

DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DE CARGAS CRÍTICAS DE PANDEO LATERAL TORSIONAL DE VIGAS ELÁSTICAS DE SECCIÓN DOBLE TE

Autores:

Horacio Rezk (1), Diego Luis Persico (2), Hernán Gabriel Svoboda (2), María Sandra Ruiz Re (2) y Carlos Guzmán (2).

(1) Departamento de Estabilidad de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires.

(2) Laboratorio de Materiales y Estructuras de la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires.

Resumen:

Se obtienen en forma experimental mediante la utilización de modelos reducidos, las cargas críticas de pandeo lateral torsional de vigas de sección doble Te simplemente apoyadas bajo la acción de dos cargas concentradas.

Se han tomado como referencia resultados obtenidos analíticamente, expresados en términos de variables adimensionales, que tienen en cuenta las propiedades geométricas de las vigas, la ubicación y magnitud de las cargas y las propiedades del material. Esto ha permitido la utilización de un modelo reducido para comprobar los resultados analíticos.

En el trabajo se explican los detalles del método experimental, el modelo adoptado, el dispositivo de ensayo empleado, los apoyos, la forma de aplicación de las cargas y la medición de las cargas y las deformaciones.

Se comparan los resultados analíticos con los experimentales. Se hacen consideraciones acerca de la posibilidad de pandeo lateral torsional en barras flexadas respecto del eje de momento de inercia mínimo.

Summary

The critical lateral torsional buckling loads of simply supported double tee beams charged by two concentrates forces are obtained in experimental form, by means of reduced models.

Analytical results, expressed in terms of non dimensional variables that take into account the geometrical properties of the beams, the position and magnitude of the loads and the properties of the material, have be taken as a reference. This fact has allowed using a reduced model in order to verify the analytical results.

In this paper, the details of the experimental method are explained, as well as the device of the test, the supports, the form of application of the loads and measuring the loads and deformations.

The analytical and experimental results are compared. Considerations are expressed about the possibility of the lateral torsional buckling in members subject to bending about the minor axis of inertia.

1.- INTRODUCCIÓN

El pandeo lateral torsional en régimen elástico es una posible forma de falla de las vigas de acero. Por consiguiente, las normas referentes a estas construcciones contienen prescripciones con fórmulas aproximadas para facilitar la comprobación de la seguridad de las vigas frente a este tipo de falla.

Uno de los autores ha realizado varios trabajos cuyo objetivo ha sido el de ampliar el conocimiento de casos particulares de pandeo lateral torsional, resolviendo dichos problemas en forma analítica a través de las ecuaciones diferenciales de la teoría de segundo orden de las barras de paredes delgadas¹⁻⁸. Los resultados obtenidos en términos de variables adimensionales, permitieron determinar los errores de las fórmulas aproximadas contenidas en la norma LRFD del American Institute of Steel Construction⁹ y el Eurocode 3¹⁰.

No obstante, se tiene conciencia de que la teoría de segundo orden de las barras elásticas de paredes delgadas tiene también errores que se originan en las hipótesis simplificativas de la misma teoría.

En este trabajo se ha encarado la verificación experimental, realizada en base a un modelo reducido.

2.- EL CASO PARTICULAR ESTUDIADO

Se estudió el caso de una viga simplemente apoyada, según muestra la figura 1.

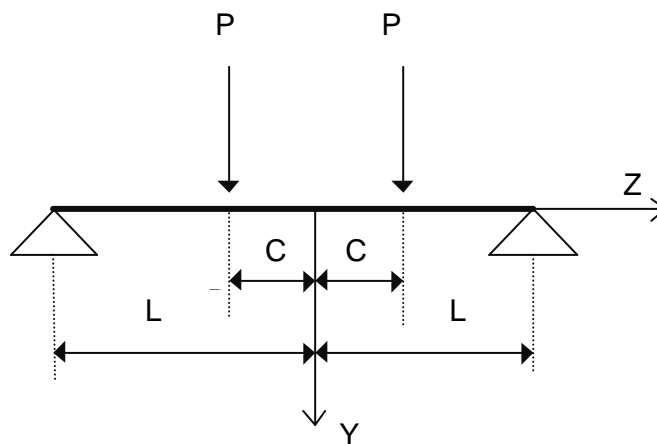


Figura 1.- Esquema del caso en estudio.

