

Principios Generales del Diseño por Resistencia

ACTUALIZACIÓN PARA EL CÓDIGO 2002

Los Requisitos de Diseño Unificado, anteriormente incluidos en el Apéndice B, ahora se han incorporado al cuerpo principal del código. Estos requisitos utilizan la máxima deformación específica de tracción como una medida del comportamiento de la sección transversal de un elemento. Anteriormente como medida del comportamiento se usaba el porcentaje de armadura balanceada ρ_b .

CONSIDERACIONES GENERALES

Históricamente, el método de la resistencia última fue el primer método usado para el diseño, debido a que la carga última se podía medir directamente mediante ensayos sin conocer la magnitud ni la distribución de las tensiones internas. A partir de principios de siglo se realizaron ensayos e investigaciones analíticas con el objetivo de desarrollar teorías de diseño basadas en la resistencia última con las cuales se pudiera predecir la carga última medida en los ensayos. En la Figura 6-1 se ilustran algunas de las primeras teorías que surgieron como resultado de estos ensayos e investigaciones.

Tanto el hormigón estructural como el acero de las armaduras se comportan inelásticamente a medida que se acercan a la resistencia última. En las teorías que tratan la resistencia última del hormigón armado, se debe considerar el comportamiento elástico de ambos materiales y se los debe expresar en términos matemáticos. Para los aceros que tienen un punto de fluencia bien definido, el comportamiento inelástico se puede expresar como una relación tensión-deformación bilineal (Fig. 6-2). Para el hormigón es más difícil medir experimentalmente la distribución inelástica de las tensiones y de expresarla en términos matemáticos.

Los estudios realizados para determinar la distribución de tensiones en el hormigón dieron por resultado diferentes distribuciones de tensiones propuestas, como se ilustra en la Figura 6-1. El desarrollo de los actuales procedimientos de diseño por resistencia tiene su base en estos primeros estudios experimentales y analíticos. La resistencia última del hormigón armado que se utiliza en las especificaciones de diseño estadounidenses se basa fundamentalmente en las teorías de 1912 y 1932 (Fig. 6-1).

INTRODUCCIÓN A LOS REQUISITOS DE DISEÑO UNIFICADO

Los Requisitos de Diseño Unificado, que ahora se encuentran en el cuerpo principal del código, no modifican las resistencias nominales. La resistencia nominal de una sección sigue siendo igual a la que se usaba en los cálculos anteriores. Sin embargo,

los Requisitos de Diseño Unificado alteran el cálculo de las resistencias de diseño, las cuales se obtienen reduciendo las resistencias nominales mediante la aplicación del factor de reducción ϕ .

Las siguientes definiciones se relacionan con los Requisitos de Diseño Unificado, y fueron tomadas del Capítulo 2 del código. En esta sección se da una breve explicación de estas definiciones; las secciones relevantes del código contienen una discusión más detallada.

1. Deformación específica neta de tracción: Deformación específica de tracción cuando la sollicitación alcanza la resistencia nominal, excluyendo las deformaciones específicas debidas al pretensado efectivo, la fluencia lenta, la contracción y la temperatura. La frase "cuando la sollicitación alcanza la resistencia nominal" significa en el momento que el hormigón llega al límite de deformación específica supuesto de 0,003 (10.2.3). La "deformación específica neta de tracción" es la deformación provocada por los momentos flectores y las cargas axiales, excluyendo la deformación provocada por el pretensado y los cambios volumétricos. La deformación específica neta de tracción es la que normalmente se calcula en los cálculos de la resistencia nominal.
2. Acero más traccionado: Armadura (pretensada o no pretensada) más alejada de la fibra comprimida extrema. El símbolo d_t se usa para representar la profundidad entre la fibra comprimida extrema y el acero más traccionado. La deformación específica neta de tracción en el acero más traccionado es simplemente la máxima deformación específica de tracción debida a las cargas externas.
3. Valor límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión: Deformación específica neta de tracción bajo condiciones de deformación específica balanceada; ver 10.3.2. La definición de condiciones de deformación balanceada de 10.3.2 no ha cambiado respecto de ediciones anteriores del código. Sin embargo, 10.3.3 permite tomar el valor límite de deformación específica para secciones controladas por compresión para la armadura Grado 60 y para la armadura pretensada igual a 0,002.
4. Sección controlada por compresión: Sección transversal en la cual la deformación específica neta de tracción en el acero más traccionado para la resistencia nominal es menor o igual que el valor límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión. Para las secciones controladas por compresión, el artículo 9.3.2.2 establece un factor de reducción de la resistencia ϕ igual a 0,65 ó 0,7.
5. Sección controlada por tracción: Sección transversal en la cual la deformación específica neta de tracción en el acero más traccionado para la resistencia nominal es mayor o igual que 0,005. Para las secciones controladas por tracción, el artículo 9.3.2.1 establece un factor de reducción de la resistencia ϕ igual a 0,9. Sin embargo, ediciones anteriores del código permitían usar un ϕ igual a 0,9 para los elementos solicitados a flexión con cuantías iguales a 0,75 por la cuantía de armadura balanceada ρ_b . Para las secciones rectangulares, la correspondiente deformación específica neta de tracción ϵ_t es igual a 0,00376. Usando los nuevos factores de carga reducidos, sólo se permite usar un ϕ de 0,9 para secciones menos armadas en las cuales $\epsilon_t \geq 0,005$.

El uso de estas definiciones se describe en los artículos 8.4, 9.2, 10.3 y 18.8.

10.2 HIPÓTESIS DE DISEÑO

10.2.1 Equilibrio de las fuerzas y compatibilidad de las deformaciones

El cálculo de la resistencia de un elemento o de una sección transversal mediante el Método de Diseño por Resistencia exige que se satisfagan dos condiciones básicas: (1) equilibrio estático y (2) compatibilidad de las deformaciones.

La primera condición exige que las fuerzas de compresión y tracción que actúan en la sección transversal para la resistencia "última" estén en equilibrio, mientras que la segunda condición exige que también se satisfaga la compatibilidad entre las deformaciones del hormigón y de la armadura bajo condiciones "últimas" dentro de las hipótesis de diseño permitidas por el código (ver 10.2).

El término "último" es muy utilizado en relación con el Método de Diseño por Resistencia. Pero es necesario tener en cuenta que la resistencia "nominal" calculada de acuerdo con los requisitos del código puede no necesariamente ser el valor último

real. Dentro de las hipótesis de diseño permitidas, se desprecian algunas de las propiedades de los materiales y se establecen otros límites conservadores para utilizar en el diseño práctico. Esto contribuye a la posibilidad de que la "resistencia última" sea menor que la obtenida mediante ensayos. La resistencia nominal calculada se debería considerar exclusivamente como una resistencia definida por el código. En consecuencia, al definir la resistencia calculada de un elemento no se utiliza el término "último," sino que se usa el término "nominal."

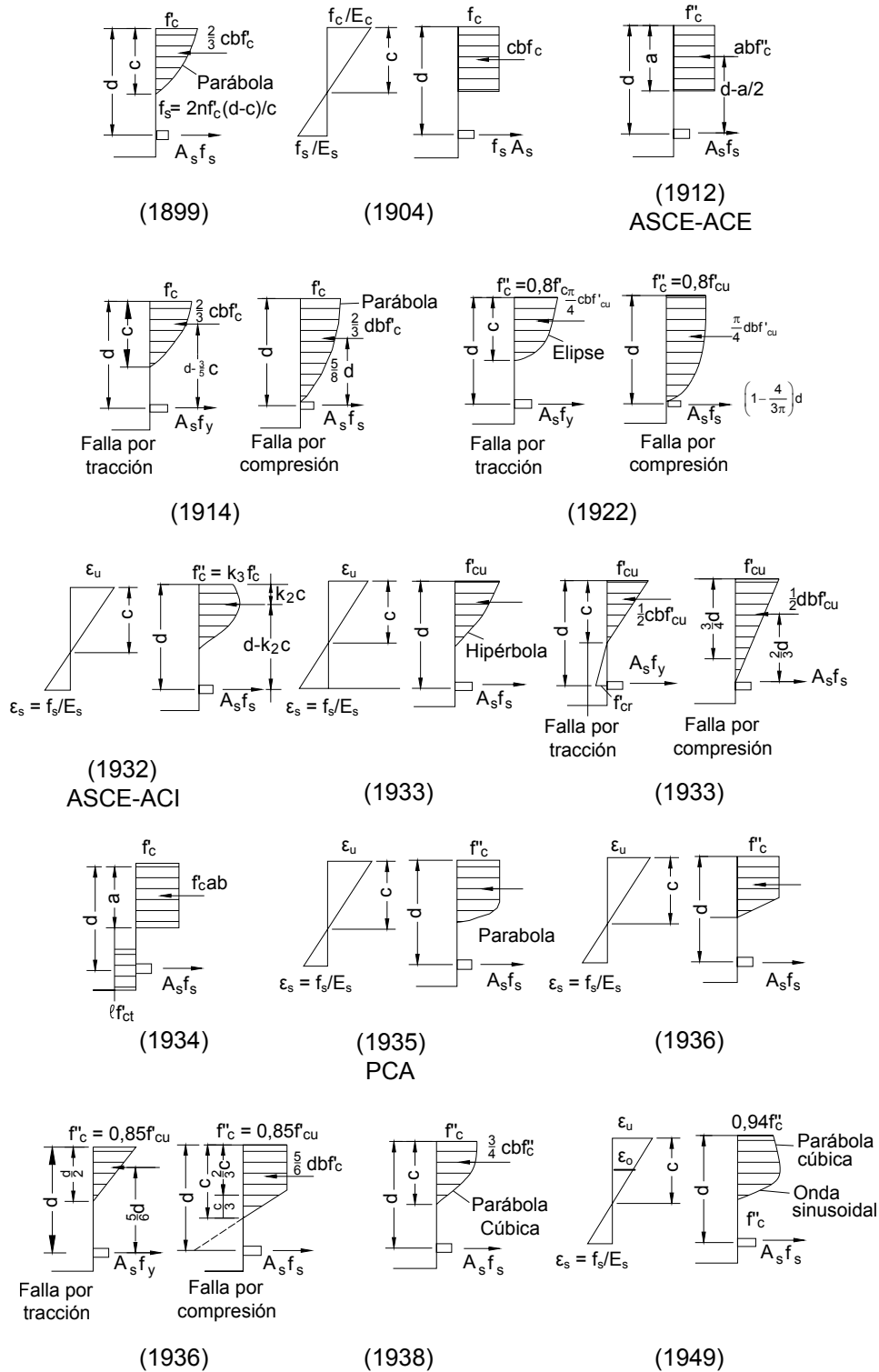


Figura 6-1 – Desarrollo de teorías de resistencia última para flexión

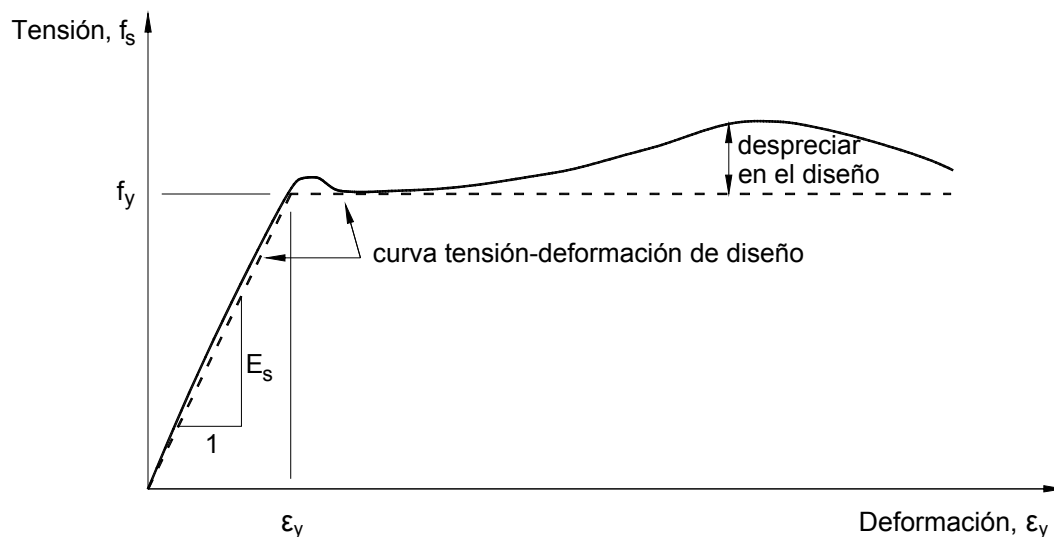


Figura 6-2 – Relación tensión-deformación para la armadura

Además, al discutir el método de diseño por resistencia para las estructuras de hormigón armado, se debe prestar atención a la diferencia entre las cargas sobre la estructura considerada en su totalidad y las solicitaciones en las secciones transversales de los elementos individuales. Primero se usan métodos de análisis elásticos para calcular las solicitaciones de servicio en los elementos individuales debidas a la acción de las cargas de servicio sobre la totalidad de la estructura. Sólo después de este paso se aplican los factores de carga a las solicitaciones de servicio que actúan en las secciones transversales individuales. No se consideran los métodos inelásticos (o límites) de análisis estructural, en los cuales las solicitaciones de diseño sobre los elementos individuales se determinan directamente a partir de las cargas de ensayo últimas que actúan en la totalidad de la estructura. Sin embargo, la Sección 8.4 sí permite una redistribución limitada de los momentos negativos en los elementos continuos. Los requisitos de 8.4 reconocen el comportamiento inelástico de las estructuras de hormigón y constituyen un paso hacia el "diseño en estado límite." Este tema se presenta en la Parte 8.

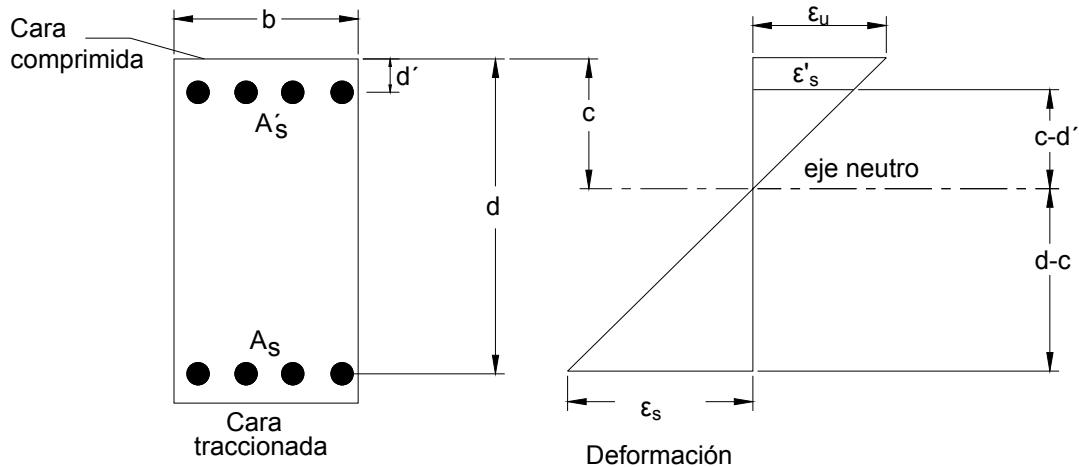
La "resistencia nominal" calculada de un elemento debe satisfacer las hipótesis de diseño dadas en 10.2.

10.2.2 Hipótesis de diseño #1

Las deformaciones específicas en la armadura y en el hormigón se deben suponer directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro.

