

8

Redistribución de los Momentos

ACTUALIZACIÓN PARA EL CÓDIGO 2002

En el Código 2002, los requisitos de diseño unificado para redistribución de momentos ahora se encuentran en la Sección 8.4, y los requisitos anteriores fueron trasladados a B.8.4 aunque aún está permitido usarlos. Estos nuevos requisitos se aplican tanto al hormigón no pretensado como al hormigón pretensado. La Figura R8.4 del nuevo comentario muestra cómo se relacionan los nuevos requisitos con los requisitos anteriores, y con la capacidad disponible calculada para secciones no pretensadas. La Referencia 8.1 contiene una figura similar para secciones pretensadas.

8.4 REDISTRIBUCIÓN DE LOS MOMENTOS NEGATIVOS EN ELEMENTOS CONTINUOS SOLICITADOS A FLEXIÓN

La sección 8.4 permite una redistribución de los momentos negativos en los elementos continuos solicitados a flexión cuando la deformación específica neta de tracción es mayor que un cierto valor. Este requisito reconoce el comportamiento inelástico de las estructuras de hormigón y constituye un paso hacia el "diseño en estado límite."

En el Código ACI 1963 se permitió por primera vez ajustar los momentos negativos en 10 por ciento. La experiencia con la aplicación de este requisito, aunque satisfactoria, era conservadora. El Código de 1971 aumentó el máximo porcentaje de redistribución admisible. Este aumento se fundamentaba en el estado del conocimiento sobre el comportamiento bajo cargas últimas y de servicio logrado a partir de ensayos y estudios analíticos.

La aplicación de 8.4 permitirá, en muchos casos, una importante reducción de la armadura requerida sin una reducción de la seguridad, y reducirá la congestión de la armadura en las regiones de momento negativo.

De acuerdo con 8.9, los elementos continuos se deben diseñar para resistir más de una configuración de sobrecargas. Se realiza un análisis elástico para cada una de las configuraciones, y se obtiene un momento envolvente para diseñar cada sección. De este modo, para cualquiera de las condiciones de carga consideradas, ciertas secciones en un tramo dado alcanzarán el momento último mientras otras aún tendrán capacidad de reserva. Ensayos realizados han demostrado que una estructura puede continuar

soportando cargas adicionales si las secciones que han alcanzado sus capacidades de momento continúan rotando como rótulas plásticas y redistribuyen los momentos a las demás secciones hasta que se forma un mecanismo de colapso.

Reconocer esta capacidad de carga adicional, superior a la del diseño original, sugiere la posibilidad de un rediseño que permita ahorrar materiales. La Sección 8.4 permite un rediseño disminuyendo o aumentando los momentos elásticos negativos para cada condición de carga (con las correspondientes modificaciones de los momentos positivos que exige la estática). Estas variaciones de los momentos pueden ser tales que reduzcan tanto el momento máximo positivo como el momento máximo negativo de la envolvente final de los momentos. A fin de asegurar una adecuada capacidad de rotación, la deformación específica neta de tracción en las secciones en los apoyos deben satisfacer 8.4. El Ejemplo 8.1 ilustra este requisito.

En ciertos casos, el beneficio más importante que se obtendrá de la Sección 8.4 será simplemente una reducción del momento negativo en los apoyos, que servirá para evitar la congestión de armaduras o para reducir las dimensiones del hormigón.

Los límites de aplicación de la Sección 8.4 se pueden resumir de la siguiente manera:

1. Los requisitos se aplican a elementos continuos no pretensados y pretensados solicitados a flexión.
2. Los requisitos no se aplican a elementos diseñados usando los momentos aproximados de 8.3.3, ni a sistemas de losas diseñadas por el Método de Diseño Directo (13.6.1.7).
3. Los momentos flectores se deben determinar mediante métodos analíticos, tales como distribución de momentos, etc. No está permitido redistribuir momentos calculados mediante métodos aproximados.
4. Sólo se permite redistribuir los momentos cuando la deformación específica neta de tracción no es menor que 0,0075 (8.4.3).
5. El máximo porcentaje de disminución o aumento admisible para el momento negativo es igual a $1000 \epsilon_t$, pero nunca puede ser mayor que 20 por ciento (8.4.1).
6. El ajuste de los momentos negativos se realiza para cada configuración de cargas considerada. Luego los elementos se dimensionan para los máximos momentos ajustados obtenidos de todas las condiciones de carga.
7. El ajuste de los momentos negativos en los apoyos de cualquier tramo requiere ajustar los momentos positivos de dicho tramo (8.4.2). Para mantener el equilibrio, una disminución de un momento negativo en un apoyo requiere un aumento del momento positivo del tramo.
8. Se debe mantener el equilibrio estático en todas las uniones, antes y después de la redistribución de los momentos.
9. En el caso de momentos negativos desiguales actuando a ambos lados de un apoyo fijo (es decir, cuando los tramos adyacentes son desiguales), la diferencia entre estos dos momentos se toma hacia el apoyo. Si se ajustan uno o ambos momentos negativos, la diferencia resultante entre los momentos ajustados se toma hacia el apoyo.
10. Se pueden realizar ciclos adicionales de redistribución de momentos. Luego de cada ciclo de redistribución se calcula un nuevo incremento o disminución porcentual admisible para el momento negativo. En general un solo ciclo es suficiente.