La barra está cargada con dos fuerzas P que tienen la dirección del eje Y del sistema de coordenadas cartesianas y están aplicadas en secciones transversales a una distancia c de la sección central de la viga.

La sección de la viga estudiada es del tipo doble Te de alas anchas. En la figura 2 se observa un esquema de dicha sección junto con la notación empleada para las dimensiones principales de la sección.

El punto de aplicación de cada fuerza en su correspondiente sección transversal es un punto A , cuyas coordenadas acompañantes son $0, y_A$ (ver figura 2). En el modelo ensayado se aplicaron las cargas en el borde superior del perfil, o sea que es

$$y_A = -\frac{h+t}{2}$$

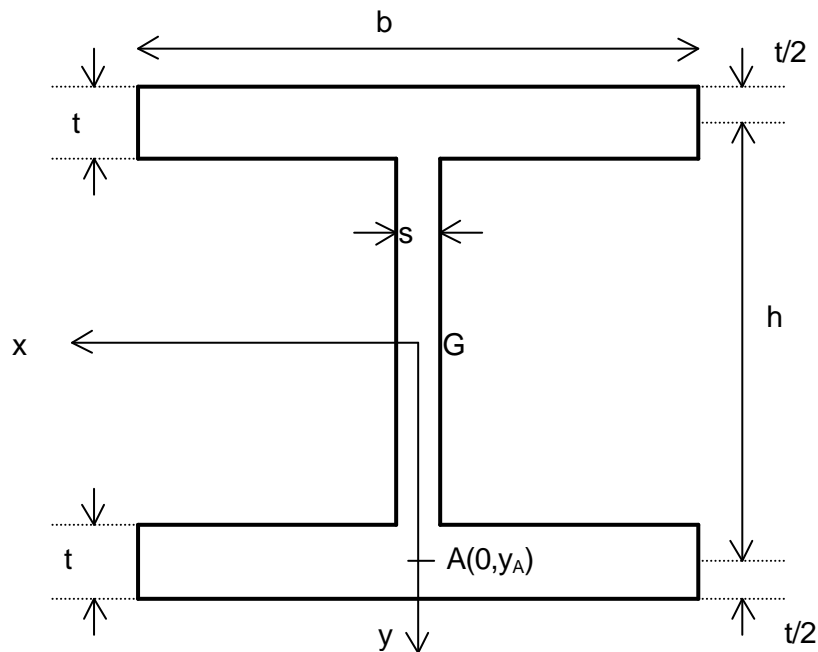


Figura 2.- Esquema de la sección

3.- RESULTADOS EXPERIMENTALES

Material

El material empleado en este trabajo para el estudio experimental del fenómeno de pandeo lateral torsional fue un perfil doble Te de alas anchas, de aluminio deformado en frío, de uso comercial. En la figura 3 se observa la sección real de dicho perfil. Como puede verse en la dicha figura la sección del perfil presenta fuertes irregularidades.

Para poder efectuar los cálculos teóricos se determinaron las propiedades geométricas de la sección transversal del perfil.

Para ello se practicó un corte plano de la barra de aluminio, el cual pulido se lo registró como imagen digital. Esta imagen digital se la transformó en una figura poligonal simplemente conexa de 170 lados. Sobre esta figura se determinaron sus propiedades geométricas: dimensiones, centroide, área, momentos de inercia, etc.

Tomando como variables principales el ancho, la altura, los espesores de alma y de ala y los momentos de inercia se determinó una sección poligonal equivalente de 12 lados formada por tres rectángulos, apta para ser empleada en las fórmulas correspondientes al problema.

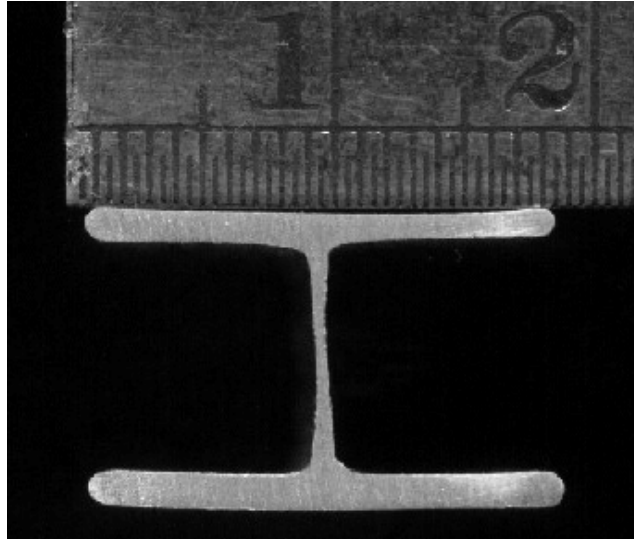


Figura 3.- Sección real del perfil doble Te utilizado.

