

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA PARA DETERMINAR FACTORES DE RESISTENCIA

Existen muchas técnicas posibles para seleccionar Factores de Resistencia (RF) para utilizar en el diseño LRFD aplicado a la geotecnia. Una técnica muy común consiste en “calibrar” los factores de resistencia usando como datos de partida los factores de seguridad existentes y los Factores de Carga especificados en los códigos. De este modo se pueden especificar factores de resistencia que permitan obtener resistencias consistentes con los factores de seguridad existentes. Esta técnica es aceptable como primer paso en la adopción del LRFD, pero también hay mejores métodos disponibles. El método más racional disponible para determinar factores de resistencia es el análisis de confiabilidad.

Se han publicado numerosos estudios que abogan por el uso de los análisis de confiabilidad para el desarrollo del LRFD. Sin embargo, nuestro estudio difiere significativamente en cuanto a los métodos usados para evaluar la incertidumbre de las variables de diseño utilizadas como datos de partida en el análisis de confiabilidad. Las técnicas más difundidas involucran realizar cálculos estadísticos sobre grandes bases de datos que contienen datos combinados en forma indiscriminada. Un ejemplo de esta técnica aplicada a bases de datos de resultados de ensayos es el reciente Informe NCHRP 507 (Paikowsky 2004). Un ejemplo de esta técnica aplicada a las propiedades del suelo es el trabajo de Phoon y Kulhawy (1999). Estos métodos tienen la ventaja que se pueden aplicar fácilmente en el corto plazo. Sin embargo, tienen la desventaja que virtualmente no hay ningún control sobre la calidad o la aplicabilidad de los datos recolectados. Por el contrario, este estudio utiliza datos seleccionados muy cuidadosamente que apuntan muy precisamente a las incertidumbres del diseño que necesitamos cuantificar. Para asegurar que nuestra evaluación de la incertidumbre sea completa hemos propuesto el siguiente marco racional para evaluar los factores de resistencia. Este trabajo se presenta como un modelo para las investigaciones tendientes al desarrollo de metodologías completas para el LRFD aplicado a diseños geotécnicos.

3.1 Un marco racional para evaluar factores de resistencia

Para lograr una exitosa implementación del LRFD es fundamental tener un marco consistente dentro del cual evaluar los factores de resistencia. Existe una variedad de

enfoques posibles, tales como escalar los factores considerando los factores de seguridad existentes; utilizar análisis probabilísticos simples considerando un conjunto determinado de incertidumbres; o realizar análisis probabilísticos más rigurosos considerando todas las incertidumbres cuantificables. Los resultados de un método conforme al último de los enfoques mencionado serían altamente creíbles. Siguiendo el marco modelo para determinar factores de resistencia para el diseño estructural propuestos por Ellingwood et al. (1980), se proponen los siguientes pasos como marco para la aplicación de dicho método al diseño geotécnico:

1. identificar las ecuaciones utilizadas para calcular la resistencia de la fundación;
2. identificar las variables que componen las ecuaciones de resistencia;
3. identificar las cantidades mensurables (ensayos geotécnicos) asociadas con cada una de las variables utilizadas como datos de partida;
4. identificar todas las incertidumbres que componen cada variable, incluyendo las transformaciones;
5. evaluar las incertidumbres compuestas usando los análisis estadísticos disponibles (literatura, ensayos/análisis, investigación actual);
6. utilizar las incertidumbres para seleccionar funciones de densidad de probabilidad (PDF¹) para el análisis de confiabilidad;
7. seleccionar variables de diseño representativas (dimensiones, resistencias, cargas);
8. ejecutar el análisis de confiabilidad para obtener factores de resistencia;
9. ajustar los factores de resistencia para los factores de carga determinantes;
10. repetir el análisis de confiabilidad para abarcar un rango de condiciones de diseño representativas.

En el Capítulo 4 se demuestran los Pasos 1-6 de estos lineamientos aplicados al desarrollo de funciones de densidad de probabilidad para capacidad de carga de fundaciones superficiales en arenas y arcillas. En el Capítulo 5 se demuestran los Pasos 7-10 aplicados al desarrollo de factores de resistencia para capacidad de carga de fundaciones superficiales. En los Capítulos 8 y 9 se aplican los Pasos 1-10 para los casos de fundaciones profundas en arenas y arcillas, respectivamente.

