13
Torsión

ACTUALIZACIÓN PARA EL CÓDIGO 2002

En la edición 2002 del Código se incluyen nuevas ecuaciones en los artículos 11.6.1 y 11.6.2 para determinar la torsión crítica y el momento torsor mayorado, respectivamente, para elementos no pretensados solicitados por una fuerza de tracción o compresión axial. Además, en el artículo 11.6.1 se modificaron los valores de la torsión crítica del Código 1999 de manera que también fueran aplicables a secciones huecas.

El área mínima de estribos transversales cerrados indicada en el artículo 11.6.5.2 también se modificó para considerar los hormigones de alta resistencia. Esta modificación es consistente con los requisitos modificados del artículo 11.5.5.3 para corte.

ANTECEDENTES

Los requisitos para el diseño a torsión se introdujeron por primera vez en el Código de 1971. A excepción de un cambio de formato en el documento de 1977, los requisitos permanecieron sin modificaciones hasta el Código 1989. Esta primera generación de requisitos se aplicaba exclusivamente a los elementos de hormigón armado no pretensados. El procedimiento de diseño a la torsión era análogo al procedimiento de diseño al corte. La resistencia a la torsión se componía de una contribución del hormigón (T_c) más una contribución de los estribos y la armadura longitudinal, en base a una analogía de un reticulado con elementos a 45 grados.

En el Código 1995 los requisitos para el diseño a torsión fueron totalmente revisados. El nuevo procedimiento, tanto para elementos macizos como para elementos huecos, se fundamenta en la analogía de un reticulado espacial en un tubo de pared delgada. Este enfoque unificado se aplica igualmente a elementos de hormigón armado y de hormigón pretensado. MacGregor y Ghoneim[13.1] resumen los antecedentes de estos requisitos. La Referencia 13.2 contiene ayudas de diseño y ejemplos correspondientes a elementos de hormigón estructural solicitados a torsión.

A los fines del diseño, de forma conservadora, se puede despreciar el núcleo de la sección transversal de las vigas macizas. Esta hipótesis ha sido verificada por los resultados de ensayo informados en la Referencia 13.1. Por lo tanto, las vigas se idealizan como tubos. La torsión es resistida por un flujo de corte constante q (fuerza por unidad de longitud) que actúa alrededor de una línea en la mitad del espesor de la pared del tubo como se ilustra en la Figura 13-1(a). Considerando el equilibrio del momento torsor externo T y las tensiones internas:

$$T = 2A_o q = 2A_o \tau t \qquad (1)$$

Reordenando la Ecuación (1)

$$q = \tau t = \frac{T}{2A_o} \tag{2}$$

donde τ = tensión de corte debida a la torsión, supuesta uniforme, que actúa en el espesor de la pared

t = espesor de la pared del tubo

T = torsión aplicada

A_o = área encerrada por la línea en la mitad del espesor de las paredes del tubo [ver Figura 13-1(b)]

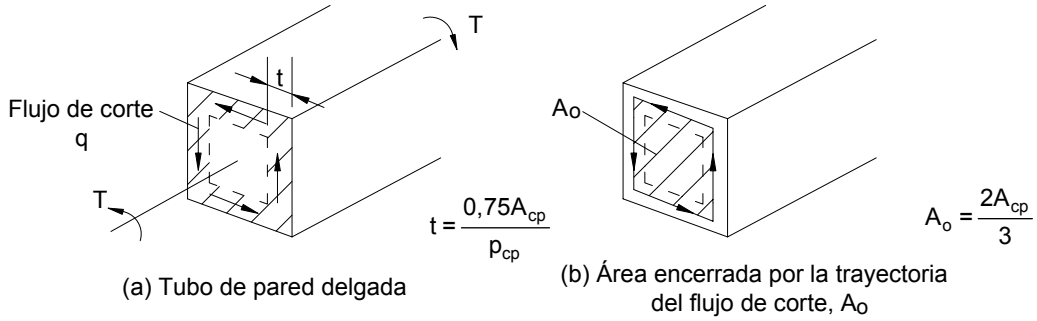


Figura 13-1 – Analogía del tubo de pared delgada

Cuando una viga de hormigón es solicitada por un momento torsor que provoca una tensión de tracción principal mayor que $4\sqrt{f'_c}$, alrededor de la viga se forman fisuras diagonales en espiral. Una vez fisurado, el tubo se idealiza como el reticulado espacial ilustrado en la Figura 13-2. En este reticulado los elementos diagonales tienen un ángulo de inclinación θ. La inclinación de las diagonales en todas las paredes del tubo es la misma. Observar que este ángulo no es necesariamente igual a 45 grados. La resultante del flujo de corte en cada pared del tubo induce esfuerzos en los componentes del reticulado. Un concepto fundamental para el diseño del hormigón estructural es que el hormigón resiste compresión, mientras que el acero resiste tracción. Por lo tanto, en la analogía del reticulado, los elementos del reticulado solicitados a tracción consisten en las armaduras de acero o los "tirantes traccionados." Las diagonales y otros elementos del reticulado solicitados a compresión consisten en "bielas comprimidas" de hormigón. Las fuerzas que actúan en los elementos del reticulado se pueden determinar a partir de las condiciones de equilibrio. Estas fuerzas se usan para dimensionar y detallar las armaduras.

