ubicada a una distancia $d/2$ del perímetro de la columna, según lo definido en el artículo 11.12.1.2(a). Debido a la variación de las tensiones de corte, ilustrada en la Figura 16-12, el área de armadura de corte calculada, si fuera necesaria, puede ser diferente en un lado de la columna y el otro. El área de armadura de corte requerida debido a la tensión de corte v_{ul} en su respectivo lado de la columna es:

$$A_v = (v_{ul} - \phi v_c) \frac{(c + d)s}{\phi f_y} \quad \text{Ec. (3)}$$

siendo $(c + d)$ un ancho efectivo "de viga" y $v_c = 2 \sqrt{f'_c}$. Sin embargo, R11.12.3 recomienda colocar la armadura en forma simétrica en todos los lados de la columna. Así, suponiendo armadura de corte simétrica en todos los lados de la columna, el área requerida A_v se puede calcular como:

$$A_v = (v_{ul} - \phi v_c) \frac{b_o s}{\phi f_y} \quad \text{Ec. (4)}$$

siendo A_v el área total de armadura de corte requerida que se debe extender a partir de los lados de la columna y b_o el perímetro de la sección crítica ubicada a una distancia $d/2$ del perímetro de la columna. Con armadura simétrica en todos los lados de la columna, la armadura que se extiende a partir de los lados de la columna con menor tensión de corte calculada proporciona resistencia torsional en la franja de losa perpendicular a la dirección de análisis.

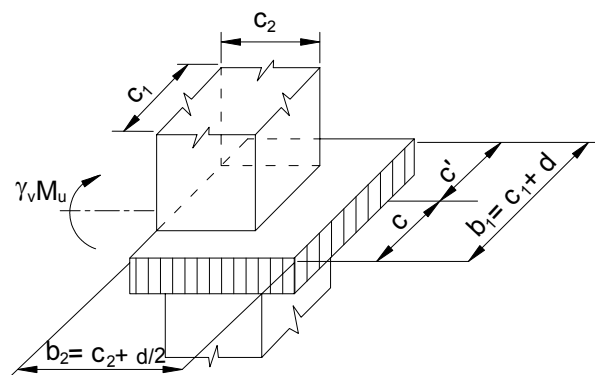
c. Para losas con conectores de corte ϕv_n se calcula como:

$$\phi v_n = 4 \phi \sqrt{f'_c} \geq v_{ul} \quad 11.12.6.3$$

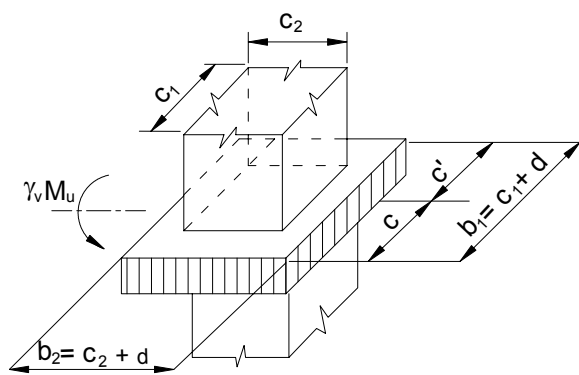
$$v_{ul} = \frac{V_u}{b_o d} + \frac{\gamma_v M_u c}{J} \leq \phi 4 \sqrt{f'_c} \quad \text{Ec. (1)}$$

siendo b_o el perímetro de la sección crítica definida en 11.12.4.7, c y J son propiedades de la sección crítica ubicada a una distancia $d/2$ del perímetro de la columna (11.12.6.3), V_u es el esfuerzo de corte directo que actúa en la sección crítica definido en 11.12.4.7 y $\gamma_v M_u$ es el momento no balanceado transferido por excentricidad del corte actuando respecto del baricentro de la sección crítica definida en 11.12.1.2(a). Observar que esta sumatoria aparentemente inconsistente de tensiones de corte que ocurren en dos secciones críticas diferentes es conservadora, y que ha sido justificada mediante ensayos (ver R11.12.6.3). En la sección crítica ubicada a una distancia $d/2$ del perímetro de la columna, el valor de v_u no debe ser mayor que $\phi 7 \sqrt{f'_c}$ (11.12.4.8); ver la Figura 16-5.

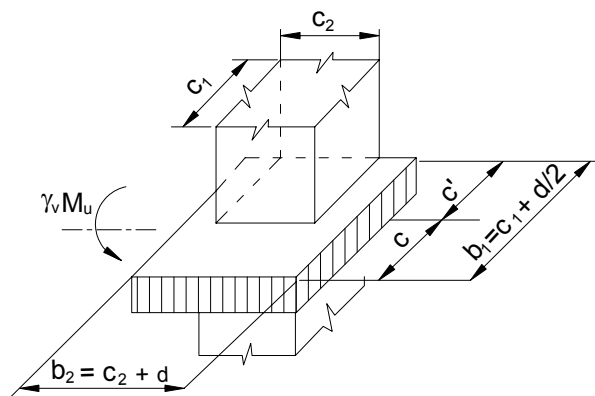
Caso A: Columna de borde (Flexión paralela al borde)



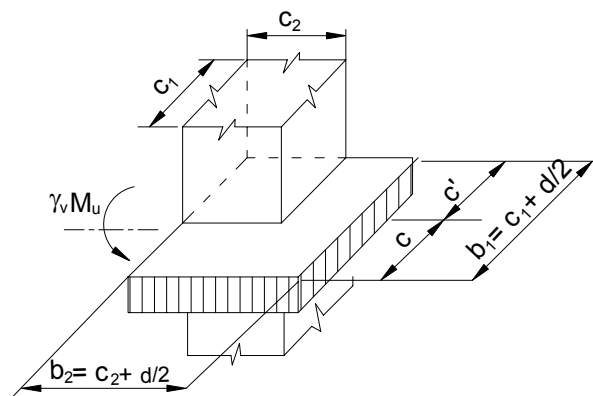
Caso B: Columna Interior



Caso C: Columna de borde (Flexión perpendicular al borde)