En la nueva Sección 8.4 el porcentaje de redistribución admisible se define en términos de la deformación específica neta de tracción ϵ_t . Existe una relación entre la deformación específica en el acero ϵ_t a una profundidad d y el coeficiente dimensional de resistencia R_n / f_c ó $M_n / (f_c b d^2)$. Por lo tanto, si se conoce la resistencia nominal al momento M_n requerida, la deformación específica en el acero ϵ_t se puede hallar de forma directa. A continuación se presenta la derivación correspondiente (ver Fig. 8-1):

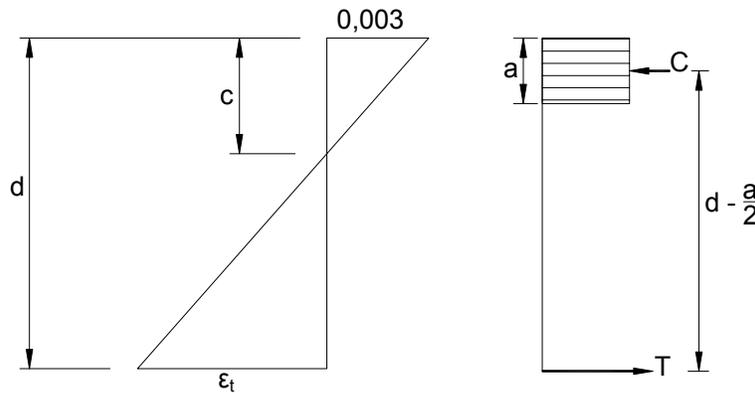


Figura 8-1 – Deformaciones y tensiones

$$\text{Sea } r = \frac{0,003}{\varepsilon_t + 0,003}$$

Por similitud de triángulos: $c = rd$; $a = \beta_1 c = \beta_1 r d$

$$C = 0,85 f'_c b a$$

$$M_n = C \left(d - \frac{a}{2} \right) = 0,85 f'_c b \beta_1 r d \left(d - \frac{\beta_1 r d}{2} \right) = f'_c b d^2 \times 0,85 \beta_1 r \left(1 - \frac{\beta_1 r}{2} \right)$$

$$\frac{M_n}{f'_c b d^2} = 0,85 \beta_1 r \left(1 - \frac{\beta_1 r}{2} \right)$$

Ec. (1)

Observar que la Ecuación (1) no depende de la resistencia del acero. La Ecuación (1) es válida para todos los tipos de acero, incluyendo el acero de pretensado. La Figura 8-2 ilustra la relación entre la redistribución admisible, la deformación específica neta de tracción y el coeficiente de resistencia.

Para determinar la redistribución de momentos admisible se puede utilizar el siguiente procedimiento.

1. Determinar los momentos flectores mayorados en los apoyos mediante algún método analítico. Calcular el coeficiente de resistencia $M_n / f'_c b d^2$ ó $M_u / (\phi f'_c b d^2)$ en los apoyos.
2. Ingresar a la Figura 8-2 con el valor de $M_u / (\phi f'_c b d^2)$. Subir hasta la curva que corresponda, y leer la ordenada para hallar el porcentaje de redistribución admisible.
3. Ajustar los momentos en los apoyos, y ajustar los momentos positivos correspondientes de manera de satisfacer la condición de equilibrio.

Habitualmente ocurre que la cantidad de acero provisto usando tamaños de barra discretos es algo superior a la requerida. Esto reduce ligeramente ε_t y el porcentaje de redistribución admisible. Sin embargo, el exceso de acero aumenta la resistencia mucho más que lo que varía el porcentaje de redistribución. Por ejemplo, en base a la Figura 8-2, la curva para hormigón de 4000 psi indica un coeficiente de resistencia de 0,112 cuando $\varepsilon_t = 0,015$ y un porcentaje de redistribución de 15 por ciento. Si se colocara acero en exceso suficiente para hacer que ε_t se redujera a 0,010, con una redistribución admisible de 10 por ciento, el coeficiente de resistencia aumentaría de 0,112 a 0,150. Por lo tanto, una reducción del 5 por ciento de la redistribución admisible es acompañada por un aumento de la resistencia del 34 por ciento. En consecuencia, no es necesario calcular la ligera reducción de la redistribución admisible ya que es contrarrestada por un aumento de resistencia mucho más significativo.