En las figuras 4 y 5 se observan las secciones obtenidas con las poligonales de 170 y 12 lados, respectivamente.

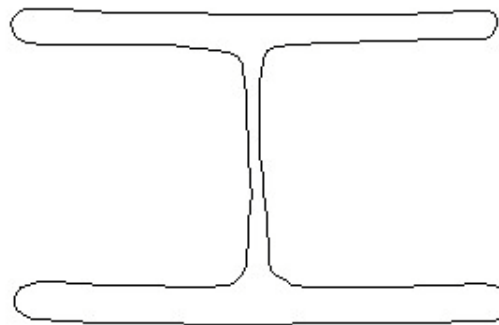


Figura 4.- Sección del perfil obtenida con poligonal de 170 lados.

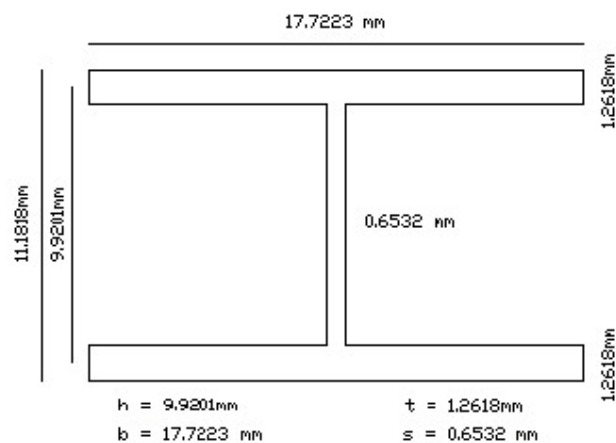


Figura 5.- Sección del perfil y dimensiones obtenidas con poligonal de 12 lados.

Sobre la base de las dimensiones indicadas en la figura 5, y en base a los criterios de cálculo de la teoría de barras de paredes delgadas se obtuvieron las características geométricas de la sección que se indican en la Tabla 1.

I_x	I_y	I_T	I_w
m^4	m^4	m^4	m^6
$1,153 \cdot 10^{-9}$	$1,171 \cdot 10^{-9}$	$24,66 \cdot 10^{-12}$	$28,80 \cdot 10^{-15}$

Tabla 1.- Características geométricas de la sección.

Para la determinación de las propiedades mecánicas del aluminio se extrajo una probeta calibrada de tracción a partir de la cual se determinaron el límite elástico ($\sigma_{0.2}$), la resistencia a la tracción (σ_{UTS}) y la deformación a rotura (e). El módulo de elasticidad (E), se obtuvo de las mediciones efectuadas en el ensayo de flexión del modelo. El módulo de elasticidad transversal G se obtuvo estimando un coeficiente de Poisson igual a 0,33. En la tabla 2 se observan los valores obtenidos.

$\sigma_{0.2}$ (MPa)	σ_{UTS} (MPa)	e (%)	E (GPa)	G (GPa)
169	191	6,6	71,4	26,8

Tabla 2.- Propiedades del material.

Modelo experimental reducido: Dispositivo mecánico para el ensayo de pandeo lateral torsional

El análisis experimental del fenómeno de pandeo lateral torsional se realiza mediante el empleo de un modelo reducido del problema descrito.

A este fin se construyó un dispositivo que consiste en un sistema de apoyos para la viga de aluminio descrita, cuyos dos extremos se encuentran vinculados o fijados de tal manera que, a los efectos de la flexión en el plano vertical, flexión alrededor del eje x, o de la flexión en el plano horizontal, flexión alrededor del eje y, pueden considerarse como de libre rotación. El dispositivo mencionado se observa en la figura 6.

Los extremos de la viga tienen los desplazamientos verticales impedidos y los desplazamientos horizontales longitudinales en uno están impedidos y en el otro son libres. Es decir forman una viga simplemente apoyada. Además, se encuentran impedidos de rotar alrededor del eje z de la misma.