Caso D: Columna de esquina



Caso	Área de la sección crítica, A_c	Módulo de la sección crítica		c	c'
		J/c	J/c'		
A	$(b_1 + 2b_2)d$	$\frac{b_1 d (b_1 + 6b_2) + d^3}{6}$	$\frac{b_1 d (b_1 + 6b_2) + d^3}{6}$	$\frac{b_1}{2}$	$\frac{b_1}{2}$
B	$2(b_1 + b_2)d$	$\frac{b_1 d (b_1 + 3b_2) + d^3}{3}$	$\frac{b_1 d (b_1 + 3b_2) + d^3}{3}$	$\frac{b_1}{2}$	$\frac{b_1}{2}$
C	$(2b_1 + b_2)d$	$\frac{2b_1^2 d (b_1 + 2b_2) + d^3 (2b_1 + b_2)}{6b_1}$	$\frac{2b_1^2 d (b_1 + 2b_2) + d^3 (2b_1 + b_2)}{6(b_1 + b_2)}$	$\frac{b_1^2}{2b_1 + b_2}$	$\frac{b_1 (b_1 + b_2)}{2b_1 + b_2}$
D	$(b_1 + b_2)d$	$\frac{b_1^2 d (b_1 + 4b_2) + d^3 (b_1 + b_2)}{6b_1}$	$\frac{b_1^2 d (b_1 + 4b_2) + d^3 (b_1 + b_2)}{6(b_1 + 2b_2)}$	$\frac{b_1^2}{2(b_1 + b_2)}$	$\frac{b_1 (b_1 + 2b_2)}{2(b_1 + b_2)}$

Figura 16-13 – Propiedades de las secciones para el cálculo de las tensiones de corte - Columnas rectangulares

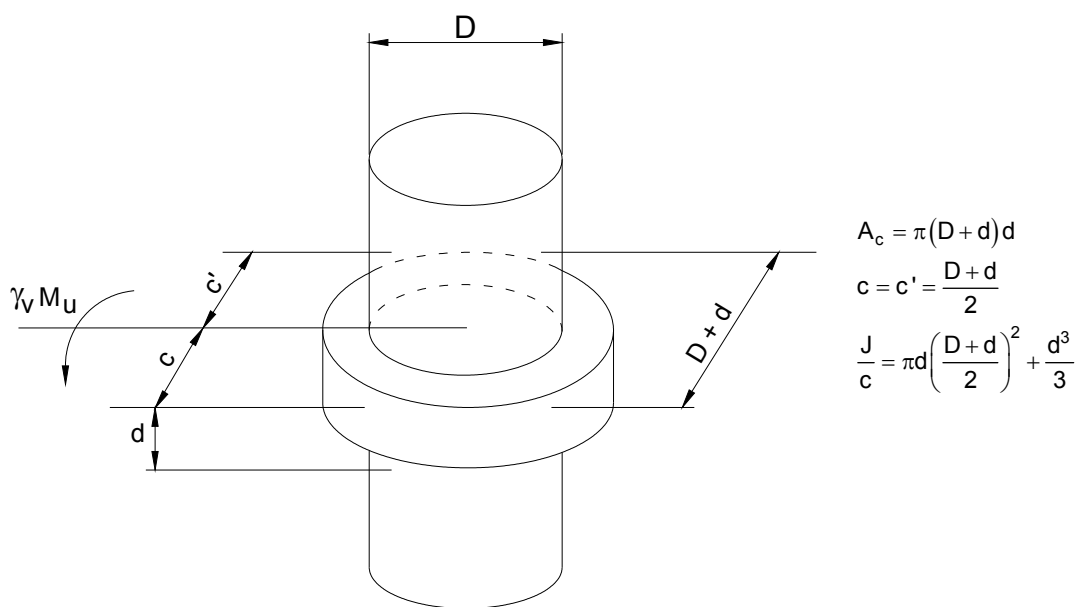


Figura 16-14 – Propiedades de las secciones para el cálculo de las tensiones de corte - Columnas circulares interiores

REFERENCIAS

- 16.1 ACI-ASCE Committee 421, "Shear Reinforcement for Slabs," American Concrete Institute, Farmington Hills, MI, 1999.
- 16.2 Dilger, W.H. y Ghali, A., "Shear Reinforcement for Concrete Slabs," *Proceedings ASCE, Journal of the Structural Division*, Vol. 107, No. ST12, Diciembre 1981, pp. 2403-2420.
- 16.3 Elgabry, A.E. y Ghali, A., "Design of Stud-Shear Reinforcement for slabs," *ACI Structural Journal*, Vol. 87, No. 3, Mayo-Junio 1990, pp. 350-361.
- 16.4 Hammil, N. y Ghali, A., "Punching Shear Resistance of Corner Slab-Column Connections," *ACI Structural Journal*, Vol. 91, No. 6, Noviembre-Diciembre 1994, pp. 697-707.
- 16.5 Ghosh, S.K., "Aspects of Design of Reinforced Concrete Flat Plate Slab Systems," *Analysis and Design of High-Rise Concrete Buildings*, SP-97, American Concrete Institute, Detroit, MI, 1985, pp. 139-157.
- 16.6 *Simplified Design - Reinforced Concrete Buildings of Moderate Size and Height*, 2º Ed., Portland Cement Association, Skokie, IL, 1993.
- 16.7 Hanson, N.W. y Hanson J.M., "Shear and Moment Transfer between Concrete Slabs and Columns, Journal, PCA Research and Development Labs, Vol. 10, No. 1, Enero 1968, pp. 2-16.

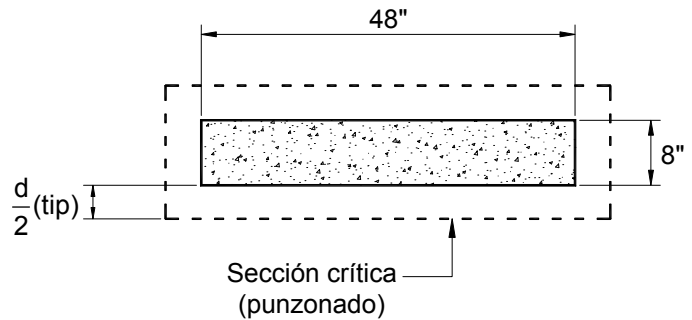
Ejemplo 16.1 – Resistencia al corte de una losa en un apoyo sobre una columna

Determinar la resistencia al corte para comportamiento en dos direcciones en un apoyo sobre columna interior para un sistema de placa plana bajo las siguientes condiciones de diseño:

Dimensiones de la columna = 48 in. × 8 in.

Altura efectiva de la losa $d = 6,5$ in.