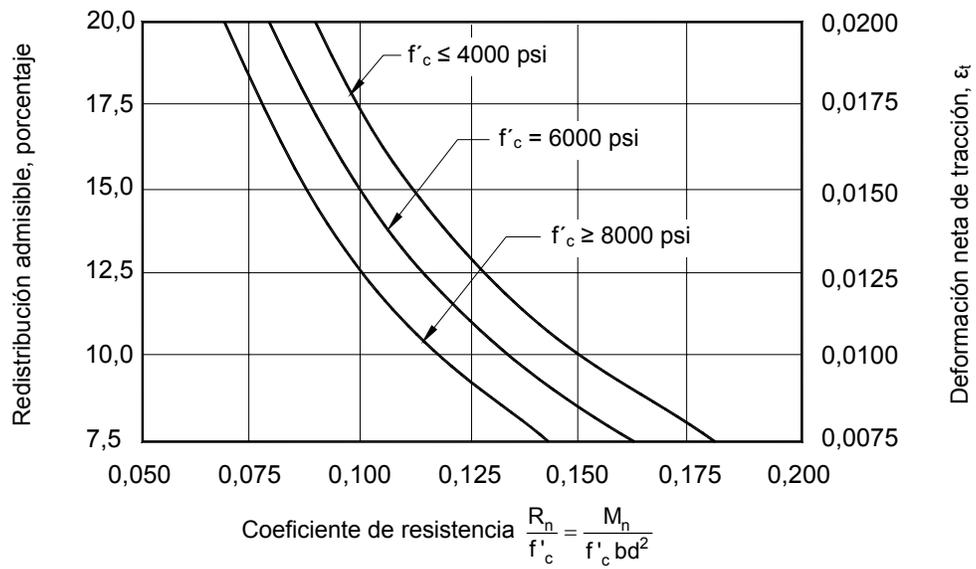


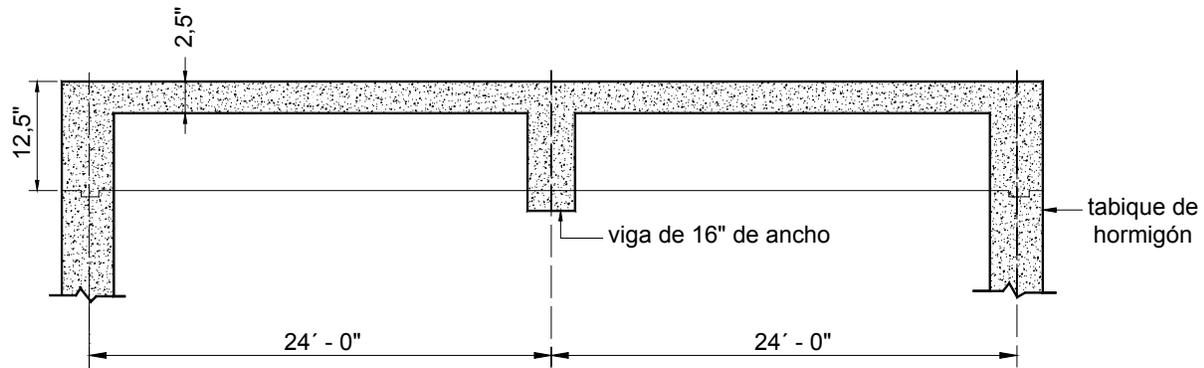
Figura 8-2 – Redistribución de los momentos admisible

REFERENCIA

- 8.1 Mast, R. F., (1992), "Unified Design Provisions for Reinforced and Prestressed Concrete Flexural and Compression Members," *ACI Structural Journal*, V. 89, pp. 185-199.

Ejemplo 8.1 – Redistribución de los momentos

Determinar la armadura requerida para el sistema nervurado en una dirección ilustrado, aplicando redistribución de los momentos a fin de reducir la armadura total.



Losa nervurada: $10 + 2,5 \times 5 + 25$ (encofrado de 10 in. de altura + losa de 2,5 in. de altura, encofrado de 5 in. de ancho separados 25 in. entre centros)

$$\begin{aligned}f_c &= 4000 \text{ psi} \\f_y &= 60.00 \text{ psi} \\DL &= 80 \text{ lb/ft}^2 \\LL &= 100 \text{ lb/ft}^2\end{aligned}$$

Por motivos de simplicidad no se considera la continuidad en los tabiques de hormigón.

Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Determinar las cargas mayoradas.

$$U = 1,2D + 1,6L$$

Ec. (9-2)

$$w_d = 1,2 \times 0,08 \times 25 / 12 = 0,200 \text{ kips/ft}$$

$$w_\ell = 1,6 \times 0,10 \times 25 / 12 = 0,333 \text{ kips/ft}$$

$$w_u = 0,533 \text{ kips/ft por nervio}$$

2. Obtener los diagramas de momento mediante un análisis elástico.

Considerar tres casos de carga posibles:

Caso I: DL y LL mayoradas en ambos tramos.

Caso II: DL y LL mayoradas en un tramo y en el otro tramo sólo DL mayorada.

Caso III: Inversión del Patrón II.

En la siguiente figura se ilustran los diagramas de momento para estos casos de carga (los momentos se expresan en ft-kips).

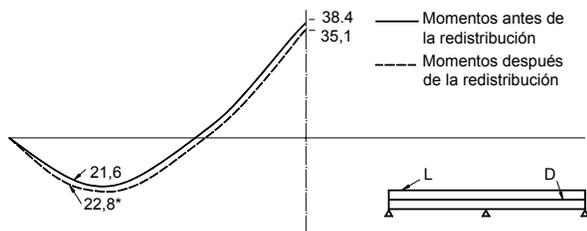


Figura (a) Caso de Carga I

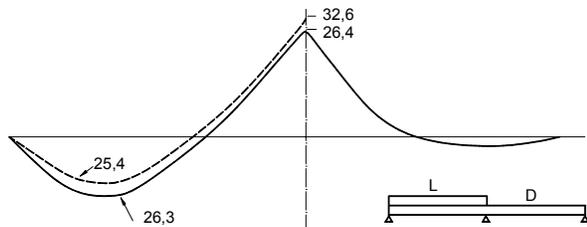


Figura (b) Casos de Carga II y III (Inversa de II)

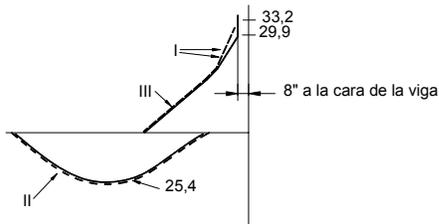
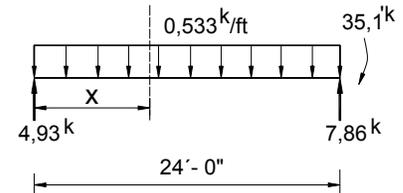


Figura (c) Envolverte de los momentos mayorados

*Cálculo del momento positivo ajustado de 22,8^k



$V = 0$ actuando a $x = 9,25$ ft

$$M \text{ actuando a } x = 9,25 \text{ ft} = (4,93 \times 9,25) - 0,533 \times \frac{9,25^2}{2} = 22,8^k$$

3. Redistribución de los momentos negativos.

a. Caso de Carga I:

El objetivo es disminuir el momento negativo en el apoyo para obtener una nueva envolvente de momentos.

Del caso de carga I: $M_u = -33,2$ ft-kips en la cara de la viga.

Para $b = 5$ in. y $d = 11,5$ in.:

$$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2} = 0,167 ; \text{ ingresar a la Figura 8-2 para obtener una reducción admisible} = 8,5 \text{ por ciento}$$

Disminuyendo el momento negativo $M_u = -38,4$ ft-kips en la Figura (a) en 8,5% se obtienen los diagramas de momento redistribuido indicados en la Figura (a) con líneas de trazos.

El máximo momento de tramo aumenta correspondientemente, para mantener el equilibrio, hasta 22,8 ft-kips (ver el cálculo en la figura).

b. Caso de Carga II:

Se compara el diagrama de momentos elásticos correspondiente al Caso de Carga II con el diagrama de momentos redistribuidos del Caso de Carga I. Para lograr ahorros en la armadura de momento positivo del tramo, es deseable reducir el momento positivo del tramo de 26,3 ft-kips. Esto se debe lograr redistribuyendo el momento negativo en el apoyo aumentándolo en 8,5% hasta $26,4 \times 1,085 = 28,6$ ft-kips. El resultado es que el momento positivo se reduce de 26,3 a 25,4 ft-kips.

4. Momentos mayorados de diseño.

En base a la envolvente de los momentos redistribuidos, los momentos mayorados y la armadura requerida se determinan como se indica en la siguiente tabla.