En cuanto al alabeo de las secciones extremas los dispositivos mecánicos que materializan los vínculos o fijaciones no lo restringen.

La luz libre entre ejes de apoyos es de 1,20 m.



Figura 6.- Dispositivo experimental.

Los vínculos mencionados se materializan y fijan sobre una barra de sección tubular cuadrada de chapa de acero conformada en frío que garantiza la rigidez del sistema especialmente en cuanto a la constancia de la luz de flexión y la nulidad de las deformaciones y desplazamientos de los vínculos. En la figura 7 se puede ver uno de los apoyos mencionados.

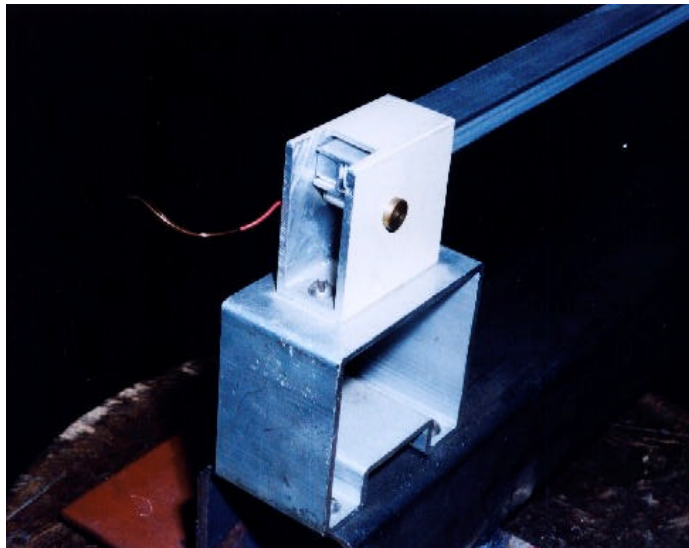


Figura 7.- Detalle del apoyo móvil.

Dicha barra tubular apoya, a su vez, sobre dos soportes de madera o bancos, que mantienen al conjunto del dispositivo despegado del suelo unos 0,80 m.

La causa deformante principal consiste en dos cargas concentradas de origen gravitatorio ubicadas en los tercios centrales de la luz, es decir a 0,40 m de los ejes de apoyo.

Dichas dos cargas concentradas se aplican por medio de sendos marcos cerrados por los cuales pasa la barra ensayada y de los cuales, por debajo, se suspende el recipiente de pesas y por arriba se hace contacto con la barra. El contacto del marco con la barra se materializa en forma cuasi puntual por medio de un dispositivo tipo cono invertido cuyo vértice apoya en el eje central del ala superior del perfil, como se ve en la figura 8.

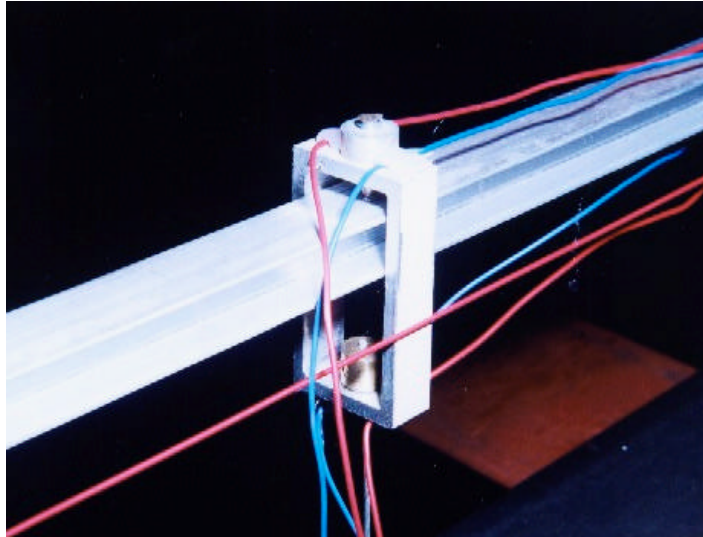


Figura 8.- Dispositivo de aplicación de la carga

De esta forma se logra una articulación que no restringe el giro de la sección y mantiene su ubicación sobre el eje y de la sección de la barra al experimentar la sección cargada la roto traslación propia del pandeo lateral.

El recipiente con las pesas se suspende del centro de una barra rígida de bronce, la cual, a su vez, cuelga en sus extremos de sendos tensores que mediante un dispositivo de anclaje introducen las cargas P en cada uno de los dos marcos antes mencionados.