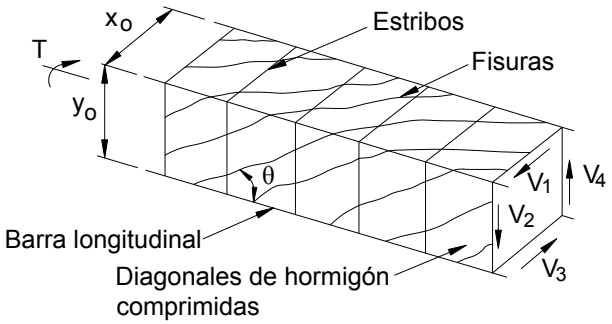


Figura 13-2 – Analogía del reticulado espacial

La Figura 13-3 muestra un diagrama de cuerpo libre tomado de la pared vertical del reticulado de la Figura 13-2. La fuerza de corte V_2 es igual al flujo de corte q (fuerza por unidad de longitud) por la altura de la pared y_o. Los estribos se diseñan de

manera que estén en fluencia cuando se alcanza el máximo momento torsor. El número de estribos intersecados depende de la separación de los estribos, s, y de la proyección horizontal de la superficie inclinada, $y_o\cot\theta$. De la condición de equilibrio vertical:

$$V_2 = \frac{A_t f_{yv}}{s}\cot\theta \tag{3}$$

Como el flujo de corte (fuerza por unidad de longitud) es constante en toda la altura de la pared,

$$V_2 = qy_o = \frac{t}{2A_o}y_o \tag{4}$$

Reemplazando para V_2 en las Ecuaciones (3) y (4),

$$T = \frac{2A_o A_t f_{yv}}{s}\cot\theta \tag{5}$$

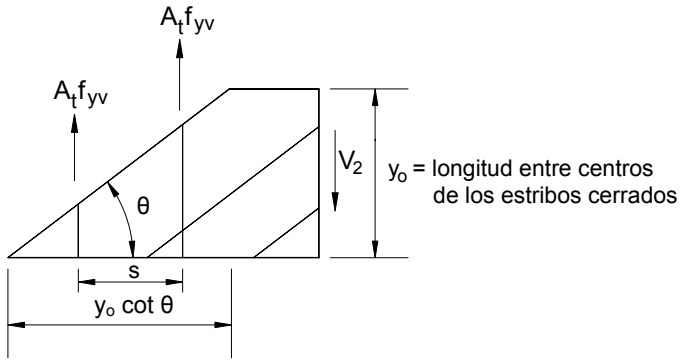


Figura 13-3 – Diagrama de cuerpo libre para el equilibrio vertical

En la Figura 13-4 se muestra un diagrama de cuerpo libre para equilibrio horizontal. La fuerza de corte vertical V_i en la pared "i" es igual al producto del flujo de corte q por la longitud de la pared y_i. El vector V_i se puede descomponer en dos componentes: una componente diagonal con una inclinación θ igual al ángulo que forman las diagonales del reticulado, y una componente horizontal igual a:

$$N_i = V_i \cot\theta$$

La fuerza N_i está centrada a la mitad de la altura de la pared, ya que q es constante a lo largo de todo el lateral del elemento. Los cordones superior e inferior del cuerpo libre de la Figura 13-4 están sujetos a una fuerza de $N_i/2$, cada uno. Internamente se asume que la armadura longitudinal llega a la tensión de fluencia cuando se llega al máximo momento torsor. Sumando las fuerzas internas y externas en los cordones de todas las paredes del reticulado espacial se obtiene:

$$\sum A_{\ell i} f_{yl} = A_\ell f_{y\ell} = \sum N_i = \sum V_i \cot\theta = \sum qy_i \cot\theta = \sum \frac{T}{2A_o} y_i \cot\theta = \frac{T}{2A_o}\cot\theta \sum y_i$$

donde $A_\ell f_{y\ell}$ es la fuerza de fluencia en toda la armadura longitudinal requerida para torsión.

Reordenando los términos de la ecuación anterior,

$$T = \frac{2A_o A_\ell f_{y\ell}}{2\left(x_o + y_o\right)\cot\theta} \tag{6}$$

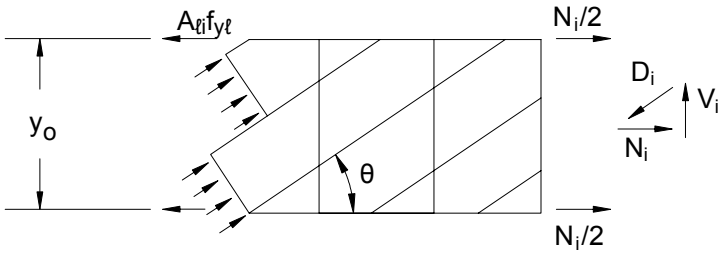


Figura 13-4 – Diagrama de cuerpo libre para equilibrio horizontal

11.6.1 Torsión crítica

La torsión se puede despreciar si el momento torsor mayorado T_u es menor que $\phi T_{cr}/4$, siendo T_{cr} el momento torsor de fisuración (o momento torsor crítico). El momento torsor de fisuración corresponde a una tensión de tracción principal de $4\sqrt{f'_c}$. Antes de la fisuración, el espesor de la pared del tubo "t" y el área encerrada por la trayectoria del flujo de corte "A_o" se relacionan con la geometría de la sección no fisurada en base a las siguientes hipótesis:

$$t = \frac{3A_{cp}}{4p_{cp}} \tag{7}$$

$$A_o = \frac{2A_{cp}}{3} \quad \text{(antes de la fisuración)} \tag{8}$$

donde A_{cp} = área encerrada por el perímetro exterior de la sección transversal de hormigón, in.^{2}

p_{cp} = perímetro exterior de la sección transversal de hormigón, in.

A_o = área encerrada por la trayectoria del flujo de corte, in.^{2}

Las Ecuaciones (7) y (8) se aplican a secciones no fisuradas. Para las vigas de borde y otros elementos hormigonados de forma monolítica con una losa, el ancho de ala en voladizo de la losa contribuyen a la resistencia a la torsión. En la Figura R13.2.4 se ilustra la sección efectiva de losa a considerar junto con la viga.