Tabla 8-1 – Resumen del diseño final

Sección	Caso de Carga		Acero requerido		Acero provisto		
	I	II	A_s (in. ²)	ρ	A_s (in. ²)	ρ^{**}	Porcentaje de redistribución
Momento en el apoyo* (ft-kips)	- 29,9	-	0,64	0,0116	1 barra No. 6 1 barra No. 5	0,013 (b = 5 in.)	- 8,5
Momento en el centro del tramo (ft-kips)	-	25,4	0,50	0,0017	1 barra No. 4 1 barra No. 5	0,0018*** (b = 25 in.)	+ 8,5 en el apoyo

* Calculado en la cara del apoyo.

$$** \text{ Verificar } \rho_{min} = \frac{3\sqrt{f'_c}}{f_y} = 0,0032$$

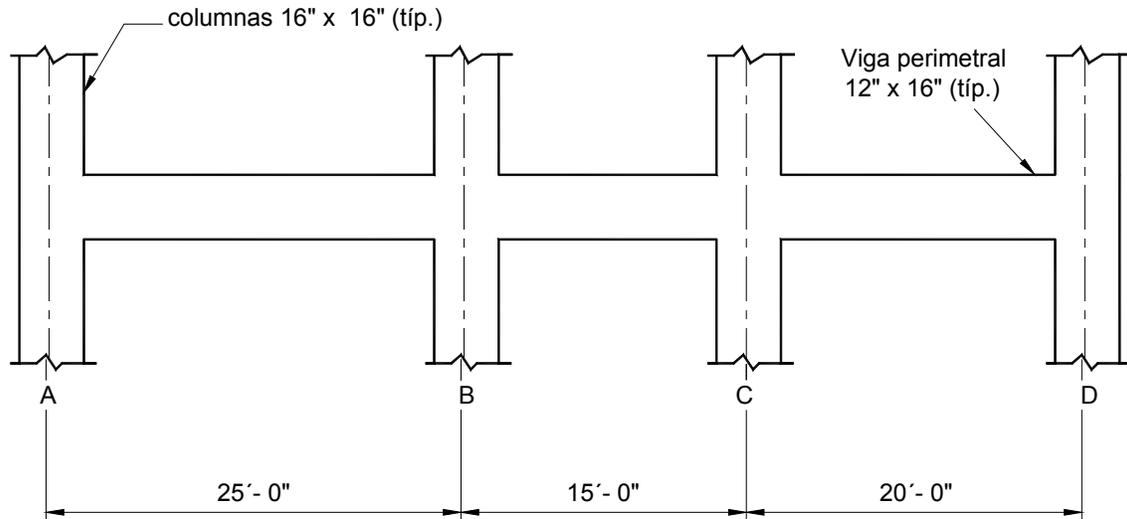
$$\rho_{min} = \frac{200}{60.000} = 0,0033 \text{ (determinante)}$$

$$*** \rho = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{0,51}{5 \times 11,5} = 0,0089 > \rho_{min}$$

Nota final: La redistribución de los momentos permitió reducir el momento negativo en 8,5%. De manera similar, el momento positivo del tramo se redujo gracias a la redistribución del momento negativo en el apoyo. Por lo tanto, se logró un ahorro en la cantidad total de acero sin reducir la seguridad.

Ejemplo 8.2 – Redistribución de los momentos

Determinar la armadura requerida para la viga perimetral en un piso intermedio como se indica en la figura, aplicando redistribución de los momentos a fin de reducir la armadura total requerida.



Columnas = 16 × 16 in.
Altura de piso = 10 ft
Viga perimetral = 12 × 16 in.
 $f_c = 4000$ psi
 $f_y = 60.00$ psi
DL = 1167 lb/ft
LL = 450 lb/ft

Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Determinar las cargas mayoradas.

$$U = 1,2D + 1,6 L$$

Ec. (9-2)

$$w_d = 1,2 \times 1167 = 1,4 \text{ kips/ft}$$

$$w_\ell = 1,6 \times 0,45 = 0,72 \text{ kips/ft}$$

$$w_u = 2,12 \text{ kips/ft}$$

2. Determinar los diagramas de momento flector elástico para los cinco casos de carga ilustrados en las Figuras (a) a (e) y los valores máximos de la envolvente de los momentos para todos los casos de carga.

8.9.2

(Los máximos momentos negativos en los apoyos y positivos en el centro de los tramos fueron determinados mediante un análisis por software para cada una de las cinco configuraciones de carga.)