¹ PDF: *Probability Density Function*

3.2 Herramientas para evaluar la incertidumbre

Los Pasos 1-3 del marco antes descrito serán explicados cuando los demostremos en los Capítulos 4, 7, 8, y 9. En cada uno de los Pasos 4-6 de los presentes lineamientos se realizarán operaciones sobre los datos que describen la incertidumbre de las mediciones geotécnicas y las transformaciones. Para realizar estas operaciones se utilizan las siguientes herramientas.

Desviación estándar y coeficiente de variación

La dispersión o incertidumbre de las mediciones y correlaciones se puede cuantificar usando la desviación estándar. La desviación estándar (σ) de una variable aleatoria X se puede estimar usando la desviación estándar muestral (S) cuando se conocen n ocurrencias de un valor x_i ,

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \mu_x)^2}{(n-1)}} \quad (3.2.1)$$

donde S_X es la desviación estándar muestral de X y μ_X es la media de X . De acuerdo con la teoría de la probabilidad, S_X tiene un valor esperado (media) σ_x , por lo tanto se utiliza para hallar σ_X . Para numerosas variables aleatorias del campo de la ingeniería resulta más conveniente expresar la desviación estándar utilizando un Coeficiente de Variación (COV^2):

$$COV = \frac{\sigma_X}{\mu_X} \quad (3.2.2)$$

Esto es particularmente útil cuando la desviación estándar varía con el valor medio.

Al evaluar las incertidumbres de las variables en los capítulos siguientes, aparecen muchas instancias en las cuales a partir de los datos es posible determinar una relación particular entre dos variables. Supongamos que tenemos datos que indican una relación entre las variables X e Y . Se puede definir una función $y = f(x)$ que represente la línea de tendencia media de estos datos. Esta tarea habitualmente se logra utilizando regresión por mínimos cuadrados. Es necesario describir la incertidumbre de esta correlación $f(x)$. El primer paso consiste en eliminar la tendencia de los datos restando $f(x_i)$ de cada valor y_i . Luego se puede

² COV: *Coefficient of Variation*

hallar una desviación estándar que cuantifique la incertidumbre de esta correlación aplicando la ecuación (3.2.1) a todos los valores de $(y_i - f(x_i))$. Alternativamente, si se observa que la dispersión de los datos respecto de la línea de tendencia media es proporcional al valor de $f(x)$, se puede hallar un COV representativo que exprese la incertidumbre de la correlación aplicando la Ecuación (3.2.1) a todos los valores de $(y_i - f(x_i)) / f(x_i)$.

Métodos 6σ y 6σ modificado

La dispersión de las mediciones tiende a satisfacer distribuciones normales. Una distribución normal es un tipo de PDF que se puede describir completamente mediante su media y su desviación estándar. Muchos datos geotécnicos tales como el número de golpes (N) del Ensayo de Penetración Estándar (SPT^3) y la resistencia de punta (q_c) obtenida mediante el ensayo de penetración con cono (CPT^4) tienen tendencias que dependen de la profundidad. El método 6σ se puede utilizar para agilizar la evaluación de la desviación estándar de estos datos (puntos) de los cuales se conoce la tendencia⁵. El primer paso consiste en observar los límites y la línea de tendencia media de los datos. En la Figura 3.2.1 se ilustra un ejemplo de línea tendencia media y límites para q_c . Para una profundidad determinada se pueden determinar el valor de la media y el rango (diferencia entre los valores límites mínimo y máximo). Luego la desviación estándar se calcula usando

$$\frac{Rango}{6} = \sigma \quad (3.2.3)$$

donde σ es la desviación estándar. Una de las implicancias de la ecuación (3.2.3) es que considera que el rango representa seis desviaciones estándares de la distribución normal – abarcando el 99.74% de los posibles valores de q_c para esta medición. En ingeniería geotécnica, la desviación estándar a menudo se expresa usando el Coeficiente de variación (COV),

$$COV = \frac{\sigma}{\mu} \quad (3.2.4)$$

³ SPT: *Standard Penetration Test*

⁴ CPT: *Cone Penetration Test*

⁵ Este procedimiento de seis desviaciones estándares (6σ) también es recomendado por la FHWA (Withiam et al. 1997) para determinar la incertidumbre de las variables

donde μ es la media. La ventaja de utilizar el COV en lugar de σ es que en muchos casos el COV es independiente de μ . Es posible que para algunas magnitudes geotécnicas el COV varíe con la media o con la profundidad. En estos casos una práctica conservadora consiste en utilizar en el análisis de confiabilidad el mayor de los valores de COV calculados.