Reemplazando t de la Ecuación (7), A_o de la Ecuación (8) y tomando $\tau = 4\sqrt{f'_c}$ en la Ecuación (1) se puede obtener el momento torsor de fisuración para los elementos no pretensados:

$$T_{cr} = 4\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right) \tag{9}$$

Para los elemento de hormigón pretensado, un análisis utilizando el círculo de Mohr demuestra que el momento torsor necesario para producir una tensión principal de tracción igual a $4\sqrt{f'_c}$ es igual a $\sqrt{1+\frac{f_{pc}}{4\sqrt{f'_c}}}$ veces el momento torsor correspondiente a elementos no pretensados. Por lo tanto, el momento torsor de fisuración para los elementos de hormigón pretensado se calcula como:

$$T_{cr} = 4\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)\sqrt{1+\frac{f_{pc}}{4\sqrt{f'_c}}} \qquad (10)$$

donde f_{pc} = tensión de compresión en el hormigón, debida a la tensión de pretensado, en el baricentro de la sección (ver también 11.0)

De manera similar, para los elementos no pretensados solicitados por una fuerza de tracción o compresión axial, el momento torsor necesario para producir una tensión principal de tracción igual a $4\sqrt{f'_c}$ es igual a $\sqrt{1+\frac{N_u}{4A_g\sqrt{f'_c}}}$ veces el momento torsor correspondiente, de modo que el momento torsor de fisuración es:

$$T_{cr} = 4\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)\sqrt{1+\frac{N_u}{4A_g\sqrt{f'_c}}} \qquad (10)$$

donde N_u = fuerza axial mayorada normal a la sección transversal (positiva si es de compresión)

A_g = área bruta de la sección transversal. Para las secciones huecas A_g es el área de hormigón solamente, y no incluye el área de los vacíos (ver 11.6.1).

De acuerdo con el artículo 11.6.1, el diseño a torsión se puede despreciar si $T_u < \frac{\phi T_{cr}}{4}$, es decir:

Para elementos no pretensados:

$$T_u < \phi\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right) \qquad (12)$$

Para elementos pretensados:

$$T_u < \phi\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)\sqrt{1+\frac{f_{pc}}{4\sqrt{f'_c}}} \qquad (13)$$

Para elementos no pretensados solicitados por una fuerza de tracción o compresión axial:

$$T_u < \phi\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)\sqrt{1+\frac{N_u}{4A_g\sqrt{f'_c}}} \qquad (14)$$

Es importante observar que si se trata de secciones huecas en las Ecuaciones (12) a (14) se debe utilizar A_g en lugar de A_{cp}. Para el análisis de la torsión, una sección hueca se define como aquella que posee uno o más vacíos longitudinales de manera que se verifique $A_g/A_{cp} < 0{,}95$ (ver R11.6.1). En este caso el término A_g es el área de hormigón solamente (es decir, no incluye el área de los vacíos), en base a la sección establecida en el artículo 13.2.4. En el Código 2002 se modificaron los requisitos del artículo 11.6.1 de manera que se puedan aplicar a secciones huecas, ya que los ensayos informados en la Referencia 11.29 indican que el momento torsor de fisuración de una sección hueca es aproximadamente (A_g/A_{cp}) por el momento torsor de fisuración de una sección maciza que tiene las mismas dimensiones exteriores.

11.6.2 Equilibrio y compatibilidad - Momento torsor mayorado, T_u

Ya sea que un elemento de hormigón armado esté solicitado exclusivamente a torsión o a una combinación de flexión y corte, la rigidez de dicho elemento disminuirá luego de su fisuración. Después que el elemento se ha fisurado, la rigidez torsional sufre una reducción mucho mayor que la rigidez flexional. Si en un elemento el momento torsor T_u no se puede reducir por medio de una redistribución de las fuerzas internas en la estructura, dicho elemento se debe diseñar para la totalidad del momento torsor T_u (11.6.2.1). Esto se conoce como "torsión de equilibrio," dado que el momento torsor es necesario para el equilibrio de la estructura (ver Figura R11.6.2.1). Si se puede realizar una redistribución de las fuerzas internas, como en el caso de las estructuras indeterminadas, es posible reducir el momento torsor de diseño. Este tipo de momento torsor se conoce como "torsión de compatibilidad" (ver Figura R11.6.2.2). No es necesario que los elementos solicitados a torsión de compatibilidad se diseñen para un momento torsor mayor que el producto entre el momento torsor de fisuración y el factor de reducción de la resistencia ϕ (0,75 para torsión, ver 9.3.2.3). Para el caso de torsión de compatibilidad donde se verifique $T_u > \phi T_{cr}$ el elemento se puede diseñar para ϕT_{cr} solamente, siempre que en el diseño de los demás elementos de la estructura se tome en cuenta la redistribución de las fuerzas internas (11.6.2.2). El momento torsor de fisuración T_{cr} se calcula usando la Ecuación (9) para los elementos no pretensados, usando la Ecuación (10) para los elementos pretensados, y usando la Ecuación (11) para los elementos no pretensados solicitados por una fuerza de tracción o compresión axial. Para las secciones huecas, en estas ecuaciones A_{cp} no se reemplaza por A_g (11.6.2.2). Multiplicando el momento torsor de fisuración por (A_g/A_{cp}) por segunda vez se refleja la transición entre la interacción circular entre las cargas de fisuración inclinada en corte y torsión correspondiente a elementos macizos, y la interacción aproximadamente lineal correspondiente a secciones huecas de pared delgada.

11.6.2.4 - 11.6.2.5 Sección crítica – En los elementos no pretensados, la sección crítica para el diseño a torsión se encuentra a una distancia "d" (profundidad efectiva) medida desde de la cara del apoyo. Las secciones ubicadas a una distancia menor que d desde la cara del apoyo se deben diseñar para el momento torsor determinado a una distancia d medida desde el apoyo. Cuando hay una viga secundaria vinculada a una viga principal a una distancia menor que d medida desde el apoyo, en la viga principal ocurre un momento torsor concentrado dentro de la distancia d. En estos casos, el momento torsor de diseño se debe tomar en la cara del apoyo. Esta misma regla se aplica a los elementos pretensados, excepto que la distancia d se reemplaza por h/2, siendo h la altura total del elemento. Para los elementos compuestos o construidos en etapas h es la altura total de la sección compuesta.

