



JUBILEO
Prof. Julio Ricaldoni

PANDEO LATERAL TORSIONAL DE VIGAS DE SECCIÓN TE CON DOS CARGAS CONCENTRADAS IGUALES

HORACIO REZK, Profesor Titular de la Universidad de Buenos Aires y del Instituto de Enseñanza Superior del Ejército, Argentina.

SUMARIO

La norma LRFD del American Institute of Steel Construction y el Eurocode 3 presentan fórmulas aproximadas que permiten el cálculo de las cargas críticas de pandeo lateral torsional de vigas de acero en régimen elástico.

Con el fin de conocer los errores que se cometen al emplear dichas fórmulas, se ha estudiado un caso particular, que es el de una viga de sección Te cargada con dos fuerzas concentradas iguales simétricamente dispuestas respecto de la sección central de la viga. Se considera la viga en posición normal e invertida y las cargas aplicadas a una distancia variable de la sección central y en un punto a una altura también variable.

Se resuelve el problema analíticamente mediante las ecuaciones diferenciales básicas de la teoría de segundo orden de las barras elásticas de paredes delgadas, obteniéndose las cargas críticas en forma adimensional, en función de variables adimensionales que representan las propiedades de la viga y la posición de las cargas. Los resultados se presentan mediante tablas.

Con fines comparativos, se calculan las cargas críticas aplicando las fórmulas aproximadas indicadas en el Eurocode 3 y en la norma LRFD del American Institute of Steel Construction y en cada caso se analizan los errores resultantes de las mismas.

1. Introducción

El pandeo lateral torsional de vigas de acero es una forma de falla que generalmente es evitada mediante soportes que impiden el desplazamiento lateral del cordón comprimido. Aún cuando no exista una real conexión a un arriostramiento, suelen estar presente las fuerzas de fricción entre el cordón superior y lo que apoya sobre la viga.

Sin embargo, a veces el soporte lateral tiene una dudosa efectividad o es inexistente. En tales casos es necesario considerar a la viga sin arriostramientos que prevengan la inestabilidad por pandeo lateral torsional.

Las normas referentes a construcciones de acero contienen prescripciones para facilitar la verificación de la seguridad de las vigas frente a este tipo de falla. El cálculo de los momentos críticos en régimen elástico se realiza mediante fórmulas aproximadas que se refieren a distintos casos particulares.

En el presente trabajo se ha considerado un caso particular de pandeo lateral torsional y se lo ha resuelto analíticamente. Sus resultados se comparan con los que resultan de aplicar los procedimientos prescritos en el Eurocode 3 (ref. 10.6) y en la norma LRFD de American Institute of Steel Construction (ref. 10.4) y se analizan los errores que resultan de su aplicación.

2. El Problema Considerado

Se supone una viga elástica prismática de sección Te simplemente apoyada, según se muestra en las figuras 2.1 y 2.2.

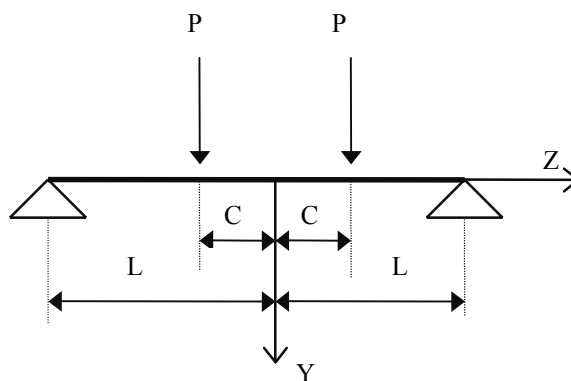


Fig. 2.1

Para estudiar el problema usamos un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales X , Y , Z de modo que en la configuración inicial de la barra, el eje Z coincide con el eje baricéntrico de la barra y los ejes X e Y son en cada sección ejes principales de inercia. También usamos un

sistema de coordenadas acompañantes x , y , z , que en la configuración inicial de la barra coinciden con las cartesianas y que permanecen constantes para cada punto durante la deformación de la misma.

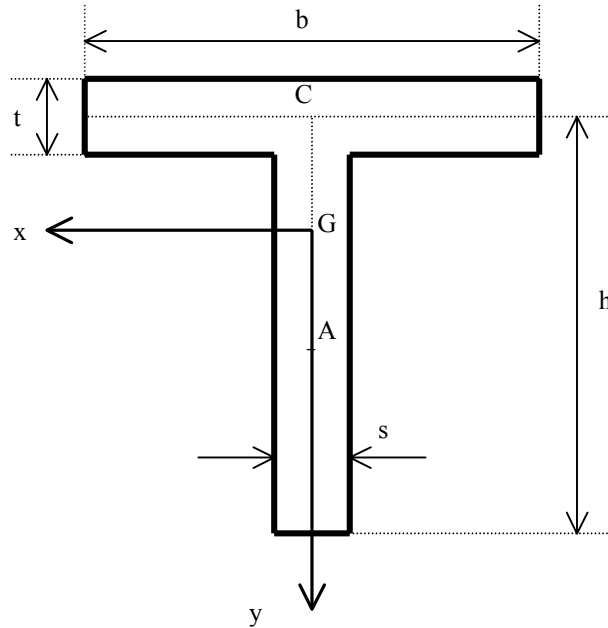


Fig. 2.2. Sección transversal de la barra.

Suponemos que la barra está cargada con dos fuerzas

$$\bar{P} = P\bar{e}_Y \quad (2.1)$$

que tienen la dirección del eje Y del sistema de coordenadas cartesianas y están aplicadas en secciones transversales a una distancia c de la sección central de la viga. El punto de aplicación de cada fuerza en su correspondiente sección transversal es el punto A , cuyas coordenadas acompañantes son $0, y_A$ (ver figura 2.2).

En los tramos $0 < z < c$ y $c < z < L$, no hay fuerzas exteriores distribuidas.

3. Las Ecuaciones de Equilibrio Interno y los Esfuerzos de la Barra

Como la estructura y las cargas son simétricas respecto del plano $Z = 0$ y el modo de pandeo lateral es también simétrico respecto de dicho plano, estudiamos la mitad de la viga cuyas coordenadas z son positivas.

Dado que en la sección $z = c$ está aplicada una fuerza concentrada, a los efectos de resolver el problema, consideramos separadamente el intervalo $0 < z < c$, que llamamos tramo 1 y el intervalo $c < z < L$, que llamamos tramo 2.