Resistencia especificada del hormigón $f'_c = 4000$ psi



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Corte en dos direcciones (punzonado) sin armadura de corte:

$$V_u \leq \phi V_n \quad \text{Ec. (11-1)}$$
$$\leq \phi V_c$$

2. Efecto de la relación de aspecto de la superficie cargada, β_c :

$$\phi V_c = \phi \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-35)}$$

$$\text{donde } \beta_c = \frac{48}{8} = 6 \quad 11.12.2.1$$

$$b_o = 2(48 + 6,5 + 8 + 6,5) = 138 \text{ in.} \quad 11.12.1.2$$

$$\phi = 0,75 \quad 9.3.2.3$$

$$\phi V_c = 0,75 \times 138 \times 6,5 / 1000 = 113,5 \text{ kips}$$

3. Efecto de la relación de aspecto del perímetro, β_o :

$$\phi V_c = \phi \left(2 + \frac{\alpha_s}{\beta_o} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-36)}$$

$$\text{donde } \alpha_s = 40 \text{ para apoyo en columna interior} \quad 11.12.2.1$$

$$\beta_o = \frac{b_o}{d} = \frac{138}{6,5} = 21,2$$

$$\phi V_c = 0,75 \times 138 \times 6,5 / 1000 = 165,4 \text{ kips}$$

4. Excluyendo el efecto de β_c y β_o :

$$\phi V_c = \phi 4 \sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-37)}$$

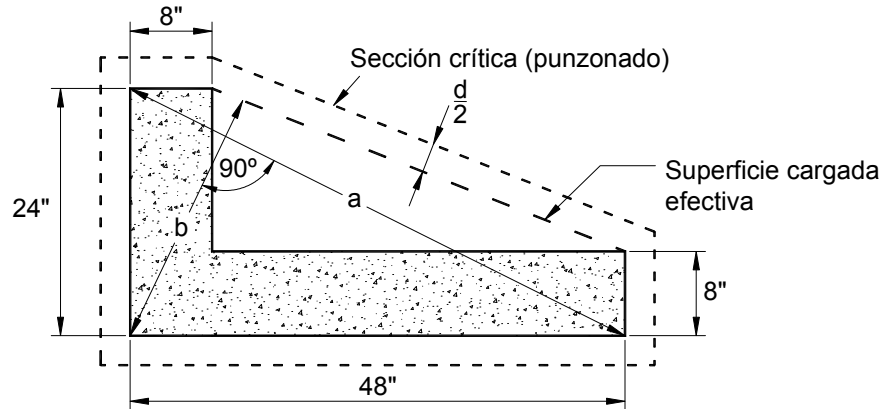
$$= 0,75 \times 4 \times \sqrt{4000} \times 138 \times 6,5 / 1000 = 170,2 \text{ kips}$$

5. La resistencia al corte ϕV_n es el menor de los valores calculados, es decir,

$$\phi V_n = 113,5 \text{ kips}$$

Ejemplo 16.2 – Resistencia al corte para apoyo no rectangular

Para el apoyo interior sobre columna en L ilustrado, verificar la resistencia al punzonado para un esfuerzo de corte mayorado $V_u = 125$ kips. Usar $f'_c = 4000$ psi. Altura efectiva de la losa = 5,5 in.



Cálculos y discusión

Referencia del Código

- Para geometrías no rectangulares, el artículo R11.12.2.1 recomienda tomar β_c como la relación entre la mayor dimensión global de la superficie cargada efectiva "a" y la mayor dimensión global de la misma superficie cargada efectiva "b", medida en forma perpendicular a "a": R11.12.2.1

$$\beta_c = \frac{a}{b} = \frac{54}{25} = 2,16$$

Para la sección crítica ilustrada, $b_o = 141$ in.

11.12.1.2

Se utilizan las dimensiones a escala de las figuras, las cuales deberían tener precisión suficiente.

- Corte en dos direcciones (punzonado) sin armadura de corte:

$$V_u \leq \phi V_n \quad \text{Ec. (11-1)}$$

$$\leq \phi V_c \quad 11.12.2$$

donde la resistencia nominal al corte V_c sin armadura de corte es el menor de los valores dados por las Ecuaciones (11-33) y (11-34), pero nunca mayor que $4\sqrt{f'_c} b_o d$:

$$V_c = \left(2 + \frac{4}{\beta_c} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-33)}$$

$$= \left(2 + \frac{4}{2,16} \right) \sqrt{4000} \times 141 \times 5,5 / 1000 = 188,9 \text{ kips}$$

$$V_c = \left(2 + \frac{\alpha_s}{\beta_o} \right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-34)}$$

donde $\alpha_s = 40$ para apoyo en columna interior 11.12.2.1

$$\beta_o = \frac{b_o}{d} = \frac{141}{5,5} = 25,6$$

$$V_c = \left(2 + \frac{40}{25,6} \right) \sqrt{4000} \times 141 \times 5,5 / 1000 = 174,7 \text{ kips}$$

$$V_c = 4 \sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-35)}$$

$$= 4 \times \sqrt{4000} \times 141 \times 5,5 / 1000 = 196,2 \text{ kips}$$

$$\phi V_c = 0,75(174,7) = 131 \text{ kips}$$

$$V_u = 125 \text{ kips} < \phi V_c = 131 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

Ejemplo 16.3 – Resistencia al corte de una losa con armadura de corte

Considerar un panel interior de un sistema de losa formado por placas planas soportado por una columna cuadrada de 12 in. de lado. Dimensiones del panel: $\ell_1 = \ell_2 = 21$ ft. Determinar la resistencia al corte de la losa en el apoyo sobre la columna, y si no es adecuada aumentar la resistencia al corte usando armadura de corte. Altura total de la losa $h = 7,5$ in. ($d = 6$ in.)

$$f'_c = 4000 \text{ psi}$$

$$f_y = 60.000 \text{ psi (barras de armadura)}$$

$$f_y = 36.000 \text{ psi (acero estructural)}$$

$$\text{Carga mayorada impuesta} = 160 \text{ lb/ft}^2$$

$$\text{Momento negativo de la franja de columna: } M_u = 175 \text{ ft-kips}$$

Cálculos y discusión	Referencia del Código
1. Corte en una dirección y corte en dos direcciones (punzonado) sin armadura de corte:	11.12.2
$V_u \leq \phi V_n$	Ec. (11-1)
$\leq \phi V_c$	11.12.2
a. Como no hay fuerzas de corte en las líneas de centro de paneles adyacentes, las áreas tributarias y secciones críticas para el corte en la losa son como se ilustra a continuación.	
<p>Diagrama de una losa rectangular de 21'-0" por 21'-0" con una columna central de 12 in. de lado. Se muestran las secciones críticas para el comportamiento en una dirección y en dos direcciones. Las dimensiones incluyen: 18" para la sección crítica en dos direcciones, $d/2 = 3"$ para la distancia desde el centro de la columna hasta la sección crítica en una dirección, 9,5' para la distancia desde el centro de la columna hasta el borde de la losa, y $d = 6"$ para la altura efectiva de la losa. Los centros de la luz están marcados en los bordes de la losa.</p>	

Para una losa de 7,5 in., la carga permanente mayorada $w_d = 1,2 \times \frac{7,5}{12} \times 150 = 113 \text{ lb / ft}^2$ 9.2.1

$$w_u = 113 + 160 = 273 \text{ lb / ft}^2$$

a. Corte en una dirección (Comportamiento como viga ancha).