11.6.3 Resistencia al momento torsor

La resistencia a la torsión de diseño debe ser mayor o igual que la resistencia a la torsión requerida:

$$\phi T_n \geq T_u \qquad \text{Ec. (11-20)}$$

El desarrollo de la expresión para calcular la resistencia nominal al momento torsor en términos de la tensión de fluencia de los estribos ya se indicó anteriormente (ver Ecuación (5)):

$$T = \frac{2A_o A_t f_{yv}}{s}\cot\theta \qquad \text{Ec. (11-21)}$$

donde: $A_o = 0{,}85A_{oh}$ (suposición adoptada por motivos de simplicidad)

A_{oh} = área encerrada por el eje de la armadura transversal cerrada más externa dispuesta para resistir torsión, como se ilustra en la Figura 13-5

θ = ángulo de las diagonales comprimidas, comprendido entre 30 y 60 grados. En el artículo 11.6.3.6 se sugiere usar un valor de 45 grados para los elementos no pretensados y 37,5 grados para elementos pretensados con una fuerza de pretensado mayor que el 40 por ciento de la resistencia a tracción de la armadura longitudinal.

Observar que la definición de A_o usada en la Ecuación (8) corresponde a la sección no fisurada. Observar también que la resistencia nominal a la torsión, T_n, se alcanza después que el hormigón se ha fisurado y después que el elemento de hormigón

ha sufrido una considerable rotación por torsión. Bajo estas grandes deformaciones es posible que el hormigón se haya descascarado. Por este motivo, cuando se calcula el área A_o correspondiente a T_n se ignora el recubrimiento de hormigón. Así, el parámetro A_o se relaciona con A_{oh}, el área encerrada por el eje de la armadura transversal cerrada más externa dispuesta para resistir torsión. El área A_o se puede determinar aplicando un análisis riguroso (Referencia 13.3) o bien simplemente suponer igual a $0{,}85A_{oh}$. Ver el artículo 11.6.3.6.

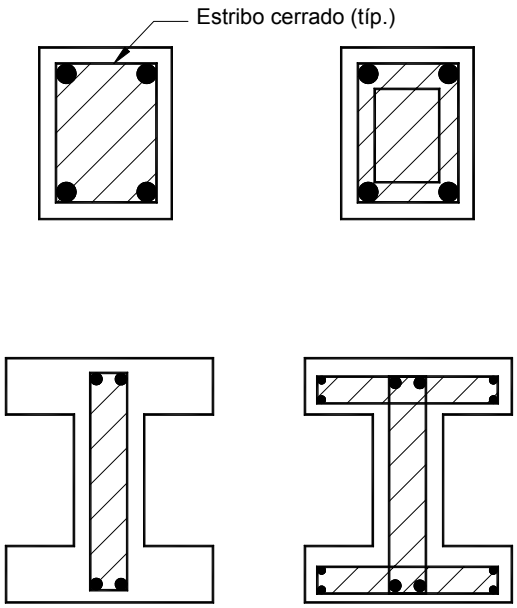


Figura 13-5 – Definición de A_{oh}

Sustituyendo T de la Ecuación (5) en la Ecuación (6) y reemplazando $2(x_o + y_o)$ por p_h (perímetro del eje de la armadura transversal cerrada dispuesta para resistir torsión), la armadura longitudinal requerida para resistir torsión se calcula en función de la armadura transversal:

$$A_\ell = \left(\frac{A_t}{s}\right) p_h \left(\frac{f_{yv}}{f_{y\ell}}\right) \cot^2 \theta \qquad \text{Ec. (11-22)}$$

Observar que el término (A_t/s) usado en la Ecuación (11-22) sólo corresponde a torsión, y se calcula usando la Ecuación (11-21). En los elementos solicitados a torsión combinada con corte, flexión o fuerza axial, la cantidad de armadura longitudinal y transversal requerida para resistir todas las acciones se debe determinar aplicando el principio de superposición. Ver los artículos 11.6.3.8 y R11.6.3.8. En los elementos solicitados a flexión, se puede reducir el área de armadura longitudinal de torsión en la zona comprimida por flexión para tomar en cuenta la compresión provocada por la flexión (11.6.3.9). En los elementos pretensados, la armadura longitudinal requerida para torsión puede consistir en cables de acero de pretensado con una resistencia a la tracción $A_{ps}f_{ps}$ equivalente a la fuerza de fluencia del acero no pretensado, $A_\ell f_{y\ell}$, calculada de acuerdo con la Ecuación (11-22).

Para reducir la fisuración antiestética del hormigón y para impedir el aplastamiento de las bielas comprimidas, el artículo 11.6.3.1 establece un límite superior para la máxima tensión debida a corte y torsión, análogo al correspondiente a corte solamente. En las secciones macizas, las tensiones debidas al corte actúan en la totalidad del ancho de la sección, mientras que se asume que las tensiones debidas a la torsión son resistidas exclusivamente por un tubo de pared delgada [ver Figura R11.6.3.1(b)]. Por este motivo el artículo 11.6.3.1 especifica para las secciones macizas una interacción elíptica entre las tensiones debidas al corte y las tensiones debidas a la torsión:

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1,7 A_{oh}^2}\right)^2} \le \phi\left(\frac{V_c}{b_w d} + 8\sqrt{f'_c}\right) \qquad \text{Ec. (11-18)}$$

Para las secciones huecas, las tensiones debidas al corte y a la torsión son directamente aditivas a un lado de la pared [ver Figura R11.6.3.1(a)]. Por lo tanto se especifica la siguiente interacción lineal:

$$\left(\frac{V_u}{b_w d}\right) + \left(\frac{T_u p_h}{1,7 A_{oh}^2}\right) \le \phi\left(\frac{V_c}{b_w d} + 8\sqrt{f'_c}\right) \qquad \text{Ec. (11-19)}$$

En las Ecuaciones (11-18) y (11-19) V_c es la contribución del hormigón a la resistencia al corte de un elemento de hormigón no pretensado (ver 11.3) o pretensado (ver 11.4).

Cuando se aplica la Ecuación (11-19) a una sección hueca, si el espesor real de la pared t es menor que A_{oh}/p_h, en vez de A_{oh}/p_h se debe usar el espesor real de la pared (11.6.3.3).