Teniendo en cuenta que las fuerzas exteriores distribuidas son nulas, las ecuaciones diferenciales de equilibrio interno para el tramo 1 son (ver art. 5 de referencia 10.2)

$$\begin{aligned}
 \frac{dQ_{X_1}}{dz} &= 0 & -Q_{Y_1} + \left(\frac{dv_1}{dz} - x_c \frac{d\Theta_1}{dz} \right) N_{Z_1} + \frac{dM_{X_1}}{dz} &= 0 \\
 \frac{dQ_{Y_1}}{dz} &= 0 & Q_{X_1} - \left(\frac{du_1}{dz} + y_c \frac{d\Theta_1}{dz} \right) N_{Z_1} + \frac{dM_{Y_1}}{dz} &= 0 \\
 \frac{dN_{Z_1}}{dz} &= 0 & -\frac{dv_1}{dz} Q_{X_1} + \frac{du_1}{dz} Q_{Y_1} + \frac{dM_{Z_1}}{dz} &= 0
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

En estas ecuaciones Q_{X_1} , Q_{Y_1} , N_{Z_1} , M_{X_1} , M_{Y_1} y M_{Z_1} son los esfuerzos de la barra en la configuración deformada referidos a las coordenadas cartesianas fijas X , Y , Z ; u_1 y v_1 son las componentes de los desplazamientos de los centros de corte de las secciones en las direcciones de los ejes X e Y , respectivamente; Θ_1 es la rotación de las secciones en su propio plano; x_c e y_c son las coordenadas del centro de corte.

Si integramos las ecuaciones (3.1) y tenemos en cuenta que la coordenada x_c del centro de corte es nula, se obtiene

$$\begin{aligned}
 Q_{X_1} &= Q_{X_1}^* & M_{X_1} &= Q_{Y_1}^* z - N_{Z_1}^* v_1 + M_{X_1}^* \\
 Q_{Y_1} &= Q_{Y_1}^* & M_{Y_1} &= -Q_{X_1}^* z - N_{Z_1}^* (u_1 + y_c \Theta_1) + M_{Y_1}^* \\
 N_{Z_1} &= N_{Z_1}^* & M_{Z_1} &= Q_{X_1}^* v_1 - Q_{Y_1}^* u_1 + M_{Z_1}^*
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

En forma análoga, se obtiene para el tramo 2

$$\begin{aligned}
 Q_{X_2} &= Q_{X_2}^* & M_{X_2} &= Q_{Y_2}^* z - N_{Z_2}^* v_2 + M_{X_2}^* \\
 Q_{Y_2} &= Q_{Y_2}^* & M_{Y_2} &= -Q_{X_2}^* z + N_{Z_2}^* (u_2 + y_c \Theta_2) + M_{Y_2}^* \\
 N_{Z_2} &= N_{Z_2}^* & M_{Z_2} &= Q_{X_2}^* v_2 - Q_{Y_2}^* u_2 + M_{Z_2}^*
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

En las ecuaciones (3.2) y (3.3), las cantidades señaladas con un asterisco (*), forman un conjunto de doce constantes de integración.

Para determinar estas doce constantes se necesitan doce condiciones.

Si se considera el equilibrio en la configuración deformada de un segmento de barra comprendido entre dos secciones infinitamente próximas de coordenadas, $z = c - \delta$ y $z = c + \delta$, con $\delta \rightarrow 0$, podemos plantear seis ecuaciones de equilibrio consistentes en tres ecuaciones de nulidad de la suma de las proyecciones de las fuerzas sobre los ejes X, Y, Z y tres ecuaciones de nulidad de la suma de los momentos respecto de tres ejes que pasan por el punto A donde está aplicada la fuerza P y paralelos a los ejes X, Y, Z , respectivamente. Las ecuaciones resultantes son

$$\begin{aligned}
 -Q_{X_1}^* + Q_{X_2}^* &= 0 & -Q_{Y_1}^* + Q_{Y_2}^* + P &= 0 & -N_{Z_1}^* + N_{Z_2}^* &= 0
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Q_{Y_1}^* [v'_c(y_A - y_C) - c] + N_{Z_1}^* (y_A + v_c) - M_{X_1}^* + Q_{Y_2}^* [-v'_c(y_A - y_C) + c] - N_{Z_2}^* (y_A + v_c) + M_{X_2}^* &= 0 \\
Q_{X_1}^* [v'_c(y_A - y_C) + c] + N_{Z_1}^* [\Theta_c(y_A - y_C) - u_c] - M_{Y_1}^* + \\
+ Q_{X_2}^* [-v'_c(y_C - y_A) - c] + N_{Z_2}^* [-\Theta_c(y_A - y_C) + u_c] + M_{Y_2}^* &= 0 \quad (3.4) \\
Q_{X_1}^* (y_C - y_A - v_c) + Q_{Y_1}^* [(y_C - y_A)\Theta_c + u_c] - M_{Z_1}^* +
\end{aligned}$$

$y \qquad \qquad \qquad A$

En estas ecuaciones se usa la notación

$$\begin{aligned}
v_c &= (v_1)_{z=c} = (v_2)_{z=c} & u_c &= (u_1)_{z=c} = (u_2)_{z=c} \\
v'_c &= \left(\frac{dv_1}{dz} \right)_{z=c} = \left(\frac{dv_2}{dz} \right)_{z=c} & \Theta_c &= (\Theta_1)_{z=c} = (\Theta_2)_{z=c}
\end{aligned}$$

que tiene en cuenta las condiciones de continuidad en la sección $z = c$.

Además, por razones de simetría en $z = 0$, se tiene

$$(Q_{X_1})_{z=0} = 0 \qquad (Q_{Y_1})_{z=0} = 0 \qquad (M_{Z_1})_{z=0} = 0 \quad (3.5)$$

y las condiciones de borde en $0 \leq z \leq L$ son

$$(\Theta_2)_{z=1} = 0 \qquad \frac{dQ_{X_1}}{dz} = 0 \qquad \kappa = 0,1 \quad (3.6)$$

Si introducimos la primera, tercera y sexta ecuación (3.2) en las ecuaciones (3.5), se obtiene

$$Q_{X_1}^* = 0 \qquad Q_{Y_1}^* = 0 \qquad Q_{X_1}^* (v_1)_{z=0} - Q_{Y_1}^* (u_1)_{z=0} + M_{Z_1}^* = 0 \quad (3.7)$$

y si introducimos la segunda, cuarta y quinta ecuación (3.3) en las ecuaciones (3.6) y tenemos en cuenta la nulidad de los desplazamientos u_2 y v_2 y la rotación Θ_2 en el extremo articulado, resulta

$$Q_{Y_2}^* L + M_{X_2}^* = 0 \qquad -Q_{X_2}^* L + M_{Y_2}^* = 0 \qquad N_{Z_2}^* = 0 \quad (3.8)$$