El estudio de la resistencia al corte en una dirección se realiza en la sección crítica a una distancia d medida a partir de la cara de la columna de apoyo. 11.1.3.1

$$V_u = 0,273(9,5 \times 21) = 54,5 \text{ kips}$$

$$V_c = 2\sqrt{f'_c} b_w d = 2\sqrt{4000} \times 6 / 1000 = 191,3 \text{ kips} \quad \text{Ec. (11-3)}$$

$$\phi = 0,75 \quad 9.3.2.3$$

$$\phi V_c = 0,75(191,3) = 143,5 \text{ kips} > V_u = 54,5 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

Rara vez el comportamiento como viga ancha controla la resistencia al corte de los sistemas de losa armados en dos direcciones.

b. Corte en dos direcciones (Comportamiento en dos direcciones).

El estudio de la resistencia al corte en dos direcciones se realiza en la sección crítica b_o ubicada a una distancia $d/2$ del perímetro de la columna. El esfuerzo de corte total mayorado a ser transferido de la losa a la columna es: 11.12.1.2(a)

$$V_u = 0,273(21^2 - 1,5^2) = 119,8 \text{ kips}$$

Resistencia al corte V_c sin armadura de corte: 11.12.2.1

$$b_o = 4(18) = 72 \text{ in.} \quad 11.12.1.2(a)$$

$$\beta_c = \frac{12}{12} = 1,0 < 2 \quad \text{Ec. (11-35)}$$

$$\beta_o = \frac{b_o}{d} = \frac{72}{6} = 12 < 20 \quad \text{Ec. (11-36)}$$

$$V_c = 4\sqrt{f'_c} b_o d = 4\sqrt{4000} \times 72 \times 6 / 1000 = 109,3 \text{ kips}$$

$$\phi = 0,75 \quad 9.3.2.3$$

$$\phi V_c = 0,75(109,3) = 82 \text{ kips} < V_u = 119,8 \text{ kips} \quad \text{NO VERIFICA}$$

La armadura de corte de la losa no es adecuada para transmitir el esfuerzo de corte mayorado $V_u = 119,8 \text{ kips}$ de la losa a la columna de apoyo. La resistencia al corte se puede aumentar de tres maneras diferentes:

- aumentando la resistencia del hormigón, f'_c
- aumentando la altura de la losa sobre las columnas, es decir, usando ábacos

iii. colocando armadura de corte (barras, alambres o perfiles I o secciones con perfiles tipo canal)

Las siguientes partes del ejemplo ilustran todos los métodos para aumentar la resistencia al corte mencionados.

2. Aumentar la resistencia al corte aumentando la resistencia del hormigón de la losa:

$$V_u \leq \phi V_n$$

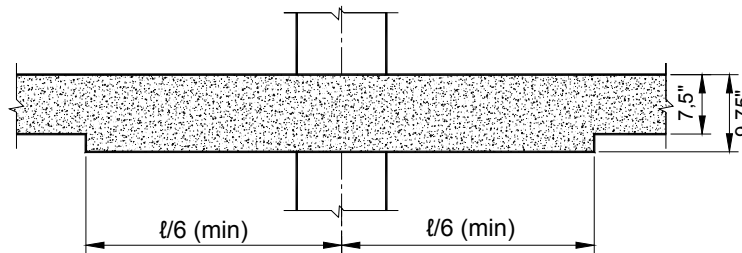
Ec. (11-1)

$$119.800 \leq 0,75 \left(4\sqrt{f'_c} \times 72 \times 6 \right)$$

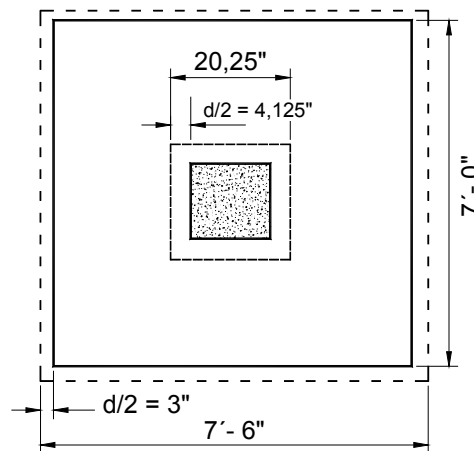
Resolviendo, $f'_c = 8545$ psi

3. Aumentar la resistencia al corte aumentando la altura de la losa sobre la columna por medio de un ábaco:

Proveer un ábaco de acuerdo con los artículos 9.5.3.4 y 13.4.7 (ver Figura 18-18). Altura total mínima de la losa en el ábaco = $1,25 (7,5) = 9,375$ in. Intentar con una altura de losa de 9,75 in. (proyección de 2,25 in. debajo de la losa*; $d \approx 8,25$ in.). Distancia mínima entre el eje de la columna y el borde del ábaco = $21/6 = 3,5$ ft. Intentar con un ábaco de 7 x 7 ft.



Sección del ábaco



a. Investigar la resistencia al corte en la sección crítica b_o ubicada a $d/2$ del perímetro de la columna.

Esfuerzo de corte total mayorado a ser transferido –

* Ver Capítulo 9 (Consideraciones de Diseño para Economía de los Encofrados) en la Referencia 16.6.

Para ábaco con una proyección de 2,25 in., $w_d = 1,2 \times \frac{2,25}{12} \times 150 = 34 \text{ lb/ft}^2$

$$V_u = 0,273(21^2 - 1,69^2) + 0,034(7^2 - 1,69^2) = 119,6 + 1,6 = 121,2 \text{ kips}$$

$$b_o = 4(12 + 8,25) = 81 \text{ in.} \quad 11.12.1.2(a)$$

$$\beta_c = 1,0 < 2$$

$$\beta_o = \frac{b_o}{d} = \frac{81}{8,25} = 9,8 < 20$$

$$\phi V_c = \phi 4 \sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-35)}$$

$$0,75 \times 4 \sqrt{4000} \times 81 \times 8,25 > V_u = 121,2 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

- b. Investigar la resistencia al corte en la sección crítica b_o ubicada a $d/2$ del borde del ábaco.