11.6.4 Detalles de la armadura de torsión

Para resistir la torsión se requiere tanto armadura longitudinal como armadura transversal. La armadura longitudinal puede estar constituida por armadura no pretensada o por cables de pretensado. La armadura transversal puede estar constituida por estribos, malla de alambre soldada o zunchos. Para poder controlar el ancho de las fisuras diagonales la tensión de fluencia de diseño de la armadura no pretensada no debe ser mayor que 60.000 psi (11.6.3.4).

En la analogía del reticulado ilustrada en la Figura 13-2, las fuerzas en las diagonales comprimidas llegan a la armadura longitudinal de la esquina. En cada pared, la componente de las diagonales perpendicular a la armadura longitudinal se transfiere desde la armadura longitudinal a la armadura transversal. En ensayos de torsión realizados sobre vigas cargadas hasta su destrucción se ha observado que, a medida que se llega al momento torsor máximo, el recubrimiento de hormigón se descascara.[13.3] Las fuerzas en las diagonales comprimidas fuera de los estribos, es decir en el recubrimiento de hormigón, hacen estallar la cáscara de hormigón. En base a esta observación, el artículo 11.6.4.1 especifica que los estribos deben ser cerrados y tener ganchos a 135 grados. Los estribos con ganchos a 90 grados dejan de ser eficientes cuando el recubrimiento de hormigón se descascara. De manera similar, se ha observado que los estribos en forma de U solapados no son adecuados para resistir torsión, también debido a la falta de apoyo que se produce al descascararse el hormigón. Para las secciones huecas, la distancia entre el eje de la armadura transversal de torsión y la cara interna de la pared de la sección hueca no debe ser menor que $0,5A_{oh}/p_h$ (11.6.4.4).

11.6.5 Armadura mínima de torsión

En general, para asegurar la ductilidad de los elementos de hormigón armado y pretensado, se especifica una armadura mínima tanto para flexión (10.5) como para corte (11.5.5). De manera similar, en el artículo 11.6.5 se especifica una armadura mínima transversal y longitudinal que se debe colocar siempre que $T_u > \phi T_{cr}/4$. Habitualmente los elementos solicitados a torsión también están solicitados simultáneamente a corte. El área mínima de estribos para corte y torsión se calcula de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\left(A_v + 2A_t\right) = 0,75\sqrt{f'_c}\,\frac{b_w s}{f_y} \ge \frac{50 b_w s}{f_{yv}} \qquad \text{Ec. (11-23)}$$

Esta ecuación ahora permite considerar los hormigones con resistencias más elevadas (ver 11.5.5.3 y R11.6.5.3).

El área mínima de armadura longitudinal se calcula como:

$$A_{\ell,\min} = \frac{5\sqrt{f'_c}\,A_{cp}}{f_{y\ell}} - \left(\frac{A_t}{s}\right) p_h \frac{f_{yv}}{f_{y\ell}} \qquad \text{Ec. (11-24)}$$

pero A_t/s (sólo para torsión) no se debe tomar menor que $25b_w/f_{yv}$.

11.6.6 Separación de la armadura de torsión

La separación de los estribos no debe ser mayor que el menor valor entre $p_h/8$ y 12 in. Para una viga de sección cuadrada solicitada a torsión, esta separación máxima es análoga a una separación de alrededor de d/2 en una viga solicitada a corte.

La armadura longitudinal requerida para torsión se debe distribuir alrededor del perímetro de los estribos cerrados, con una separación máxima de 12 in. En la analogía del reticulado las bielas comprimidas empujan contra la armadura longitudinal, la cual transfiere las fuerzas transversales a los estribos. En consecuencia, las barras longitudinales deben estar ubicadas dentro de los estribos cerrados. Debe haber al menos una barra o cable longitudinal en cada esquina de los estribos para ayudar a transmitir las fuerzas desde las bielas comprimidas a la armadura transversal. Para evitar el pandeo de la armadura longitudinal debido a la componente transversal de las bielas comprimidas, la armadura longitudinal debe tener un diámetro mayor o igual que 1/24 de la separación de los estribos, pero nunca menor que el diámetro correspondiente a una barra No. 3 (11.6.6.2).

REFERENCIAS

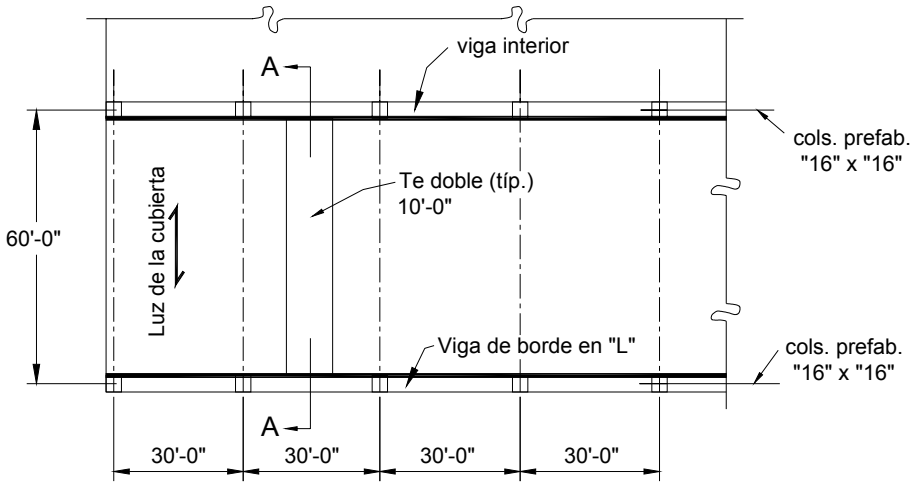
13.1 MacGregor, J.G. y Ghoneim, M.G, "Design for Torsion," *ACI Structural Journal*, Marzo-Abril 1995, pp. 221-218.

