

Ménsulas y entalladuras horizontales en vigas

ACTUALIZACIÓN PARA EL CÓDIGO 2002

Antes del Código 2002, los requisitos del artículo 11.9 sólo eran aplicables a las ménsulas en las cuales la relación entre la luz de corte y la profundidad, a/d , era menor o igual que 1,0. El Código 2002 permite utilizar los requisitos del Apéndice A, Modelos de Bielas y Tirantes, para diseñar ménsulas con relaciones a/d menores que 2,0 (11.9.1). Ver la Parte 17.

11.9 LÍMITES DE APLICACIÓN DE LOS REQUISITOS PARA MÉNSULAS

El procedimiento de diseño para ménsulas reconoce el comportamiento como viga de gran altura o como reticulado simple de estos elementos con baja longitud de corte, como se ilustra en la Figura 15-1. Se deben impedir los cuatro modos de falla potenciales indicados en la Figura 15-1: (1) Falla por corte directo en la interfase entre la ménsula y el elemento en que se apoya; (2) Fluencia de la armadura traccionada por el momento y la tracción directa; (3) Aplastamiento de la "biela" comprimida interna; y (4) Falla localizada por aplastamiento o por corte debajo del área cargada.

Para diseñar ménsulas en las cuales la relación entre la luz de corte y la altura, a/d , es menor que 2, se pueden usar los requisitos del Apéndice A. Los requisitos de los artículos 11.9.3 y 11.9.4 se permiten cuando $a/d \leq 1$ y la fuerza horizontal $N_{uc} \leq V_n$.

Independientemente del método de diseño utilizado, se deben satisfacer los requisitos de los artículos 11.9.2, 11.9.3.2.1, 11.9.3.2.2, 11.9.5 y 11.9.6.

Cuando a/d es mayor que 2,0 las ménsulas se deben diseñar como voladizos, utilizando los requisitos aplicables para flexión y corte.

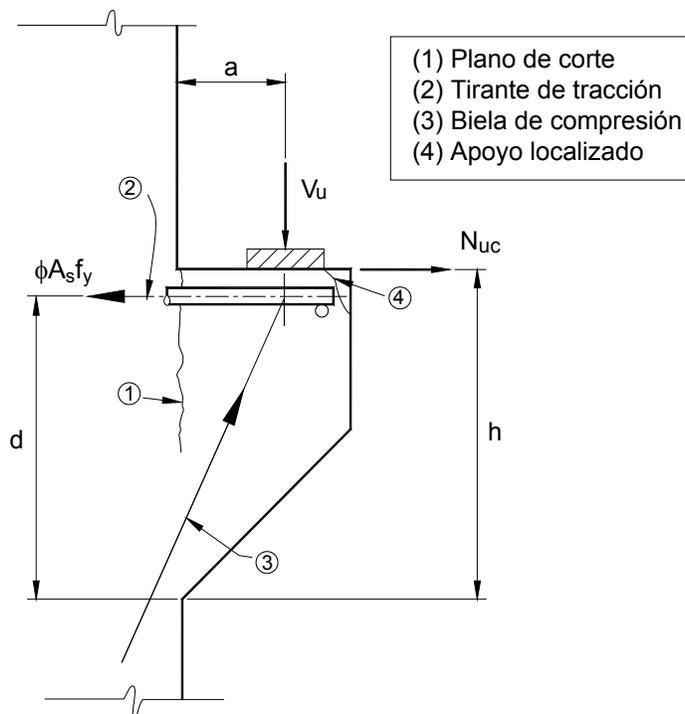


Figura 15-1 – Comportamiento estructural de una ménsula

11.9.1 - 11.9.5 Requisitos de diseño

La sección crítica para el diseño de las ménsulas se toma en la cara del apoyo. Esta sección se debe diseñar para que resista simultáneamente un esfuerzo de corte V_u , un momento $M_u = V_u a + N_{uc} (h - d)$, y una fuerza de tracción horizontal N_{uc} (11.9.3). El valor de N_{uc} no debe ser menor que $0,2V_u$, a menos que se adopten disposiciones especiales para evitar las fuerzas de tracción (11.9.3.4). Este valor mínimo de N_{uc} se ha establecido para tomar en cuenta el comportamiento incierto de las uniones deslizantes y/o los apoyos flexibles. Además, típicamente la fuerza de tracción N_{uc} se debe a causas indeterminadas tales como la contracción restringida o las tensiones de origen térmico. En cualquier caso, esta fuerza se debe considerar siempre como una sobrecarga a la cual se aplicará un factor de carga igual a 1,6 (11.9.3.4). Debido a que el diseño de las ménsulas es controlado fundamentalmente por corte, el artículo 11.9.3.1 especifica que el factor de reducción de la resistencia, ϕ , se debe tomar igual a 0,75 para todas las condiciones de diseño.

Para el hormigón de peso normal, la resistencia al corte V_n se limita al menor valor entre $0,2f_c b_w d$ y $800b_w d$ (11.9.3.2). Para el hormigón liviano, V_n está limitada por los requisitos del artículo 11.9.3.2.2, los cuales son más restrictivos que los correspondientes a hormigón de peso normal. Ensayos realizados han demostrado que en el caso del hormigón liviano V_n depende de f_c y de a/d .

Para las ménsulas la armadura requerida es:

A_{vf} = área de armadura de corte por fricción para resistir el corte directo V_u , calculada de acuerdo con el artículo 11.7 (11.9.3.2).

A_f = área de armadura de flexión para resistir el momento $M_u = V_u a + N_{uc} (h - d)$, calculada de acuerdo con los artículos 10.2 y 10.3 (11.9.3.3).

A_n = área de armadura para resistir la fuerza de tracción directa N_{uc} , calculada de acuerdo con el artículo 11.9.3.4.

En la Figura 15-2 se ilustra la armadura que se debe proveer, incluyendo:

A_s = armadura principal de tracción

A_h = armadura de corte (estribos cerrados)

Esta armadura se provee de manera tal que la armadura total $A_s + A_h$ que atraviesa la cara del apoyo sea el valor mayor entre (a) $A_{vf} + A_n$, y (b) $3A_f/2 + A_n$ para satisfacer criterios basados en resultados de ensayos.^{15.1}

Si el caso determinante es (a) (es decir, $A_{vf} > 3A_f/2$):

$$\begin{aligned} A_s &= A_{vf} + A_n - A_h \\ &= A_{vf} + A_n - 0,5(A_s - A_n) \end{aligned} \quad 11.9.4$$

o bien $A_s = 2A_{vf}/3 + A_n$ (armadura principal de tracción)

$$y \quad A_h = (0,5)(A_s - A_n) = A_{vf}/3 \quad (\text{estribos cerrados}) \quad 11.9.4$$

Si el caso determinante es (b) (es decir, $3A_f/2 > A_{vf}$):

$$\begin{aligned} A_s &= 3A_f/2 + A_n - A_h \\ &= 3A_f/2 + A_n - 0,5(A_s - A_n) \end{aligned}$$

o bien $A_s = A_f + A_n$ (armadura principal de tracción)

$$y \quad A_h = (0,5)(A_s - A_n) = A_f/2 \quad (\text{estribos cerrados})$$

De acuerdo con el artículo 11.9.4, tanto en el caso (a) como en el caso (b), $A_h = (0,5)(A_s - A_n)$ determina la cantidad de armadura de corte que se debe proveer en forma de estribos cerrados paralelos a A_s distribuidos en forma uniforme dentro de una distancia igual a $(2/3 d)$ adyacente a A_s .

Se requiere una cuantía mínima de armadura principal de tracción $\rho_{\min} = 0,04f_c/f_y$ para asegurar un comportamiento dúctil una vez que se produce fisuración bajo la acción del momento y la fuerza de tracción directa (11.9.5).