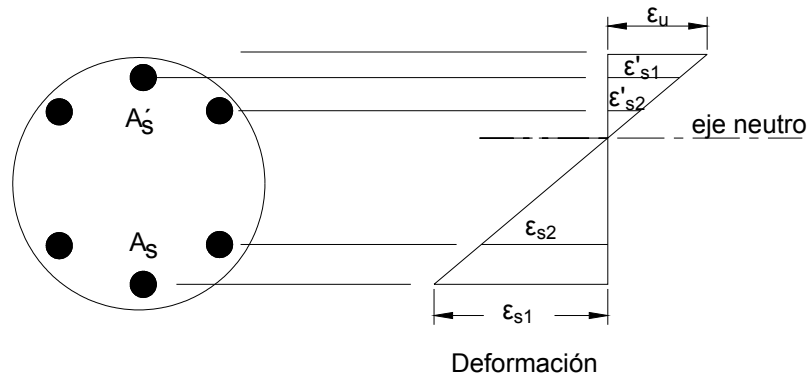
En otras palabras, se asume que las secciones planas normales al eje de flexión permanecen planas luego de la flexión. Numerosos ensayos han confirmado que las deformaciones específicas de una sección transversal de hormigón armado responden a una distribución esencialmente lineal en altura, aún cerca de su resistencia última. Para la armadura, esta hipótesis ha sido verificada mediante numerosos ensayos de elementos comprimidos con carga excéntrica y elementos solicitados exclusivamente a flexión.

En la Figura 6-3 se ilustran las condiciones de deformación específica supuestas para la resistencia última de una sección rectangular y una sección circular. Tanto la deformación en la armadura como la deformación en el hormigón son directamente proporcionales a la distancia desde el eje neutro. Este hipótesis es válida para todo el rango de cargas, desde carga nula hasta la carga última. Como se ilustra en la Figura 6-3, esta hipótesis es de fundamental importancia en el diseño para poder determinar la deformación específica en la armadura (y la correspondiente tensión).



$$\frac{\epsilon'_s}{\epsilon_u} = \frac{c - d'}{c}; \quad \frac{\epsilon_s}{\epsilon_u} = \frac{c - d}{c}$$

(a) Flexión



(b) Flexión y carga axial

Figura 6-3 – Variación supuesta de la deformación específica

10.2.3 Hipótesis de diseño #2

La máxima deformación utilizable en la fibra comprimida extrema del hormigón se asumirá igual a $\epsilon_u = 0,003$.

La máxima deformación específica de compresión del hormigón para el aplastamiento del hormigón se ha medido en numerosos ensayos tanto en elementos de hormigón simple como de hormigón armado. Los resultados de ensayos realizados en una serie de modelos de vigas y columnas de hormigón armado, ilustrados en la Figura 6-4, indican que la máxima deformación específica del hormigón varía entre 0,003 y valores de hasta 0,008. Sin embargo, para los casos prácticos la máxima deformación específica es de 0,003 a 0,004; ver las curvas tensión-deformación de la Figura 6-5. Aunque la máxima deformación disminuye a medida que aumenta la resistencia a la compresión del hormigón, el valor 0,003 permitido para el diseño es razonablemente conservador. En algunos países los códigos especifican para el diseño un valor de 0,0035, lo cual representa una diferencia muy pequeña en cuanto a la resistencia calculada de un elemento.

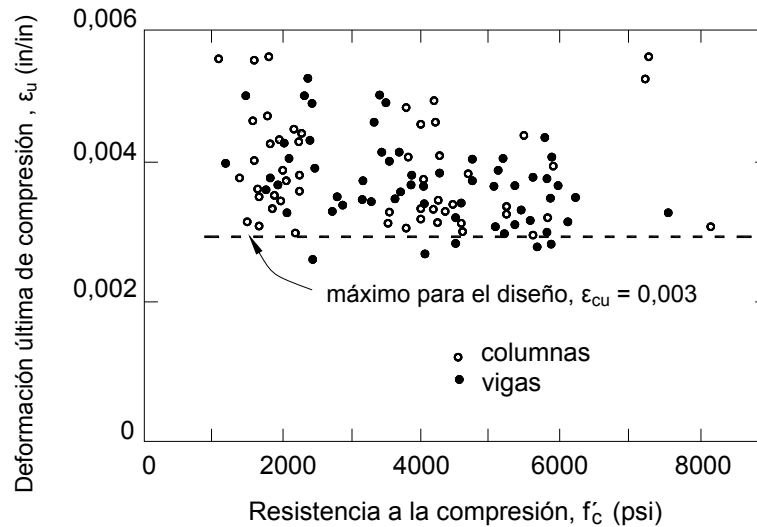


Figura 6-4 – Máxima deformación específica de compresión del hormigón, ϵ_u , obtenida en ensayos de elementos de hormigón armado

10.2.4 Hipótesis de diseño #3

La tensión en la armadura f_s por debajo de la tensión de fluencia f_y se tomará como E_s por la deformación específica del acero ϵ_s . Para deformaciones específicas mayores que f_y/E_s , la tensión en la armadura se considerará independiente de la deformación e igual a f_y .

En las armaduras conformadas es razonable suponer que, para tensiones por debajo de la tensión de fluencia, la tensión es proporcional a la deformación específica. Para el diseño práctico, en los cálculos de resistencia se desprecia el aumento de la resistencia debido al efecto de endurecimiento por deformación de la armadura; ver la relación tensión-deformación real del acero en la Figura 6-2.

La fuerza desarrollada en la armadura de tracción o de compresión es función de la deformación específica en la armadura ϵ_s , y se puede calcular de la siguiente manera:

cuando $\epsilon_s \leq \epsilon_y$ (deformación de fluencia):

$$f_s = E_s \epsilon_s$$

$$A_s f_y = A_s E_s \epsilon_s$$

cuando $\epsilon_s \geq \epsilon_y$:

$$f_s = E_s \epsilon_y = f_y$$

$$A_s f_y = A_s f_y$$

siendo ϵ_s el valor del diagrama de deformación correspondiente a la ubicación de la armadura; ver Figura 6-3. Para el diseño, el módulo de elasticidad del acero de la armadura, E_s , se toma como 29.000.000 psi (ver 8.5.2).

10.2.5 Hipótesis de diseño #4

En el diseño de los elementos de hormigón armado solicitados a flexión se deberá despreciar la resistencia a la tracción del hormigón.

La resistencia a la tracción del hormigón solicitado a flexión, conocida como módulo de rotura, es una propiedad más variable que la resistencia a la compresión, y su valor es de aproximadamente 8% a 12% de la resistencia a la compresión. El valor de diseño generalmente aceptado para el hormigón de peso normal es $7,5\sqrt{f'_c}$. Esta resistencia a la tracción del hormigón solicitado a flexión se desprecia en el diseño por resistencia. Para los elementos con los porcentajes de armadura habituales, las resistencias calculadas concuerdan con los resultados de ensayo. Para porcentajes de armadura muy pequeños, despreciar la resistencia a la tracción del hormigón resulta una práctica conservadora. Sin embargo, se debe tener en cuenta que la resistencia del hormigón solicitado a tracción es importante desde el punto de vista de la fisuración y las flechas (comportamiento en servicio).

10.2.6 Hipótesis de diseño #5

La relación entre la tensión de compresión en el hormigón y la deformación específica del hormigón se deberá suponer rectangular, trapezoidal, parabólica o de cualquier otra forma que de origen a una predicción de la resistencia que concuerde en forma sustancial con los resultados de ensayos.

Esta hipótesis reconoce la distribución inelástica de las tensiones en el hormigón cuando está sujeto a tensiones elevadas. A medida que se va acercando a la tensión máxima, la relación tensión-deformación del hormigón deja de ser lineal (la tensión ya no es proporcional a la deformación). En la Figura 6-5 se ilustra la relación tensión-deformación del hormigón. La forma de las curvas es básicamente función de la resistencia del hormigón, y consiste en una curva que crece desde cero hasta un máximo correspondiente a una deformación específica de compresión de entre 0,0015 y 0,002 seguida de una curva descendente hasta una deformación específica última (que corresponde al aplastamiento del hormigón) que varía entre 0,003 y hasta 0,008. Como ya se mencionó al hablar de la Hipótesis de Diseño #2, el código fija la máxima deformación utilizable del hormigón igual a 0,003 para el diseño. Las curvas muestran que la relación tensión-deformación para el hormigón se vuelve considerablemente no lineal para niveles de tensión mayores que $0,5 f'_c$.

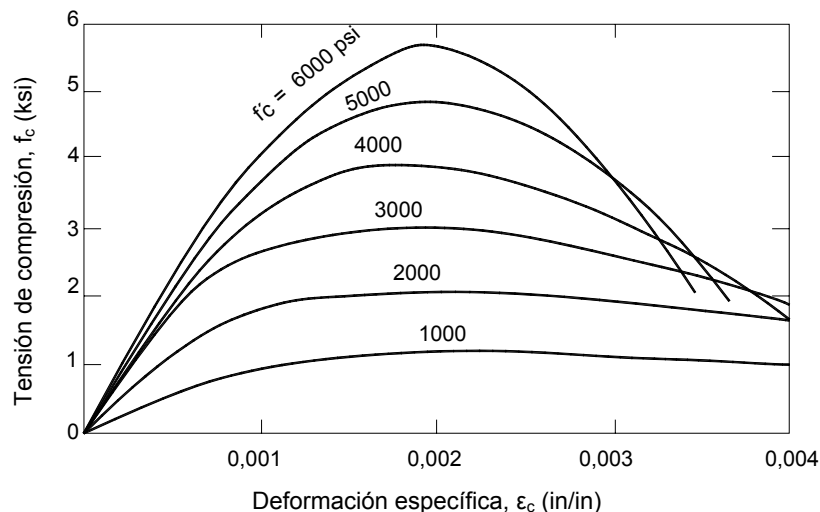


Figura 6-5 – Curvas tensión-deformación típicas para el hormigón

En la práctica, la distribución real de las tensiones de compresión en el hormigón es compleja y por lo general desconocida. Sin embargo, investigaciones han demostrado que las propiedades más importantes del hormigón relacionadas con la distribución de las tensiones se pueden aproximar adecuadamente usando una de las diferentes distribuciones de tensiones propuestas (ver Fig. 6-1). Las tres distribuciones de tensiones más comunes son la parabólica, la trapezoidal y la rectangular, y con cualquiera de ellas se obtienen resultados razonables. Para la resistencia última teórica de un elemento solicitado a flexión, la distribución de las tensiones de compresión se debería ajustar en buena medida a la variación real de las tensiones, como se ilustra en la Figura 6-6. En esta figura la tensión máxima se indica como $k_3 f'_c$, la tensión media como $k_1 k_3 f'_c$, y la profundidad desde el baricentro de la distribución parabólica aproximada hasta la fibra comprimida extrema como $k_2 c$, siendo c la profundidad del eje neutro.

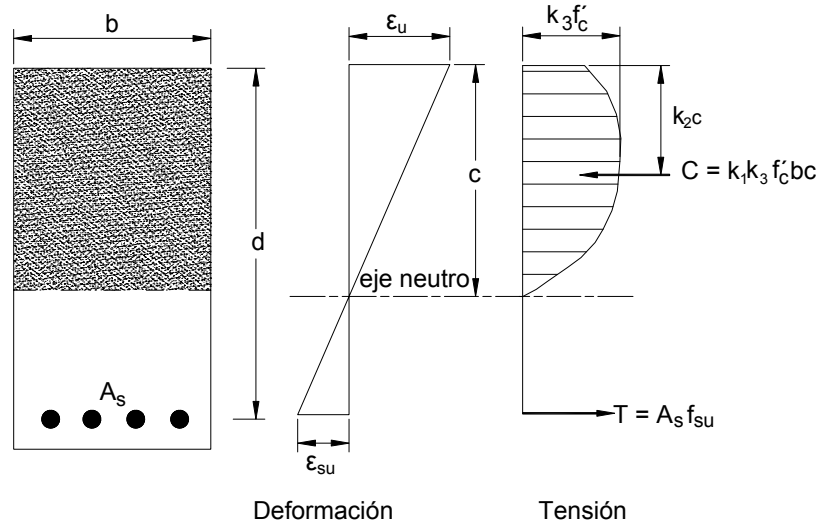


Figura 6-6 – Condiciones reales de tensión-deformación para resistencia nominal en elementos solicitados a flexión

Para las condiciones de tensión en estado último, la resistencia nominal al momento, M_n , se puede calcular aplicando la condición de equilibrio de fuerzas y momentos de la siguiente manera:

De la condición de equilibrio de fuerzas (Fig. 6-6):

$$C = T$$

$$\text{o,} \quad k_1 k_3 f'_c b c = A_s f_{su}$$

$$\text{de modo que } c = \frac{A_s f_{su}}{k_1 k_3 f'_c b}$$

De la condición de equilibrio de momentos:

$$M_n = (C \text{ ó } T)(d - k_2 c) = A_s f_{su} \left(d - \frac{k_2}{k_1 k_3} \frac{A_s f_{su}}{f'_c b} \right) \quad (1)$$

Se asume que se llega a la máxima resistencia cuando la deformación específica en la fibra comprimida extrema es igual a la deformación específica de aplastamiento del hormigón, ϵ_u . Cuando se produce el aplastamiento, ϵ_{su} puede ser mayor o menor que la deformación específica de fluencia, $\epsilon_y = f_y/E_s$, dependiendo de la proporción relativa entre la armadura y el hormigón. Si la cantidad de armadura es lo suficientemente baja, la fluencia del acero ocurrirá antes que el aplastamiento del hormigón (condición de falla dúctil). Si hay grandes cantidades de armadura, primero ocurrirá el aplastamiento del hormigón, permitiendo que el acero permanezca elástico (condición de falla frágil). El código contiene requisitos cuya intención es asegurar un modo de falla dúctil, limitando la cantidad de armadura de tracción. Para la condición de falla dúctil, f_{su} es igual a f_y , y la Ecuación (1) se transforma en:

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{k_2}{k_1 k_3} \frac{A_s f_y}{f'_c b} \right) \quad (2)$$

Si se conoce el valor $k_2/(k_1 k_3)$, la resistencia al momento se puede calcular directamente con la Ecuación (2). No es necesario conocer los valores k_1 , k_2 y k_3 de forma individual. En la Figura 6-7 se indican los valores para los términos combinados, como así también los valores individuales de k_1 y k_2 , establecidos en base a ensayos. Como se observa en la figura, $k_2/(k_1 k_3)$ varía entre alrededor de 0,55 y alrededor de 0,63. El cálculo de la resistencia a la flexión en base a la distribución parabólica aproximada de las tensiones de la Figura 6-6 se puede realizar usando la Ecuación (2) con los valores de $k_2/(k_1 k_3)$ dados. Sin embargo, para los propósitos del diseño práctico, se recomienda utilizar un método basado en el equilibrio estático.

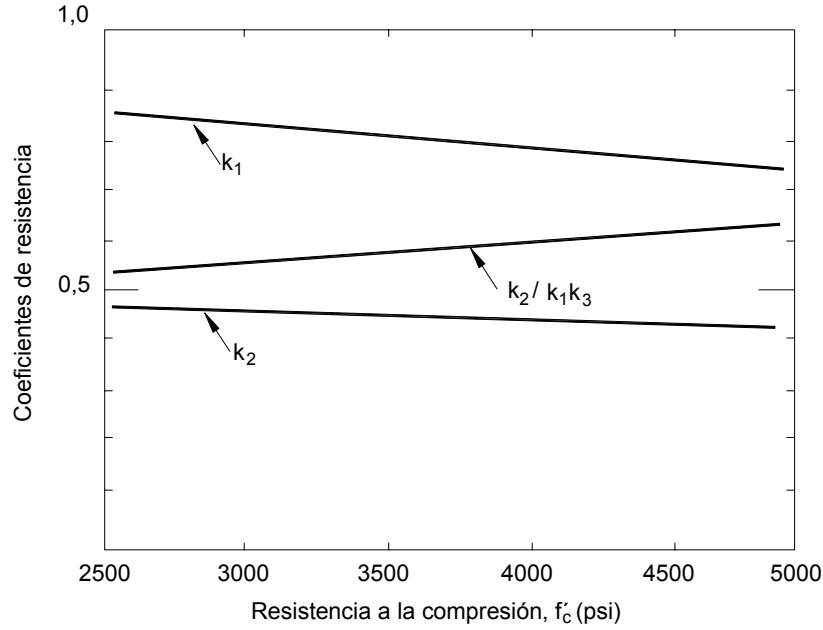


Figura 6-7 – Parámetros del bloque de tensiones

Para muchos de sus trabajos experimentales y proyectos de investigación, la Asociación del Cemento Pórtland (PCA) adoptó la distribución parabólica ilustrada en la Figura 6-8. Las distribuciones de tensiones "más exactas" como esta se aplican mejor con auxilio de computadoras, y no se recomiendan si los cálculos se han de realizar de forma manual. La mayoría de las publicaciones y software de la PCA relacionados con el diseño del hormigón estructural se basan totalmente en el bloque rectangular de tensiones o bien le permiten al diseñador optar entre el bloque rectangular y el bloque parabólico.