13.2 Fanella, D.A. y Rabat, B.G., *Design of Concrete Beams for Torsion*, Engineering Bulletin EB106.02D, Portland Cement Association, Skokie, IL, 1997.

13.3 Collins, M.P. y Mitchell, D., *Prestressed Concrete Structures*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1991, pp. 766.

Ejemplo 13.1 – Diseño de una viga de borde prefabricada solicitada a corte y torsión

Diseñar una viga de borde de hormigón prefabricada, no pretensada, para una combinación de corte y torsión. Los elementos de la cubierta están simplemente apoyados en la entalladura horizontal de la viga de borde. Las vigas de bordes están conectadas a las columnas para transferir la torsión. No hay continuidad entre las vigas de borde.



Planta parcial del sistema de cubierta prefabricado

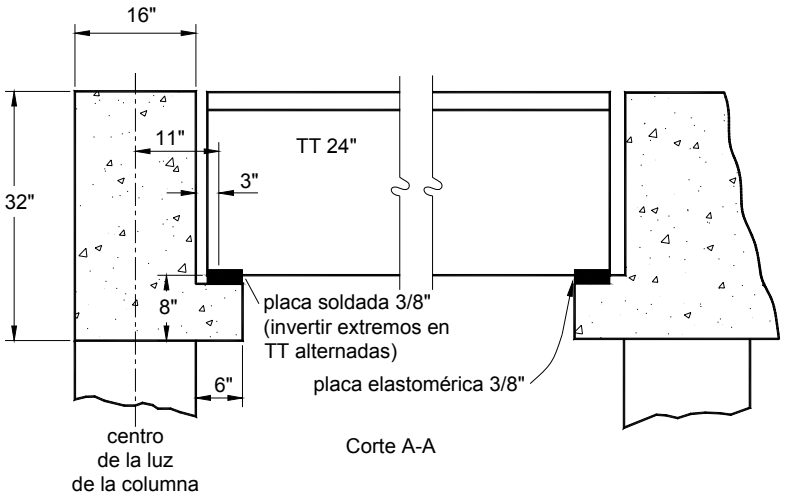
Criterios de diseño:

Sobrecarga = 30 lb/ft^2
Carga permanente = 64 lb/ft^2 (Te doble + aislación + cubierta)
$f'_c = 5000\,\text{psi}$ $w_c = 150\,\text{lb/ft}^3$
$f_y = 60.000\,\text{psi}$

Los elementos de la cubierta son unidades tipo Te doble (TT) de 10 ft de ancho y 24 in. de profundidad. El diseño de estas unidades no se incluye en este ejemplo. A modo de apoyo lateral, extremos alternados de los elementos de la cubierta están fijados a las vigas de apoyo.

Cálculos y discusión	Referencia del Código

1. Asumir que la carga de las doble Te sobre la viga de borde es uniforme. Calcular M_u, V_u y T_u mayorados para la viga de borde.



Carga permanente:

Impuesta = (0,064) (60)/2 = 1,92

Viga de borde = [(1,33) (2,67) + (0,5) (0,67)] 0,150 = 0,58

Total = 2,50 kips/ft

Sobrecarga = (0,030) (60)/2 = 0,90 kips/ft

Carga mayorada = (1,2) (2,50) + (1,6) (0,90) = 4,4 kips/ft 9.2.1

En el centro de la luz, $M_u = \frac{4,4 \times 30^2}{8} = 495$ ft-kips

Corte en el extremo $V_u = (4,4)(30)/2 = 66,0$ kips

Carga de torsión mayorada = 1,2 (1,92) + 1,6 (0,90) = 3,7 kips/ft

Excentricidad de las reacciones de la Te doble respecto del eje de la viga perimetral = 8 + 3 = 11 in.

Momento torsor en el extremo $T_u = 3,7\left(\frac{30}{2}\right)\left(\frac{11}{12}\right) = 50,9$ ft-kips

La sección crítica para la torsión está a una distancia "d" a partir de la cara del apoyo. 11.6.2.4

Asumir d = 29,5 in.

La sección crítica para el corte también está a una distancia "d" a partir de la cara del apoyo. 11.1.3.1

Por lo tanto, la sección crítica se encuentra a 29,5 + 8 = 37,5 in. medida a partir del eje de la columna.

En la sección crítica: [15,0 – (37,5/12) = 11,88 ft a partir del centro de la luz]

$V_u = 66,0\ (11,88/15) = 52,3$ kips

$T_u = 50,9\ (11,88/15) = 40,3$ ft-kips

La viga de borde se debe diseñar para la totalidad del momento torsor mayorado, ya que éste se requiere para mantener el equilibrio. 11.6.2.1

2. Verificar si se puede despreciar la torsión. 11.6.1

La torsión se puede despreciar si se satisface $T_u < \frac{\phi T_{cr}}{4}$

$\phi = 0,75$ 9.3.2.3

$T_{cr} = 4\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right)$ Ec. (9)

A_{cp}= área encerrada por el perímetro exterior de la viga de borde, incluyendo la entalladura
= (16) (32) + (6) (8) = 512 + 48 = 560 in.^{2}

P_{cp} = perímetro exterior de la sección transversal de la viga de borde
= 2 (16 + 32) + 2 (6) = 108 in.

El valor límite para ignorar la torsión es:

$$\phi\sqrt{f'_c}\left(\frac{A_{cp}^2}{p_{cp}}\right) = 0,75\sqrt{5000}\left(\frac{560^2}{108}\right)\frac{1}{12.000} = 12,8 \text{ ft-kips} < 40,3 \text{ ft-kips} \qquad \text{Ec. (12)}$$

Es necesario considerar la torsión.