Esfuerzo de corte total mayorado a ser transferido –

$$V_u = 0,273(21^2 - 7,5^2) = 105,0 \text{ kips}$$

$$b_o = 4(84 + 6) = 360 \text{ in.} \quad 11.12.1.2(b)$$

$$\beta_c = \frac{84}{84} = 1,0 < 2 \quad \text{Ec. (11-35)}$$

$$\beta_o = \frac{b_o}{d} = \frac{360}{6} = 60 > 20$$

$$\phi V_c = \phi \left(2 + \frac{\alpha_s}{\beta_o} \right) \sqrt{f'_c} b_o d = \phi \left(2 + \frac{40}{60} \right) \sqrt{f'_c} b_o d = \phi 2,67 \sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-36)}$$

$$= 0,75 \times 2,67 \sqrt{4000} \times 360 \times 6 / 1000 = 273,2 \text{ kips} > V_u = 105,0 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

Observar la importante reducción de la potencial resistencia al corte en el borde del ábaco debida al mayor valor de β_o .

Un panel de $7 \times 7 \text{ ft}$ con una proyección de 2,25 in. debajo de la losa proveerá una resistencia al corte adecuada para las cargas mayoradas impuestas de 160 lb/ft^2 .

4. Aumentar la resistencia al corte colocando armadura de corte (ver Figuras R11.12.3(a) y 16-5):

- a. Verificar la altura efectiva d . 11.12.3

Suponiendo estribos No. 3 ($d_b = 0,375 \text{ in.}$),

$$d = 6 \text{ in.} \geq \begin{cases} 6 \text{ in. VERIFICA} \\ 16 \times 0,375 = 6 \text{ in. VERIFICA} \end{cases}$$

- b. Verificar la máxima resistencia al corte permitida con las barras.

11.12.3.2

$$V_u \leq \phi V_n$$

Ec. (11-1)

$$\phi V_n = \phi \left(6\sqrt{f'_c} b_o d \right) = 0,75 \left(6\sqrt{4000} \times 72 \times 6 \right) / 1000 = 123,0 \text{ kips}$$

$$V_u = 0,273 \left(21^2 - 1,5^2 \right) = 119,8 \text{ kips} < \phi V_n = 123,0 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

- c. Determinar la resistencia al corte proporcionada por el hormigón con armadura de corte en forma de barras.

11.12.3.1

$$V_c = 2\sqrt{f'_c} b_o d = 2\sqrt{4000} \times 72 \times 6 / 1000 = 54,6 \text{ kips}$$

$$\phi V_c = 0,75(54,6) = 41,0 \text{ kips}$$

- d. Diseñar la armadura de corte de acuerdo con el artículo 11.5.

El área de armadura de corte requerida, A_v , se calcula como:

$$A_v = \frac{(V_u - \phi V_c)s}{\phi f_y d}$$

Se asume $s = 3 \text{ in.}$ (máxima separación permitida $= d/2$)

11.5.4.1

$$A_v = \frac{(119,8 - 41,0) \times 3}{0,75 \times 60 \times 6} = 0,88 \text{ in.}^2$$

donde A_v es el área total de armadura de corte requerida en los cuatro lados de la columna (ver Figura 16-5).

$$A_v(\text{por lado}) = \frac{0,88}{4} = 0,22 \text{ in.}^2$$

- e. Determinar la distancia a partir de los lados de la columna donde pueden terminar los estribos (ver Figura 16-5).

$$V_u \leq \phi V_c$$

Ec. (11-1)

$$\leq \phi 2\sqrt{f'_c} b_o d$$

Para una columna cuadrada (ver esquema siguiente),

$$b_o = 4(12 + a\sqrt{2})$$

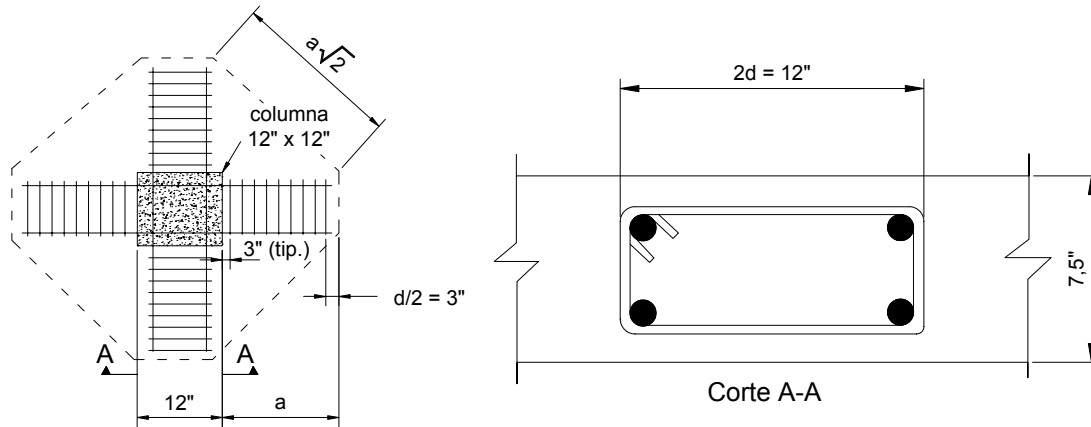
$$119,800 \leq 0,75 \times 2\sqrt{4000} \times 4(12 + a\sqrt{2}) \times 6$$

Resolviendo, $a = 28,7 \text{ in.}$

Observar que este valor es una estimación conservadora, ya que V_u en el perímetro de la sección crítica ilustrada a continuación es considerablemente menor que 119,8 kips.

Los estribos pueden terminar a una distancia $d/2 = 3$ in. del perímetro crítico b_o .

Usar 9 estribos cerrados No. 3 con una separación de 3 in. ($A_v = 0,22 \text{ in.}^2$) a lo largo de cada línea de columnas como se ilustra a continuación.