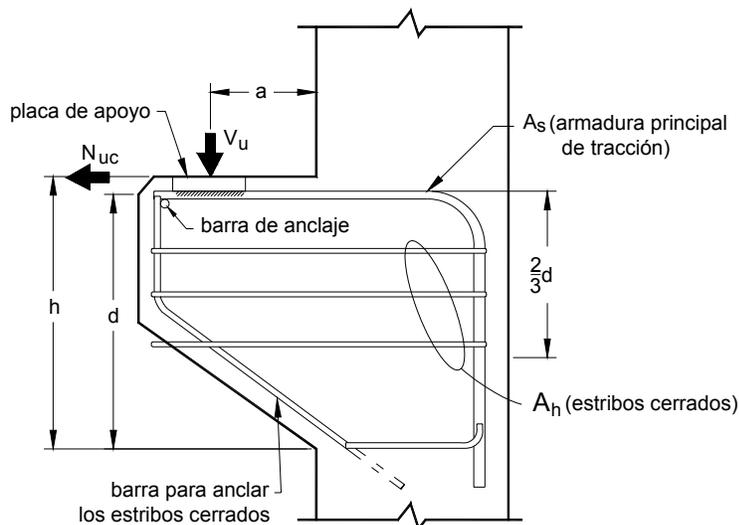


Figura 15-2 – Armadura de una ménsula

ENTALLADURAS HORIZONTALES EN VIGAS

Las vigas que tienen entalladuras horizontales se deben diseñar para los efectos globales de flexión, corte, esfuerzos axiales y torsión que actúan en el elemento, como así también para los efectos locales en la proximidad de la entalladura (Referencias 15.2 y 15.6). El Código no trata específicamente el diseño de las entalladuras horizontales en vigas. Esta sección sólo abarca los modos de falla localizados y los requisitos de armadura para impedir estas fallas.

El diseño de las entalladuras de las vigas es similar al de las ménsulas en cuanto a las condiciones de carga, pero en las entalladuras de vigas se deben considerar requisitos de diseño y detalles de armado adicionales. En consecuencia, aún cuando el Código no lo trata específicamente, este capítulo presenta el diseño de las entalladuras horizontales en vigas. En la Figura 15-3 se ilustran algunos de los modos de falla ya descritos al hablar de las ménsulas. Sin embargo, en el caso de las entalladuras se deberán considerar dos modos de falla adicionales (ver Figura 15-3): (5) separación entre la entalladura y el alma de la viga cerca de la parte superior de la entalladura en la proximidad de la carga de la entalladura, y (6) punzonado. La carga vertical aplicada a la entalladura es resistida por una biela comprimida. A su vez, la componente vertical de la biela comprimida inclinada debe ser tomada por los estribos del alma (ramas de los estribos A_v adyacentes a la cara lateral del alma) que actúan como armadura "de suspensión" para llevar la carga de la entalladura a la parte superior de la viga. En la esquina formada por la intersección de la entalladura y el alma aparecerá una fisura diagonal que se extenderá hasta el estribo y continuará adyacente al mismo. Por este motivo, para calcular el momento debido a V_u se utiliza una luz de corte, a_f , ligeramente mayor. Ahora bien, la sección crítica para el momento se toma en el centro de los estribos de la viga, y no en la cara de la viga. Además, para las entalladuras horizontales en las vigas, para la resistencia a la flexión el brazo de momento interno no se debe tomar mayor que $0,8h$.

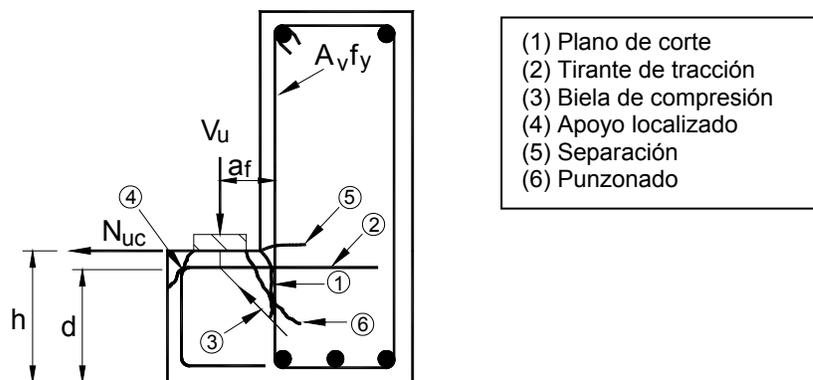


Figura 15-3 – Comportamiento estructural de una entalladura horizontal en una viga

El procedimiento de diseño descrito en esta sección se basa en investigaciones realizadas por Mirza y Furlong (Referencias 15.3 a 15.5). La información clave que necesita el ingeniero es poder establecer el ancho efectivo de la entalladura para cada uno de los potenciales modos de falla. Mirza y Furlong determinaron estos anchos efectivos realizando estudios analíticos cuyos resultados han sido verificados mediante ensayos a gran escala. Las entalladuras horizontales en las vigas también se pueden diseñar aplicando el procedimiento de diseño por bielas y tirantes (ver la discusión correspondiente en la Parte 32).

El diseño para impedir los modos de falla localizados exige considerar las siguientes acciones:

1. Corte V_u
2. Fuerza de tracción horizontal N_{uc} mayor o igual que $0,2V_u$, pero nunca mayor que V_u
3. Momento $M_u = V_u a_f + N_{uc} (h - d)$

La armadura para los diferentes modos de falla se determina en base a los anchos efectivos o secciones críticas que se discuten a continuación. En todos los casos, las resistencias requeridas (V_u , M_u , N_u) nunca deben ser menores o iguales que las resistencias de diseño (ϕV_n , ϕM_n , ϕN_n). El factor de reducción de la resistencia ϕ se toma igual a 0,75 para todas las acciones, igual que en el caso

de las ménsulas. A continuación se indican los requisitos de resistencia para los diferentes modos de falla en el caso de hormigón de peso normal. Si se utiliza hormigón de agregados livianos se deberán realizar las modificaciones especificadas en el artículo 11.2.

a. Corte por fricción

En la Figura 15-4 se ilustran los parámetros que afectan la determinación de la armadura de corte por fricción.

$$V_u \leq 0,2\phi f'_c (W + 4a)d \tag{1}$$

$$\leq \phi\mu A_{vf} f_y$$

donde d = profundidad efectiva de la entalladura desde el baricentro de la capa superior de armadura transversal de la entalladura hasta la parte inferior de la entalladura (ver Figura 15-4)

μ = coeficiente de fricción de acuerdo con el artículo 11.7.4.3

Observar que de acuerdo con el artículo 11.7.5 se debe satisfacer $0,2f'_c \leq 800$ psi.

Si $(W + 4a) > S$, entonces $V_u \leq 0,2\phi f'_c Sd$, siendo S la distancia entre centros de apoyos adyacentes en la misma entalladura.

En los extremos de la entalladura, $V_u \leq 0,2\phi f'_c (2c)d$, siendo c la distancia entre el centro del apoyo del extremo y el extremo de la entalladura. Sin embargo, $2c$ debe ser menor o igual que el menor valor entre $(W + 4a)$ y S .

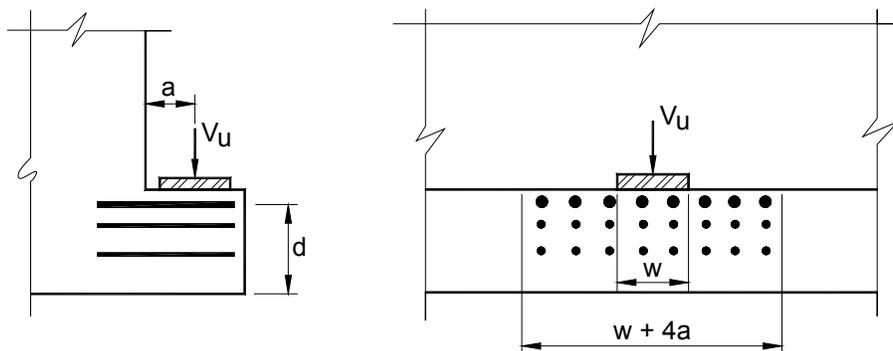


Figura 15-4 – Corte por fricción

b. Flexión

En la Figura 15-5 se ilustran las condiciones correspondientes a flexión y tracción directa.

$$V_u a_f + N_{uc} (h - d) \leq \phi A_f f_y (jd) \tag{2}$$

$$N_{uc} \leq \phi A_n f_y$$

La armadura principal de tracción A_s debe ser igual al mayor valor entre $(A_f + A_n)$ ó $(2A_{vf}/3 + A_n)$. Si $(W + 5a_f) > S$, la armadura se debe colocar en una distancia S . En los extremos de la entalladura, la armadura se debe colocar en una distancia $(2c)$, siendo c la distancia entre el centro del apoyo del extremo y el extremo de la entalladura, pero nunca mayor que $1/2 (W + 5a_f)$. La Referencia 15.5 recomienda adoptar $jd = 0,8d$.