Las ecuaciones (3.4), (3.7) y (3.8) forman un sistema de 12 ecuaciones lineales algebraicas en las constantes $Q_{X_1}^*$, $Q_{Y_1}^*$, $N_{Z_1}^*$, $M_{X_1}^*$, $M_{Y_1}^*$, $M_{Z_1}^*$, $Q_{X_2}^*$, $Q_{Y_2}^*$, $N_{Z_2}^*$, $M_{X_2}^*$, $M_{Y_2}^*$ y $M_{Z_2}^*$. Después de resolver el sistema y reemplazar los valores de las constantes en las ecuaciones (3.2) y (3.3), se obtienen los esfuerzos para el tramo 1

$$\begin{aligned}
Q_{X_1} &= 0 & M_{X_1} &= P[L - c + v'_c(y_A - y_C)] \\
Q_{Y_1} &= 0 & M_{Y_1} &= 0 \\
N_{Z_1} &= 0 & M_{Z_1} &= 0
\end{aligned} \quad (3.9)$$

y para el tramo 2

$$\begin{aligned}
Q_{X_2} &= 0 & M_{X_2} &= P(L - z) \\
Q_{Y_2} &= -P & M_{Y_2} &= 0 \\
N_{Z_2} &= 0 & M_{Z_2} &= P[u_2 + (y_A - y_C)\Theta_c - u_c]
\end{aligned} \quad (3.10)$$

4. Las Relaciones entre Esfuerzos y Deformaciones

Las relaciones entre esfuerzos y deformaciones indicadas en referencia 10.2 como ecuaciones (6.11) son

$$\begin{aligned}
 EI_x \frac{d^2 v}{dz^2} + (y_c Q_x - M_z) \frac{du}{dz} + y_c Q_y \frac{dv}{dz} + (y_c Q_x - x_c Q_y - M_z) y_c \frac{d\Theta}{dz} + M_y \Theta + M_x &= 0 \\
 EI_y \frac{d^2 u}{dz^2} + (x_c Q_y + M_z) \frac{dv}{dz} + x_c Q_x \frac{du}{dz} + (y_c Q_x - x_c Q_y - M_z) x_c \frac{d\Theta}{dz} + M_x \Theta - M_y &= 0 \\
 EI_\omega \frac{d^3 \Theta}{dz^3} + (-y_c N_z + M_x) \frac{du}{dz} + (x_c N_z + M_y) \frac{dv}{dz} - (GI_T + i_c^2 N_z + r_x M_x - r_y M_y) \frac{d\Theta}{dz} + M_z &= 0
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

En estas ecuaciones, I_x , I_y son los momentos principales de inercia baricéntricos de la sección; I_ω es su momento de inercia sectorial; I_T es la constante de torsión libre; i_c es su radio de giro polar respecto del centro de corte; y r_x , r_y son dos constantes geométricas de la sección definidas por las expresiones

$$r_x = \frac{\iint_A y(x^2 + y^2) dx dy}{I_x} - 2y_c \quad r_y = \frac{\iint_A x(x^2 + y^2) dx dy}{I_y} - 2x_c$$

Si en las ecuaciones (4.1) introducimos los esfuerzos expresados por las ecuaciones (3.9) y se tienen en cuenta las condiciones de simetría del perfil Te ($r_y = x_c = 0$) y la nulidad de I_ω , se tiene para el tramo 1,

$$\begin{aligned}
 EI_x \frac{d^2 v_1}{dz^2} + P[L - c + v'_c(y_A - y_c)] &= 0 \\
 EI_y \frac{d^2 u_1}{dz^2} + P(L - c)\Theta_1 &= 0 \\
 P(L - c) \frac{du_1}{dz} - [GI_T + r_x P(L - c)] \frac{d\Theta_1}{dz} &= 0
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Después de derivar la última ecuación (4.2) una vez respecto de z , resulta

$$P(L - c) \frac{d^2 u_1}{dz^2} - [GI_T + r_x P(L - c)] \frac{d^2 \Theta_1}{dz^2} = 0 \tag{4.3}$$

Si procedemos en forma análoga para el tramo 2, obtenemos

$$\begin{aligned}
 EI_x \frac{d^2 v_2}{dz^2} - y_c P \frac{dv_2}{dz} + P(L - z) &= 0 \\
 EI_y \frac{d^2 u_2}{dz^2} + P(L - z)\Theta_2 &= 0 \\
 P(L - z) \frac{du_2}{dz} - [GI_T + r_x P(L - z)] \frac{d\Theta_2}{dz} + Pu_2 + P[(y_A - y_c)\Theta_c - u_c] &= 0
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Después de derivar la última ecuación (4.4) una vez respecto de z , se tiene

$$P(L-z)\frac{d^2u_2}{dz^2} - [GI_T + r_x P(L-z)]\frac{d^2\Theta_2}{dz^2} + r_x P\frac{d\Theta_2}{dz} = 0 \quad (4.5)$$

La primera ecuación (4.2) y la primera ecuación (4.4) permiten obtener la deflexión de la viga en su plano de simetría Y, Z . Para analizar el problema de pandeo lateral debemos considerar el sistema de ecuaciones homogéneas formado por la segunda ecuación (4.2), la segunda ecuación (4.4) y las ecuaciones (4.3) y (4.5).

De la segunda ecuación (4.2), obtenemos

$$\frac{d^2u_1}{dz^2} = -\frac{P(L-c)}{EI_y}\Theta_1$$

que, reemplazada en la ecuación (4.3), nos da

$$\frac{d^2\Theta_1}{dz^2} + \frac{P^2(L-c)^2}{EI_y[GI_T + r_x P(L-c)]}\Theta_1 = 0 \quad (4.6)$$

Si procedemos en forma análoga con la segunda ecuación (4.4) y la ecuación (4.5), se obtiene

$$[GI_T + r_x P(L-z)]\frac{d^2\Theta_2}{dz^2} - r_x P\frac{d\Theta_2}{dz} + \frac{P^2(L-z)^2}{EI_y}\Theta_2 = 0 \quad (4.7)$$

Las ecuaciones diferenciales (4.6) y (4.7) deben satisfacer las siguientes condiciones de borde y continuidad

$$\left(\frac{d\Theta_1}{dz}\right)_{z=0} = 0 \quad (\Theta_2)_{z=L} = 0 \quad (\Theta_1)_{z=c} = (\Theta_2)_{z=c} \quad (4.8)$$