5. Aumentar la resistencia al corte usando perfiles I de acero (conectores de corte): 11.12.4

a. Verificar la máxima resistencia al corte permitida con perfiles de acero (ver Figura 18-8). 11.12.4.8

$$V_u = 0,273(21^2 - 1,5^2) = 119,8 \text{ kips}$$

$$V_u \leq \phi V_n \quad \text{Ec. (11-1)}$$

$$\phi V_n = \phi(7\sqrt{f'_c} b_o d) \quad 11.12.1.2(a)$$

$$\leq 0,75(7\sqrt{4000} \times 72 \times 6) / 1000 = 143,4 \text{ kips} > V_u = 119,8 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

b. Determinar el perímetro mínimo requerido b_o de una sección crítica en los extremos del conector de corte con la resistencia al corte limitada a $V_n = 4\sqrt{f'_c} b_o d$ (ver Figura 16-6(b)).

$$V_u \leq \phi V_n \quad \text{Ec. (11-1)}$$

$$119.800 \leq 0,75(4\sqrt{4000} \times b_o \times 6)$$

$$\text{Resolviendo, } b_o = 105,2 \text{ in.} \quad 11.12.4.7$$

c. Determinar la longitud requerida del brazo del conector de corte, ℓ_v , para satisfacer $b_o = 105,2$ in. a $0,75(\ell_v - c_1/2)$. 11.12.4.7

$$b_o \approx 4\sqrt{2} \left[\frac{c_1}{2} + \frac{3}{4} \left(\ell_v - \frac{c_1}{2} \right) \right] \quad (\text{ver Figura 16-6(b)})$$

Con $b_o = 105,2$ in. y $c_1 = 12$ in., resolviendo se obtiene $\ell_v = 22,8$ in.

Observar que este valor es una estimación conservadora, ya que V_u en el perímetro de la sección crítica es considerablemente menor que 119,8 kips.

- d. Para asegurar que el conector de corte no falla prematuramente por flexión antes que se alcance la resistencia al corte de la losa, determinar el momento plástico resistente M_p de cada brazo del conector de corte.

$$\phi M_p = \frac{V_u}{2\eta} \left[h_v + \alpha_v \left(\ell_v - \frac{c_1}{2} \right) \right] \quad \text{Ec. (11-39)}$$

Para un conector de corte de cuatro brazos (idénticos), $\eta = 4$; suponiendo $h_v = 4$ in. y $\alpha_v = 0,25$: 11.12.4.5

$$\phi M_p = \frac{119,8}{2(4)} \left[4 + 0,25 \left(23,6 - \frac{12}{2} \right) \right] = 125,8 \text{ in.-kips}$$

$\phi = 0,90$ (elemento controlado por tracción) 9.3.2.1

$$M_p \text{ requerido} = \frac{125,8}{0,9} = 139,8 \text{ in.-kips}$$

Intentar con un conector de corte de acero A36 $W4 \times 13$ (módulo plástico $Z_x = 6,28 \text{ in.}^3$)

$$M_p = Z_x f_y = 6,28(36) = 226,1 \text{ in.-kips} > 139,8 \text{ in.-kips} \quad \text{VERIFICA}$$

- e. Verificar la limitación de altura para el conector de corte $W4 \times 13$. 11.12.4.2

$$70t_w = 70(0,280) = 19,6 \text{ in.} > h_v = 4,16 \text{ in.} \quad \text{VERIFICA}$$

- f. Determinar la ubicación del ala comprimida del perfil de acero con respecto a la superficie comprimida de la losa, asumiendo un recubrimiento de $3/4$ in. y 2 capas de barras No. 5. 11.12.4.4

$$0,3d = 0,3(6) = 1,8 \text{ in.} < 0,75 + 2(0,625) = 2 \text{ in.} \quad \text{NO VERIFICA}$$

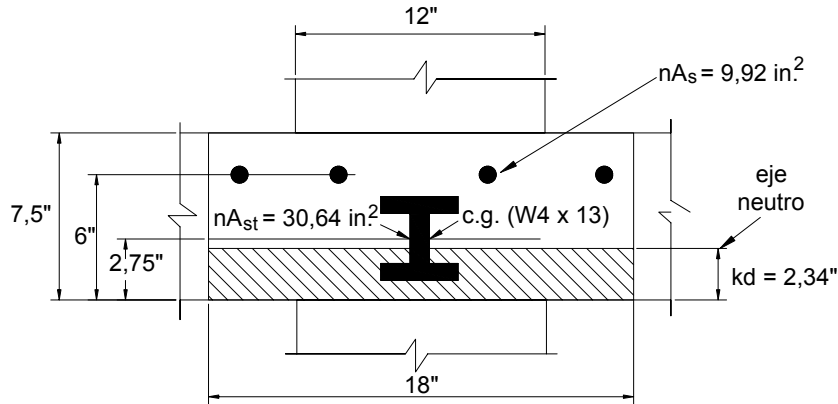
Por lo tanto se deben cortar las dos capas de barras No. 5 en el fondo de la losa.

- g. Determinar la relación de rigidez α_v .

Para el perfil $W4 \times 13$:

$$A_{st} = 3,83 \text{ in.}^2$$

$$I_s = 11,3 \text{ in.}^4$$



La A_s provista para $M_u = 175$ ft-kips consiste en barras No. 5 separadas 5 in.

Centro de gravedad del $W4 \times 13$ desde la cara comprimida = $0,75 + 2 = 2,75$ in.

Ancho de losa efectivo = $c_2 + d = 12 + 6 = 18$ in.

Propiedades de la sección transformada:

Para $f'_c = 4000$ psi, usar $n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{29.000}{3605} = 8$

Acero transformado en hormigón equivalente:

$$nA_s = 8(4 \times 0,31) = 9,92 \text{ in.}^2$$

$$nA_{st} = 8(3,83) = 30,64 \text{ in.}^2$$

El eje neutro de la sección fisurada de la losa compuesta se puede obtener igualando los momentos estáticos de las áreas transformadas.