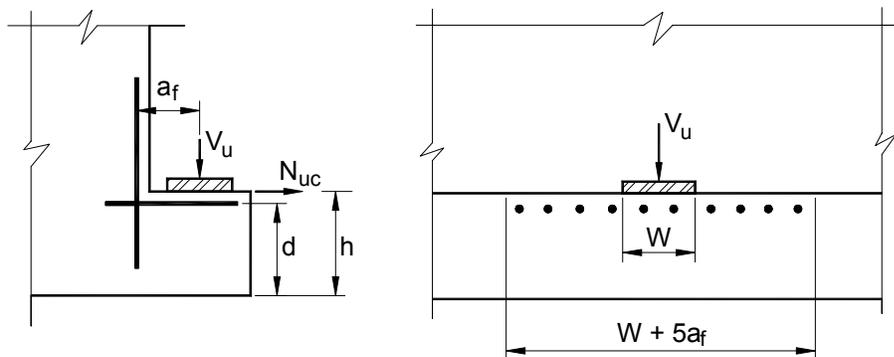


Figura 15-5 – Flexión y tracción directa

c. Corte por punzonado

En la Figura 15-6 se ilustra el perímetro crítico para el corte por punzonado.

$$V_u \leq 4\phi\sqrt{f'_c} (W + 2L + 2d_f) d_f \quad (3)$$

donde d_f = profundidad efectiva de la entalladura entre la parte superior de la entalladura y el centro de la armadura transversal inferior (ver Figura 15-6).

Las pirámides truncadas correspondientes a apoyos adyacentes no se deben superponer. En los extremos de la entalladura,

$$V_u \leq 4\phi\sqrt{f'_c} (W + L + d_f) d_f$$

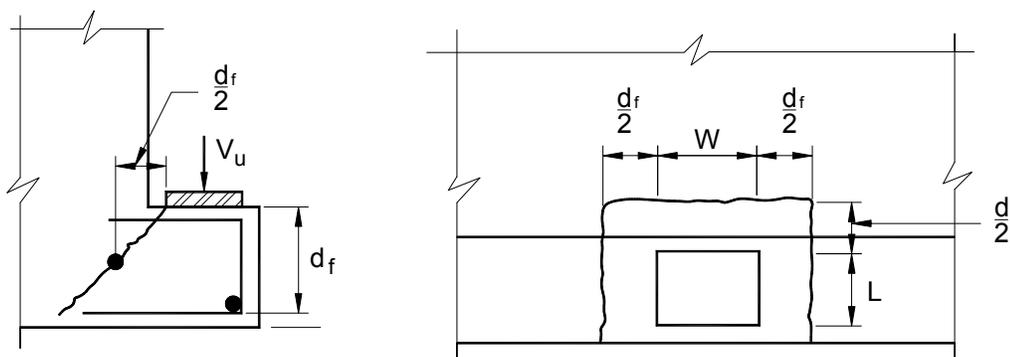


Figura 15-6 – Corte por punzonado

d. Armadura de suspensión

La armadura de suspensión se debe dimensionar de manera que satisfaga los criterios de resistencia. Además, si la entalladura estará sujeta a un gran número de sobrecargas repetitivas, como en el caso de los edificios para estacionamiento de vehículos y en los puentes, se deberá considerar el comportamiento en servicio. Como se ilustra en la Figura 15-7, la resistencia es determinada por

$$V_u \leq \phi \frac{A_v f_y}{s} S \quad (4)$$

donde A_v = área de una rama de la armadura de suspensión

S = distancia entre las cargas que actúan en la entalladura

s = separación de la armadura de suspensión

El comportamiento en servicio está determinado por

$$V_u \leq \frac{A_v (0,5f_y)}{s} (W + 3a) \quad (5)$$

donde V es la reacción debida a las cargas permanentes y sobrecargas de servicio.

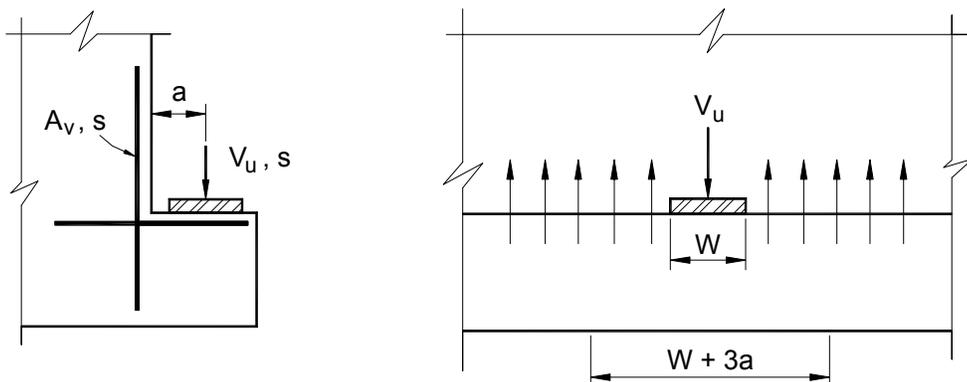


Figura 15-7 – Armadura de suspensión para impedir que la entalladura se separe del alma

Además, la armadura de suspensión de las Te invertidas está determinada por la consideración del modo de falla por corte ilustrado en la Figura 15-8:

$$2V_u \leq 2\left[2\phi\sqrt{f'_c} b_f d'_f\right] + \phi \frac{A_v f_y}{s} (W + 2d'_f) \quad (6)$$

donde d'_f = profundidad del ala entre la parte superior de la entalladura y el centro de la armadura longitudinal inferior (ver Figura 15-8).

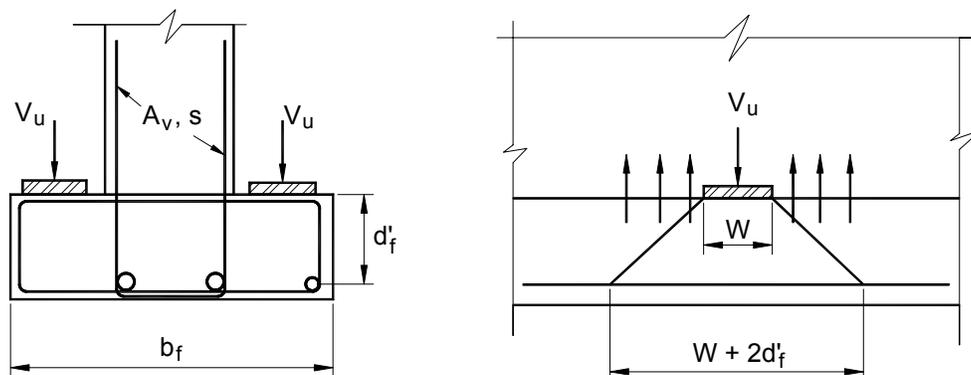


Figura 15-8 – Armadura de suspensión para impedir que la entalladura se separe parcialmente del alma y el corte de la entalladura

11.9.6 Desarrollo y anclaje de la armadura

Todas las armaduras se deben desarrollar completamente a ambos lados de la sección crítica. En general el anclaje dentro del apoyo se materializa mediante una longitud embebida o ganchos. En las ménsulas la distancia entre la carga y la cara del apoyo generalmente es corta, de manera que es necesario proveer anclaje especial en los extremos exteriores tanto de la armadura principal A_s como de la armadura de corte A_h . Normalmente el anclaje de A_s se logra soldando una barra de anclaje de igual tamaño en los extremos de A_s (Figura 15-9(a)), o bien soldándola a un perfil de guardia. En el primero de los casos, la barra de anclaje debe estar ubicada más allá del borde del área cargada. Si el anclaje se materializa mediante un gancho o un doblado A_s , la carga no se debe proyectar más allá de la porción recta del gancho o codo (Figura 15-9(b)). En las entalladuras horizontales en vigas, el anclaje se puede lograr mediante un gancho o doblando la armadura, siendo aplicable la misma limitación referida a la ubicación de la carga (Figura 15-10). Si una ménsula o la entalladura de una viga se diseñan para resistir ciertas fuerzas horizontales específicas, la placa de apoyo se debe soldar a A_s .