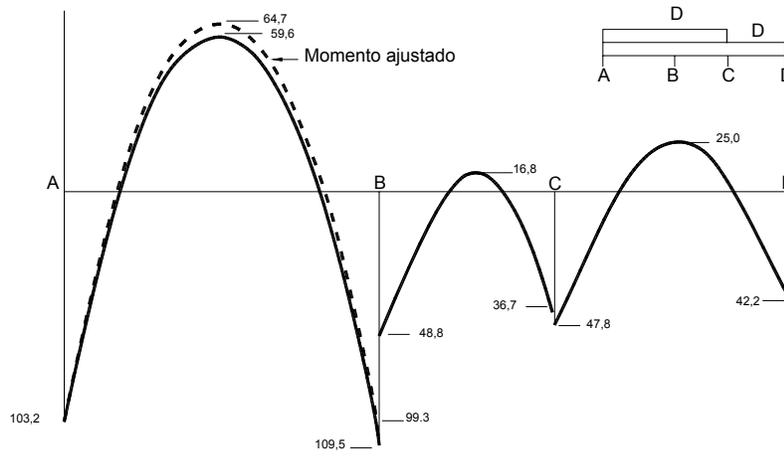


Figura (a) Caso de Carga I (momentos en ft-kips)

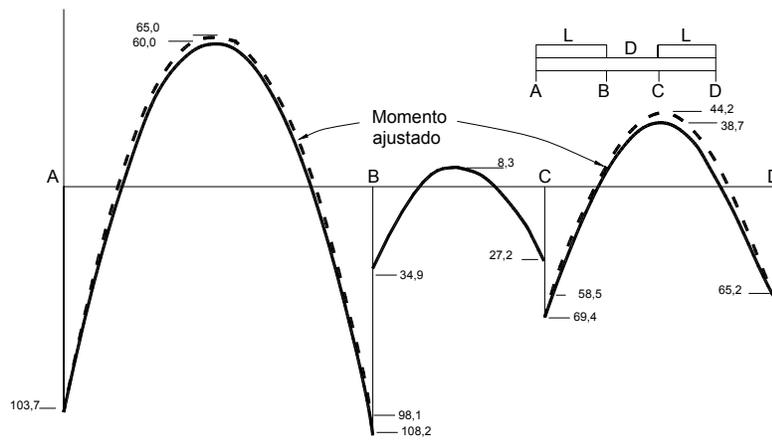


Figura (b) Caso de Carga II (momentos en ft-kips)

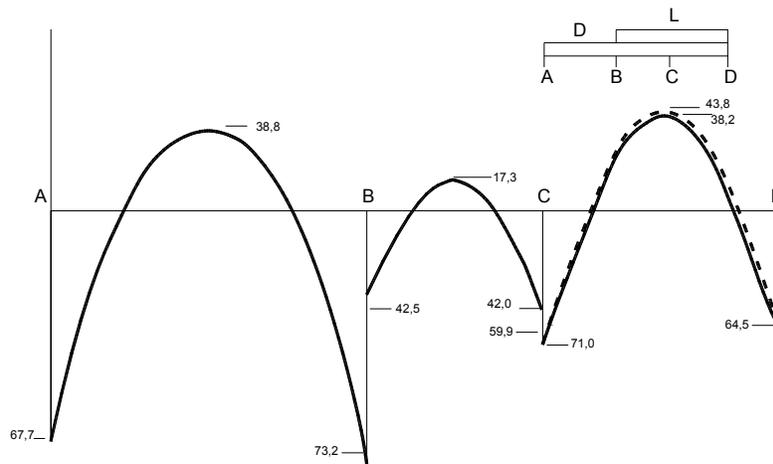


Figura (c) Caso de Carga III (momentos en ft-kips)

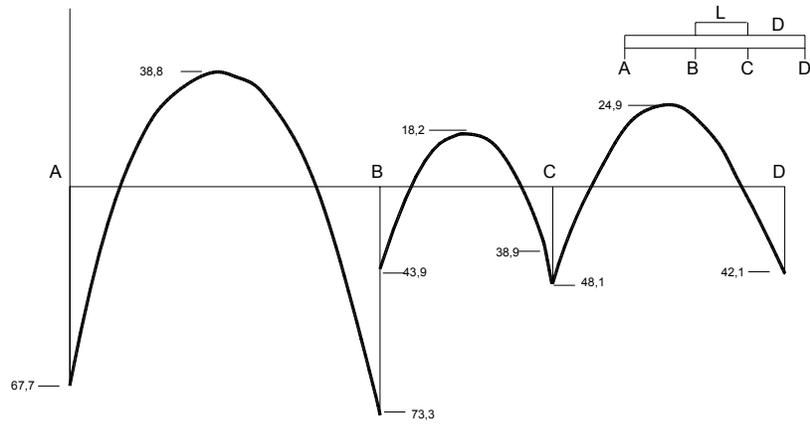


Figura (d) Caso de Carga IV (momentos en ft-kips)