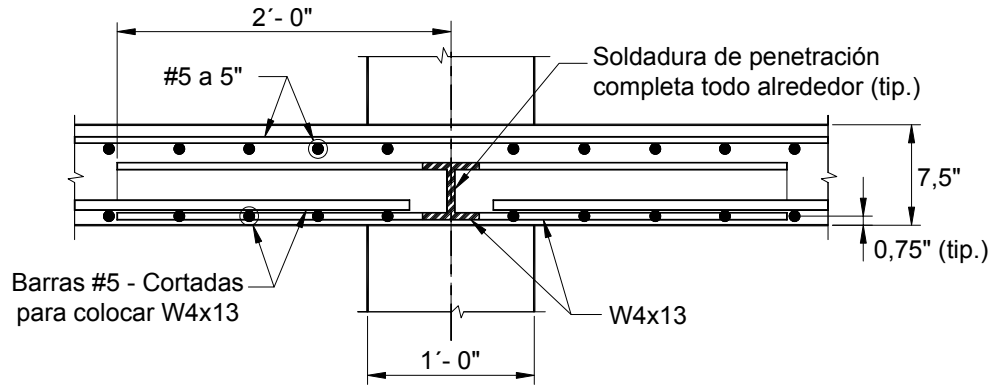
$$\frac{18(kd)^2}{2} = 30,64(2,75 - kd) + 9,92(6 - kd)$$

Resolviendo se obtiene $kd = 2,34$ in.

$$\begin{aligned} I_{\text{compuesto}} &= \frac{18(2,34)^3}{3} + n(I_s \text{ del perfil de acero}) + 9,92(3,66)^2 + 30,64(0,41)^2 \\ &= 76,9 + 8(11,3) + 132,9 + 5,2 = 305,4 \text{ in.}^4 \end{aligned}$$

$$\alpha_v = \frac{nI_s}{I_{\text{compuesto}}} = \frac{8 \times 11,3}{305,4} = 0,30 > 0,15 \quad \text{VERIFICA}$$

Por lo tanto, el conector de corte $W4 \times 13$ satisface todos los requisitos aplicables del código.



Detalles finales de la armadura con conector de corte

- h. Determinar la contribución del conector de corte a la resistencia al momento negativo de la franja de columna de la losa. 11.12.4.9

$$M_v = \frac{\phi \alpha_v V_u}{2\eta} \left(\ell_v - \frac{c_1}{2} \right) \quad \text{Ec. (11-40)}$$

$$= \frac{0,9 \times 0,30 \times 119,8}{2 \times 4} (25 - 6) = 76,8 \text{ in.-kips} = 6,4 \text{ ft-kips}$$

Sin embargo, M_v no debe ser mayor que $M_p = 139,8 \text{ in.-kips}$ ni mayor que $0,3 \times 175 \times 12 = 630 \text{ in.-kips}$, ni mayor que la variación del momento de la franja de columna en la longitud ℓ_v . Para este diseño, aproximadamente 4% del momento negativo de la franja de columna de la losa se puede considerar resistido por la armadura de conectores de corte.

Ejemplo 16.4 – Resistencia al corte de una losa con transferencia de momento

Considerar un panel exterior (de borde) de un sistema de losa formado por placas planas soportado por una columna cuadrada de 16 in. de lado. Determinar la resistencia al corte para transferencia de corte directo y momento entre la losa y la columna. La altura total de la losa es $h = 7,25$ in. ($d \approx 6,0$ in.). Asumir que para analizar la losa se utiliza el Método de Diseño Directo. Considerar dos condiciones de carga:

1. Esfuerzo de corte mayorado total $V_u = 30$ kips

Momento estático mayorado total M_o en el tramo final = 96 ft-kips

2. $V_u = 60$ kips

$M_o = 170$ ft-kips

$f'_c = 4000$ psi

$f_y = 60.000$ psi

Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Propiedades de la sección necesarias para calcular las tensiones de corte:

En referencia a la Figura 16-13, para flexión de una columna de borde perpendicular al borde (Caso C),

$$b_1 = c_1 + \frac{d}{2} = 16 + \frac{6}{2} = 19,0 \text{ in.}$$

$$b_2 = c_2 + d = 16 + 6 = 22,0 \text{ in.}$$

$$b_o = 2(19,0) + 22 = 60,0 \text{ in.}$$

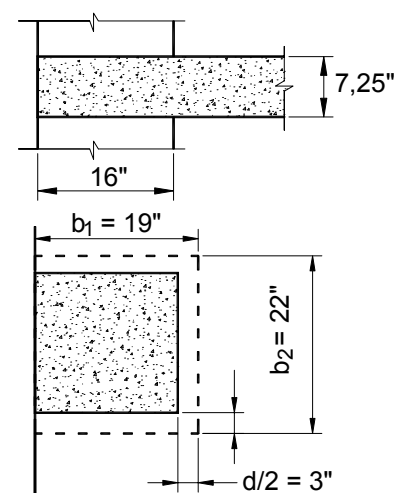
$$c = \frac{b_1^2}{2b_1 + b_2}$$
$$= \frac{19,0^2}{(2 \times 19,0) + 22,0} = 6,02 \text{ in.}$$

$$A_c = (2b_1 + b_2)d = 360 \text{ in.}^2$$

$$\frac{J}{c} = \frac{[2b_1^2 d (b_1 + 2b_2) + d^3 (2b_1 + b_2)]}{6b_1} = 2508 \text{ in.}^3$$

$$c' = b_1 - c = 19 - 6,02 = 12,98 \text{ in.}$$

$$\frac{J}{c'} = \left(\frac{J}{c}\right) \left(\frac{c}{c'}\right) = 2508 \left(\frac{6,02}{12,98}\right) = 1163 \text{ in.}^3$$



2. Condición de carga (1), $V_u = 30$ kips, $M_o = 96$ ft-kips:

a. Porción del momento no balanceado a ser transferido por excentricidad del corte. 11.12.6.1

$$\gamma_v = 1 - \gamma_f \quad \text{Ec. (11-39)}$$

Para los momentos no balanceados respecto de un eje paralelo al borde en los apoyos exteriores, el valor de γ_f se puede tomar igual a 1,0 siempre que $V_u \leq 0,75\phi V_c$. 13.5.3.3

$$V_c = 4\sqrt{f'_c} b_o d \quad \text{Ec. (11-35)}$$

$$= 4\sqrt{4000} \times 60 \times 6,0 / 1000 = 91,1 \text{ kips}$$

$$\phi = 0,75 \quad 9.3.2.3$$

$$0,75\phi V_c = 0,75 \times 0,75 \times 91,1 = 51,2 \text{ kips} > V_u = 30 \text{ kips}$$

Por lo tanto, todo el momento no balanceado en el apoyo se puede considerar transferido por flexión (es decir, $\gamma_f = 1,0$ y $\gamma_v = 0$). Observar que γ_f se puede tomar igual a 1,0 siempre que ρ dentro del ancho de losa efectivo $3h + c_2 = 21,75 + 16 = 37,75$ in. no sea mayor que $0,375\rho_b$.

b. Verificar la resistencia al corte de la losa sin armadura de corte.