3. Determinar el área de estribos requerida para torsión.

La resistencia de diseño a la torsión debe ser mayor o igual que la resistencia a la torsión requerida.

$$\phi T_n \geq T_u \qquad \text{Ec. (11-20)}$$

donde

$$T = \frac{2A_o A_t f_{yv}}{s}\cot\theta \qquad \text{Ec. (11-21)}$$

$A_o = 0,85A_{oh}$

A_{oh} = área encerrada por el eje de la armadura transversal cerrada más externa dispuesta para resistir torsión

Suponiendo un recubrimiento de 1,25 in. (hormigón prefabricado en ambiente exterior) y estribos No. 4 7.7.3(a)

A_{oh} = (13) (29) + (6) (5) = 407 in.^{2}

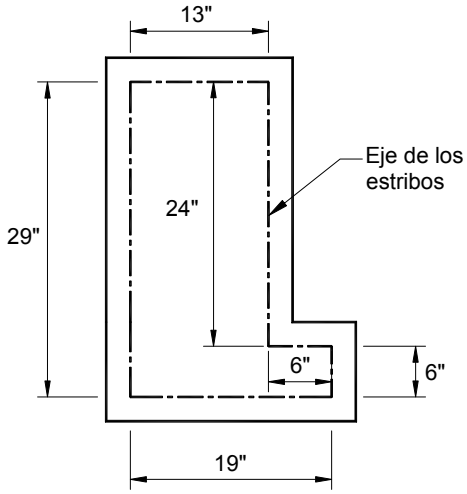
A_o = 0,85 (407) = 346 in.^{2}

Para elementos no pretensados usar θ = 45º 11.6.3.6(a)

Reemplazando en las Ecuaciones (11-20) y (11-21):

$$\frac{A_t}{s} = \frac{T_u}{2\phi A_o f_{yv}\cot\theta}$$

$$\frac{A_t}{s} = \frac{(40,3)(12.000)}{2(0,75)(346)(60.000)(1,0)} = 0,016 \text{ in.}^2/\text{in}/\text{rama}$$



4. Calcular el área de estribos requerida para corte.

$$V_c = 2\sqrt{f'_c}\,b_w d \qquad \text{Ec. (11-3)}$$

$$= 2\sqrt{5000}\,(16)(29,5)/1000$$

= 66,8 kips

De las Ecuaciones (11-1) y (11-2)

$$V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c = \frac{52,3}{0,75} - 66,8 = 2,9 \text{ kips}$$

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{f_{yv} d} = \frac{2,9}{60(29,5)} = 0,002 \text{ in.}^2 / \text{in.} / \text{rama}$$

5. Determinar los requisitos combinados de estribos para corte y torsión. 11.6.3.8

$$\frac{A_t}{s} + \frac{A_v}{2s} = 0,016 + \frac{0,002}{2} = 0,017 \text{ in.}^2 / \text{in.} / \text{rama}$$

Intentar con barras No. 3, $A_b = 0,11 \text{ in.}^2$

$$s = \frac{0,11}{0,017} = 6,5 \text{ in.}$$ Usar una separación mínima de 6 in.

6. Verificar la separación máxima de los estribos.

Para la torsión la separación no debe ser mayor que $p_h/8$ ni 12 in.: 11.6.6

$$p_h = 2(13 + 29) + 2(6) = 96 \text{ in.}$$

$$\frac{p_h}{8} = \frac{96}{8} = 12 \text{ in.}$$

Para el corte la separación no debe ser mayor que d/2 ni 24 in. $\left(V_s = 2,9 \text{ kips} < 4\sqrt{f'_c} b_w d = 133,6 \text{ kips}\right)$: 11.5.4.1, 11.5.4.3

$$\frac{d}{2} = \frac{29,5}{2} = 14,75 \text{ in.}$$

Usar una separación mínima de 6 in. y una separación máxima de 12 in.

7. Verificar el área de estribos mínima.

$$\left(A_v + 2A_t\right) = 0,75\sqrt{f'_c}\,\frac{b_w s}{f_y} = 0,75\sqrt{5000}\,\frac{(16)(12)}{60.000} = 0,17 \text{ in.}^2$$

$$> \frac{50 b_w s}{f_{yv}} = \frac{50(16)(12)}{60.000} = 0,16 \text{ in.}^2$$ Ec. (11-23)

Área provista = 2 (0,11) = 0,22 in.^{2} > 0,17 in.^{2} VERIFICA

8. Determinar la disposición de los estribos.

Debido a que en el centro de la luz tanto el corte como la torsión son nulos, y que se asume que varían linealmente hasta llegar al valor máximo en la sección crítica, el punto donde debe comenzar la separación máxima de los estribos se puede determinar por proporcionalidad simple.

$\frac{\text{s (crítica)}}{\text{s (máxima)}}(11,88) = \frac{6}{12}(11,88) = 5,94$ ft , digamos que a 6 ft del centro de la luz.

9. Verificar el aplastamiento del hormigón en las bielas comprimidas. 11.6.3.1

$$\sqrt{\left(\frac{V_u}{b_w d}\right)^2 + \left(\frac{T_u p_h}{1,7 A_{oh}^2}\right)^2} \le \phi\left(\frac{V_c}{b_w d} + 8\sqrt{f'_c}\right) \qquad \text{Ec. (11-18)}$$

$$\sqrt{\left(\frac{52.300}{(16)(29,5)}\right)^2 + \left(\frac{(40,3\times 12.000)(96)}{1,7(407)^2}\right)^2} = 199 \text{ psi} \; < \; 10\phi\sqrt{f'_c} = 530 \text{ psi} \quad \text{VERIFICA}$$

10. Calcular la armadura de torsión longitudinal. 11.6.3.7

$$A_\ell = \left(\frac{A_t}{s}\right) p_h \left(\frac{f_{yv}}{f_{y\ell}}\right) \cot^2\theta \qquad \text{Ec. (11-22)}$$

$$A_\ell = (0,016)(96)\left(\frac{60}{60}\right)(1,0) = 1,54 \text{ in.}^2$$

Verificar el área mínima de armadura longitudinal.