Asimismo, deben cumplir una condición adicional que obtenemos restando miembro a miembro la última ecuación (4.2) y la última ecuación (4.4). Si luego ponemos $z = c$ y tenemos en cuenta que

$$Q_{Y_2}^* = 0$$

resulta la condición

$$\zeta \quad M \quad Y \quad 1 \quad (4.9)$$

En el caso de una sección Te como la que se muestra en la figura 2.2, las constantes geométricas que aparecen en las ecuaciones se calculan con las expresiones

$$\psi = 0,3 \quad \kappa = \frac{c}{L} \quad I_T = \frac{bt^3 + hs^3}{3} \quad (4.10)$$

$$r_x = \frac{\frac{s}{4}[(y_c + h)^4 - y_c^4] + y_c t \left(\frac{b^3}{12} + b y_c^2 \right)}{\frac{s}{3}[(y_c + h)^3 - y_c^3] + y_c^2 b t} - 2 y_c$$

Con el fin de facilitar la resolución del problema y la presentación de los resultados, definimos los adimensionales

$$\xi = 1 - \frac{z}{L}; \quad \kappa = \frac{c}{L}; \quad \gamma = \frac{PL^2}{\sqrt{EI_y GI_T}} \quad \psi = \frac{r_x}{L} \sqrt{\frac{EI_y}{GI_T}}; \quad \mu = \frac{y_A - y_C}{L} \sqrt{\frac{EI_y}{GI_T}} \quad (4.11)$$

Las ecuaciones básicas (4.6) y (4.7) para la resolución del problema quedan entonces en la forma

$$[1 + \gamma\psi(1 - \kappa)] \frac{d^2 \Theta_1}{d\xi^2} + \gamma^2(1 - \kappa)^2 \Theta_1 = 0 \quad (4.12)$$

$$(1 + \gamma\psi\xi) \frac{d^2 \Theta_2}{d\xi^2} + \gamma\psi \frac{d\Theta_2}{d\xi} + \gamma^2 \xi^2 \Theta_2 = 0 \quad (4.13)$$

y las condiciones de borde y continuidad (4.8) y (4.9) quedan en la forma

$$\left(\frac{d\Theta_1}{d\xi} \right)_{\xi=1} = 0 \quad (\Theta_2)_{\xi=0} = 0 \quad (\Theta_1)_{\xi=1-\kappa} = (\Theta_2)_{\xi=1-\kappa} \quad (4.14)$$

$$[1 + \gamma\psi(1 - \kappa)] \left[\left(\frac{d\Theta_2}{d\xi} \right)_{\xi=1-\kappa} - \left(\frac{d\Theta_1}{d\xi} \right)_{\xi=1-\kappa} \right] + \gamma\mu\Theta_c = 0$$

La solución del problema de pandeo lateral considerado se basa en la solución de las ecuaciones diferenciales (4.12) y (4.13), las que deben satisfacer las cuatro condiciones de borde y continuidad expresadas por las ecuaciones (4.14).

5. La Solución de las Ecuaciones Diferenciales del Problema

La solución general de la ecuación diferencial (4.12) correspondiente al tramo 1 (intervalo $1 - \kappa < \xi < 1$) es

$$\Theta_1 = A_1 \sin \lambda \xi + A_2 \cos \lambda \xi \quad (5.1)$$

donde A_1 y A_2 son dos constantes arbitrarias y λ es un adimensional definido por las expresiones

$$\lambda = \frac{\gamma(1 - \kappa)}{\sqrt{\omega}} \quad \omega = 1 + \gamma\psi(1 - \kappa) \quad (5.2)$$

La derivada primera de la solución (5.1) es

$$\frac{d\Theta_1}{d\xi} = A_1 \lambda \cos \lambda \xi - A_2 \lambda \sin \lambda \xi \quad (5.3)$$

Proponemos como solución de la ecuación (4.13) una serie de potencias de la forma

$$\Theta_2 = \xi^m (a_{0,m} + a_{1,m} \xi + a_{2,m} \xi^2 + a_{3,m} \xi^3 + \dots) \quad (5.4)$$

donde m es una constante.

Si introducimos la ecuación (5.4) en la ecuación diferencial (4.13), se obtiene una serie de potencias de ξ donde la menor potencia es ξ^{m-2} . Si anulamos el coeficiente de esa potencia en la serie, se obtiene

$$a_{0,m} m(m-1) = 0 \quad (5.5)$$

Esta ecuación se satisface cuando

$$m = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad (5.6)$$

y adoptamos arbitrariamente $a_{0,m} = 1$.

Si anulamos todos los demás coeficientes de la serie de potencias resultante, se obtienen los coeficientes $a_{i,m}$ de dos series de potencias de la forma (5.4) que son solución de la ecuación diferencial y que se corresponden con los valores de m consignados en la ecuación (5.6).

La solución general de la ecuación diferencial (4.13) puede entonces expresarse como la suma de dos series multiplicadas por sendas constantes arbitrarias, o sea

$$\Theta_2 = C_0 f_0 + C_1 f_1 \quad (5.7)$$

donde C_0 y C_1 son dos constantes y las series son

$$f_m = \sum_{i=0}^{\infty} a_{i,m} \xi^{m+i} \quad (5.8)$$

$$m = 0, 1.$$

Los coeficientes de las series en la expresión (5.8) son

$$a_{0,m} = 1$$

$$a_{i,m} = -\gamma \psi \frac{m+i-1}{m+i} a_{i-1,m} \quad i = 1, 2, 3 \quad (5.9)$$

$$a_{i,m} = -\frac{\gamma}{m+i} \left[\frac{\gamma}{m+i} a_{i-4,m} + \psi(m+i-1) a_{i-1,m} \right] \quad i = 4, 5, \dots, \infty$$

En las expresiones (5.9), m toma los valores (5.6).

Las derivadas primeras de las series (5.8) son

$$f'_m = \frac{df_m}{d\xi} = \sum_{i=0}^{\infty} a_{i,m} (m+i) \xi^{m+i-1} \quad (5.10)$$

donde $m = 0, 1$.