Determinación de la carga crítica de pandeo lateral torsional

El método experimental desarrollado para el estudio del pandeo lateral torsional se basa en la medición de las deformaciones experimentadas por la viga al aplicar las cargas discretas al modelo descrito anteriormente.

Las cargas se aplicaron a intervalos de 10 N a partir de un valor inicial asociado con el peso del dispositivo que fue de 8 N.

Las deformaciones se registraron a través de cuatro extensómetros eléctricos o *strain gauges* dispuestos en el centro de la longitud de la viga, en la zona de momento constante. En esta zona, se colocaron dos del lado superior y otros dos en el lado inferior, en la parte exterior de las alas del perfil, como se muestra en la figura 9.

Las señales generadas por los extensómetros se ingresan en un equipo Vishay P3500 que consiste en dos unidades. Una unidad de calibración y balance de las 4 señales simultáneas a través de un puente de Wheatstone conectadas en forma de cuarto de puente. La segunda unidad indica las deformaciones.

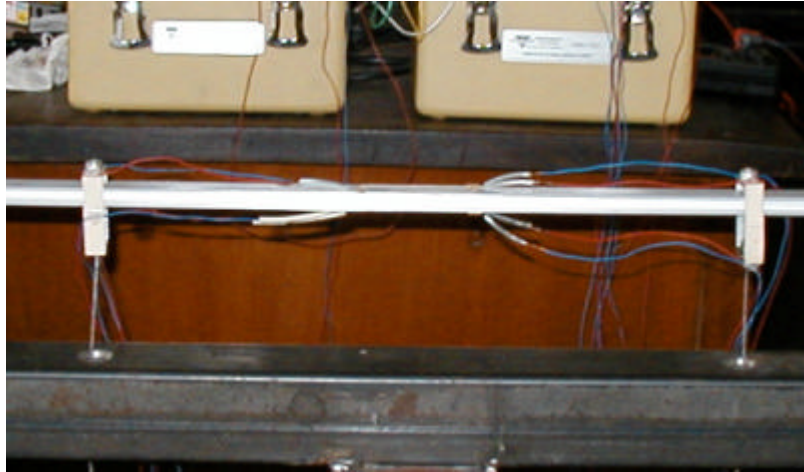


Figura 9.- Disposición de los *strain gauges* en la zona de momento flexor constante.

De esta forma, mientras la viga se deforme uniformemente debido a la flexión simple los extensómetros indicarán deformaciones similares, los superiores de compresión y los inferiores de tracción. Cuando el fenómeno de pandeo lateral torsional se produzca tendrán lugar giros según el eje longitudinal de la viga y desplazamientos en el plano horizontal, sumados a la flexión en el plano vertical. Estas deformaciones generarán un cambio sensible en las deformaciones, que serán registradas por los extensómetros.

En la figura 10 se pueden observar las curvas de deformación en función de la carga aplicada obtenidas para cada uno de los extensómetros. La identificación empleada para los distintos extensómetros fue: IT (inferior trasero), ST (superior trasero), ID (inferior delantero), SD (superior delantero).

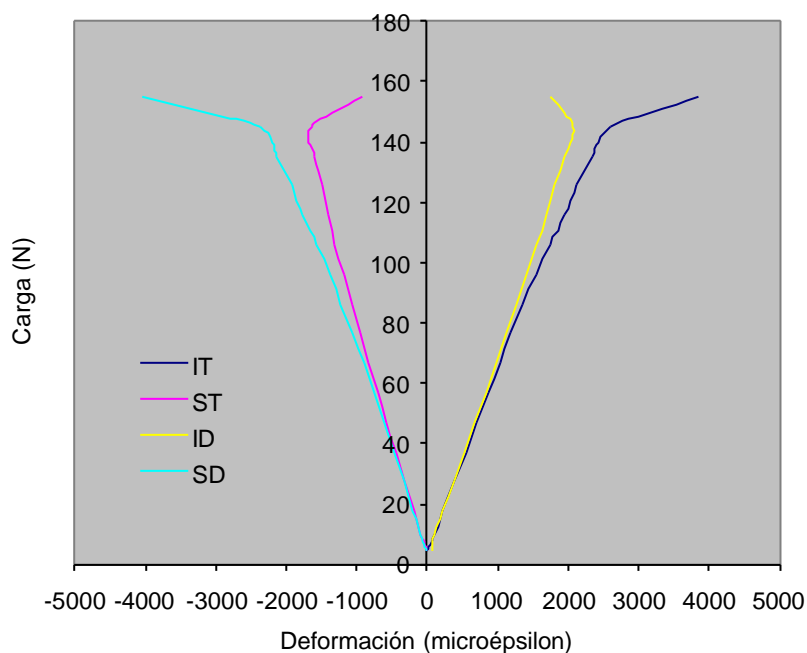


Figura 10.- Curva Carga (N) vs Deformación ($\epsilon \times 10^{-6}$).