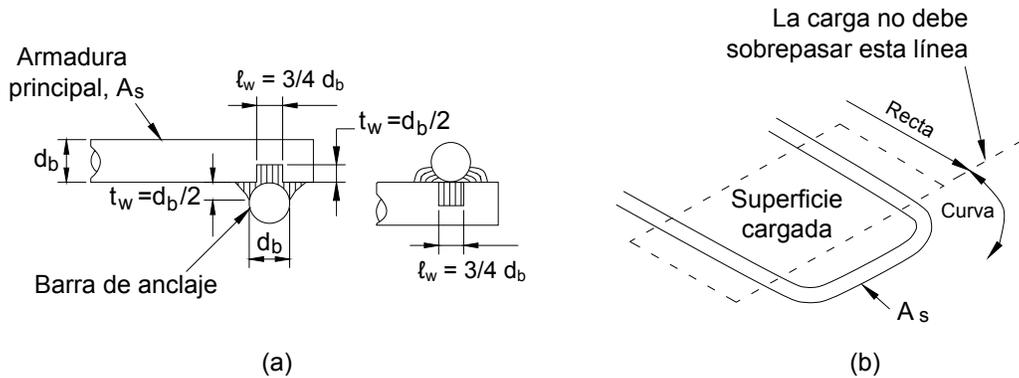


Figura 15-9 – Detalles de anclaje usando (a) soldadura a una barra transversal y (b) barra doblada

Los estribos cerrados usados para A_h deben estar anclados de manera similar, generalmente rodeando una barra del mismo diámetro que los estribos cerrados dispuesta especialmente para tal fin (ver Figura 15-2)

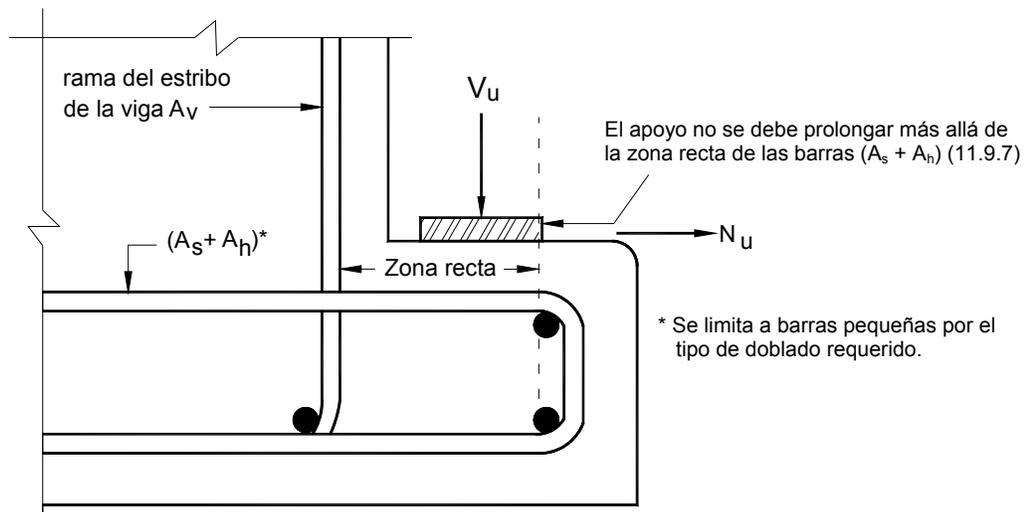


Figura 15-10 – Detalles de armado de la entalladura horizontal en una viga

REFERENCIAS

- 15.1 Mattock, Alan H., Chen, K.C. y Soongswang, K., "The Behavior of Reinforced Concrete Corbels," *PCI Journal*, Prestressed Concrete Institute, V. 21, No. 2, Marzo-Abril 1976, pp. 52-77.
- 15.2 Klein, G-J., "Design of Spandrel Beams," *PCI Journal*, V. 31, No. 5, Setiembre-October 1986, pp. 76-124.
- 15.3 Mirza, Sher Ali y Furlong, Richard W., "Strength Criteria for Concrete Inverted T-Girder," *Journal of Structural Engineering*, V. 109, No. 8, Agosto 1983, pp. 1836-1853.
- 15.4 Mirza, Sher Ali y Furlong, Richard W., "Serviceability Behavior and Failure Mechanisms of Concrete Inverted T-Beam Bridge Bent Caps," *ACI Journal, Proceedings*, Vol. 80, No. 4, Julio-Agosto 1983, pp. 294-304.
- 15.5 Mirza, Sher Ali y Furlong, Richard W., "Design of Reinforced and Prestressed Concrete Inverted T-Beams for Bridge Structures," *PCI Journal*, Vol. 30, No. 4, Julio-Agosto 1985, pp. 112-136.
- 15.6 "Design of Concrete Beams for Torsion," Portland Cement Association, Skokie, Illinois, 1999.

Ejemplo 15.1 – Diseño de una ménsula corta

Diseñar una ménsula corta con las dimensiones mínimas necesarias para soportar una viga como se ilustra a continuación. La ménsula se proyecta a partir de una columna cuadrada de 14 in. de lado. La restricción de la fluencia lenta y la contracción crea una fuerza horizontal de 20 kips en el apoyo soldado.

$$f'_c = 5000 \text{ psi} \quad (\text{hormigón de peso normal})$$

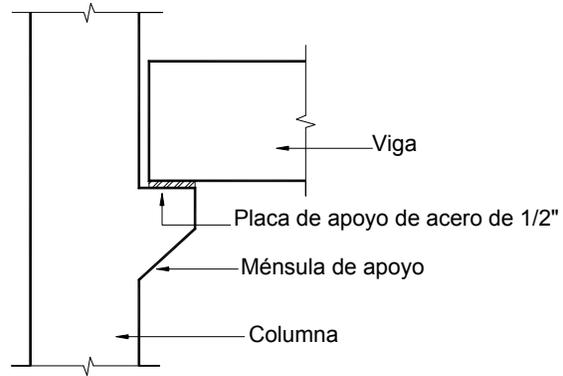
$$f_y = 60.000 \text{ psi}$$

Reacciones de la viga:

$$DL = 24 \text{ kips}$$

$$LL = 37,5 \text{ kips}$$

$$T = 20 \text{ kips}$$



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Dimensionar la placa de apoyo en base a la resistencia al aplastamiento del hormigón según el artículo 10.17. El ancho de la placa de apoyo es de 14 in.

$$V_u = 1,2(24) + 1,6(37,5) = 88,8 \text{ kips}$$

Ec. (9-2)

$$V_u \leq \phi P_{nb} = \phi(0,85f'_c A_1)$$

10.17.1

$$\phi = 0,65$$

9.3.2.4

$$88,8 = 0,65(0,85 \times 5 \times A_1) = 2,763A_1$$

$$A_1 = \frac{88,8}{2,763} = 32,14 \text{ in.}^2$$

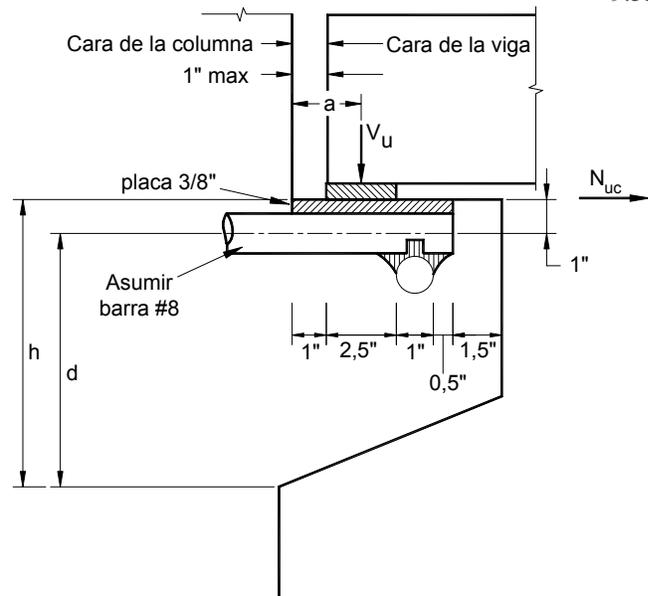
$$\text{Longitud de apoyo} = \frac{32,14}{14} = 2,30 \text{ in.}$$

Usar una placa de apoyo rectangular de 2,5 in. \times 14 in.