Si introducimos la expresión (5.3) en la primera de las condiciones (4.14), se obtiene

$$A_1 \cos \lambda - A_2 \sin \lambda = 0 \quad (5.11)$$

Si reemplazamos la expresión (5.7) en la segunda condición (4.14), se obtiene

$$C_0 = 0 \quad (5.12)$$

con lo que la ecuación (5.7) se reduce a

$$\Theta_2 = C_1 f_1 \quad (5.13)$$

Si introducimos las expresiones (5.1) y (5.13) en la tercera condición (4.14), resulta

$$A_1 \sin \lambda(1-\kappa) + A_2 \cos \lambda(1-\kappa) = C_1 (f_1)_{\xi=1-\kappa} \quad (5.14)$$

Finalmente, con la última ecuación (4.14), se obtiene

$$\begin{aligned} C_1 \omega \left(\frac{df_1}{d\xi} \right)_{\xi=1-\kappa} + A_1 [\gamma \mu \sin \lambda(1-\kappa) - \omega \lambda \cos \lambda(1-\kappa)] + \\ + A_2 [\omega \lambda \sin \lambda(1-\kappa) + \gamma \mu \cos \lambda(1-\kappa)] = 0 \end{aligned} \quad (5.15)$$

Las ecuaciones (5.11), (5.14) y (5.15) forman un sistema de ecuaciones lineales algebraicas homogéneas en A_1 , A_2 y C_1 .

La condición para que este sistema tenga soluciones distintas de la trivial es que se anule el determinante de la matriz de los coeficientes. Después de desarrollar el determinante, se obtiene la ecuación

$$(f_1)_{\xi=1-\kappa} [\gamma \mu \cos \lambda \kappa - \omega \lambda \sin \lambda \kappa] + \omega \left(\frac{df_1}{d\xi} \right)_{\xi=1-\kappa} \cos \lambda \kappa = 0 \quad (5.16)$$

Para evaluar f_1 y su primera derivada en $\xi = 1 - \kappa$ se usan las ecuaciones (5.8) y (5.10), poniendo en ellas $\xi = 1 - \kappa$ y $m = 1$.

Teniendo en cuenta la definición de los adimensionales λ y ω , dadas por las ecuaciones (5.2), puede decirse que la ecuación (5.16) es una función de la forma

$$F(\psi, \kappa, \mu, \gamma) = 0 \quad (5.17)$$

donde el adimensional ψ depende de las propiedades geométricas y mecánicas de la viga, κ define la posición de las cargas en la longitud de la viga, μ caracteriza a la ubicación del punto de aplicación de las cargas en el plano de la sección y depende además de las propiedades de la viga y γ es un adimensional que representa a la magnitud de las cargas con relación a las propiedades de la viga.

Fijados ψ , κ y μ , el menor valor real positivo de γ que satisface la ecuación (5.17) es el valor crítico γ_K correspondiente a valores positivos de P en la ecuación (2.1). Con la viga en la posición normal mostrada en la figura 2.2, las cargas críticas en régimen elástico están dirigidas hacia abajo y se calculan mediante la expresión

$$P_K = \gamma_K \frac{\sqrt{EI_y GI_T}}{L^2} \quad (5.18)$$

El mayor valor real negativo de γ que satisface la ecuación (5.17) es el valor crítico γ_K correspondiente a valores negativos de P ; las cargas críticas se obtienen también con la ecuación (5.18) y corresponden al caso de una viga en posición invertida, con cargas dirigidas hacia abajo.

6. Los Resultados Obtenidos

Para realizar los cálculos de γ_K positivos y negativos, se desarrolló un programa de computación en lenguaje Fortran en el que se usó doble precisión. En todos los casos la evaluación de las series se realizó mediante la suma de sus doscientos primeros términos y luego fueron repetidos los cálculos tomando la suma de sus primeros mil términos, obteniéndose resultados coincidentes.

Los valores de κ se tomaron entre 0,0 a 0,7 con incrementos de 0,1 y los de los adimensionales ψ y μ se adoptaron dentro del intervalo donde se estimó que podrían presentarse las aplicaciones. El caso en que $\kappa = 0$, corresponde en realidad al de una única fuerza concentrada en el centro de la viga de valor $F = 2P$.

Los resultados se consignan en las tablas 6.1 a 6.8. Para ciertos valores de los adimensionales no existe posibilidad de pandeo lateral (las series no son convergentes); en tal caso se consigna un (*) en el lugar de la tabla.

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	0,3368	0,3422	0,3478
-2,75	0,3669	0,3733	0,3798
-2,50	0,4027	0,4104	0,4182
-2,25	0,4460	0,4553	0,4648
-2,00	0,4991	0,5106	0,5223
-1,75	0,5657	0,5801	0,5949
-1,50	0,6510	0,6695	0,6884
-1,25	0,7631	0,7873	0,8121
-1,00	0,9142	0,9464	0,9794
-0,75	1,1222	1,1653	1,2092
-0,50	1,4101	1,4665	1,5232
-0,25	1,7972	1,8664	1,9350
0,00	2,2787	2,3570	2,4338
0,00	-1,9470	-1,8581	-1,7656
0,25	-1,5144	-1,4423	-1,3697
0,50	-1,1898	-1,1366	-1,0844
0,75	-0,9589	-0,9206	-0,8835
1,00	-0,7940	-0,7661	-0,7392

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	0,3721	0,3780	0,3841
-2,75	0,4049	0,4119	0,4191
-2,50	0,4439	0,4522	0,4608
-2,25	0,4908	0,5008	0,5111
-2,00	0,5480	0,5603	0,5730
-1,75	0,6192	0,6346	0,6504
-1,50	0,7096	0,7292	0,7492
-1,25	0,8268	0,8521	0,8781
-1,00	0,9821	1,0153	1,0493
-0,75	1,1914	1,2351	1,2796
-0,50	1,4746	1,5313	1,5883
-0,25	1,8505	1,9204	1,9898
0,00	2,3235	2,4041	2,4831
0,00	-1,9824	-1,8908	-1,7957
0,25	-1,5665	-1,4948	-1,4229
0,50	-1,2538	-1,2006	-1,1483
0,75	-1,0253	-0,9863	-0,9483
1,00	-0,8577	-0,8288	-0,8007

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	0,4170	0,4236	0,4304
-2,75	0,4535	0,4613	0,4692
-2,50	0,4967	0,5059	0,5154
-2,25	0,5485	0,5596	0,5710
-2,00	0,6116	0,6252	0,6391
-1,75	0,6897	0,7065	0,7238
-1,50	0,7881	0,8094	0,8313
-1,25	0,9147	0,9421	0,9702
-1,00	1,0806	1,1162	1,1526
-0,75	1,3008	1,3473	1,3946
-0,50	1,5940	1,6538	1,7141
-0,25	1,9770	2,0511	2,1249
0,00	2,4550	2,5422	2,6278
0,00	-2,0855	-1,9865	-1,8839
0,25	-1,6774	-1,6022	-1,5271
0,50	-1,3613	-1,3052	-1,2503
0,75	-1,1242	-1,0826	-1,0422
1,00	-0,9468	-0,9157	-0,8854