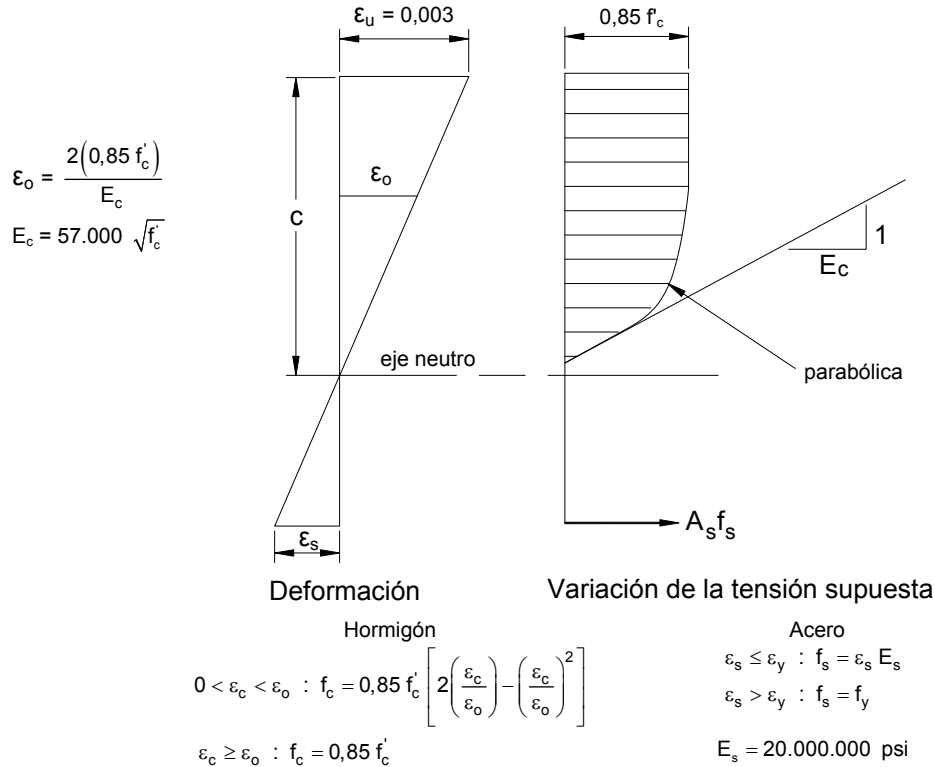


Figura 6-8 – Relación tensión-deformación adoptada por la PCA

10.2.7 Hipótesis de diseño #6

Los requisitos de 10.2.6 se pueden considerar satisfechos con una distribución rectangular de tensiones equivalente en el hormigón definida de la siguiente manera: Se asumirá una tensión en el hormigón de $0,85f'_c$ uniformemente distribuida en una zona de compresión equivalente limitada por los bordes de la sección transversal y una recta paralela al eje neutro ubicada a una distancia $a = \beta_1 c$ a partir de la fibra con máxima deformación específica de compresión. La distancia c entre la fibra con máxima deformación específica de compresión y el eje neutro se deberá medir en dirección perpendicular a dicho eje. El factor β_1 se deberá tomar igual a 0,85 para resistencias f'_c de hasta 4000 psi y se deberá disminuir de forma progresiva en 0,05 por cada 1000 psi de resistencia en exceso de 4000 psi, pero β_1 no se deberá tomar menor que 0,65.

El código permite usar una distribución o bloque rectangular de tensiones de compresión en reemplazo de las otras distribuciones de tensiones más exactas indicadas en la Figura 6-6 (o en la Figura 6-8). El bloque rectangular de tensiones equivalente, ilustrado en la Figura 6-9, supone una tensión uniforme de $0,85f'_c$ en una profundidad $a = \beta_1 c$, determinada de manera que $a/2 = k_2 c$. La constante β_1 es igual a 0,85 para el hormigón con $f'_c \leq 4000$ y se reduce en 0,05 por cada 1000 psi de f'_c en exceso de 4000 psi. Para los hormigones de alta resistencia, con resistencias superiores a 8000 psi, se fija un límite inferior de $\beta_1 = 0,65$. En la Figura 6-10 se ilustra la variación de β_1 en función de la resistencia del hormigón, f'_c .

El factor β_1 es necesario para reflejar la variación de la geometría de la curva tensión-deformación para diferentes resistencias del hormigón, como se ilustra en la Figura 6-5. Para resistencias del hormigón de hasta 4000 psi, la geometría y el baricentro del diagrama real de tensiones en el hormigón se puede aproximar de forma razonable mediante un bloque rectangular de tensiones que tenga una tensión uniforme de $0,85f'_c$ y una profundidad igual a 0,85 por la profundidad al eje neutro. Es decir, con $\beta_1 = 0,85$.

Los hormigones de resistencia más elevada presentan una geometría más lineal, con menos comportamiento inelástico. Para lograr una buena aproximación del bloque de tensiones para hormigones con resistencias superiores a 4000 psi, se debe reducir la relación β_1 entre la profundidad del bloque rectangular de tensiones y la profundidad del eje neutro. Por este motivo el código de 1963 establecía que " β_1 se deberá reducir continuamente en 0,05 por cada 1000 psi de resistencia en exceso de 4000 psi."

Con el tiempo, y a medida que se comenzaron a utilizar hormigones con resistencias más elevadas, se hizo evidente que esta reducción de β_1 no podía continuar de forma indefinida. Por ejemplo, para un hormigón de 17.000 psi, β_1 sería igual a cero. Para los hormigones de resistencia muy elevada el bloque de tensiones se aproxima a una forma triangular. La mejor aproximación de este diagrama de tensiones casi triangular se logra con $\beta_1 = 0,65$. Por lo tanto, en el código de 1977 y en todas las ediciones posteriores se fijó $\beta_1 = 0,65$ para resistencias del hormigón mayores o iguales que 8000 psi.

Usando la distribución rectangular de tensiones equivalente (Fig. 6-9) y asumiendo que la armadura entra en fluencia antes del aplastamiento del hormigón ($\epsilon_s > \epsilon_y$), la resistencia nominal al momento M_n se puede calcular en base a la condición de equilibrio de fuerzas y momentos.

De la condición de equilibrio de fuerzas:

$$C = T$$

$$\text{o,} \quad 0,85f'_c b a = A_s f_y$$

$$\text{de modo que} \quad a = \frac{A_s f_y}{0,85f'_c b}$$

De la condición de equilibrio de momentos:

$$M_n = (C \text{ ó } T) \left(d - \frac{a}{2} \right) = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

Reemplazando a de la condición de equilibrio de fuerzas,

$$M_n = A_s f_y \left(d - 0,59 \frac{A_s f_y}{f'_c b} \right) \quad (3)$$

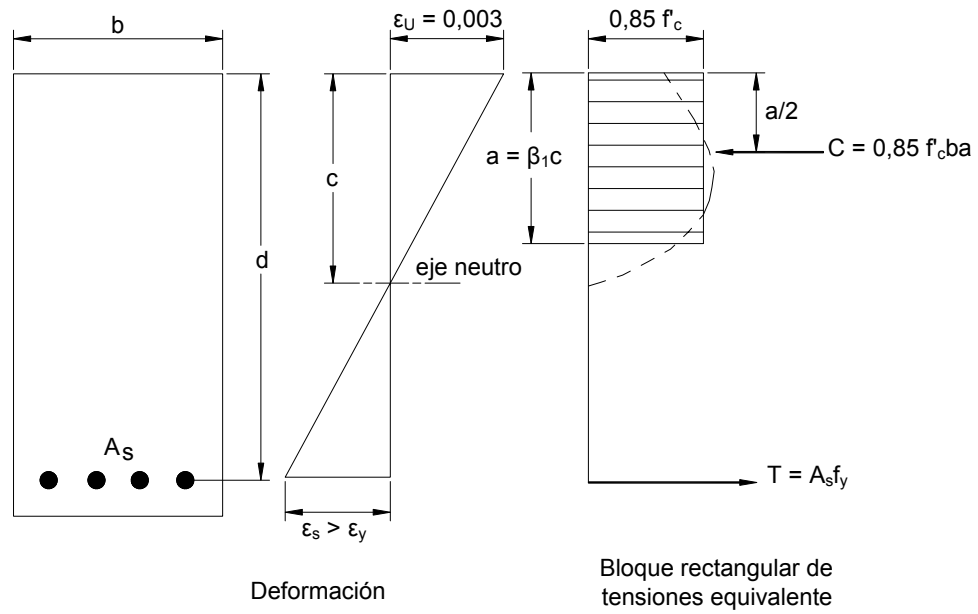


Figura 6-9 – Distribución rectangular equivalente de las tensiones en el hormigón (ACI)

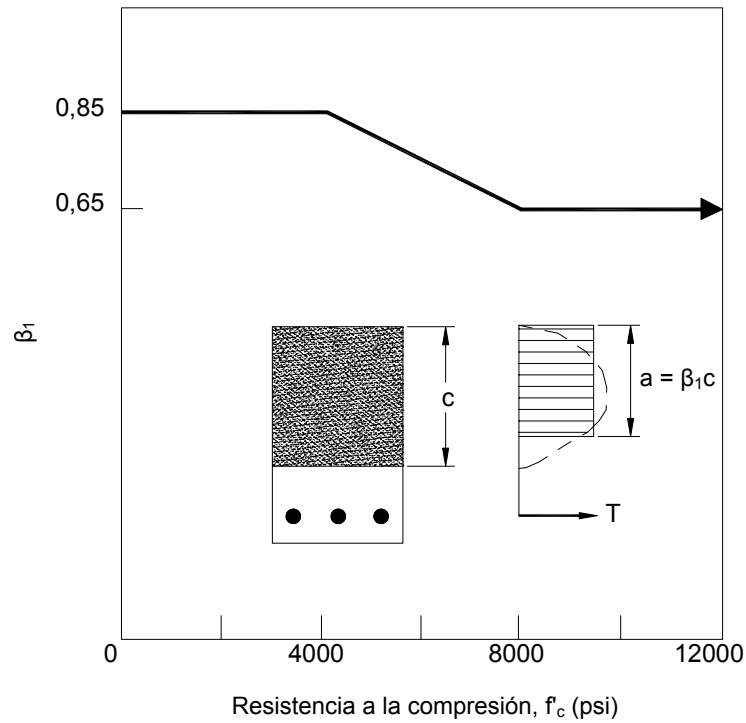


Figura 6-10 – Factor de resistencia β_1

Observar que el valor 0,59 corresponde a $k_2/(k_1 k_3)$ de la Ecuación (2). Reemplazando $A_s = \rho b d$, la Ecuación (3) se puede escribir de la siguiente manera adimensional:

$$\begin{aligned} \text{Si } \omega &= \rho \frac{f_y}{f'_c} \\ \frac{M_n}{b d^2 f'_c} &= \rho \frac{f_y}{f'_c} \left(1 - 0,59 \rho \frac{f_y}{f'_c} \right) \\ &= \omega (1 - 0,59 \omega) \end{aligned} \quad (4)$$

Como se ilustra en la Figura 6-11, la Ecuación (4) "concuerta sustancialmente con los resultados de ensayos exhaustivos." Sin embargo, se debe tener en cuenta que el bloque rectangular de tensiones no representa la distribución real de las tensiones en la zona de compresión en condiciones últimas, sino que permite obtener esencialmente los mismos resultados que los obtenidos en ensayos. En el Ejemplo 6.1 se ilustra el cálculo de la resistencia al momento usando la distribución rectangular de tensiones y la condición de equilibrio estático.

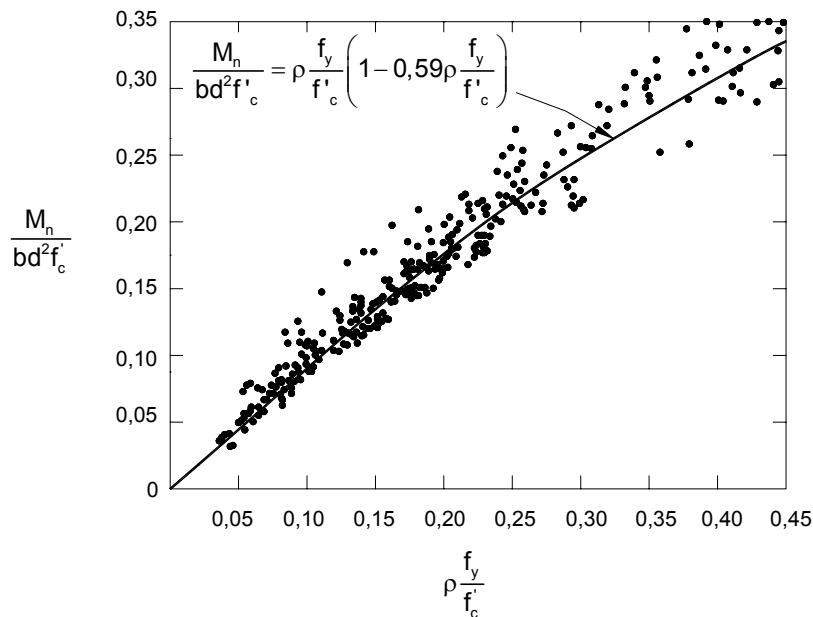


Figura 6-11 – Ensayos de 364 vigas controladas por tracción ($\epsilon_s > \epsilon_y$),

10.3 PRINCIPIOS Y REQUISITOS GENERALES

10.3.1 Resistencia nominal a la flexión

La resistencia nominal de un elemento o una sección transversal solicitados a flexión (o a una combinación de flexión y carga axial) se debe basar en las condiciones de equilibrio y compatibilidad de las deformaciones usando las hipótesis de diseño de 10.2. La resistencia nominal de una sección transversal, cualquiera sea su geometría y la cantidad de armadura que contiene, se calcula aplicando las condiciones de equilibrio y compatibilidad de las deformaciones de manera similar a la usada para desarrollar la resistencia nominal al momento para la sección rectangular que sólo tiene armadura de tracción, como se ilustra en la Figura 6-9. Usando la distribución rectangular de tensiones equivalente, a continuación se resumen las expresiones para la resistencia nominal al momento de secciones rectangulares y con alas (secciones típicas muy utilizadas en las construcciones de hormigón):

a. Sección rectangular que sólo tiene armadura de tracción (ver Fig. 6-9):

Las expresiones ya fueron presentadas en la sección correspondiente a la Hipótesis de Diseño #6 (10.2.7).

b. Secciones con alas que sólo tienen armadura de tracción:

Cuando el espesor del ala comprimida es mayor o igual que la profundidad del bloque de tensiones rectangular equivalente, a , la resistencia al momento M_n se calcula usando la Ecuación (3), como para una sección rectangular cuyo ancho es igual al ancho de ala. Si el espesor del ala comprimida h_f es menor que a , la resistencia nominal al momento M_n es (ver Fig. 6-12):