2. Determinar la luz de corte 'a' con una luz máxima de 1 in. en el extremo de la viga. Se asume que la reacción de la viga actúa en el punto correspondiente a un tercio de la placa de apoyo para simular la rotación de la viga soportada y la distribución triangular de las tensiones debajo de la placa de apoyo.

$$a = \frac{2}{3}(2,5) + 1,0 = 2,67 \text{ in.}$$

Usar a = 3 in. máximo.



Detallar la barra transversal justo afuera del borde exterior del apoyo.

3. Determinar la altura total de la ménsula en base a la resistencia al corte limitante V_n .

$$V_n \text{ es el menor valor entre } V_n = 800 b_w d \quad (\text{valor determinante}) \quad 11.9.3.2.1$$

$$\text{o bien } V_n = 0,2f'_c b_w d = (0,2 \times 5000) b_w d = 1000 b_w d$$

$$\text{Por lo tanto, } V_u \leq \phi V_n = \phi(800 b_w d)$$

$$d_{\text{requerida}} = \frac{88.800}{0,75(800 \times 14)} = 10,57 \text{ in.}$$

Suponiendo una barra No. 8, placa de acero de 3/8 in., más la tolerancia,

$$h = 10,57 + 1,0 = 11,57 \text{ in.} \quad \text{Usar } h = 12 \text{ in.}$$

$$\text{Para el diseño, } d = 12,0 - 1,0 = 11,0 \text{ in.}$$

$$\frac{a}{d} = 0,27 < 1 \quad \text{VERIFICA} \quad 11.9.1$$

$$\text{Además, } N_{uc} = 1,6 \times 20 = 32,0 \text{ kips} \quad (\text{tratar como sobrecarga})$$

$$N_{uc} < V_u = 88,8 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

4. Determinar la armadura de corte por fricción A_{vf} . 11.9.3.2

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu} = \frac{88,8}{0,75(60)(1,4 \times 1)} = 1,41 \text{ in.}^2 \quad 11.7.4.1$$

5. Determinar la armadura de tracción directa A_n .

$$A_n = \frac{N_{uc}}{\phi f_y} = \frac{32,0}{0,75 \times 60} = 0,71 \text{ in.}^2 \quad 11.9.3.1$$

6. Determinar la armadura de flexión A_f . 11.7.4.3

$$M_u = V_u a + N_{uc} (h - d) = 88,8(3) + 32(12 - 11) = 298,4 \text{ in.} - \text{kips} \quad 11.9.3.3$$

Hallar A_f usando métodos convencionales para diseño a flexión o bien, conservadoramente, usar $j_u d = 0,9d$.

$$A_f = \frac{298,4}{0,75(60)(0,9 \times 11)} = 0,67 \text{ in.}^2$$

$$\text{Observar que para todos los cálculos } \phi = 0,75. \quad 11.9.3.1$$

7. Determinar la armadura principal de tracción A_s 11.9.3.5

$$\frac{2}{3}A_{vf} = \frac{2}{3}(1,41) = 0,94 \text{ in.}^2 > A_f = 0,67 \text{ in.}^2; \text{ por lo tanto, } \frac{2}{3}A_{vf} \text{ determina el dise\u00f1o.}$$

$$A_s = \frac{2}{3}A_{vf} + A_n = 0,94 + 0,71 = 1,65 \text{ in.}^2$$

Usar 2 barras No. 9, $A_s = 2,0 \text{ in.}^2$

Verificar armadura m\u00ednima:

11.9.5

$$\rho_{\min} = 0,04 \left(\frac{f'_c}{f_y} \right) = 0,04 \left(\frac{5}{60} \right) = 0,0033$$

$$A_{s(\min)} = 0,0033(14)(11) = 0,51 \text{ in.}^2 < A_s = 2,0 \text{ in.}^2 \quad \text{VERIFICA}$$

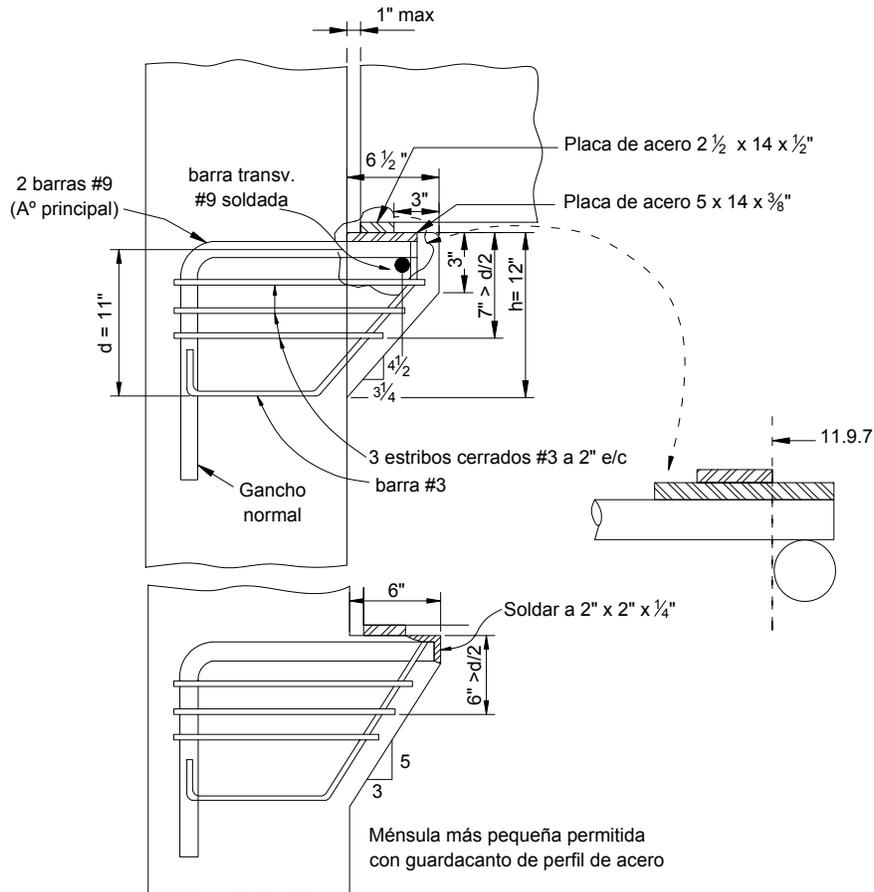
8. Determinar la armadura de corte A_h .

11.9.4

$$A_h = 0,5(A_s - A_n) = 0,5(2,0 - 0,71) = 0,65 \text{ in.}^2$$

Usar 3 estribos No. 3, $A_h = 0,66 \text{ in.}^2$

Distribuir los estribos en los dos tercios de altura efectiva de la m\u00e9nsula adyacentes a A_s .