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	0,4755	0,4831	0,4907
-2,75	0,5170	0,5258	0,5348
-2,50	0,5659	0,5764	0,5871
-2,25	0,6246	0,6372	0,6501
-2,00	0,6958	0,7112	0,7269
-1,75	0,7837	0,8028	0,8223
-1,50	0,8942	0,9182	0,9428
-1,25	1,0355	1,0662	1,0976
-1,00	1,2192	1,2589	1,2996
-0,75	1,4608	1,5124	1,5649
-0,50	1,7779	1,8441	1,9109
-0,25	2,1848	2,2673	2,3495
0,00	2,6819	2,7811	2,8784
0,00	-2,2622	-2,1504	-2,0355
0,25	-1,8529	-1,7701	-1,6877
0,50	-1,5209	-1,4591	-1,3986
0,75	-1,2649	-1,2187	-1,1739
1,00	-1,0700	-1,0352	-1,0014

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	0,5545	0,5633	0,5723
-2,75	0,6028	0,6131	0,6236
-2,50	0,6598	0,6720	0,6845
-2,25	0,7281	0,7428	0,7578
-2,00	0,8109	0,8288	0,8472
-1,75	0,9131	0,9352	0,9580
-1,50	1,0412	1,0691	1,0978
-1,25	1,2047	1,2404	1,2770
-1,00	1,4164	1,4626	1,5099
-0,75	1,6928	1,7527	1,8138
-0,50	2,0511	2,1281	2,2058
-0,25	2,5011	2,5977	2,6941
0,00	3,0328	3,1516	3,2681
0,00	-2,5331	-2,4016	-2,2678
0,25	-2,1145	-2,0187	-1,9237
0,50	-1,7533	-1,6819	-1,6122
0,75	-1,4656	-1,4122	-1,3603
1,00	-1,2431	-1,2027	-1,1635

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	0,6662	0,6768	0,6876
-2,75	0,7244	0,7368	0,7495
-2,50	0,7931	0,8079	0,8229
-2,25	0,8754	0,8931	0,9113
-2,00	0,9754	0,9970	1,0193
-1,75	1,0987	1,1256	1,1532
-1,50	1,2536	1,2875	1,3224
-1,25	1,4512	1,4947	1,5394
-1,00	1,7069	1,7633	1,8211
-0,75	2,0391	2,1125	2,1873
-0,50	2,4642	2,5589	2,6547
-0,25	2,9839	3,1038	3,2237
0,00	3,5691	3,7196	3,8675
0,00	-2,9425	-2,7810	-2,6189
0,25	-2,5070	-2,3898	-2,2740
0,50	-2,0995	-2,0127	-1,9279
0,75	-1,7616	-1,6966	-1,6336
1,00	-1,4957	-1,4466	-1,3990

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	0,8353	0,8486	0,8622
-2,75	0,9086	0,9243	0,9403
-2,50	0,9954	1,0141	1,0332
-2,25	1,0996	1,1221	1,1452
-2,00	1,2264	1,2540	1,2823
-1,75	1,3834	1,4178	1,4531
-1,50	1,5810	1,6246	1,6694
-1,25	1,8341	1,8903	1,9481
-1,00	2,1623	2,2357	2,3111
-0,75	2,5876	2,6839	2,7823
-0,50	3,1243	3,2494	3,3762
-0,25	3,7559	3,9161	4,0767
0,00	4,4195	4,6238	4,8254
0,00	-3,5843	-3,3752	-3,1689
0,25	-3,1242	-2,9707	-2,8201
0,50	-2,6454	-2,5322	-2,4220
0,75	-2,2256	-2,1413	-2,0597
1,00	-1,8885	-1,8252	-1,7638

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	1,1190	1,1370	1,1555
-2,75	1,2182	1,2395	1,2613
-2,50	1,3361	1,3615	1,3875
-2,25	1,4779	1,5087	1,5402
-2,00	1,6513	1,6892	1,7281
-1,75	1,8670	1,9145	1,9634
-1,50	2,1404	2,2012	2,2638
-1,25	2,4932	2,5724	2,6541
-1,00	2,9537	3,0586	3,1665
-0,75	3,5512	3,6905	3,8333
-0,50	4,2911	4,4743	4,6606
-0,25	5,1120	5,3494	*
0,00	5,8896	6,1938	*
0,00	-4,6808	-4,3900	-4,1086
0,25	-4,1886	-3,9681	-3,7536
0,50	-3,5963	-3,4338	-3,2764
0,75	-3,0316	-2,9116	-2,7958
1,00	-2,5655	-2,4762	-2,3901

7. Cálculo de las Cargas Críticas mediante las Fórmulas Aproximadas del Eurocode 3

En el Eurocode 3 (ref. 10.6), la resistencia de cálculo de un elemento flexado se obtiene por un procedimiento que tiene en cuenta el momento crítico en régimen elástico (ver art. 5.5.2 de la norma).

En su anexo F, consigna procedimientos para calcular el momento crítico de vigas elásticas con diversas condiciones de carga. En el caso particular de secciones simétricas con respecto al eje de mínimo momento de inercia, como es el caso de la sección Te, se usa la fórmula (F-2)

$$M_{cr} = C_1 \frac{\pi^2 EI_z}{(kL)^2} \left\{ \left[\left(\frac{k}{k_w} \right)^2 \frac{I_w}{I_z} + \frac{(kL)^2 GI_t}{\pi^2 EI_z} + (C_2 z_g - C_3 z_j)^2 \right]^{0,5} - (C_2 z_g - C_3 z_j) \right\} \quad (7.1)$$

donde, en el caso que estamos considerando, debe ponerse $k = k_w = 1$; $I_w = 0$. Los valores de las constantes C_1 , C_2 y C_3 se toman de la tabla F.1.2 de dicho anexo, donde se encuentra $C_1 = 1,046$, $C_2 = 0,430$ y $C_3 = 1,120$. En el caso particular en que $\kappa = 0$, (una sola carga concentrada en el centro) las constantes son $C_1 = 1,365$, $C_2 = 0,553$ y $C_3 = 1,730$.

La fórmula (7.1), expresada en términos de los adimensionales definidos en el presente trabajo, queda en la forma

$$(\gamma_K)_e = \pm \frac{C_1 \pi^2}{4(1-\kappa)} \left\{ \left[\frac{4}{\pi^2} + \left(C_2 \mu + \frac{C_3}{2} \psi \right)^2 \right]^{0,5} \pm \left(C_2 \mu + \frac{C_3}{2} \psi \right) \right\} \quad (7.2)$$

donde hemos llamado $(\gamma_K)_e$ al valor crítico del adimensional definido por la tercera ecuación (4.11), calculado de acuerdo con la norma europea. En la ecuación (7.2) el signo (+) corresponde al caso en que $P > 0$ (fig. 2.1, viga en posición normal con la carga dirigida hacia abajo) y el signo (-) al caso en que $P < 0$ (viga en posición invertida con carga hacia abajo).