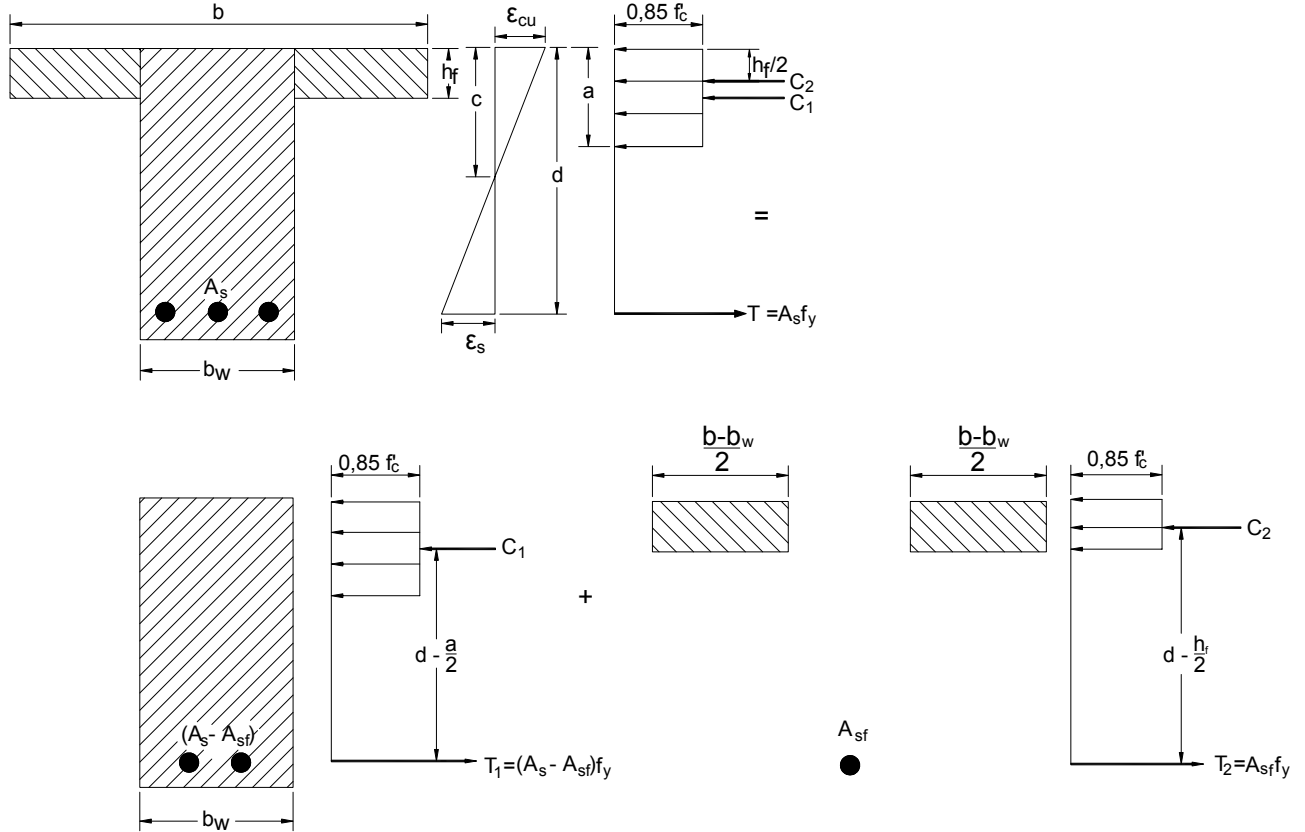


Figura 6-12 – Deformación específica y distribución de tensiones equivalentes para una sección con alas

$$M_n = (A_s - A_{sf}) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_{sf} f_y \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad (5)$$

donde

A_{sf} = área de armadura requerida para equilibrar la resistencia a la compresión de las alas que sobresalen

$$= 0,85 f_c (b - b_w) h_f / f_y$$

$$a = (A_s - A_{sf}) f_y / 0,85 f_c b_w$$

b = ancho de ala efectivo (ver 8.10)

b_w = ancho del alma

h_f = espesor del ala

c. Sección rectangular con armadura de compresión:

Para una sección con armadura de tracción y de compresión A'_s hay dos situaciones posibles (ver Fig. 6-13):

i. La armadura de compresión A'_s llega a la fluencia:

$$f'_s = f_y$$

$$a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0,85 f'_c b} \quad (6)$$

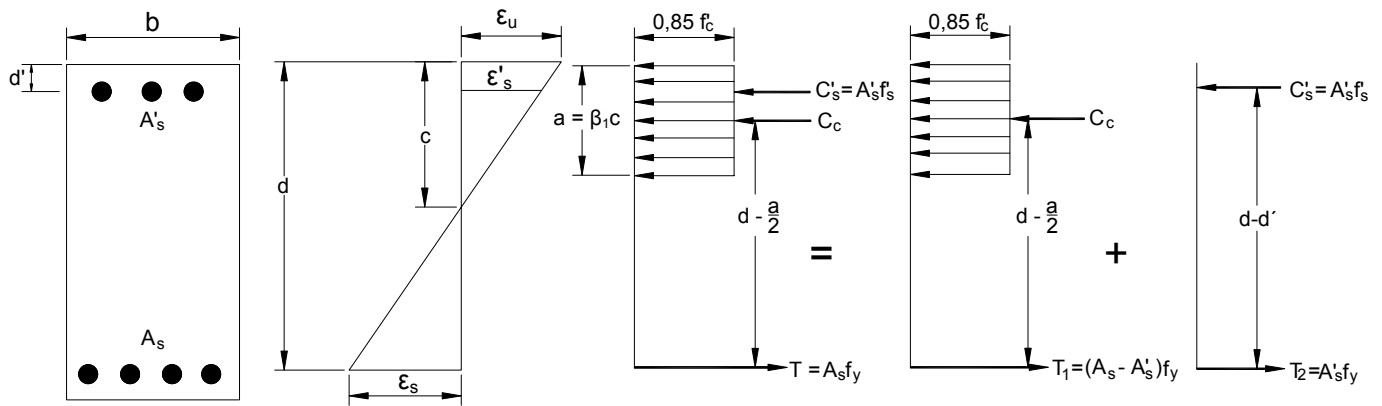


Figura 6-13 – Deformación específica y distribución de tensiones equivalente para una sección rectangular con armadura de tracción y compresión

La resistencia nominal al momento es:

$$M_n = (A_s - A'_s) f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f_y (d - d') \quad (7)$$

Observar que A'_s llega a la fluencia cuando se satisface (para armadura Grado 60 con $\epsilon_y = 0,00207$):

$$d'/c \leq 0,31$$

$$\text{siendo } c = \frac{a}{\beta_1}$$

ii. La armadura de compresión no llega a la fluencia:

$$f'_s = E_s \epsilon'_s = E_s \epsilon_u \left(\frac{c - d'}{c} \right) < f_y \quad (8)$$

La profundidad del eje neutro c se puede determinar usando la siguiente ecuación cuadrática:

$$c^2 - \frac{(A_s f_y - 87 A'_s) c}{0,85 \beta_1 f'_c b} - \frac{87 A'_s d'}{0,85 \beta_1 f'_c b} = 0$$

en la cual f'_c y f_y se expresan en kips. La resistencia nominal al momento es:

$$M_n = 0,85 f'_c a b \left(d - \frac{a}{2} \right) + A'_s f'_s (d - d') \quad (9)$$

donde

$$a = \beta_1 c$$

Alternativamente, se puede despreciar la contribución de la armadura de compresión y calcular la resistencia al momento usando la Ecuación (3), como para el caso de una sección rectangular que sólo tiene armadura de tracción.

- d. Para otras secciones transversales diferentes, la resistencia nominal al momento M_n se calcula mediante un análisis general basado en las condiciones de equilibrio y compatibilidad de las deformaciones usando las hipótesis de diseño indicadas en 10.2.
- e. La resistencia nominal a la flexión M_n de la sección transversal de un elemento compuesto formado por hormigón colado in situ y hormigón prefabricado se calcula de forma similar al caso de una sección de hormigón armado regular. Ya que la resistencia "última" no se relaciona con la secuencia de aplicación de las cargas, en los cálculos de resistencia no se diferencia entre elementos apuntalados y elementos no apuntalados.

10.3.2 Condición de deformación balanceada

En una sección transversal existe un condición de deformación balanceada cuando la máxima deformación específica en la fibra comprimida extrema llega a $\epsilon_u = 0,003$ en el mismo instante en que se produce la primera deformación de fluencia $\epsilon_s = \epsilon_y = f_y / E_s$ en la armadura de tracción. Esta condición de deformación balanceada se ilustra en la Figura 6-14.

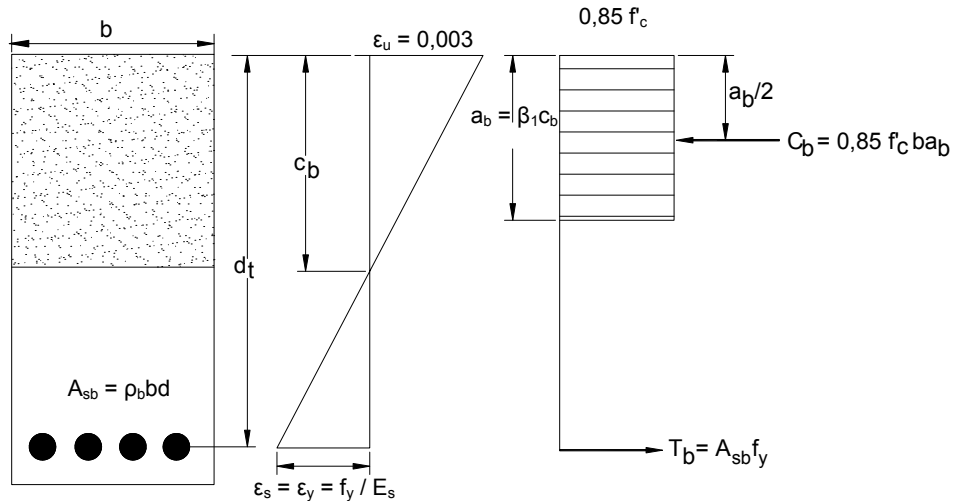


Figura 6-14 – Condición de deformación balanceada en flexión

La relación entre la profundidad del eje neutro c_b y la profundidad extrema d_t para producir una condición de deformación balanceada en una sección que sólo tiene armadura de tracción se puede obtener aplicando las condiciones de compatibilidad de las deformaciones. De acuerdo con la Figura 6-14, para la condición de linealidad de las deformaciones:

$$\frac{c_b}{d} = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_u + \varepsilon_y}$$

$$= \frac{0,003}{0,003 + f_y / 29.000.000} = \frac{0,003}{0,003 + \varepsilon_y}$$

Observar que, para el acero Grado 60, 10.3.3 permite redondear la deformación específica del acero ε_y a un valor de 0,002. Reemplazando en la ecuación anterior, la relación $c_b / d_t = 0,6$. Este valor se aplica a todas las secciones armadas con acero Grado 60, no sólo a las secciones rectangulares.

10.3.3 Secciones controladas por compresión

Las secciones son controladas por compresión cuando la deformación específica neta de tracción en el acero más traccionado es menor o igual que el valor límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión justo en el momento que el hormigón solicitado a compresión llega a su valor límite supuesto de 0,003. El valor límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión es la deformación específica neta por tracción correspondientes a condiciones de deformación balanceada. Para la armadura Grado 60 y para cualquier armadura pretensada, estará permitido fijar el valor límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión igual a 0,002.

Observar que cuando se utiliza armadura de diferente grado, el valor límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión no es igual a 0,002. Esto modifica el valor límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión, y por lo tanto varía las ecuaciones "de transición" para el factor de reducción de la resistencia dadas en la Figura 9.2 de la Parte 5.

10.3.4 Secciones controladas por tracción y secciones de transición

Las secciones son controladas por tracción cuando la deformación específica neta de tracción en el acero más traccionado es mayor o igual que 0,005 justo en el momento en que el hormigón comprimido llega al valor límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión supuesto de 0,003. Las secciones en las cuales la deformación específica neta por tracción en el acero más traccionado está comprendida entre el valor límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión y 0,005 constituyen una región de transición entre las secciones controladas por compresión y aquellas controladas por tracción.

La Figura 6-15 ilustra las condiciones de tensión y deformación en el límite correspondiente a secciones controladas por compresión. Este límite es importante ya que es el límite de aplicación de $\phi = 0,9$ (9.3.2.1). Los parámetros críticos en este límite se indican con el subíndice t. En base a la Figura 6-15, por similitud de triángulos:

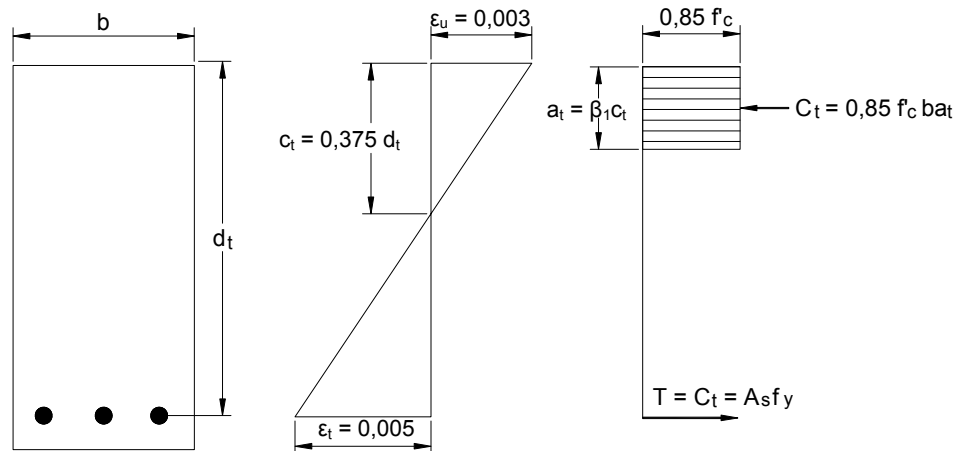


Figura 6-15 – Deformaciones específicas en el límite para secciones controladas por tracción

$$c_t = 0,375 d_t$$

$$a_t = \beta_1 c_t = 0,375 \beta_1 d_t$$

$$C_t = 0,38 f'_c b a_t = 0,319 \beta_1 f'_c b d_t$$

$$T = A_s f_y = C_t$$

$$A_s = 0,319 \beta_1 f'_c b d_t / f_y$$

$$\rho_t = A_s / (b d_t) = 0,319 \beta_1 f'_c / f_y \quad (10)$$

$$\omega_t = \frac{\rho_t f_y}{f'_c} = 0,319 \beta_1 \quad (11)$$

$$M_{nt} = \omega_t (1 - 0,59 \omega_t) f'_c b d_t^2 \quad \text{de la Ec. (4)}$$

$$R_{nt} = \frac{M_{nt}}{b d_t^2} = \omega_t (1 - 0,59 \omega_t) f'_c \quad (12)$$

En la Tabla 6-1 se indican los valores para ρ_t , ω_t y R_{nt} .