El tipo de curvas obtenidas son consistentes con lo reportado en la literatura para el pandeo lateral torisonal de vigas^{11,12}.

En esta curva se puede ver una variación lineal inicial de la deformación con la carga en los cuatro extensómetros asociada con la flexión simple de la viga con valores de deformación absolutos similares, correspondiendo los positivos a tracción y los negativos a compresión. En las figuras 11 y 12 se puede observar la configuración deformada de la viga cargada con 108 N, en la que no se observan desplazamientos en el plano horizontal.



Figura 11.- Configuración deformada a los 108 N de carga.



Figura 12.- Configuración deformada a 108 N de carga.

A los 148 N de carga se observa en la curva un cambio de pendiente abrupto asociado con la ocurrencia del fenómeno de pandeo lateral torsional, observándose macroscópicamente los mencionados giros y desplazamientos horizontales, característicos de este fenómeno, como se ve en las figuras 13 y 14.

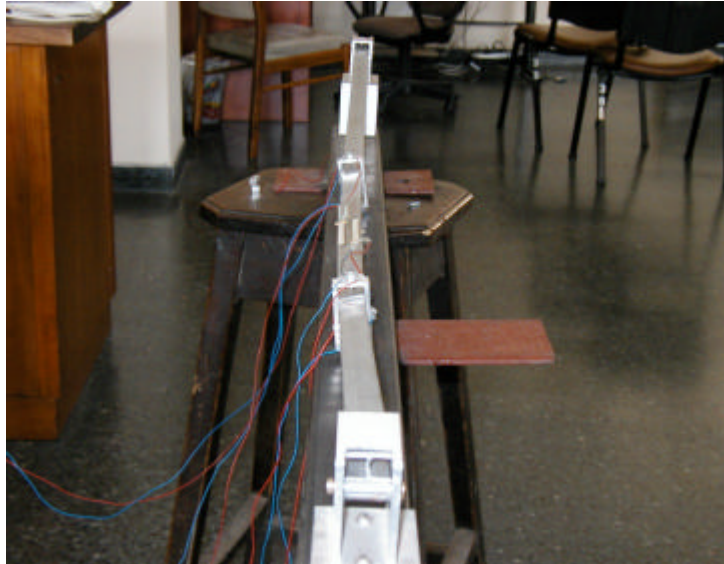


Figura 13.- Configuración deformada a los 148 N de carga.



Figura 14.- Configuración deformada con 148 N de carga.

A su vez, las deformaciones registradas por los extensómetros posteriormente a la ocurrencia del pandeo lateral son consistentes con las deformaciones observadas macroscópicamente, asociadas al acoplamiento de las tensiones de flexión originales con tensiones de torsión y flexión en el plano horizontal. Una vez retirada la carga se observa que se produjo deformación plástica de la viga, como puede verse en la figura 15.

Este efecto observado no es una característica intrínseca del fenómeno de pandeo lateral torisonal¹¹ y estaría relacionado, en este caso, con la proximidad entre la tensión crítica de pandeo y la tensión en el límite elástico y pudo haberse producido en la fase post pandeo. En este sentido, se calculó la tensión generada por la carga de flexión simple previa a la ocurrencia del fenómeno de pandeo, que fue de 143 MPa.



Figura 15.- Deformación plástica remanente.

A partir de estos resultados se tiene que el fenómeno de pandeo lateral torsional se produce en perfiles de estas características con una carga crítica de pandeo de aproximadamente $2P=148$ N.

4.- RESOLUCIÓN ANALÍTICA DEL CASO

En trabajos realizados previamente⁶ se desarrolló la solución analítica para obtener las cargas críticas en régimen elástico lineal, para casos de carga como el considerado en el modelo.