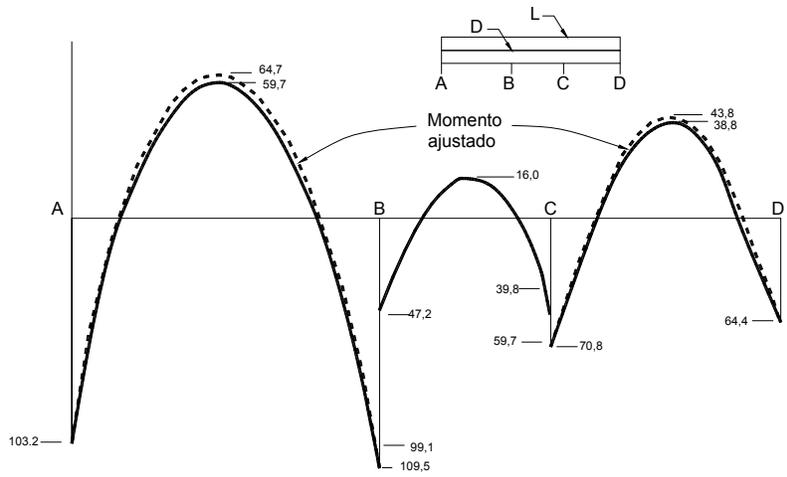


Figura (e) Caso de Carga V (momentos en ft-kips)

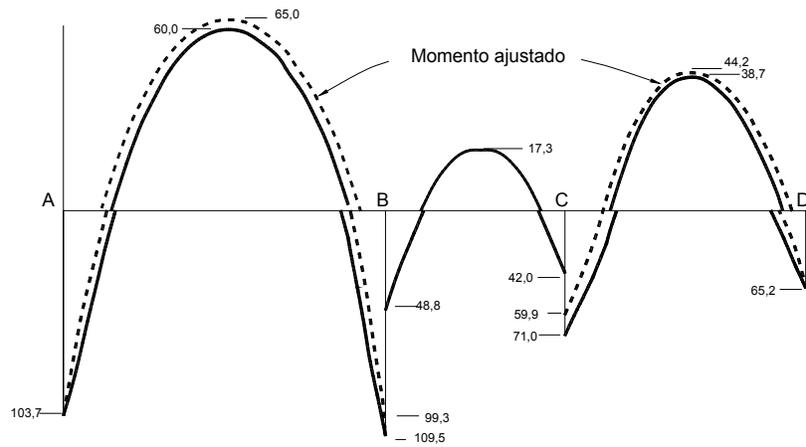


Figura (f) Envolvente de los máximos momentos para los diferentes casos de carga (momentos en ft-kips)

3. Determinar el máximo porcentaje admisible de aumento o disminución para los momentos negativos:

usar $d = 13,5$ in.; recubrimiento = 2 in.

7.7.1

Calcular $\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2}$ y hallar el porcentaje de redistribución de la Figura 8-2.

Tabla 8-2(a) – Ajuste de los momentos en los apoyos

Apoyo	Momento mayorado M_u (ft-kips)	$\frac{M_u}{\phi f'_c b d^2}$	Porcentaje de ajuste admisible
A	-103,7	0,158	9,3
B	-109,5	0,167	8,5
C	-71,0	0,108	15,7
D	-65,2	0,099	17,4

4. Ajuste de los momentos.

Nota: Ajustar los momentos negativos, ya sea aumentarlos o disminuirlos, es una decisión que debe tomar el ingeniero. En este ejemplo se decidió reducir los momentos negativos en los apoyos B y C y aceptar el correspondiente aumento de los momentos positivos, y no modificar los momentos negativos en los apoyos exteriores A y D.

Con referencia a las Figuras (a) a (e), los momentos se ajustaron de la siguiente manera:

Caso de Carga I – Figura (a)

$$M_B = -109,5 \text{ ft-kips} \quad (\text{ajuste} = 9,3\%)$$

$$\text{Reducción de } M_B = -109,5 \times 0,093 = -10,2 \text{ ft-kips}$$

$$M_B \text{ ajustado} = -109,5 - (-10,2) = -99,3 \text{ ft-kips}$$

Aumento del momento positivo en el tramo A-B:

$$M_A = -103,2 \text{ ft-kips}$$

$$M_B \text{ ajustado} = -99,3 \text{ ft-kips}$$

$$\text{Ordenada en el centro tramo sobre la línea entre } M_A \text{ y } M_B = \frac{-103,2 + (-99,3)}{2} = -101,3 \text{ ft-kips}$$

$$\text{Momento debido a la carga uniforme} = w_u \ell^2 / 8 = 2,12 \times 25^2 / 8 = 166,0 \text{ ft-kips}$$

$$\text{Momento positivo ajustado en el centro del tramo} = 166,0 + (-101,3) = +64,7 \text{ ft-kips}$$