Tabla 6-1 – Parámetros de diseño en el límite de 0,005 correspondiente a secciones controladas por tracción

			$f'_c = 3000$ $\beta_1 = 0,85$	$f'_c = 4000$ $\beta_1 = 0,85$	$f'_c = 5000$ $\beta_1 = 0,80$	$f'_c = 6000$ $\beta_1 = 0,75$	$f'_c = 8000$ $\beta_1 = 0,65$	$f'_c = 10.000$ $\beta_1 = 0,65$
R_{nt}			683	911	1084	1233	1455	1819
ϕR_{nt}			615	820	975	1109	1310	1637
ω_t			0,2709	0,2709	0,2550	0,2391	0,2072	0,2072
ρ_t	Grado	40	0,02032	0,02709	0,03187	0,03586	0,04144	0,05180
		60	0,01355	0,01806	0,02125	0,02391	0,02762	0,03453
		75	0,01084	0,01445	0,01700	0,01912	0,02210	0,02762

10.3.5 Armadura máxima en elementos solicitados a flexión

El Código 2002 define los límites de armadura en términos de la deformación específica neta de tracción, ϵ_t , no en términos de la relación balanceada ρ/ρ_b como ocurría anteriormente. Para secciones rectangulares que contienen una capa de acero Grado 60, existe una relación sencilla entre ϵ_t y ρ/ρ_b (ver Fig. 6-16):

$$c = \frac{0,003 d}{\epsilon_t + 0,003}$$

$$a = \beta_1 c = \frac{0,003 \beta_1 d}{\epsilon_t + 0,003}$$

En condición balanceada:

$$a_b = \frac{0,003 \beta_1 d}{\left(\frac{60}{29.000}\right) + 0,003} = 0,592 \beta_1 d$$

$$\frac{\rho}{\rho_b} = \frac{a}{a_b} = \frac{0,00507}{\varepsilon_t + 0,003}$$

o bien

$$\varepsilon_t = \frac{0,00507}{\rho / \rho_b} - 0,003$$

Esta relación se ilustra en la Figura 6-17.

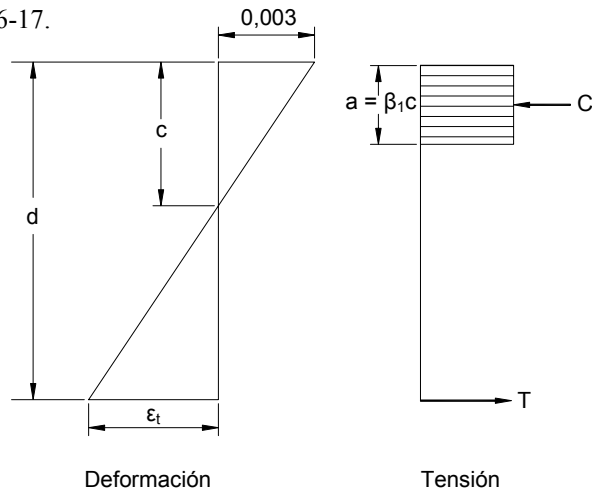


Figura 6-16 – Relación entre la deformación y la tensión

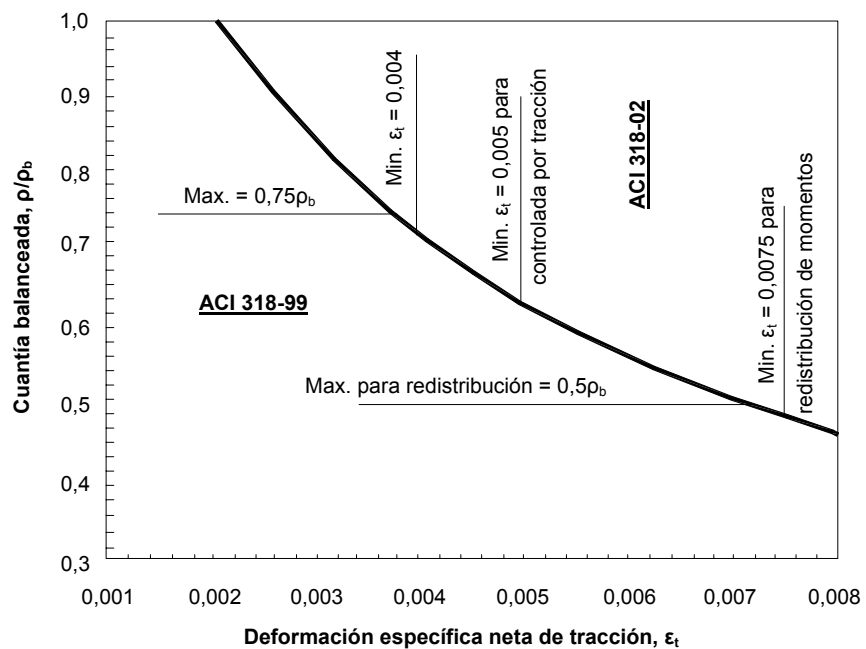


Figura 6-17 – Relación entre la cuantía balanceada y la deformación específica neta de tracción

El Código 2002 limita la armadura máxima en un elemento solicitado a flexión (con carga axial menor que $0,1 f'_c A_g$) a aquella con la cual la deformación específica neta de tracción ϵ_t , para la resistencia nominal, no resultaría menor que 0,004. Esto es comparable al límite que establecía el código anterior ($0,75 \rho_b$) con el cual se obtenía un $\epsilon_t = 0,00376$. Además, en el límite de deformación específica para secciones controladas por tracción de 0,004 el factor ϕ se reduce a 0,812. Para los elementos fuertemente armados, el factor de seguridad global (factor de carga / ϕ) es aproximadamente igual al de ACI318-99, aún con los factores de carga reducidos. Ver Figura 6-18.

Es evidente que las resistencia de las secciones controladas por tracción dependen fundamentalmente de la resistencia del acero, la cual es menos variable que la resistencia del hormigón. Para los elementos solicitados a flexión controlados por tracción, el Código 2002 permite usar un ϕ igual a 0,9, a pesar de los factores de carga reducidos. Como se ilustra en la Figura 6-18, para las secciones controladas por tracción el nuevo código reduce los requisitos de resistencia en aproximadamente 10 por ciento.

Como se discutió en la Parte 7 de esta publicación, casi siempre resulta ventajoso limitar la deformación específica neta de tracción en los elementos solicitados a flexión a un mínimo de 0,005, aún cuando el código permite porcentajes de armadura más elevados que producen menores deformaciones netas de tracción. Si las dimensiones del elemento están limitadas pero se requiere resistencia adicional, la mejor solución consiste en usar armadura de compresión para limitar la deformación neta de tracción de modo que la sección sea controlada por tracción.

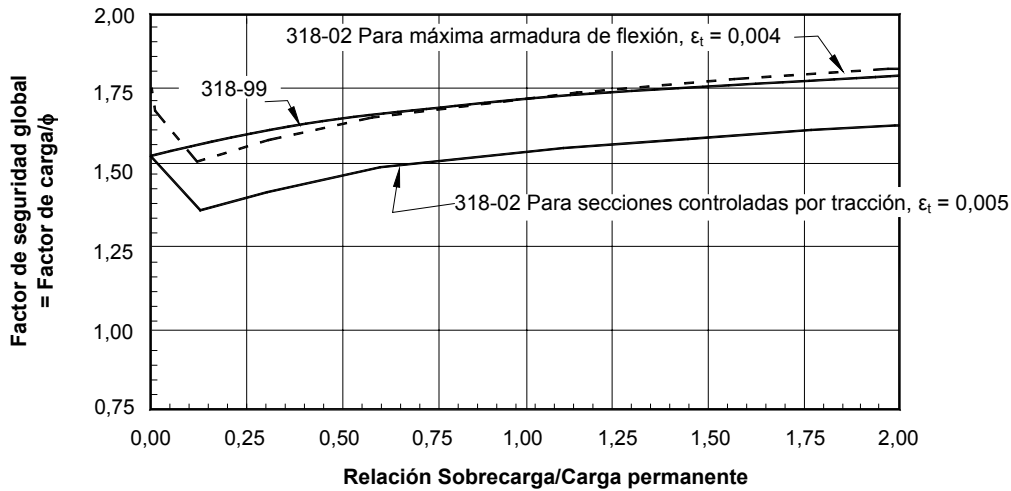


Figura 6-18 – Factor de seguridad global para elementos solicitados a flexión

10.3.6 Máxima resistencia a la carga axial

La resistencia de un elemento solicitado a compresión pura (excentricidad nula) se calcula como:

$$P_o = 0,85 f'_c A_g + f_y A_{st}$$

donde A_{st} es el área total de armadura y A_g es el área bruta de la sección de hormigón. Se puede refinar el área de hormigón a considerar restando el área de hormigón desplazada por el acero:

$$P_o = 0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \quad (13)$$

La resistencia a la compresión pura P_o representa una condición de carga hipotética. Antes del Código ACI 1977, se exigía que todos los elementos solicitados a compresión debían ser diseñados para una excentricidad mínima de $0,05h$ para el caso de elementos zunchados ó $0,10h$ para el caso de elementos con estribos cerrados (h = espesor total del elemento). La intención original de las excentricidades mínimas especificadas era reducir la resistencia a la carga axial de diseño de las secciones solicitadas a compresión pura, y se incluyeron a fin de (1) tomar en cuenta las excentricidades accidentales, no consideradas en

el análisis, que pueden existir en los elementos solicitados a compresión, y (2) reconocer que la resistencia del hormigón es menor que f'_c para cargas elevadas sostenidas.

Debido a que el objetivo principal del requisito que establecía la excentricidad mínima era limitar la resistencia a la carga axial para el diseño de elementos solicitados a compresión con momentos nulos o muy pequeños en sus extremos, el código 1977 fue revisado para lograr este objetivo de forma directa, limitando la resistencia a la carga axial a 85% y 80% de la resistencia a la carga axial correspondiente a excentricidad nula (P_o) para columnas zunchadas y columnas con estribos cerrados, respectivamente.

Para los elementos zunchados,

$$P_{n(max)} = 0,85 P_o = 0,85 \left[0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right] \quad (14)$$

Para los elementos con estribos cerrados,

$$P_{n(max)} = 0,80 P_o = 0,80 \left[0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st} \right] \quad (15)$$

La máxima resistencia a la carga axial, $P_{n(max)}$ se ilustra en la Figura 6-19. Básicamente, no está permitido diseñar dentro de la porción sombreada del diagrama de interacción carga-momento. Los valores de 85% y 80% aproximan las resistencias a la carga axial para las relaciones e/h de 0,05 y 0,10 especificadas en el Código 1977 para elementos zunchados y elementos con estribos cerrados, respectivamente (ver Ejemplo 6.3). El diseñador debería observar que R10.3.5 establece que "Las ayudas de diseño y programas de computación basados en el requisito de mínima excentricidad de los Códigos de Construcción ACI 1963 y 1971 se pueden considerar igualmente aplicables."

Los actuales requisitos sobre máxima resistencia a la carga axial también eliminan las preocupaciones que expresaban los ingenieros respecto de los momentos mínimos de diseño extremadamente elevados requeridos para las secciones de columnas de grandes dimensiones, y la pregunta acerca de si los momentos mínimos se debían transmitir a los otros elementos interconectados (vigas, zapatas, etc.).

Observar que en 10.12.3.2 se da un momento mínimo (requisito de excentricidad mínima) para elementos esbeltos solicitados a compresión que forman parte de un pórtico indesplazable. Si los momentos de columna mayorados son nulos o muy pequeños, el diseño de estas columnas se debe basar en el momento mínimo $P_u (0,6 + 0,03h)$.

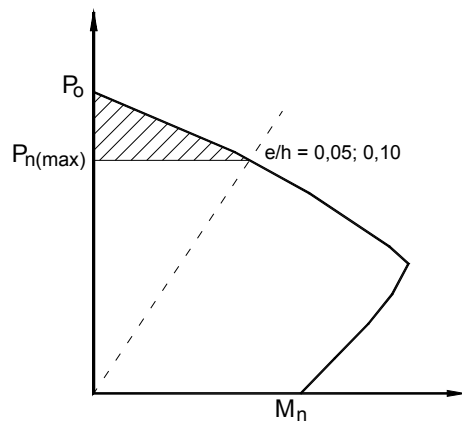


Figura 6-19 – Máxima resistencia a la carga axial (10.3.6)

10.3.7 Resistencia nominal para combinaciones de flexión y carga axial

La resistencia de un elemento o de una sección transversal solicitados a una combinación de flexión y carga axial, M_n y P_n , debe satisfacer las mismas dos condiciones requeridas para los elementos solicitados exclusivamente a flexión, (1) equilibrio estático y (2) compatibilidad de las deformaciones. El equilibrio entre las fuerzas de compresión y tracción incluye la carga

axial P_n que actúa en la sección transversal. En la Figura 6-20 se ilustra la condición general de la tensión y la deformación en el hormigón y el acero a la resistencia nominal de un elemento solicitado a flexión y compresión axial. La fuerza de tracción o compresión que se desarrolla en la armadura se determina a partir de la condición de deformación en la ubicación de la armadura.

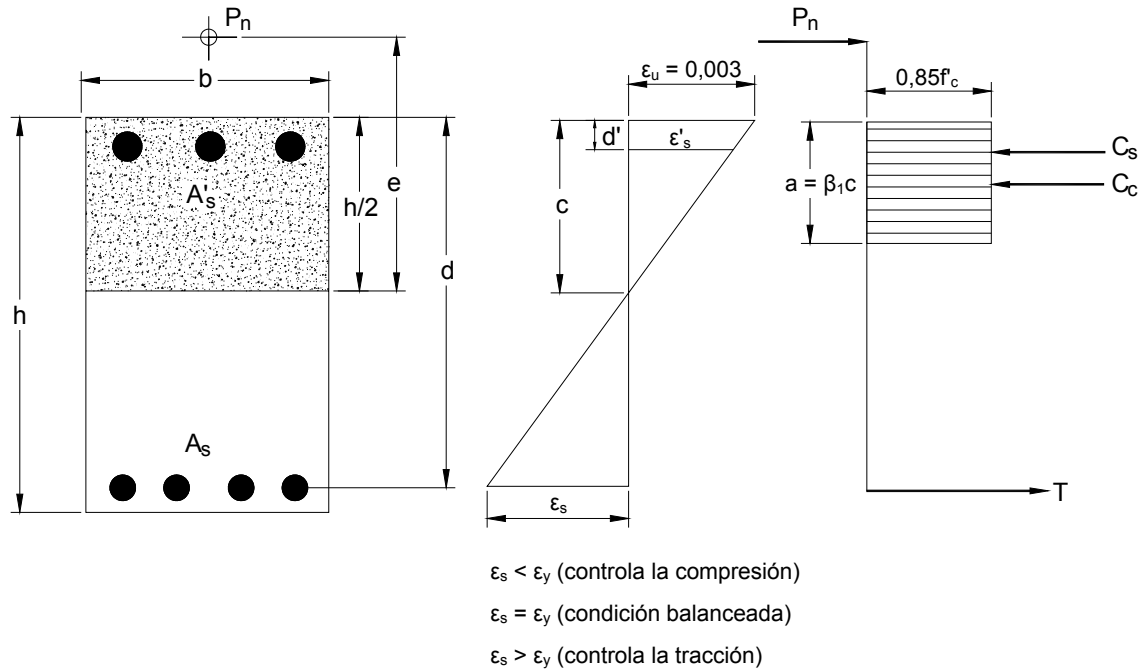


Figura 6-20 – Deformación específica y distribución de tensiones equivalente para una sección solicitada a una combinación de flexión y carga axial

En base a la Figura 6-20:

$$T = A_s f_s = A_s (E_s \epsilon_s) \quad \text{cuando } \epsilon_s < \epsilon_y$$

o bien $T = A_s f_y \quad \text{cuando } \epsilon_s \geq \epsilon_y$

$$C_s = A'_s f'_s = A'_s (E_s \epsilon'_s) \quad \text{cuando } \epsilon'_s < \epsilon_y$$

o bien $C_s = A'_s f_y \quad \text{cuando } \epsilon'_s \geq \epsilon_y$

$$C_c = 0,85 f'_c b a$$

La resistencia a la combinación de carga axial y momento (P_n y M_n) se puede calcular aplicando la condición de equilibrio de fuerzas y momentos.