La carga crítica se obtiene bajo la forma de un adimensional

$$g = \frac{PL^2}{\sqrt{EI_y GI_T}} \quad (1)$$

cuyo valor crítico g_K , es la menor raíz real positiva de una función de la forma

$$F(a, k, e, g) = 0 \quad (2)$$

donde $a = \frac{GI_T L^2}{EI_w}$, depende de las propiedades geométricas y mecánicas de la viga,

$k = \frac{c}{L}$, define la posición de las cargas en la longitud de la viga, $e = \frac{2y_A}{h}$, caracteriza a la ubicación del punto de aplicación de las cargas en el plano de la sección. La forma específica de la función (3) es

$$\begin{vmatrix} -\cos mk & -chnk & f_1(k) & f_3(k) \\ m \operatorname{sen} mk & -nshnk & f_1'(k) & f_3'(k) \\ m^2 \cos mk & -n^2 chnk & f_1''(k) & f_3''(k) \\ eg\sqrt{a} \cos mk - m^3 \operatorname{sen} mk & eg\sqrt{a} chnk - n^3 shnk & f_1'''(k) & f_3'''(k) \end{vmatrix} = 0 \quad (3)$$

donde es

$$\begin{aligned} m &= \sqrt{\sqrt{\frac{a^2}{4} + g^2 a(1-k)^2} - \frac{a}{2}} & n &= \sqrt{\sqrt{\frac{a^2}{4} + g^2 a(1-k)^2} + \frac{a}{2}} \\ f_m &= \sum_{j=0,2,4,\dots}^{\infty} a_{j,m} (1-z)^{m+j} & f_m' &= \frac{df_m}{dz} = - \sum_{j=0,2,4,\dots}^{\infty} a_{j,m} (m+j) (1-z)^{m+j-1} \\ f_m'' &= \frac{d^2 f_m}{dz^2} = \sum_{j=0,2,4,\dots}^{\infty} a_{j,m} (m+j)(m+j-1) (1-z)^{m+j-2} & (4) \\ f_m''' &= \frac{d^3 f_m}{dz^3} = - \sum_{j=0,2,4,\dots}^{\infty} a_{j,m} (m+j)(m+j-1)(m+j-2) (1-z)^{m+j-3} \end{aligned}$$

con $m=1,3$.

En las series, los coeficientes son

$$\begin{aligned} a_{0,m} &= 1 & a_{2,m} &= \frac{a}{(m+2)(m+1)} a_{0,m} & a_{4,m} &= \frac{a}{(m+4)(m+3)} a_{2,m} \\ a_{j,m} &= \frac{a}{(m+j)(m+j-1)} a_{j-2,m} + \frac{g^2 a}{(m+j)(m+j-1)(m+j-2)(m+j-3)} a_{j-6,m} \end{aligned} \quad (5)$$

para $j=6, 8, 10, \dots, 8$.

Los elementos de la tercera y cuarta columna del determinante de la ecuación (3) se calculan con las expresiones (4), poniendo en ellas $z=k$ y sucesivamente $m=1$ y $m=3$.

En el caso considerado se tiene, $a = 116,940728$, $k = \frac{1}{3}$ y $e = -1,127196298$. El cálculo, realizado con un programa en FORTRAN desarrollado al efecto da el siguiente valor crítico

$$g_K = 2,3949 \quad (6)$$

lo que permite calcular cada una de las cargas críticas en régimen elástico mediante la expresión (2), obteniéndose

$$P_K = g_K \frac{\sqrt{EI_y GI_T}}{L^2} = 49,477 \cdot 10^{-3} \text{ kN}$$

o sea que la carga crítica total es

$$2 P_K = 98,984 \text{ N} \quad (7)$$

5.- CONCLUSIONES

La técnica experimental desarrollada en el presente trabajo para la determinación de la carga crítica de pandeo lateral torsional sobre un modelo reducido ha sido eficaz, dando resultados comparables con los obtenidos a partir de la utilización de otros métodos experimentales^{11,12}.

Si se comparan las cargas críticas obtenidas en forma experimental y en forma analítica, se observa que la carga crítica obtenida experimentalmente es superior en un 49 %.