Tensión de corte combinada a lo largo de la cara interior de la sección crítica de transferencia.

$$v_{u1} = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c}{J} = \frac{30.000}{360} + 0 = 83,3 \text{ psi}$$

Tensión de corte admisible:

$$\phi v_c = \phi 4\sqrt{f'_c} = 0,75(4\sqrt{4000}) = 189,7 \text{ psi} > v_{u1} = 83,3 \text{ psi} \quad \text{VERIFICA}$$

La resistencia al corte de la losa es adecuada para la transferencia de corte y momento requerida entre la losa y la columna.

También se debe considerar el diseño para la porción del momento no balanceado transferido por flexión $\gamma_f M_u$. En el Ejemplo 19.1 se utiliza el Método de Diseño Directo. En el Ejemplo 20.1 se utiliza el Método del Pórtico Equivalente. 13.5.3.2

Para el Método de Diseño Directo $\gamma_f M_u = 1,0 \times (0,26M_o) = 25$ ft-kips a ser transferidos en el ancho efectivo de 37,75 in., siempre que dentro del ancho de 37,75 in. $\rho \leq 0,375 \rho_b$. 13.6.3.3 13.5.3.3

3. Condición de carga (2), $V_u = 60$ kips, $M_o = 170$ ft-kips:

a. Verificar la resistencia al corte de la losa sin armadura de corte.

Porción del momento no balanceado a ser transferida por excentricidad del corte. 11.12.6.1

$$0,75\phi V_c = 51,2 \text{ kips} < V_u = 60 \text{ kips} \quad 13.5.3.3$$

Por lo tanto, $\gamma_v = 1 - \gamma_f$ Ec. (11-39)

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{b_1}{b_2}}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{3} \sqrt{\frac{19,0}{22,0}}} = 0,62 \quad \text{Ec. (13-1)}$$

$$\gamma_v = 1 - 0,62 = 0,38$$

Para el Método de Diseño Directo, el momento no balanceado M_u a utilizar en el cálculo de la tensión de corte para la columna de borde $= 0,3M_o = 0,3 \times 170 = 51,0$ ft-kips. 13.6.3.6

Tensión de corte combinada a lo largo de la cara interior de la sección crítica de transferencia,

$$\begin{aligned} v_{ul} &= \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u c}{J} \\ &= \frac{60.000}{360} + \frac{0,38 \times 51,0 \times 12.000}{2508} \\ &= 166,7 + 92,7 = 259,4 \text{ psi} \end{aligned}$$

$$\phi v_n = 189,7 \text{ psi} < v_{ul} = 259,4 \text{ psi} \quad \text{NO VERIFICA}$$

Se debe proveer armadura de corte para resistir el exceso de tensión de corte; proveer armadura compuesta por barras o bien perfiles I de acero estructural o secciones con perfiles tipo canal (conectores de corte).

Aumentar la resistencia al corte de la losa usando armadura en forma de barras.

b. Verificar la máxima tensión de corte permitida con barras de armadura. 11.12.3.2

Verificar la altura efectiva, d. 11.12.3

Suponiendo estribos de barras No. 3 ($d_b = 0,375$ in.),

$$d = 6 \text{ in.} \geq \begin{cases} 6 \text{ in. VERIFICA} \\ 16 \times 0,375 = 6 \text{ in. VERIFICA} \end{cases}$$

$$v_{ul} \leq \phi 6 \sqrt{f'_c}$$

$$\phi v_n = 0,75 \left(6 \sqrt{4000} \right) = 284,6 \text{ psi}$$

$$v_{ul} = 259,4 \text{ psi} < \phi v_n = 284,6 \text{ psi} \quad \text{VERIFICA}$$

c. Determinar la tensión de corte resistida por el hormigón con barras de armadura. 11.12.3.1

$$\phi V_c = \phi 2 \sqrt{f'_c} = 0,75 \left(2 \sqrt{4000} \right) = 94,9 \text{ psi}$$

d. Con armadura de corte simétrica en todos los lados de la columna, A_v requerida es:

$$A_v = \frac{(v_{u1} - \phi v_c) b_o s}{\phi f_y} \quad \text{Ec. (4)}$$

donde b_o es el perímetro de la sección crítica ubicada a una distancia $d/2$ del perímetro de la columna:

$$b_o = 2(19) + 22 = 60 \text{ in. y}$$

$$s = \frac{d}{2} = 3,0 \text{ in.}$$

$$A_v = \frac{(259,4 - 94,9) \times 60 \times 3,0}{0,75 \times 60.000} = 0,66 \text{ in.}^2$$

A_v es el área total de armadura de corte requerida en los tres lados de la columna.

$$A_v (\text{por lado}) = \frac{0,66}{3} = 0,22 \text{ in.}^2$$

Usar estribos cerrados No. 3 con una separación de 3,0 in. ($A_v = 0,22 \text{ in.}^2$).

Se puede realizar una verificación sencilla de los cálculos. Para estribos cerrados No. 3 con una separación de 3,0 in.:

$$\begin{aligned} \phi(v_c + v_s) &= \phi \left(2\sqrt{f'_c} + \frac{A_v f_y}{b_o s} \right) \\ &= 0,75 \left(2\sqrt{4000} + \frac{(3 \times 0,22) \times 60.000}{60 \times 3,0} \right) \\ &= 0,75(126,5 + 220,0) = 259,9 \text{ psi} > v_{u1} = 259,4 \text{ psi} \quad \text{VERIFICA} \end{aligned} \quad \text{Ec. (11-41)}$$

e. Determinar la distancia a partir de los lados de la columna donde pueden terminar los estribos.

$$V_u \leq \phi V_c \quad 11.12.3.1$$

$$\phi V_c = \phi 2\sqrt{f'_c} b_o d$$

$$\text{donde } b_o = 2a\sqrt{2} + (3 \times 16)$$

$$60.000 \leq 0,75 \times 2\sqrt{4000} (2a\sqrt{2} + 48) 6,0$$

Resolviendo, $a = 20,3 \text{ in.}$

Observar que este valor es una estimación conservadora, ya que V_u en el perímetro de la sección crítica considerada es considerablemente menor que 60 kips.

No. de estribos requeridos $= (20,3 - d/2)/3,0 = 5,8$
(Los estribos pueden terminar a $d/2 = 3,0$ del perímetro b_o)

Usar 6 estribos cerrados No. 3 con una separación de 3,0 in. a lo largo de los tres lados de la columna. Detallar los estribos de manera similar al Ejemplo 16.3.