De la condición de equilibrio de fuerzas:

$$P_n = C_c + C_s - T \quad (16)$$

De la condición de equilibrio de momentos respecto de la semiprofundidad de la sección:

$$M_n = P_n e = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) + T \left(d - \frac{h}{2} \right) \quad (17)$$

Si se conoce la condición de deformación específica, la correspondiente resistencia a la carga axial y momento, P_n y M_n , se puede calcular de forma directa. Asumamos que la deformación específica en el acero más traccionado, A_s , está en la primera fluencia ($\epsilon_s = \epsilon_y$). Esta condición de deformación con una deformación simultánea de 0,003 en la fibra comprimida extrema define la resistencia "balanceada" a la carga axial y momento, P_b y M_b , para la sección transversal.

Para la condición de deformación lineal:

$$\frac{c_b}{d} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_y} = \frac{0,003}{0,003 + f_y / 29.000.000} = \frac{87.000}{87.000 + f_y}$$

$$\text{de modo que } a_b = \beta_1 c_b = \left(\frac{87.000}{87.000 + f_y} \right) \beta_1 d$$

$$\text{Además } \frac{c_b}{c_b - d'} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_s'}$$

$$\text{de modo que } \epsilon_s' = 0,003 \left(1 - \frac{d'}{c_b} \right) = 0,003 \left[1 - \frac{d'}{d} \left(\frac{87.000 + f_y}{87.000} \right) \right]$$

$$\text{y } f_{sb}' = E_s \epsilon_s' = 87.000 \left[1 - \frac{d'}{d} \left(\frac{87.000 + f_y}{87.000} \right) \right] \text{ pero no mayor que } f_y$$

De la condición de equilibrio de fuerzas:

$$P_b = 0,85 f_c' b a_b + A_s' f_{sb}' - A_s f_y \quad (18)$$

De la condición de equilibrio de momentos:

$$M_b = P_b e_b = 0,85 f_c' b a_b \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + A_s' f_{sb}' \left(\frac{h}{2} - d' \right) + A_s f_y \left(\frac{d}{2} - h \right) \quad (19)$$

La resistencia "balanceada" a la carga y momento define apenas una de las combinaciones de carga y momento posibles en el rango de la relación de interacción carga-momento de una sección transversal solicitada a una combinación de flexión y carga axial. En la Figura 6-21 se ilustra la forma general de un diagrama de interacción de las resistencias. La combinación de carga y momento puede ser tal que la mayor parte de la sección o incluso toda la sección esté comprimida, de modo que la deformación específica de compresión en el hormigón llega a 0,003 antes de la fluencia del acero de la armadura ($\epsilon_s < \epsilon_y$) (segmento controlado por compresión); la combinación también puede ser tal que una gran parte de la sección esté traccionada, de modo que la deformación específica en el acero es mayor que la deformación de fluencia ($\epsilon_s > \epsilon_y$) cuando la deformación de compresión del hormigón llega al valor 0,003 (segmento controlado por tracción). La condición de deformación "balanceada" ($\epsilon_s = \epsilon_y$) divide estos dos segmentos de la curva de resistencia. En la Figura 6-21 se ilustra la variación de la deformación para todo el rango de interacción carga-momento.

Bajo compresión pura, la deformación es uniforme en toda la sección transversal y su valor es 0,003. A medida que aumenta la excentricidad de la carga (momento), la deformación de compresión en la "cara traccionada" gradualmente disminuye hasta llegar a cero, luego se transforma en tracción, llegando a la deformación de fluencia ($\epsilon_s = \epsilon_y$) en la condición de deformación balanceada. Para este rango de variación de la deformación, la resistencia de la sección es controlada por la compresión ($\epsilon_s = -0,003$ a ϵ_y). Más allá de la condición de deformación balanceada la deformación del acero aumenta gradualmente hasta el

estado de flexión pura correspondiente a una excentricidad infinitamente grande ($e = \infty$). Para este rango de variación de la deformación la resistencia es controlada por la tracción ($\epsilon_s > \epsilon_y$). A medida que aumenta la excentricidad, cada vez existe más tracción en la sección transversal. Cada una de las numerosas condiciones de deformación posibles ilustradas en la Figura 6-22 describe un punto, P_n y M_n , de la curva carga-momento (Fig. 6-21). En el Ejemplo 6.4 se presenta el cálculo de P_n y M_n para cuatro condiciones de deformación diferentes.

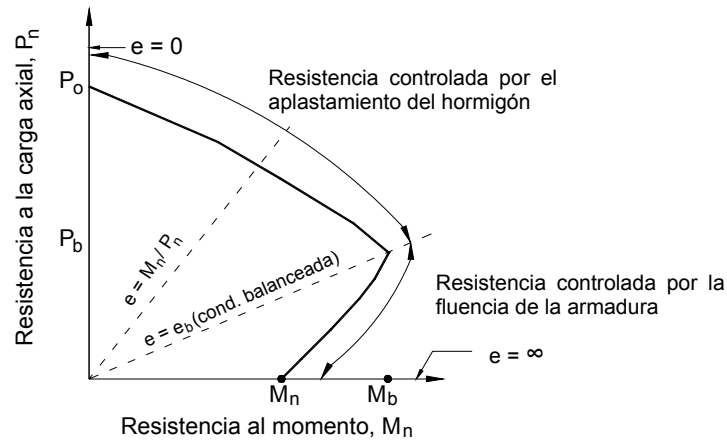


Figura 6-21 – Diagrama de interacción carga axial-momento

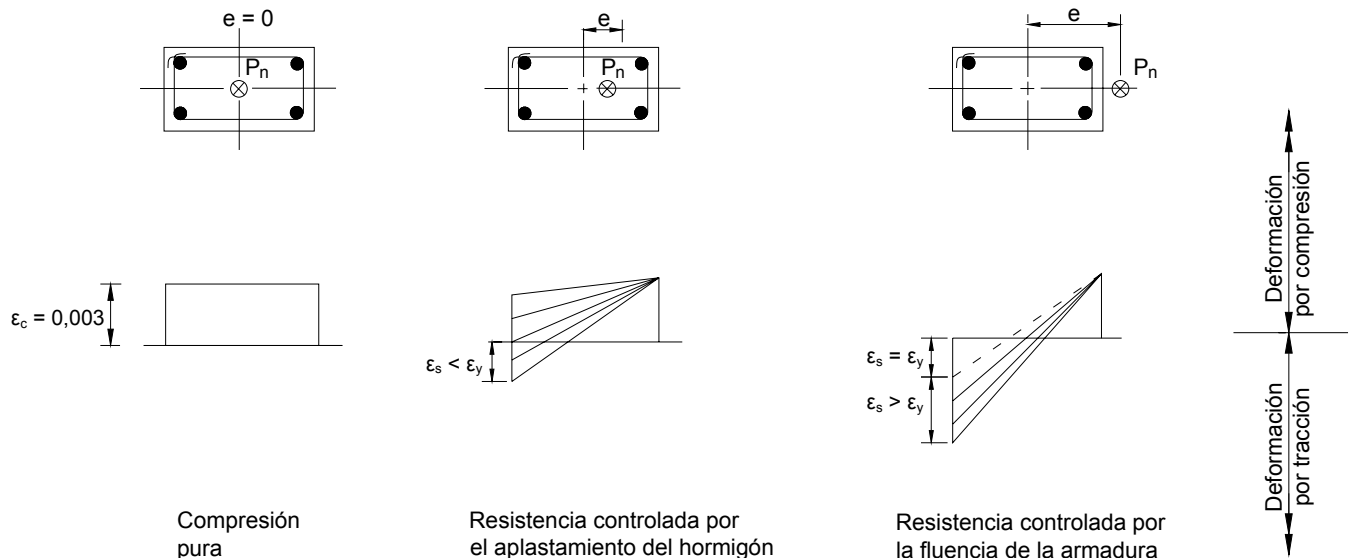


Figura 6-22 – Variación de las deformaciones para todo el rango de interacción carga-momento

10.5 ARMADURA MÍNIMA EN ELEMENTOS SOLICITADOS A FLEXIÓN

Los elementos cuyas secciones transversales son mayores que la requerida por consideraciones de resistencia podrían fallar repentinamente si los porcentajes de armadura son pequeños. La resistencia al momento de estas secciones, calculada suponiendo que se comportan como hormigón armado y usando un análisis de sección fisurada, es menor que la de una sección de hormigón simple calculada en base a su módulo de rotura. Para impedir este tipo de falla, el artículo 10.5 exige una cantidad mínima de armadura de tracción.

La cuantía mínima de armadura $\rho_{min} = 200/f_y$ originalmente fue desarrollada para proveer el mismo porcentaje mínimo de 0,5% (para acero dulce) que requerían las versiones anteriores del código. Esta armadura mínima es adecuada para hormigones con

resistencias de alrededor de 4000 psi o menores. La versión de 1995 del código reconoce que es posible que $\rho_{\min} = 200/f_y$ no sea suficiente cuando f_c es mayor que aproximadamente 5000 psi. En consecuencia, se revisaron los artículos 10.5.1 y 10.5.2 para especificar las siguientes cantidades mínimas de armadura:

En todas las secciones de los elementos solicitados a flexión en las cuales se requiere armadura de tracción,

$$A_{s,\min} = \frac{3\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \geq \frac{200}{f_y} b_w d \quad \text{Ec. (10-3)}$$

Observar que, cuando f_c es igual a 4444 psi, $3\sqrt{f'_c}$ es igual a 200. Por lo tanto, cuando $f_c > 4444$ psi, el valor $3\sqrt{f'_c} b_w d/f_y$ es determinante, caso contrario es determinante $200 b_w d/f_y$.

La Ecuación (10-4) del Código 1999 se eliminó, y fue reemplazada por el siguiente texto, que establece lo mismo que establecía previamente la Ecuación (10-4):

10.5.2 Para los elementos estáticamente determinados que tienen un ala traccionada, el área $A_{s,\min}$ deberá ser mayor o igual que el valor dado por la Ecuación (10-3), reemplazando b_w por $2b_w$ o por el ancho del ala, cualquiera sea el valor que resulte menor.

Las ecuaciones del Capítulo 10 ubicadas después de la Ecuación (10-3) fueron reenumeradas.

Observar que no es necesario aplicar los requisitos de 10.5.1 y 10.5.2 si en todas las secciones la armadura de tracción provista supera en un tercio, como mínimo, a la requerida por el análisis (ver 10.5.3).

10.15 TRANSMISIÓN DE LAS CARGAS DE LAS COLUMNAS A TRAVÉS DE LOS ENTREPIOS

En el código 2002 se modificó la sección 10.5.3. Ahora esta sección dice:

Para las columnas apoyadas lateralmente en sus cuatro lados, ya sea por vigas de aproximadamente igual altura o profundidad o por losas, estará permitido basar la resistencia de la columna en una resistencia supuesta del hormigón en la unión de la columna, tomada igual al 75 por ciento de la resistencia del hormigón de la columna más el 35 por ciento de la resistencia del hormigón del entrepiso. En la aplicación del artículo 10.15.3, la relación entre la resistencia del hormigón de la columna y la resistencia del hormigón de la losa no se deberá tomar mayor que 2,5 para el diseño.

La última frase es nueva. De este modo se limita efectivamente la resistencia supuesta de la columna a un máximo de 2,225 veces la resistencia del hormigón del entrepiso.

10.17 RESISTENCIA AL APLASTAMIENTO DEL HORMIGÓN

La resistencia al aplastamiento del hormigón (P_{nb}) definida en el código se expresa en términos de una tensión de aplastamiento promedio de $0,85f'_c$ sobre un área de aplastamiento (área cargada) A_1 . Si todos los lados de la superficie de apoyo son más anchos que el área cargada, el hormigón circundante confinará el área cargada, lo cual aumentará la resistencia al aplastamiento del hormigón en que apoya. Cuando hay hormigón que provee efecto de confinamiento, la resistencia al aplastamiento se puede aumentar aplicando el factor $\sqrt{A_2/A_1}$, pero nunca mayor que 2, siendo $\sqrt{A_2/A_1}$ una medida del efecto de confinamiento del hormigón circundante. En la Figura 6-23 se ilustra el factor de aumento de la resistencia, $\sqrt{A_2/A_1}$.

Para el caso habitual en que la superficie de hormigón en que se apoya un elemento es considerablemente mayor que el área cargada ($\sqrt{A_2/A_1} > 2$), la tensión de aplastamiento admisible es igual a 2 ($0,85 f'_c$).

En relación con la Figura 6-24,

- a. Para la superficie soportada (columna):

$$P_{nb} = 0,85 f'_c A_1$$

siendo f'_c la resistencia especificada del hormigón de la columna.

- b. Para la superficie en que se apoya el elemento (zapata):

$$P_{nb} = \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} (0,85 f'_c A_1), \quad \sqrt{\frac{A_2}{A_1}} \leq 2,0$$

siendo f'_c la resistencia especificada del hormigón de la zapata.

La resistencia al aplastamiento de diseño es ϕP_{nb} , siendo para el aplastamiento del hormigón $\phi = 0,65$. Si se excede la resistencia al aplastamiento se deberá proveer armadura para transferir el exceso de carga.

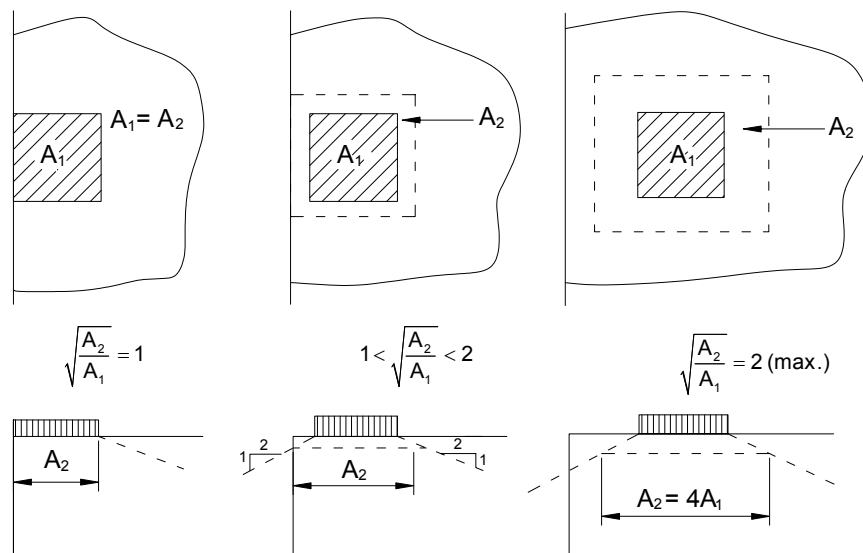


Figura 6-23 – Medida del grado de confinamiento $\sqrt{A_2/A_1} \leq 2$ que provee el hormigón circundante