A modo de hipótesis, podría pensarse que el mayor valor de la carga obtenida experimentalmente puede deberse al hecho de que en el planteo teórico se consideran los extremos de la barra articulados, de modo que las rotaciones alrededor de los ejes principales de inercia x e y de las secciones extremas se realizan en forma absolutamente libre. En el modelo experimental, las fuerzas de frotamiento podrían estar produciendo un cierto grado de empotramiento cuya consecuencia es el aumento de la carga crítica. A su vez, las irregularidades propias de la sección del perfil podrían estar produciendo algún efecto sobre la carga crítica. Finalmente, la diferencia podría deberse a errores de la misma teoría de segundo orden de barras de paredes delgadas.

El origen de esta discrepancia deberá ser aclarado mediante investigaciones ulteriores.

Es asimismo interesante observar que en la norma americana LRFD del American Institute of Steel Construction⁹, en su capítulo F parágrafo F1, se afirma que el pandeo lateral torsional de vigas no puede ocurrir en barras flexadas con respecto al eje de menor momento de inercia. Esta afirmación está también en los comentarios de la misma norma. Esta prescripción está incorporada en el Proyecto de Reglamento CIRSOC 301¹³.

En el modelo ensayado, es $I_x < I_y$ y el estado límite se ha alcanzado por pandeo lateral torsional.

Este hecho nos hace dudar acerca de si lo afirmado en las normas citadas es cierto en todos los casos, sobre todo para aceros con alto límite de fluencia, ya que desde un punto de vista teórico no se encuentra una razón para descartar de plano la posibilidad de falla por pandeo lateral torsional cuando $I_x < I_y$, en todos los casos.

6.- REFERENCIAS

- 1.- Rezk, Horacio y Zambon, Rosana: "Pandeo lateral de barras de acero de sección I empotradas en un extremo y solicitadas a compresión, flexión y corte", "Revista de Ingeniería Estructural" de la Asociación de Ingenieros Estructurales, Vol. II, Nro. 4, dic. de 1984.
- 2.- Rezk, Horacio: "Pandeo lateral torsional de vigas de sección rectangular con dos cargas concentradas iguales", publicado en la revista "Engenharia. Estudo e Pesquisa", editada por la Universidade Federal de Juiz de Fora, Brasil, pág. 89 a 107, v2-n2- jul/dez 1999.
- 3.- Rezk, Horacio: "Pandeo lateral de vigas elásticas prismáticas de paredes delgadas simplemente apoyadas bajo cargas uniformemente distribuidas", Memorias de las XII Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural esas Jornadas, Tomo II, pág. 65 a 73. año 1992
- 4.- Rezk, Horacio y La Cava, Antonio: "Pandeo lateral de vigas elásticas prismáticas de sección T simplemente apoyadas bajo cargas uniformemente distribuidas", Memorias de las XXVI Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural Volumen 2, pág. 195 a 206, año 1993
- 5.- Rezk, Horacio: "Pandeo lateral de vigas I con dos cargas concentradas iguales", "Contribuciones Técnicas y Conferencias de las XVI Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural", pág. 210 a 231, año 1998.
- 6.- Rezk, Horacio: "Pandeo lateral torsional de vigas de sección Te con dos cargas concentradas iguales", XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural "Jubileo don Julio Ricaldoni", año 2000
- 7.- Rezk, Horacio: "Pandeo lateral torsional de vigas de sección doble te con su sección central arriostrada y cargadas con dos fuerzas concentradas". publicado en XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, año 2002
- 8.- Rezk Horacio: "Pandeo lateral torsional de vigas de sección doble te cargadas con una fuerza concentrada en el centro y arriostradas en dos secciones simétricamente dispuestas", XVIII Jornadas Argentinas de Ingeniería Estructural, año 2004.
- 9.- American Institute of Steel Construction, "Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings", December 27, 1999.
- 10.- Comité Européen de Normalisation, "Eurocode 3, Calcul des structures en acier et Document d'Application National. Partie 1: Règles générales et règles pour les bâtiments". Association Française de Normalisation, 1992.
- 11.- Turvey, G. J.: "Effect of load position on the lateral buckling response of pultruded GRP cantilevers – comparisons between theory and experiment", Composites Structures, 1996, 35, pp.33-47.
- 12.- Menken, C., Schreppers, G., Groot, W, Petterson, R.: "Analyzing buckling mode interactions in elastic structures using asymptotic approach; theory and experiments", Computers and Structures, 1997, 64, pp. 473-480.
- 13.- CIRSOC, "Proyecto de Reglamento Argentino de Estructuras de Acero para Edificios", CIRSOC 301, Año 2000.