Mediante la expresión (7.2) se calcularon todos los valores de $(\gamma_K)_e$ que se corresponden con los valores de γ_K consignados en las tablas 6.1 a 6.8 y, tomando a estos últimos como valores exactos, se calcularon en cada caso los errores relativos porcentuales

$$E_e = \frac{\gamma_K - (\gamma_K)_e}{(\gamma_K)_e} 100\%$$

que se consignan en las tablas 7.1 a 7.8

Tabla 7.1. Valores de E_e para $\kappa = 0,0$			
μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	-23,4	-26,4	-29,4
-2,75	-23,7	-26,9	-30,1
-2,50	-24,0	-27,4	-31,0
-2,25	-24,3	-28,0	-31,9
-2,00	-24,6	-28,7	-33,0
-1,75	-24,9	-29,4	-34,1
-1,50	-25,1	-30,1	-35,3
-1,25	-25,1	-30,7	-36,4
-1,00	-24,9	-31,0	-37,1
-0,75	-24,1	-30,8	-37,2
-0,50	-22,7	-29,8	-36,3
-0,25	-20,6	-28,0	-34,5
0,00	-18,8	-26,1	-32,5
0,00	18,8	28,9	38,5
0,25	13,2	21,3	28,9
0,50	7,1	13,9	20,2
0,75	2,2	8,0	13,4
1,00	-1,6	3,5	8,3

Tabla 7.2. Valores de E_e para $\kappa = 0,1$			
μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	-19,4	-21,6	-23,7
-2,75	-19,3	-21,6	-23,9
-2,50	-19,1	-21,6	-24,1
-2,25	-18,8	-21,5	-24,3
-2,00	-18,4	-21,3	-24,3
-1,75	-17,8	-20,9	-24,1
-1,50	-16,8	-20,2	-23,7
-1,25	-15,3	-18,9	-22,7
-1,00	-13,0	-17,0	-21,0
-0,75	-9,7	-14,0	-18,2
-0,50	-5,1	-9,7	-14,2
-0,25	0,6	-4,3	-9,1
0,00	6,8	1,4	-3,7
0,00	29,4	34,4	38,9
0,25	20,3	24,7	28,5
0,50	12,5	16,3	19,8
0,75	6,3	9,8	13,0
1,00	1,7	4,9	7,9

Tabla 7.3. Valores de E_e para $\kappa = 0,2$			
μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	-19,7	-21,9	-24,0
-2,75	-19,7	-22,0	-24,3
-2,50	-19,6	-22,0	-24,6
-2,25	-19,4	-22,0	-24,8
-2,00	-19,1	-21,9	-24,9
-1,75	-18,6	-21,7	-24,9
-1,50	-17,8	-21,2	-24,7
-1,25	-16,7	-20,3	-24,1
-1,00	-14,9	-18,9	-22,9
-0,75	-12,3	-16,6	-20,8
-0,50	-8,8	-13,3	-17,7
-0,25	-4,4	-9,2	-13,8
0,00	0,3	-4,6	-9,4
0,00	21,0	25,6	29,5
0,25	14,6	18,8	22,5
0,50	8,6	12,4	15,9
0,75	3,6	7,2	10,4
1,00	-0,2	3,1	6,1

Tabla 7.4. Valores de E_e para $\kappa = 0,3$			
μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	-19,9	-22,0	-24,2
-2,75	-19,9	-22,2	-24,5
-2,50	-19,8	-22,3	-24,8
-2,25	-19,7	-22,3	-25,1
-2,00	-19,4	-22,3	-25,3
-1,75	-19,0	-22,2	-25,4
-1,50	-18,4	-21,8	-25,3
-1,25	-17,5	-21,1	-24,8
-1,00	-16,0	-19,9	-23,9
-0,75	-13,9	-18,1	-22,2
-0,50	-11,0	-15,4	-19,7
-0,25	-7,6	-12,1	-16,6
0,00	-4,1	-8,7	-13,1
0,00	14,8	18,9	38,7
0,25	10,7	14,8	18,5
0,50	6,1	9,9	13,5
0,75	2,0	5,5	8,8
1,00	-1,3	1,9	5,0

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	-19,9	-22,1	-24,2
-2,75	-19,9	-22,2	-24,6
-2,50	-19,9	-22,3	-24,9
-2,25	-19,7	-22,4	-25,1
-2,00	-19,5	-22,4	-25,4
-1,75	-19,2	-22,3	-25,5
-1,50	-18,6	-22,0	-25,4
-1,25	-17,7	-21,3	-25,1
-1,00	-16,3	-20,3	-24,2
-0,75	-14,5	-18,6	-22,7
-0,50	-12,0	-16,3	-20,6
-0,25	-9,3	-13,7	-18,0
0,00	-7,0	-11,3	-15,5
0,00	10,2	13,8	16,9
0,25	8,3	12,2	15,8
0,50	4,9	8,6	12,1
0,75	1,3	4,8	8,1
1,00	-1,7	1,5	4,6

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	-19,8	-22,0	-24,2
-2,75	-19,8	-22,1	-24,4
-2,50	-19,7	-22,2	-24,7
-2,25	-19,6	-22,2	-25,0
-2,00	-19,3	-22,2	-25,2
-1,75	-18,9	-22,1	-25,3
-1,50	-18,3	-21,7	-25,1
-1,25	-17,4	-21,0	-24,7
-1,00	-16,0	-19,9	-23,8
-0,75	-14,1	-18,2	-22,3
-0,50	-11,9	-16,2	-20,3
-0,25	-9,8	-14,1	-18,2
0,00	-8,8	-12,8	-16,6
0,00	6,7	9,9	12,5
0,25	7,0	10,7	14,1
0,50	4,6	8,3	11,7
0,75	1,5	5,0	8,2
1,00	-1,5	1,7	4,8

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	-19,6	-21,7	-23,9
-2,75	-19,5	-21,8	-24,2
-2,50	-19,4	-21,9	-24,4
-2,25	-19,2	-21,8	-24,6
-2,00	-18,9	-21,7	-24,7
-1,75	-18,3	-21,5	-24,7
-1,50	-17,6	-20,9	-24,4
-1,25	-16,5	-20,1	-23,8
-1,00	-14,9	-18,7	-22,7
-0,75	-12,8	-16,9	-21,0
-0,50	-10,6	-14,8	-19,0
-0,25	-9,2	-13,3	-17,3
0,00	-9,7	-13,3	-16,8
0,00	4,0	6,7	8,9
0,25	6,7	10,1	13,2
0,50	5,5	9,0	12,3
0,75	2,6	6,0	9,1
1,00	-0,5	2,7	5,7