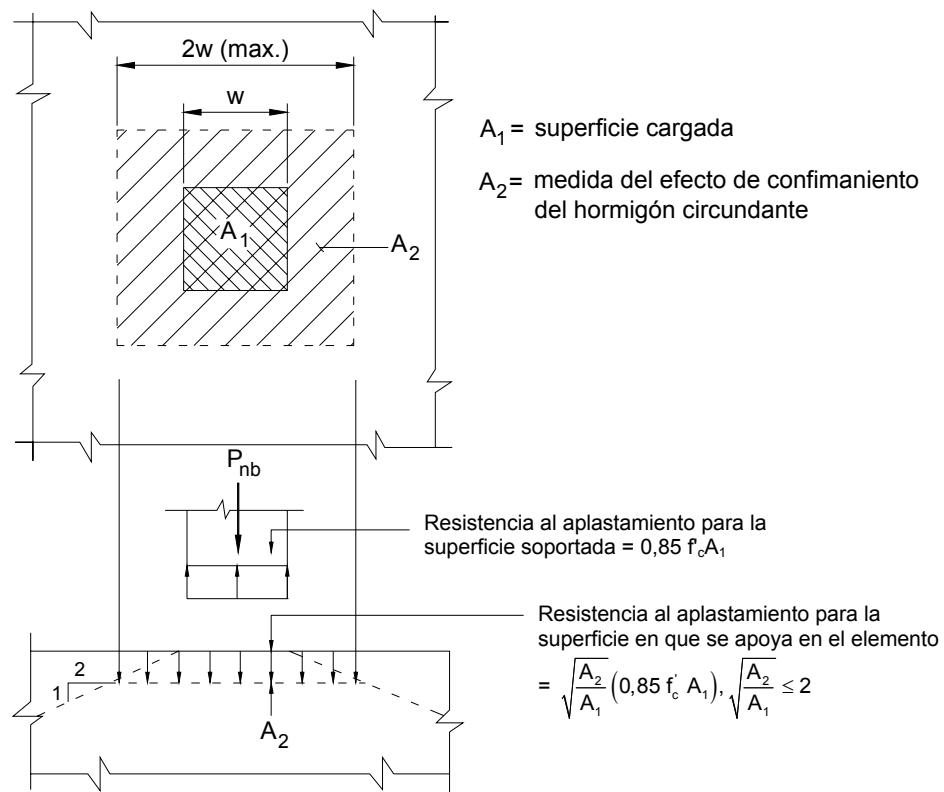


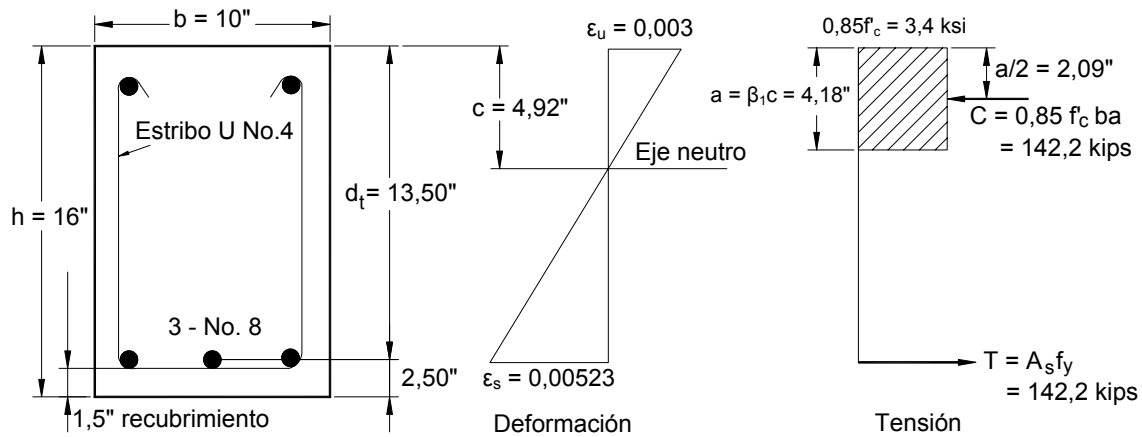
Figura 6-24 – Resistencia nominal al aplastamiento del hormigón (10.15)

REFERENCIAS

- 6.1 Hognestad, E., Hanson, N. W. y McHenry, D., "Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design," *ACI Journal, Proceedings* Vol. 52, Diciembre 1955, pp. 455-479; también *PCA Development Department Bulletin D6*.
- 6.2 Hognestad, E., "Ultimate Strength of Reinforced Concrete in American Design Practice," Actas de un Simposio sobre la Resistencia de las Estructuras de Hormigón, Londres, Inglaterra, Mayo 1955; también *PCA Development Department Bulletin D12*.
- 6.3 Hognestad, E., "Confirmation of Inelastic Stress Distribution in Concrete," *Journal of the Structural Division, Proceedings ASCE*, Vol. 83, No. ST2, Marzo 1957, pp. 1189-1 – 1189-17; también *PCA Development Department Bulletin D15*.
- 6.4 Mattock, A.H., Kriz, L. B. y Hognestad, E., "Rectangular Stress Distribution in Ultimate Strength Design," *ACI Journal, Proceedings* Vol. 57, Febrero 1961, pp. 875-928; también *PCA Development Department Bulletin D49*.
- 6.5 Wang, C. K. y Salmon, C. G., *Reinforced Concrete Design*, Cuarta Edición, Harper & Row Publishers, New York, N.Y., 1985.

Ejemplo 6.1 – Resistencia al momento usando la distribución rectangular de tensiones equivalente

Dada la viga ilustrada, calcular la resistencia al momento en base a la condición de equilibrio estático usando la distribución rectangular de tensiones equivalente ilustrada en la Figura 6-9. Asumir $f'_c = 4000$ psi y $f_y = 60.00$ psi. Por motivos de simplicidad, despreciar las barras suspensoras.



Cálculos y discusión

Referencia del Código

- Definir la distribución rectangular de tensiones del hormigón.

10.2.7

$$d = d_t = 16 - 2,5 = 13,50 \text{ in.}$$

10.0

$$A_s = 3 \times 0,79 = 2,37 \text{ in.}^2$$

Suponiendo $\epsilon_s > \epsilon_y$,

$$T = A_s f_y = 2,37 \times 60 = 142,2 \text{ kips}$$

10.2.4

$$a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b} = \frac{142,2}{0,85 \times 4 \times 10} = 4,18 \text{ in.}$$

- Determinar la deformación específica neta de tracción ϵ_s y ϕ

$$c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{4,18}{0,85} = 4,92 \text{ in.}$$

$$\epsilon_s = \left(\frac{d_t - c}{c} \right) 0,003 = \left(\frac{13,50 - 4,92}{4,92} \right) 0,003 = 0,00523 > 0,005$$

Por lo tanto, la sección es controlada por tracción.

10.3.4

$$\phi = 0,9$$

9.3.2.1

$\epsilon_s = 0,00523 > 0,004$ que es el mínimo para elementos solicitados a flexión

10.3.5

Esto también confirma que $\epsilon_s > \epsilon_y$ a la resistencia nominal.

3. Determinar la resistencia nominal al momento, M_n , y la resistencia al momento de diseño, ϕM_n .

$$M_n = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 142,2 (13,50 - 2,09) = 1622,3 \text{ in.} \cdot \text{kips} = 135,2 \text{ ft} \cdot \text{kips}$$

$$\phi M_n = 0,9 (135,2) = 121,7 \text{ ft} \cdot \text{kips}$$

9.3.2.1

4. Armadura mínima.

$$A_{s,\min} = \frac{3 \sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \geq \frac{200 b_w d}{f_y} \quad \text{Ec. (10-3)}$$

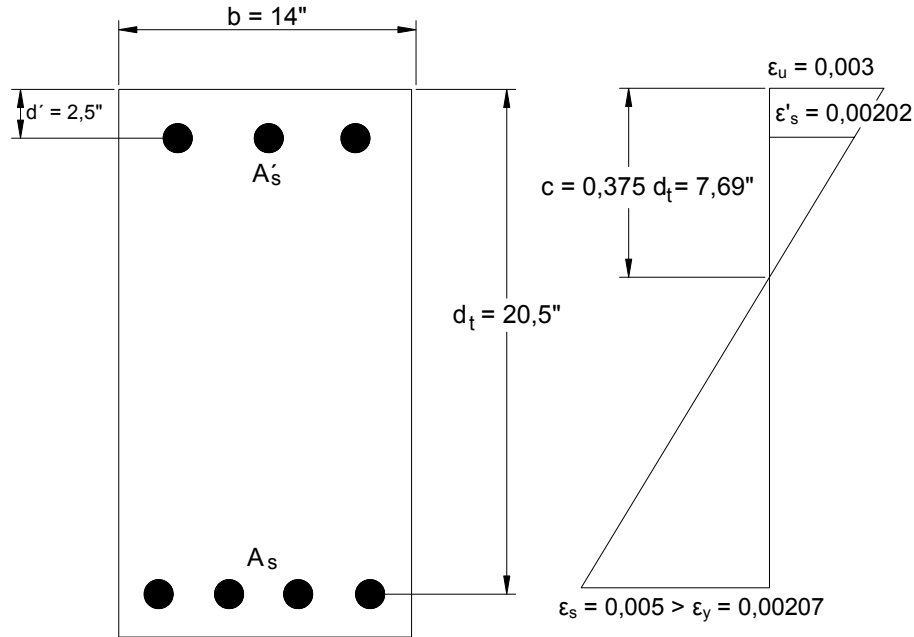
Como $f'_c < 4444$ psi, el valor determinante es $200b_w d/f_y$:

$$\frac{200 b_w d}{f_y} = \frac{200 \times 10 \times 13,50}{60.000} = 0,45 \text{ in.}^2$$

$$A_s (\text{provista}) = 2,37 \text{ in.}^2 > A_{s,\min} = 0,45 \text{ in.}^2 \rightarrow \text{VERIFICA}$$

Ejemplo 6.2 – Diseño de una viga con armadura de compresión

La sección transversal de una viga está limitada a las dimensiones ilustradas. Determinar el área de armadura requerida para un momento mayorado $M_u = 516$ ft - kips. $f'_c = 4000$ psi; $f_y = 60.00$ psi.



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Verificar si se requiere armadura de compresión, usando $\phi = 0,9$

$$M_n = M_u / \phi = 516 / 0,9 = 573 \text{ ft - kips}$$

$$R_n = \frac{M_n}{bd^2} = \frac{573 \times 12 \times 1000}{14 \times 20,5^2} = 1169$$

Esto supera el máximo R_{nt} de 911 para secciones controladas por tracción de hormigón de 4000 psi (ver Tabla 6-1). Además, es probable que sea necesario usar dos capas de armadura de tracción. Sin embargo, por motivos de simplicidad, asumir $d_t = d$.

2. Hallar el momento M_{nt} resistido por la sección de hormigón sin armadura de compresión, y el M'_n a ser resistido por la armadura de compresión.

$$M_{nt} = R_n bd^2 = 911 \times 14 \times 20,5^2 / (1000 \times 12) = 447 \text{ ft - kips}$$

$$M'_n = M_n - M_{nt} = 573 - 447 = 126 \text{ ft - kips}$$

3. Determinar la armadura de compresión requerida.

La deformación en el acero comprimido a la resistencia nominal está apenas por debajo de la deformación de fluencia, como se puede ver en el anterior diagrama de deformaciones.

$$A'_s = \frac{M'_n}{f'_s (d - d')} = \frac{126 \times 12}{58,7 (20,5 - 2,5)} = 1,43 \text{ in.}^2$$

4. Determinar la armadura de tracción requerida.

$$A_s = \rho_t (bd) + A'_s (f'_s / f_y)$$

De la Tabla 6-1, $\rho_t = 0,01806$; de manera que:

$$\begin{aligned} A_s &= 0,01806 (14) (20,5) + 1,43 (58,7/60) \\ &= 5,18 + 1,40 = 6,58 \text{ in.}^2 \end{aligned}$$

5. Solución alternativa.

Resistencia nominal requerida

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{516}{0,9} = 573 \text{ ft - kips}$$

- a. Determinar el máximo momento sin armadura de compresión M_{nt} , usando $\phi = 0,9$:

$$c = 0,375 d_t = 0,375 \times 20,5 = 7,69 \text{ in.}$$

$$a = \beta_1 c = 0,85 \times 7,69 = 6,54 \text{ in.}$$

$$C = T = 3,4 \times 6,54 \times 14 = 311,3 \text{ kips}$$

$$M_{nt} = T \left(d_t - \frac{a}{2} \right) = 311,3 \left(20,5 - \frac{6,54}{2} \right) = 5363,7 \text{ kip-in.} = 447,0 \text{ kip -ft}$$

- b. Área de acero de tracción requerida para desarrollar M_{nt} :

$$A_{s,nt} = \frac{311,3}{60} = 5,19 \text{ in.}^2$$

- c. El momento adicional ($573 - 447 = 126 \text{ ft-kips}$) se debe desarrollar mediante un par T - C entre la armadura traccionada y la armadura comprimida.

$$\text{Armadura de tracción adicional requerida:} \quad \Delta A_s = \frac{126 \times 12}{(20,5 - 2,5) \times 60} = 1,40 \text{ in.}^2$$

$$\text{Total de armadura de tracción requerida:} \quad A_s = 5,19 + 1,40 = 6,59 \text{ in.}^2$$

$$\text{Armadura de compresión requerida:} \quad A'_s = \frac{126 \times 12}{(20,5 - 2,5) \times 58,7} = 1,43 \text{ in.}^2$$

6. Comparación con el Ejemplo 6.2 de las *Notas sobre ACI 318-99*, diseñado de acuerdo con ACI 318-99:

El Ejemplo 6.2 de las *Notas sobre ACI 318-99* fue diseñado de acuerdo con el Código 1999, para un M_u de 580 ft-kips. De acuerdo con el Código 2002, suponiendo que para esta viga la relación entre la sobrecarga y la carga permanente es igual a

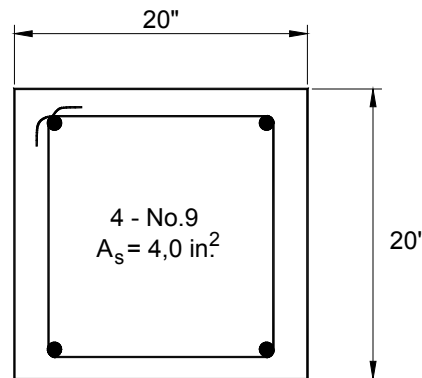
0,5, la viga se podría diseñar como una sección controlada por tracción para un M_u de 516 ft-kips. Los resultados correspondientes a las armaduras requeridas son:

	según ACI 318-99	según ACI 318-02
Armadura de compresión A'_s	1,49 in. ²	1,43 in. ²
Armadura de tracción A_s	7,63 in. ²	6,58 in. ²

La reducción de la armadura de tracción es el resultado de los menores factores de carga que contiene el Código 2002. Sin embargo, la armadura de compresión requerida es aproximadamente la misma. Esto se debe a la necesidad de que haya ductilidad para poder usar el factor $\phi = 0,90$ para flexión.

Ejemplo 6.3 – Máxima resistencia a la carga axial vs. Excentricidad mínima

Dada la columna de hormigón con estribos cerrados ilustrada a continuación, comparar la resistencia nominal a la carga axial para P_n igual a $0,80P_o$ con el caso de P_n actuando con una excentricidad igual a $0,1h$. $f'_c = 5000$ psi; $f_y = 60.00$ psi.



Cálculos y discusión

Referencia del Código

Antes de ACI 318-77, se requería diseñar las columnas para una excentricidad mínima de $0,1h$ (columnas con estribos cerrados) ó $0,05h$ (columnas zunchadas). Esto exigía una gran cantidad de cálculos para poder hallar la resistencia a la carga axial para estas excentricidades mínimas. En el Código ACI 1977 este requisito fue reemplazado por una resistencia máxima a la carga axial: $0,80P_o$ (columnas con estribos cerrados) ó $0,85P_o$ (columnas zunchadas). Los valores de 80% y 85% fueron elegidos de manera de aproximar las resistencias a la carga axial para relaciones e/h de $0,1$ y $0,05$ respectivamente.

1. De acuerdo con el criterio de excentricidad mínima:

Para $e/h = 0,10$: $P_n = 1543$ kips (solución por software)

2. De acuerdo con el criterio de resistencia máxima a la carga axial:

10.3.5.2

$$P_{n(\max)} = 0,80 P_o = 0,80 [0,85 f'_c (A_g - A_{st}) + f_y A_{st}] \quad \text{Ec. (10-2)}$$

$$= 0,80 [0,85 \times 5 (400 - 4,0) + (60 \times 4,0)] = 1538 \text{ kips}$$

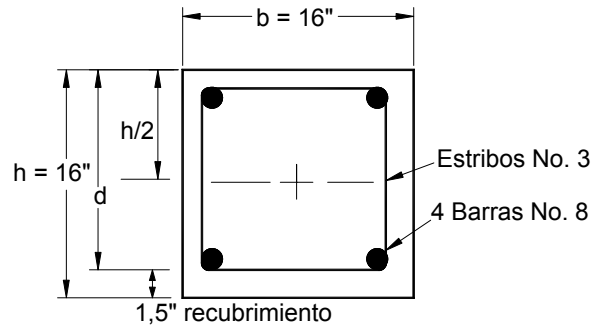
Dependiendo de las resistencias de los materiales, las dimensiones y la cantidad de armadura, ambos valores pueden diferir ligeramente. Ambas soluciones se consideran igualmente aceptables.