El momento ajustado es aproximadamente igual al máximo momento positivo. Para determinar los momentos ajustados en los apoyos y en el centro del tramo CD se realizan cálculos similares. También se deben ajustar los momentos en los tramos AB y CD para los demás casos de carga. En la siguiente tabla se resumen los momentos ajustados obtenidos como resultado de los cálculos adicionales.

Tabla 8-2(b) – Momentos máximos para un ciclo de redistribución (los momentos se indican en ft-kips)

Ubicación	Caso de Carga I		Caso de Carga II		Caso de Carga III		Caso de Carga V	
	M _u	M _{ajustado}	M _u	M _{ajustado}	M _u	M _{ajustado}	M _u	M _{ajustado}
A	- 103,2	-	- 103,7*	-	- 67,7	-	- 103,2	-
Centro del tramo A-B	+ 59,6	+ 64,7	+ 60,0	+ 65,0*	+ 38,8	-	+ 59,7	+ 64,7
B	- 109,5	- 99,3*	- 108,2	- 98,1	- 73,2	-	- 109,3	- 99,1
Centro del tramo B-C	+ 16,8	-	+ 8,3	-	+ 17,3*	-	+ 16,0	-
C	- 47,8	-	- 69,4	- 58,5	- 71,0	- 59,9*	- 70,8	- 59,7
Centro del tramo C-D	+ 25,0	-	+ 38,7	+ 44,2*	+ 38,2	+ 43,8	+ 38,8	+ 43,8*
D	- 42,2	-	- 65,2*	-	- 64,5	-	- 64,4	

* Momento de diseño final luego de la redistribución.

No se modifican los momentos elásticos de los apoyos obtenidos del caso de carga IV. Los momentos negativos de los apoyos son menores que los máximos momentos ajustados de los demás casos de carga y, por lo tanto, no determinarán la envolvente de los momentos ajustados máximos.

- Una vez que los momentos ajustados se determinan analíticamente, se pueden determinar los diagramas de momento flector ajustados para cada uno de los casos de carga. Las curvas de momento ajustadas se determinan gráficamente, y se indican con líneas de trazos en las Figuras (a) a (e).
- Ahora se puede obtener una envolvente de los momentos máximos ajustados a partir de las curvas de momento ajustadas, como se indica en la Figura (f) mediante línea de trazos.
- Se pueden obtener las cuantías de armadura finales ρ en base a los momentos ajustados.

A partir de las envolventes de los momentos redistribuidos de la Figura (f), los momentos de diseño mayorados y la armadura requerida se obtienen como se indica en la Tabla 8-2(c).

- Segundo ciclo de redistribución de momentos.

Si el ingeniero decide que es necesario ajustar aún más los momentos, puede realizar otros ciclos de redistribución. El procedimiento a seguir es similar al utilizado en el primer ciclo, excepto que ahora el coeficiente de resistencia del segundo ciclo se calcula en base al momento del primer ciclo.

Tabla 8-2(c) – Resumen del diseño final

Ubicación	Momento (ft-kips)	Caso de Carga	Requerida		Provista	
			A _s (in. ²)	ρ	A _s (in. ²)	ρ^{**}
Centro del tramo A-B	+ 65,0	II	1,14	0,0070	1 No. 5 2 No. 6	0,0073
Apoyo B*	- 99,3	I	1,81	0,0112	3 No. 7	0,0111
Apoyo C*	- 59,9	III	1,05	0,0065	2 No. 5 1 No. 6	0,0065
Centro del tramo C-D	+ 44,2	II	0,76	0,0047	1 No. 4 2 No. 5	0,0051

* Momentos en el eje. Se pueden usar los momentos en la cara del apoyo.

** Verificar $\rho_{\min} = \frac{3\sqrt{f'_c}}{f_y} = \frac{3\sqrt{4000}}{60.000} = 0,0032$

$$\rho_{\min} = \frac{200}{f_y} = \frac{200}{60.000} = 0,0033 \text{ (determinante)}$$

Para este ejemplo los momentos de diseño no se redujeron a la cara de la columna, ya que la intención era ilustrar exclusivamente la redistribución de momentos. En el Ejemplo 8.1, para el diseño se utilizaron tanto redistribución de momentos como momentos en la cara de los apoyos.