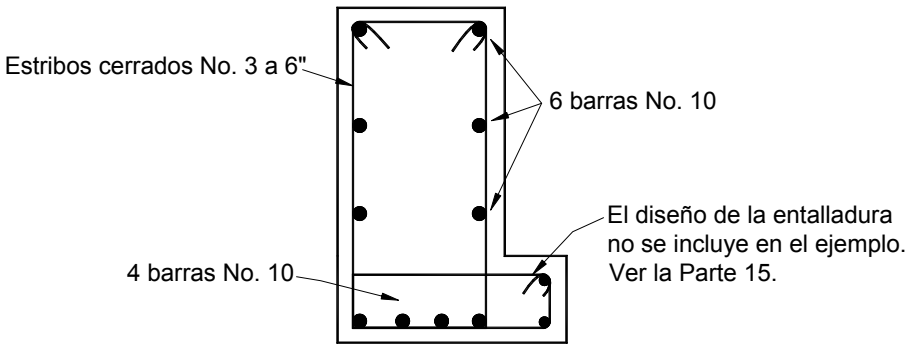
$$A_{\ell,\min} = \frac{5\sqrt{f'_c} A_{cp}}{f_{y\ell}} - \left(\frac{A_t}{s}\right) p_h \frac{f_{yv}}{f_{y\ell}} \qquad \text{Ec. (11-24)}$$

$\left(\frac{A_t}{s}\right)$ no debe ser menor que $\frac{25 b_w}{f_{yv}} = \frac{25(16)}{60.000} = 0,007$ in.^{2} / in. 11.6.5.3

$$A_{\ell,\min} = \frac{5\sqrt{5000}\,(560)}{60.000} - (0,016)(96) = 1,76 \text{ in.}^2 \qquad \text{(valor determinante)}$$

La armadura longitudinal requerida para torsión se debe distribuir alrededor del perímetro de los estribos cerrados, con una separación máxima de 12 in. Las barras longitudinales deben estar dentro de los estribos. Debe haber al menos una barra longitudinal en cada esquina de los estribos. Seleccionar 10 barras.

Área de cada barra longitudinal = $\frac{1,76}{10} = 0,176$ in.^{2} Usar barras No. 4



Detalles de armado

11. Dimensionar la armadura longitudinal combinada.

Usar barras No. 4 en los lados y esquinas superiores de la viga de borde. Observar que dos de las diez barras longitudinales requeridas para torsión (las barras junto a la cara vertical de la entalladura) se deben combinar con la armadura de la entalladura. Este ejemplo no incluye el cálculo de la armadura de la entalladura horizontal de la viga). En la Parte 15 de este documento se discute el diseño de estos elementos.

Determinar la armadura de flexión requerida, suponiendo comportamiento de sección controlada por tracción.

$\phi = 0,90$ 9.3.2

De la Parte 7,

$$R_n = \frac{M_u}{\phi bd^2} = \frac{495 \times 12.000}{0,9 \times 16 \times 29,5} = 474 \text{ psi}$$

$$\rho = \frac{0,85f'_c}{f_y}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2R_n}{0,85f'_c}}\right)$$

$$= \frac{0,85 \times 5}{60}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 474}{0,85 \times 5000}}\right) = 0,0084$$

$$A_s = \rho bd = 0,0084 \times 16 \times 29,5 = 3,96 \text{ in.}^2$$

A la mitad de la luz, proveer (2/10) de la armadura de torsión longitudinal además de la armadura de flexión.

$$\left(\frac{2}{10}\right)(1,76) + 3,96 = 4,31 \text{ in.}^2$$

En un extremo del tramo, proveer (2/10) de la armadura de torsión longitudinal más al menos (1/3) de la armadura de flexión positiva. 12.11.1

$$\left(\frac{2}{10}\right)(1,76) + \left(\frac{3,96}{3}\right) = 1,67 \text{ in.}^2$$

Usar 4 barras No. 10 ($A_s = 5,08 \text{ in.}^2 > 4,31 \text{ in.}^2$)

Verificar si la sección es controlada por tracción, en base a la armadura provista.

A partir de un análisis de compatibilidad de las deformaciones, suponiendo de forma conservadora que la sección sólo está solicitada a flexión,

$\varepsilon_t = 0,0117 > 0,0050$

Esto significa que la sección es controlada por tracción, y que $\phi = 0,90$. 10.3.4

En la Referencia 13.3 se presenta un análisis de compatibilidad de las deformaciones que incluye los efectos de la torsión.

Prolongar 2 barras No. 10 hasta el extremo de la viga de borde ($A_s = 2,54$ in.$^2 > 1,67$ in.^{2})

La armadura longitudinal de torsión se debe anclar adecuadamente.

12. Verificar el área de estribos de la viga usada como armadura "de suspensión" para la entalladura de la viga.

Deben haber suficientes estribos disponibles en la sección de la viga para actuar como armadura de suspensión de la entalladura de la viga. En la Parte 15 de este documento se discute el diseño de estos elementos.

Reacción de un alma de la sección Te doble (para una TT de 10 ft de ancho, las almas tienen una separación de 5 ft entre centros).

$$R_u = \left[1,2\left(1,92\right)+1,6\left(0,9\right)\right]5 = 18,7 \text{ kips / alma}$$

$$A_v = \text{ (por ancho efectivo de la entalladura)} = \frac{R_u}{\phi f_{yv}} = \frac{18,7}{0,75\left(60\right)} = 0,416 \text{ in.}^2 \text{ / alma}$$

(Observar que, de acuerdo con la Parte 15, $\phi = 0,75$ para la armadura de la entalladura horizontal de una viga.)

El ancho efectivo de la entalladura sobre el cual se pueden distribuir las fuerzas de suspensión se puede evaluar en base a la Referencia 15.5. Para las dimensiones de la entalladura de este ejemplo, $b_e = 26$ in.

$$\frac{A_v}{s} = \frac{0,416}{26} = 0,016 \text{ in.}^2 \text{ / in}$$

Para estribos No. 3, $s_{max} = \dfrac{0,11}{0,016} = 6,8$ in.

Los estribos No. 3 con la separación de 6 in., calculada anteriormente en el Paso 6, se deben usar en toda la longitud del tramo para que también actúen como armadura de suspensión de la entalladura de la viga.