μ	$\psi = 0,2$	$\psi = 0,3$	$\psi = 0,4$
-3,00	-19,2	-21,3	-23,5
-2,75	-19,1	-21,4	-23,7
-2,50	-18,9	-21,3	-23,8
-2,25	-18,5	-21,2	-23,9
-2,00	-18,1	-20,9	-23,9
-1,75	-17,3	-20,5	-23,6
-1,50	-16,3	-19,7	-23,1
-1,25	-14,8	-18,4	-22,1
-1,00	-12,8	-16,6	-20,5
-0,75	-10,3	-14,3	-18,3
-0,50	-8,0	-12,1	-16,1
-0,25	-7,3	-11,2	(*)
0,00	-9,7	-12,9	(*)
0,00	1,8	4,1	5,9
0,25	7,3	10,3	13,0
0,50	7,5	10,9	13,9
0,75	4,8	8,1	11,1
1,00	1,4	4,5	7,4

8. Cálculo de las Cargas Críticas mediante la Norma LRFD del AISC

En la norma del American Institute of Steel Construction, "Metric Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings", December 1, 1994 (ref. 10.4), el cálculo del momento crítico de pandeo lateral torsional de vigas está considerado en el caso en que las cargas están aplicadas a lo largo del eje baricéntrico.

En el régimen elástico, el momento crítico en barras de sección Te está dado por la fórmula (F1-15)

$$M_{cr} = \frac{\pi \sqrt{EI_y GJ}}{L_b} (B + \sqrt{1 + B^2}) \quad (8.1)$$

donde J es la constante de torsión libre de la sección, L_b es la longitud libre sin arriostramientos y B es un adimensional que se calcula con la expresión

$$B = \pm 2,3 \left(\frac{d}{L_b} \sqrt{\frac{I_y}{J}} \right) \quad (8.2)$$

En la fórmula (8.2), el signo más corresponde al caso en que el alma está traccionada y el signo menos cuando está comprimida y d es la altura total de la sección.

No resulta posible expresar las fórmulas (8.1), (8.2) estrictamente en términos de los adimensionales definidos en el presente trabajo, pero puede llegarse a la expresión

$$(\gamma_K)_a = \frac{\pi}{2(1-\kappa)} \left\{ \pm \frac{1,15 \rho_x \psi}{\sqrt{2(1+\nu)}} + \sqrt{1 + \left[\frac{1,15 \rho_x \psi}{\sqrt{2(1+\nu)}} \right]^2} \right\} \quad (8.3)$$

donde hemos llamado $(\gamma_K)_a$ al valor crítico del adimensional definido por la tercera ecuación (4.11) calculado mediante la norma americana, ν es el coeficiente de Poisson y ρ_x es un adimensional definido por la expresión

$$\rho_x = \frac{h + \frac{t}{2}}{r_x} \quad (8.4)$$

Por cuanto el $(\gamma_K)_a$ de la norma americana no tiene en cuenta la altura del punto de aplicación de la carga y además no puede expresarse en términos de los mismos adimensionales que aparecen en la solución analítica del problema, no es posible realizar una comparación sistemática de resultados y calcular su error. Los valores de ρ_x varían fuertemente según el tipo de sección Te y esto influye en los resultados.

Se resolvieron algunos ejemplos particulares y en algunos casos se observaron errores relativos muy grandes y en otros casos errores bastante pequeños.

9. Conclusiones

Los valores críticos de las cargas que producen el pandeo lateral torsional en régimen elástico en el caso estudiado, pueden calcularse mediante las tablas 6.1 a 6.8. Los resultados muestran que es muy importante la influencia que tiene en los valores críticos la altura del punto de aplicación de las cargas, tanto en el caso de la viga en posición normal como invertida. (En las tablas, la altura está representada por el adimensional μ)

La norma europea Eurocode 3 permite la evaluación de las cargas críticas teniendo en cuenta la altura de su punto de aplicación, lo que es una buena característica. La fórmula aproximada que utiliza puede ponerse en términos de los adimensionales definidos en el presente trabajo para resolver el problema analíticamente. Esto es también una buena característica, pues significa que la expresión usada es una aproximación de los resultados exactos.

Sin embargo, puede apreciarse en las tablas 7.1 a 7.8 que los errores relativos son en ciertos casos algo grandes y del lado de la inseguridad. Para $0,1 \leq \kappa \leq 0,7$ y $\psi \leq 0,3$, es buena la precisión de los resultados obtenidos con la fórmula aproximado del Eurocode 3, cuando la viga está en posición normal y las cargas aplicadas en el centro de corte ($\mu = 0$).

La fórmula aproximada de la norma americana LRFD, no puede expresarse en términos de los adimensionales definidos en el presente trabajo para la resolución analítica del problema; en nuestra opinión, esto evidencia que la fórmula es defectuosa. Además, no es posible tener en cuenta la altura del punto de aplicación de las cargas que, según se ha comprobado, tiene mucha influencia en el valor de la carga crítica.

10. Referencias Bibliográficas

- 10.1. Timoshenko S. P. y Gere J. M., "Theory of Elastic Stability". Ed. McGraw-Hill, 1961.
- 10.2. Rezk H., "Teoría de segundo orden de las barras elásticas prismáticas de sección abierta y paredes delgadas". Ed. Fac. de Ing. de la Univ. de Buenos Aires, 1981.
- 10.3. Galambos T., "Structural Members and Frames". Ed. Prentice Hall, 1968.
- 10.4. American Institute of Steel Construction, "Metric Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings", December 1, 1994.
- 10.5. Galambos T., "Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures". John Wiley & Sons, 4th Ed., 1988.

10.6. Comité Européen de Normalisation, "Eurocode 3, Calcul des structures en acier et Document d'Application National. Partie 1: Règles générales et règles pour les bâtiments". Association Française de Normalisation, 1992.

10.7 Nethercot D. A. "Elastic Lateral Buckling of Beams", in Beams and Beam Columns-Stability in Strength (ed. R. Narayanan), Applied Science Publishers, Barking, Essex, England, 1983.

10.8 Nethercot D. A. y Rockey K. C., "A Unified Approach to the Elastic Lateral Buckling of Beams", Eng. J. Am. Inst. Steel Constr., Vol.9, No. 3, pp.96-107, 1972.