Ejemplo 6.4 – Resistencia a la combinación de carga y momento, P_n y M_n , para condiciones de deformación dadas

Dada la sección de columna ilustrada, calcular la resistencia a la combinación de carga axial y momento, P_n y M_n , para cuatro condiciones de deformación específica diferentes:

1. La tensión en la barra cerca de la cara traccionada del elemento es igual a cero ($f_s = 0$)
2. La tensión en la barra cerca de la cara traccionada del elemento es igual a $0,5f_y$ ($f_s = 0,5f_y$)
3. En el límite para secciones controladas por compresión ($\epsilon_t = 0,002$)
4. En el límite para secciones controladas por tracción ($\epsilon_t = 0,005$).

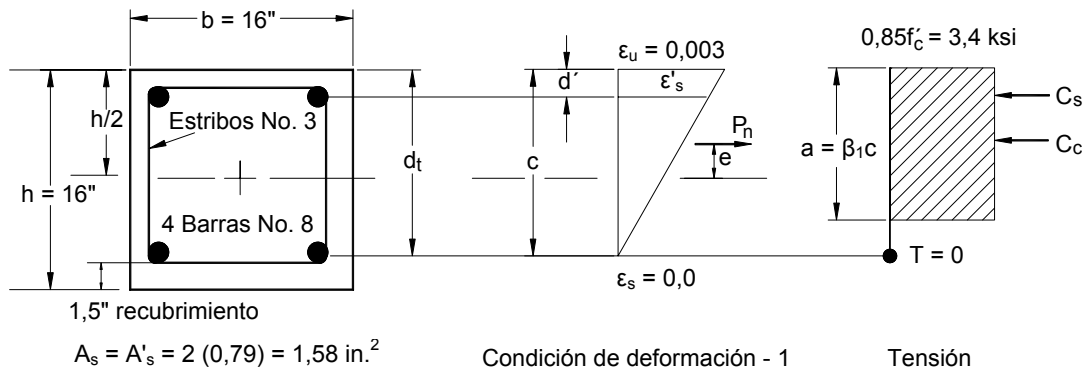
Usar $f'_c = 4000$ psi y $f_y = 60.00$ psi.



Cálculos y discusión

Referencia del Código

1. Resistencia a la combinación de carga y momento, P_n y M_n , para la condición de deformación 1:



- a. Definir la distribución de tensiones y determinar los valores de las fuerzas

10.2.7

$$d' = \text{Recubrimiento} + \text{diámetro estribo No. 3} + \frac{d_b}{2} = 1,5 + 0,375 + 0,5 = 2,38 \text{ in.}$$

$$d_t = 16 - 2,38 = 13,62 \text{ in.}$$

$$\text{Como } \epsilon_s = 0: c = d_t = 13,62 \text{ in.}$$

10.2.7.2

$$a = \beta_1 c = 0,85 (13,62) = 11,58 \text{ in.}$$

10.2.7.1

siendo $\beta_1 = 0,85$ para $f'_c = 4000$ psi 10.2.7.3

$$C_c = 0,85 f'_c b a = 0,85 \times 4 \times 16 \times 11,58 = 630,0 \text{ kips} \quad 10.2.7$$

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{60}{29.000} = 0,00207 \quad 10.2.4$$

De la condición de compatibilidad de las deformaciones:

$$\epsilon'_s = \epsilon_u \left(\frac{c - d'}{c} \right) = 0,003 \left(\frac{13,62 \times 2,38}{13,62} \right) = 0,00248 > \epsilon_y = 0,00207 \quad 10.2.2$$

El acero comprimido ha entrado en fluencia.

$$C_s = A'_s f_y = 1,58 (60) = 94,8 \text{ kips}$$

b. Determinar P_n y M_n a partir de la condición de equilibrio estático.

$$P_n = C_c + C_s = 630,0 + 94,8 = 724,8 \text{ kips} \quad \text{Ec. (16)}$$

$$M_n = P_n e = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} - d' \right) \quad \text{Ec. (17)}$$

$$= 630 (8,0 - 5,79) + 94,8 (8,0 - 2,38) = 1925,1 \text{ in.-kips} = 160,4 \text{ ft-kips}$$

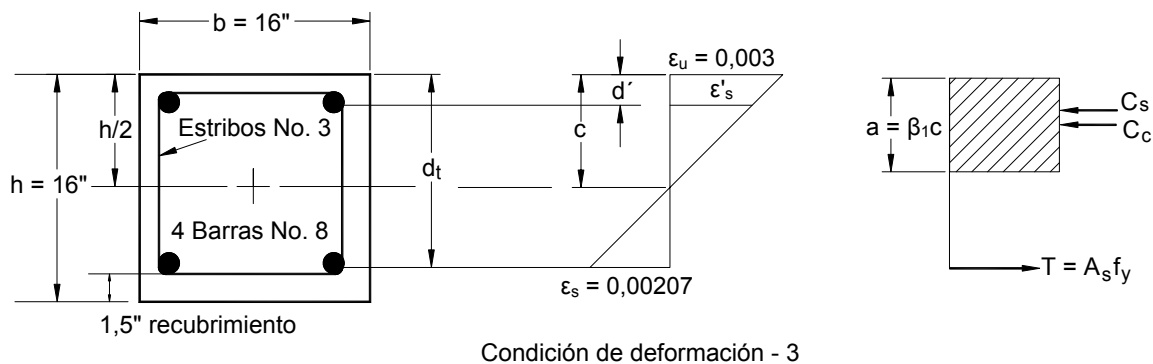
$$e = \frac{M_n}{P_n} = \frac{1925,1}{724,8} = 2,66 \text{ in.}$$

Por lo tanto, para la condición $\epsilon_s = 0$:

$$\text{Resistencia a la carga axial de diseño: } \phi P_n = 0,65 (724,8) = 471,1 \text{ kips} \quad 9.3.2.2$$

$$\text{Resistencia al momento de diseño: } \phi M_n = 0,65 (160,4) = 104,3 \text{ ft-kip}$$

2. Resistencia a la combinación de carga y momento, P_n y M_n , para la condición de deformación 2:



- a. Definir la distribución de tensiones y determinar los valores de las fuerzas

10.2.7

$$d' = 2,38 \text{ in.}; d_t = 13,62 \text{ in.}$$

De la condición de compatibilidad de las deformaciones:

$$\frac{c}{0,003} = \frac{d_t - c}{0,5 \varepsilon_y}$$

$$c = \frac{0,003 d_t}{0,5 \varepsilon_y + 0,003} = \frac{0,003 \times 13,62}{0,00104 + 0,003} = 10,13 \text{ in.}$$

Deformación específica en la armadura comprimida:

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_u \left(\frac{c - d'}{c} \right) = 0,003 \left(\frac{10,13 \times 2,38}{10,13} \right) = 0,00230 > \varepsilon_y = 0,00207$$

El acero comprimido ha entrado en fluencia.

$$a = \beta_1 c = 0,85 (10,13) = 8,61 \text{ in.}$$

10.2.7.1

$$C_c = 0,85 f'_c b a = 0,85 \times 4 \times 16 \times 8,61 = 468,4 \text{ kips}$$

10.2.7

$$C_s = A'_s f_y = 1,58 (60) = 94,8 \text{ kips}$$

$$T = A_s f_s = A_s (0,5 f_y) = 1,58 (30) = 47,4 \text{ kips}$$

- b. Determinar P_n y M_n a partir de la condición de equilibrio estático.

$$P_n = C_c + C_s - T = 468,4 + 94,8 - 47,4 = 515,8 \text{ kips}$$

Ec. (16)

$$M_n = P_n e = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} + d' \right) + T \left(d - \frac{h}{2} \right)$$

Ec. (17)

$$= 468,4 (8,0 - 4,31) + 94,8 (8,0 - 2,38) + 47,4 (13,62 - 8,0)$$

$$= 2527,6 \text{ in.-kips} = 210,6 \text{ ft-kips}$$

$$e = \frac{M_n}{P_n} = \frac{2527,6}{515,8} = 4,90 \text{ in.}$$

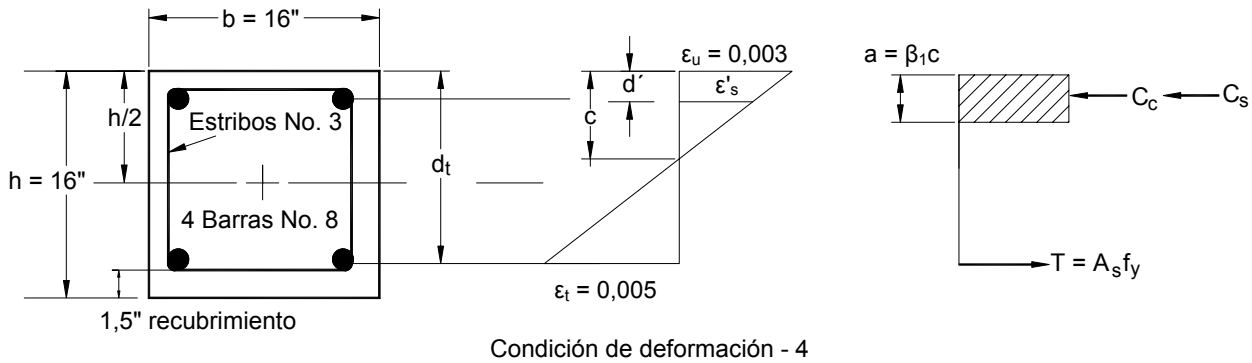
Por lo tanto, para la condición $\varepsilon_s = 0,5 \varepsilon_y$:

$$\text{Resistencia a la carga axial de diseño: } \phi P_n = 0,65 (515,8) = 335,3 \text{ kips}$$

9.3.2.2

$$\text{Resistencia al momento de diseño: } \phi M_n = 0,65 (210,6) = 136,9 \text{ ft-kip}$$

3. Resistencia a la combinación de carga y momento, P_n y M_n , para la condición de deformación 3:



- a. Definir la distribución de tensiones y determinar los valores de las fuerzas

10.2.7

$$d' = 2,38 \text{ in.}; d_t = 13,62 \text{ in.}$$

De la condición de compatibilidad de las deformaciones:

$$\frac{c}{0,003} = \frac{d_t - c}{\epsilon_y}$$

$$c = \frac{0,003 d_t}{\epsilon_y + 0,003} = \frac{0,003 \times 13,62}{0,00207 + 0,003} = 8,06 \text{ in.}$$

Nota: El código permite usar el valor 0,002 como el límite de la deformación específica para secciones controladas por compresión con acero Grado 60. Una práctica más conservadora, a la vez que más consistente, es utilizar la deformación de fluencia 0,00207.

Deformación específica en la armadura comprimida:

$$\epsilon'_s = \epsilon_u \left(\frac{c - d'}{c} \right) = 0,003 \left(\frac{8,06 \times 2,38}{8,06} \right) = 0,00211 > \epsilon_y = 0,00207$$

El acero comprimido ha entrado en fluencia.

$$a = \beta_1 c = 0,85 (8,06) = 6,85 \text{ in.}$$

10.2.7.1

$$C_c = 0,85 f'_c b a = 0,85 \times 4 \times 16 \times 6,85 = 372,7 \text{ kips}$$

10.2.7

$$C_s = A'_s f_y = 1,58 (60) = 94,8 \text{ kips}$$

$$T = A_s f_s = A_s f_y = 1,58 (60) = 94,8 \text{ kips}$$

- b. Determinar P_n y M_n a partir de la condición de equilibrio estático.

$$P_n = C_c + C_s - T = 372,7 + 94,8 - 94,8 = 372,7 \text{ kips}$$

Ec. (16)

$$M_n = P_n e = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} + d' \right) + T \left(d - \frac{h}{2} \right) \quad \text{Ec. (17)}$$

$$= 372,7 (8,0 - 3,43) + 94,8 (8,0 - 2,38) + 94,8 (13,62 - 8,0)$$

$$= 2770,5 \text{ in.-kips} = 230,9 \text{ ft-kips}$$

$$e = \frac{M_n}{P_n} = \frac{2770,5}{372,7} = 7,43 \text{ in.}$$

Por lo tanto, para la condición $\epsilon_s = \epsilon_y$:

$$\text{Resistencia a la carga axial de dise\~no: } \phi P_n = 0,65 (372,7) = 242,3 \text{ kips} \quad 9.3.2.2$$

$$\text{Resistencia al momento de dise\~no: } \phi M_n = 0,65 (230,9) = 150,1 \text{ ft-kip}$$

c. Determinar P_n y M_n a partir de la condici3n de equilibrio est3tico.

$$P_n = C_c + C_s - T = 236,2 + 73,5 - 94,8 = 214,9 \text{ kips} \quad \text{Ec. (16)}$$

$$M_n = P_n e = C_c \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) + C_s \left(\frac{h}{2} + d' \right) + T \left(d - \frac{h}{2} \right) \quad \text{Ec. (17)}$$

$$= 236,2 (8,0 - 2,32) + 73,5 (8,0 - 2,38) + 94,8 (13,62 - 8,0)$$

$$= 2287,4 \text{ in.-kips} = 190,6 \text{ ft-kips}$$

$$e = \frac{M_n}{P_n} = \frac{2287,4}{214,9} = 10,64 \text{ in.}$$

Por lo tanto, para la condici3n $\epsilon_s = 0,005$:

$$\text{Resistencia a la carga axial de dise\~no: } \phi P_n = 0,9 (214,9) = 193,4 \text{ kips} \quad 9.3.2.2$$

$$\text{Resistencia al momento de dise\~no: } \phi M_n = 0,9 (190,6) = 171,5 \text{ ft-kip}$$

En la figura 6-25 se ilustra un diagrama de interacci3n completo para esta columna.

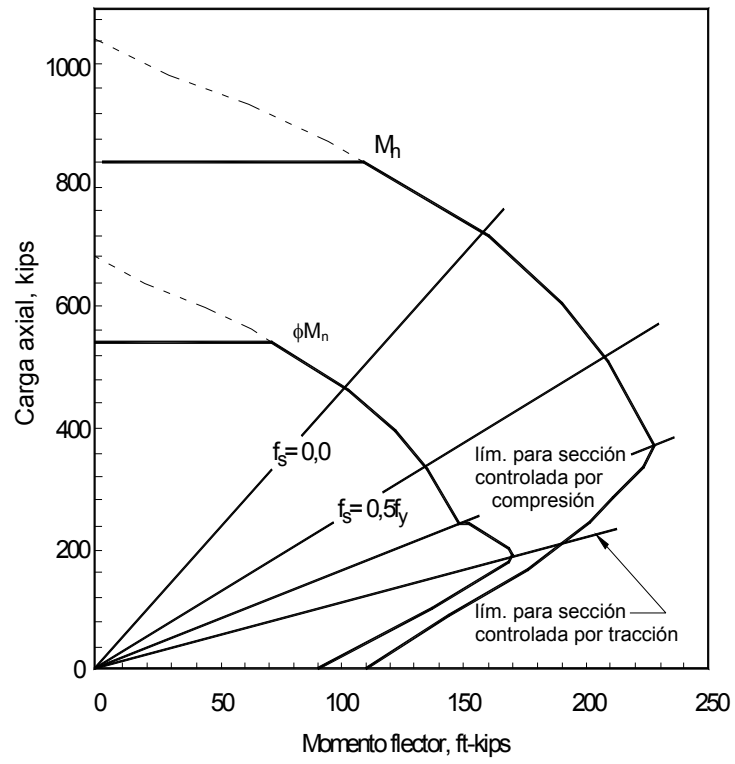


Figura 6-25 – Diagrama de interacción