Ejemplo 15.2 – Diseño de una ménsula corta, usando hormigón liviano y el Método de Corte por Fricción Modificado

Diseñar una ménsula corta que se proyecta a partir de una columna cuadrada de 14 in. de lado para soportar las siguientes reacciones de viga:

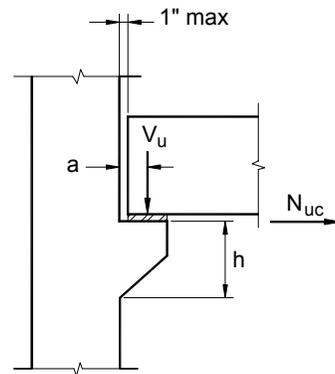
carga permanente = 32 kips

sobrecarga = 30 kips

fuerza horizontal = 24 kips

$f'_c = 4000$ psi (hormigón liviano)

$f_y = 60.000$ psi



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Dimensionar la placa de apoyo.

$$V_u = 1,2(32) + 1,6(30) = 86,4 \text{ kips}$$

Ec. (9-2)

$$V_u \leq \phi P_{nb} = \phi(0,85f'_c A_1)$$

10.17.1

$$\phi = 0,65$$

9.3.2.4

$$86,4 = 0,65(0,85 \times 4 \times A_1)$$

$$\text{Resolviendo, } A_1 = 39,1 \text{ in.}^2$$

$$\text{Longitud de apoyo requerida} = \frac{39,1}{14} = 2,8 \text{ in.}$$

Usar una placa de apoyo de 14 in. \times 3 in.

2. Determinar a.

Suponer que la reacción de la viga actúa en el punto correspondiente al tercio exterior de la placa de apoyo, y que hay una luz de 1 in. entre la parte posterior de la placa de apoyo y la cara de la columna. Por lo tanto:

$$a = 1 + \frac{2}{3}(3) = 3 \text{ in.}$$

3. Determinar la altura total de la ménsula en base a la resistencia al corte V_n . Para poder colocar la armadura y el hormigón más cómodamente, intentar con $h = 15$ in. Suponiendo una barra No. 8:

$d = 15 - 0,5 - 0,375 = 14,13$ in., digamos 14 in.

$$\frac{a}{d} = \frac{3}{14} = 0,21 < 1,0 \quad 11.9.1$$

$$N_{uc} = 1,6 \times 24 = 38,4 \text{ kips} < V_u = 86,4 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

Para hormigón liviano y $f'_c = 4000$ psi, V_n es el menor valor entre: 11.9.3.2.2

$$V_n = \left(800 - 280 \frac{a}{d} \right) b_w d = [800 - (280 \times 0,21)] 14 \times \frac{14}{1000} = 145,3 \text{ kips}$$

$$V_n = \left(0,2 - 0,07 \frac{a}{d} \right) f'_c b_w d = [0,2 - 0,07(0,21)] (4000)(14) \frac{14}{4000} = 145,3 \text{ kips}$$

$$\phi V_n = 0,75(145,3) = 109,0 \text{ kips} > V_u = 86,4 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

4. Determinar la armadura de corte por fricción A_{vf} . 11.9.3.2

Usando un Método de Corte por Fricción Modificado de acuerdo con lo permitido por el artículo 11.7.3 (ver R11.7.3):

$$V_n = 0,8A_{vf}f_y + K_1b_wd, \text{ con } \frac{A_{vf}f_y}{b_wd} \text{ no menor que } 200 \text{ psi}$$

Para hormigón liviano, $K_1 = 200$ psi R11.7.3

$$V_u \leq \phi V_n = \phi(0,8A_{vf}f_y + 0,2b_wd)$$

Resolviendo para A_{vf} :

$$A_{vf} = \frac{V_u - \phi(0,2b_wd)}{\phi(0,8f_y)}, \text{ pero no menor que } 0,2 \times \frac{b_wd}{f_y}$$

$$= \frac{86,4 - (0,75 \times 0,2 \times 14 \times 14)}{0,75(0,8 \times 60)} = 1,58 \text{ in.}^2 \quad (\text{valor determinante})$$

$$\text{pero no menor que } 0,2 \times \frac{b_wd}{f_y} = 0,2 \times \frac{14 \times 14}{60} = 0,65 \text{ in.}^2$$

Para poder comparar, calcular A_{vf} usando la Ecuación (11-25): 11.7.4.3

Para hormigón liviano,

$$\mu = 1,4\lambda = 1,4(0,75) = 1,05$$

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu} = \frac{86,4}{0,75 \times 60 \times 1,05} = 1,83 \text{ in.}^2 > 1,58 \text{ in.}^2$$

Nota: El método de corte por fricción modificado presentado en el artículo R11.7.3 permite estimar con mayor precisión la resistencia a la transferencia de corte que el método conservador del artículo 11.7.4.1.

5. Determinar la armadura de flexión A_f . 11.9.3.3

$$M_u = V_u a + N_{uc} (h - d) = 86,4(3) + 38,4(15 - 14,0) = 297,6 \text{ in.-kips}$$

Hallar A_f usando métodos convencionales para diseño a flexión o bien, conservadoramente, usar $j_u d = 0,9d$.

$$A_f = \frac{M_u}{\phi f_y j_u d} = \frac{297,6}{0,75 \times 60 \times 0,9 \times 14} = 0,53 \text{ in.}^2$$

Observar que para todos los cálculos $\phi = 0,75$. 11.9.3.1

6. Determinar la armadura de tracción directa A_n . 11.9.3.4

$$A_n = \frac{N_{uc}}{\phi f_y} = \frac{38,4}{0,75 \times 60} = 0,85 \text{ in.}^2$$

7. Determinar la armadura principal de tracción A_s . 11.9.3.5

$$\left(\frac{2}{3}\right)A_{vf} = \left(\frac{2}{3}\right)1,83 = 1,22 \text{ in.}^2 > A_f = 0,53 \text{ in.}^2; \text{ por lo tanto, } \left(\frac{2}{3}\right)A_{vf} \text{ determina el diseño.}$$

$$A_s = \left(\frac{2}{3}\right)A_{vf} + A_n = 1,22 + 0,85 = 2,07 \text{ in.}^2$$

Usar 3 barras No. 8, $A_s = 2,37 \text{ in.}^2$

$$\text{Verificar } A_{s(\min)} = 0,04 \left(\frac{4}{60}\right) 14 \times 14 = 0,52 \text{ in.}^2 < A_s = 2,37 \text{ in.}^2 \quad \text{VERIFICA} \quad \text{11.9.5}$$

8. Determinar la armadura de corte A_h . 11.9.4

$$A_h = 0,5(A_s - A_n) = 0,5(2,37 - 0,85) = 0,76 \text{ in.}^2$$

Usar 4 estribos No. 3, $A_h = 0,88 \text{ in.}^2$

La armadura de corte se debe colocar en una distancia igual a dos tercios de la altura efectiva de la ménsula adyacente a A_s .

$$s_{(\max)} = \left(\frac{2}{3}\right)\frac{14}{4} = 2,33 \text{ in.} \quad \text{Usar una separación de } 2 \frac{1}{4} \text{ in. entre los centros de los estribos.}$$

9. Detalles de la ménsula.

La ménsula se proyectará $(1 + 3 + 2) = 6 \text{ in.}$ a partir de la cara de la columna.

Usar una altura de 6 in. en la cara exterior de la ménsula, luego la altura en el borde exterior de la placa de apoyo será:

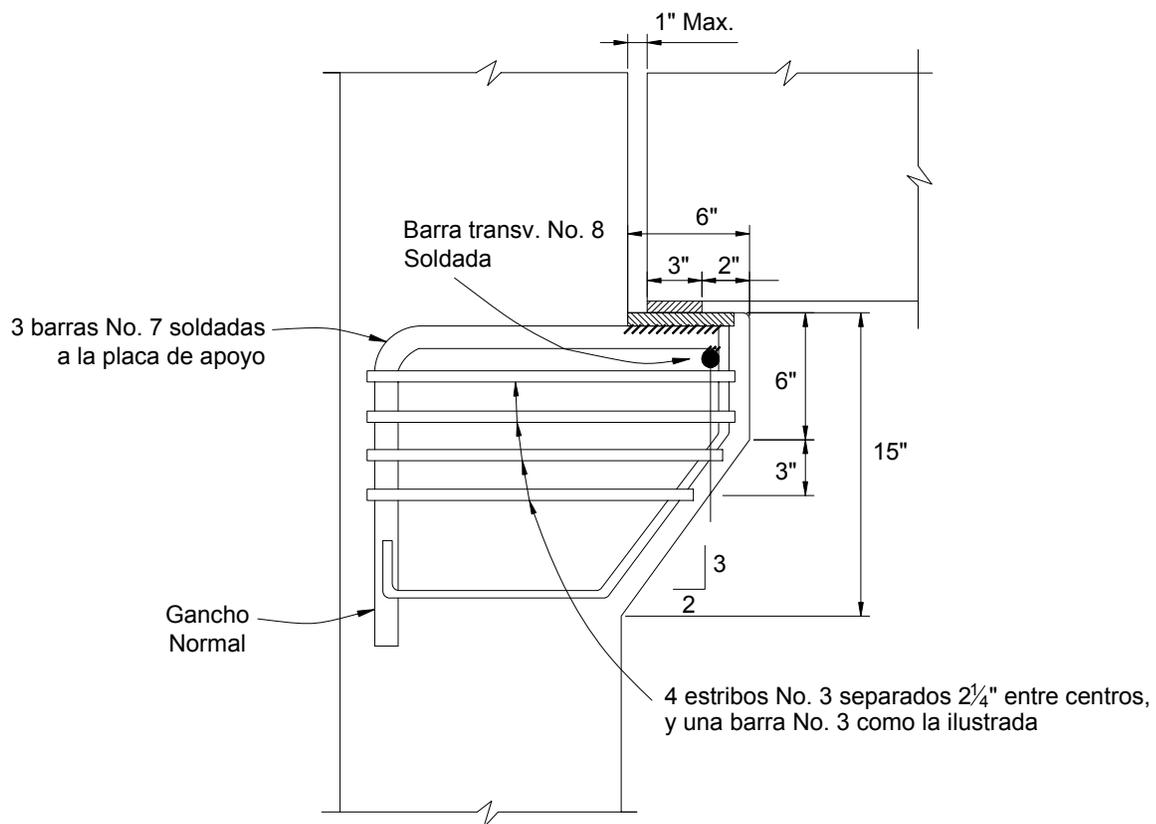
$$6 + 3 = 9 \text{ in.} > \frac{14}{2} = 7,0 \text{ in.} \quad \text{VERIFICA}$$

11.9.2

A_s se debe anclar en la cara frontal de la ménsula soldando una barra No. 8 transversalmente en los extremos de las barras de A_s .

11.9.6

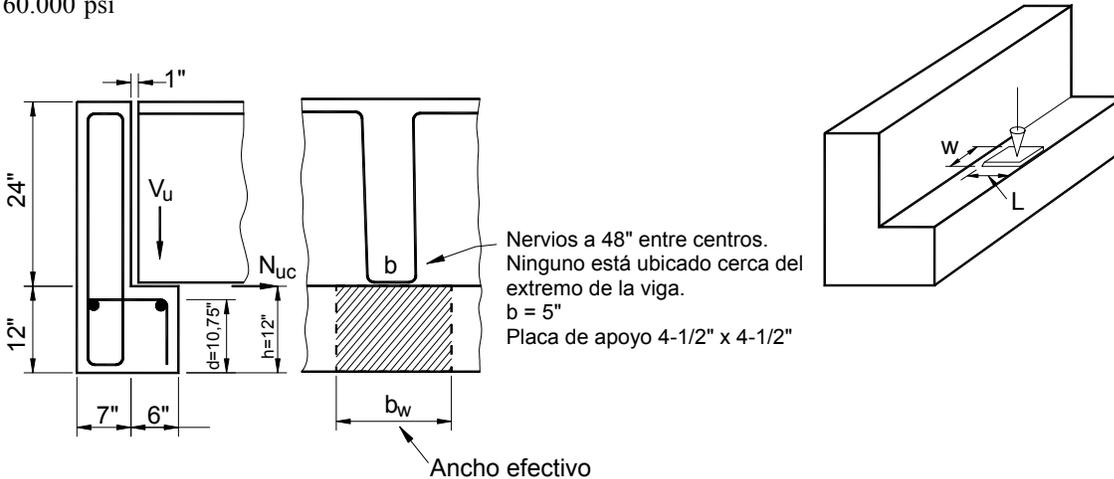
A_s se debe anclar dentro de la columna por medio de ganchos normales.



Ejemplo 15.3 – Diseño de una entalladura horizontal en una viga

$f'_c = 5000$ psi (hormigón de peso normal)

$f_y = 60.000$ psi



La viga en L ilustrada debe soportar un tablero para estacionamiento de vehículos formado por vigas tipo Te doble con una luz de 64 ft. Las máximas cargas de servicio por nervio de la Te doble son: DL = 11,1 kips; LL = 6,4 kips; carga total = 17,5 kips. Las cargas pueden ocurrir en cualquier ubicación sobre la entalladura de la viga en L, excepto cerca de los extremos de la viga. Los nervios de las vigas tipo Te doble apoyan sobre placas de neopreno de 4,5 in. x 4,5 in. x 1/4 in. (carga máxima de servicio = 1000 psi)

El diseño de acuerdo con los requisitos del código para ménsulas y entalladuras de viga puede requerir el uso de una entalladura más ancha que las 6 in. indicadas. Para mantener el ancho de 6 in. es posible que sea necesario: (1) Utilizar una placa de apoyo de mayor resistencia (hasta 2000 psi), o bien (2) Anclar la armadura principal de la entalladura A_s a un perfil de guardia.

Este ejemplo se basará en la entalladura de 6 in. de ancho con la placa de apoyo cuadrada de 4,5 in. de lado. Al final del ejemplo se mostrará un diseño alternativo.

Nota: Este ejemplo ilustra el diseño para impedir los potenciales modos de falla locales. Además, las entalladuras se deben diseñar para los efectos globales (no considerados en este ejemplo). Las Referencias 15.2 a 15.6 contienen más información sobre este tema.

Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Verificar las dimensiones de la placa de apoyo (4,5 x 4,5 in.) (carga máxima de servicio 1000 psi).

$$\text{Capacidad} = 4,5 \times 4,5 \times 1,0 = 20,3 \text{ kips} > 17,5 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

2. Determinar las luces de corte y alturas efectivas tanto para corte como para flexión (Referencias 15.3 a 15.5). La reacción se considera aplicada en el punto correspondiente al tercio exterior de la placa de apoyo.

- a. Para corte por fricción

$$a = 4,5 \left[\frac{2}{3} \right] + 1,0 = 4 \text{ in.}$$

$$\text{Ancho efectivo} = W + 4a = 4,5 + 4(4) = 20,5 \text{ in.}$$

- b. Para la flexión la sección crítica se encuentra en el centro de la armadura de suspensión (A_v)

Asumir un recubrimiento de 1 in. y estribos formados por barras No. 4

$$a_f = 4 + 1 + 0,25 = 5,25 \text{ in.}$$

$$\text{Ancho efectivo} = W + 5a_f = 4,5 + 5(5,25) = 30,75 \text{ in.}$$

3. Verificar la resistencia al aplastamiento del hormigón

$$V_u = 1,2(11,1) + 1,6(6,4) = 23,6 \text{ kips} \quad \text{Ec. (9-2)}$$

$$\phi P_{nb} = \phi(0,85f'_c A_1) \quad 10.17.1$$

$$\phi = 0,65 \quad 9.3.2.4$$

$$\phi P_{nb} = 0,65(0,85 \times 5 \times 4,5 \times 4,5) = 55,9 \text{ kips} > 23,6 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

4. Verificar la sección efectiva de la entalladura para la máxima resistencia nominal al corte, V_n . 11.9.3.2.1

Para $f'_c = 5000 \text{ psi}$: $V_n(\text{max}) = 800b_w d$, donde $b_w = (W + 4a) = 20,5 \text{ in.}$

$$V_n = \frac{800(20,5)(10,75)}{1000} = 176,3 \text{ kips}$$

$$\phi = 0,75 \quad 11.9.3.1$$

$$\phi V_n = 0,75(176,3) = 132,2 \text{ kips} > 23,6 \text{ kips} \quad \text{VERIFICA}$$

5. Determinar la armadura de corte por fricción, A_{vf} . 11.9.3.2

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu} = \frac{23,6}{0,75(60)1,4} = 0,37 \text{ in.}^2 / \text{ por ancho efectivo de } 20,5 \text{ in.} \quad 11.7.4.1$$

$$\text{donde } \mu = 1,4 \quad 11.7.4.3$$

6. Verificar el corte por punzonado (Ecuación (3)).

$$V_u \leq 4\phi\sqrt{f'_c} (W + 2L + 2d_f) d_f$$

$$W = L = 4,5 \text{ in.}$$

$d \approx 10 \text{ in.}$ (valor supuesto)

$$4\phi\sqrt{f'_c} (3W + 2d_f) d_f = 4 \times 0,75 \times \sqrt{5000} [(3 \times 4,5) + (2 \times 10)] \times 10 / 1000$$

$$= 71,1 \text{ kips} > 23,6 \text{ kips}$$

7. Determinar la armadura para resistir la tracción directa, A_n . A menos que se adopten disposiciones especiales para reducir la tracción directa, N_u no se debe tomar menor que $0,2V_u$ para considerar las fuerzas inesperadas que se pueden producir debido a la restricción de las deformaciones a largo plazo del elemento soportado o debido a otras causas. Si la entalladura se diseña para resistir fuerzas horizontales específicas la placa de apoyo se debe soldar a la armadura de tracción, A_s .

$$N_u = 0,2V_u = 0,2(23,6) = 4,7 \text{ kips}$$

$$A_n = \frac{N_u}{\phi f_y} = \frac{4,7}{0,75(60)} = 0,10 \text{ in.}^2 / \text{por ancho efectivo de } 30,75 \text{ in. } (0,003 \text{ in.}^2 / \text{in.})$$

8. Determinar la armadura de flexión, A_f .

$$M_u = V_u a_f + N_u (h - d) = 23,6(5,25) + 4,7(12 - 10,75) = 129,8 \text{ in.-kips}$$

Hallar A_f usando métodos convencionales para diseño a flexión. Para las entalladuras horizontales en vigas la Referencia 15.5 recomienda usar $j_u d = 0,8d$. 11.9.3.3

$$\phi = 0,75 \quad 11.9.3.1$$

$$A_f = \frac{129,8}{0,75(60)(0,8 \times 10,75)} = 0,34 \text{ in.}^2 / \text{por } 30,75 \text{ in. de ancho} = 0,011 \text{ in.}^2 / \text{in.}$$

9. Determinar la armadura principal de tracción, A_s . 11.9.3.5

$$\left(\frac{2}{3}\right)A_{vf} = \left(\frac{2}{3}\right)0,37 = 0,25 \text{ in.}^2 / \text{por } 20,5 \text{ in. de ancho} = 0,012 \text{ in.}^2 / \text{in.}$$

$$A_s = \left(\frac{2}{3}\right)A_{vf} + A_n = 0,012 + 0,003 = 0,015 \text{ in.}^2 / \text{in.} \quad (\text{valor determinante})$$

$$A_s = A_f + A_n = 0,011 + 0,003 = 0,014 \text{ in.}^2 / \text{in.}$$

$$\text{Verificar } A_{s(\min)} = 0,04 \left(\frac{f'_c}{f_y} \right) d \text{ por in. de ancho} \quad 11.9.5$$

$$= 0,04 \left(\frac{5}{60} \right) 10,75 = 0,036 \text{ in.}^2 / \text{in.} > 0,015 \text{ in.}^2 / \text{in.}$$

Para los elementos que tienen entalladuras de poca altura, el valor de A_s mínima dado por el artículo 11.9.5 casi siempre será determinante.

10. Determinar la armadura de corte, A_h .

$$A_h = 0,5(A_s - A_n) = 0,5(0,036 - 0,003) = 0,017 \text{ in.}^2 / \text{in.} \quad 11.9.4$$

11. Determinar el tamaño y la separación final de la armadura.

Para $A_s = 0,036 \text{ in.}^2 / \text{in.}$

Intentar con barras No. 5 ($A = 0,31 \text{ in.}^2$)

$$s_{\max} = \frac{0,31}{0,036} = 8,6 \text{ in.}$$

Usar barras No. 5 con una separación de 8 in.

$A_h = 0,017 \text{ in.}^2 / \text{in.}$ Para simplificar la construcción proveer la armadura A_h con la misma separación de 8 in.

Proveer Barras No. 4 ($A = 0,2 \text{ in.}^2$) con una separación de 8 in. en una distancia igual a $2/3d$ adyacente a A_s .

12. Verificar el área requerida de armadura de suspensión.

Por motivos de resistencia (Ecuación (4)):

$$A_v = \frac{V_u s}{\phi f_y S}$$

Para $s = 8 \text{ in.}$ y $S = 48 \text{ in.}$

$$A_v = \frac{23,6 \times 8}{0,75 \times 60 \times 48} = 0,09 \text{ in.}^2$$

Por motivos de comportamiento en servicio (Ecuación (5)):

$$A_v = \frac{V}{0,5 f_y} \times \frac{s}{(W + 3a)}$$

$$V = 11,1 + 6,4 = 17,5 \text{ kips}$$

$$W + 3a = 4,5(3 \times 4) = 16,5 \text{ in.}$$

$$A_v = \frac{17,5}{0,5 \times 60} \times \frac{8}{16,5} = 0,28 \text{ in.}^2 \quad (\text{valor determinante})$$

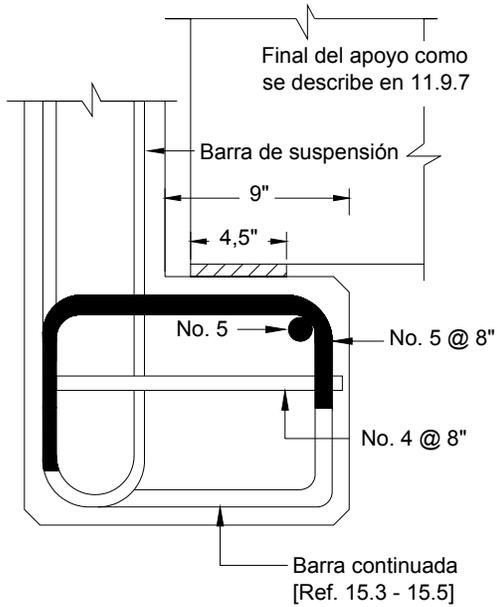
Se requieren barras de suspensión No. 5 con una separación de 8 in.

Se deben disponer estribos suficientes para la combinación de corte y torsión para resistir los efectos globales en la entalladura de la viga (Ver Referencias 15.5 y 15.6).

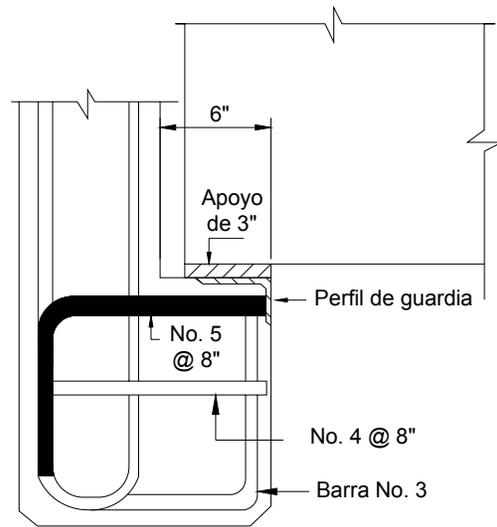
13. Detalles de armado

De acuerdo con el artículo 11.9.7, el área de apoyo (placa de 4,5 in.) no se debe extender más allá de la porción recta de la armadura de la entalladura de la viga, ni más allá del borde interno de la barra de anclaje transversal. Con una placa de apoyo de 4,5 in. esto exige aumentar el ancho de la entalladura a 9 in. como se ilustra a continuación. Alternativamente, otra manera de satisfacer la intención del artículo 11.9.7 sería usar una

entalladura de 6 in. con una placa de 3 in. de resistencia media (1500 psi), soldando la armadura de la entalladura a un perfil de guardia o guardacanto.



Detalle de la entalladura de 9 in.



Detalle de la entalladura de 6 in.
(Alternativa)