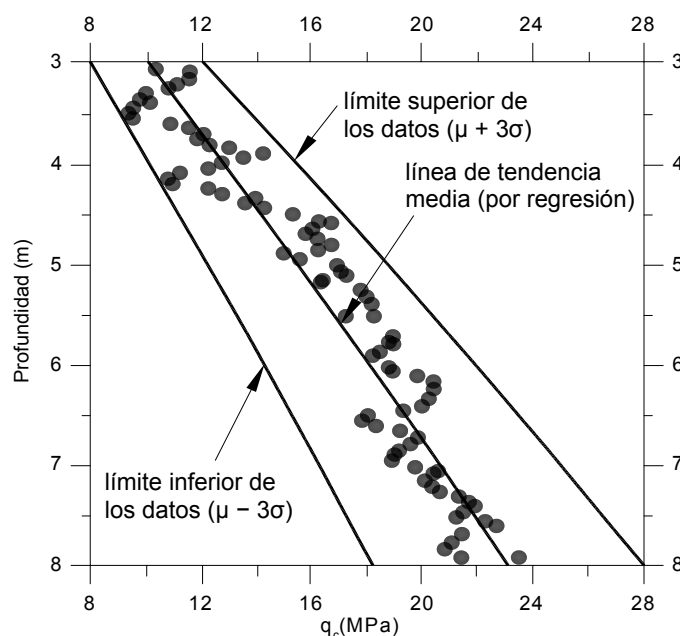


Figura 3.2.1. Línea de tendencia media (regresión de potencias) y límites para resistencias de punta en arena obtenidas mediante ensayos CPT. La media y los límites se pueden utilizar para calcular el COV para q_c usando el procedimiento 6σ .

Cuando se dispone de relativamente pocos datos se aplica una versión modificada del procedimiento 6σ . En este procedimiento se asume que los límites representan un número de desviaciones estándares N_σ que depende del número de datos disponibles n . En la Tabla 3.2.1 se indican valores de N_σ para diferentes valores de n . La Tabla 3.2.1 se derivó del trabajo de Tippett (1925) y es aplicable a conjuntos de datos distribuidos normalmente para los cuales el número de datos es limitado, el rango de datos es conocido y se desea hallar la desviación estándar de la población en base a estos datos. Para el enfoque 6σ modificado, la ecuación (3.2.3) se puede describir como

$$\frac{Rango}{N_\sigma} = \sigma \quad (3.2.5)$$

Tabla 3.2.1. Número de Desviaciones Estándares (N_σ) representado por el rango de n datos (puntos) normalmente distribuidos (de acuerdo con Tippett 1925)

n	N_σ	n	N_σ
2	1.128379	17	3.587886
3	1.692569	18	3.640066
4	2.058751	19	3.688965
5	2.325929	20	3.734952
6	2.534413	50	4.498153
7	2.704357	100	5.0152
8	2.847201	200	5.492108
9	2.970027	300	5.755566
10	3.077506	400	5.936396
11	3.172874	500	6.073445
12	3.258457	600	6.183457
13	3.335982	700	6.275154
14	3.406765	800	6.353645
15	3.471828	900	6.422179
16	3.531984	1000	6.482942

Evaluación de incertidumbres compuestas usando integración numérica

En los Pasos 4 y 5 del marco descrito es necesario determinar la incertidumbre de ciertas variables, tales como la densidad (D_R), que se calculan a partir de otras variables tales como el q_c del CPT. Para calcular q_c a partir de D_R se utiliza una ecuación (transformación). Al igual que para q_c y D_R , la transformación también tiene incertidumbre (Phoon y Kulhawy 1999). La integración numérica es una técnica que nos permite combinar las incertidumbres de la variable original X y la transformación para determinar la incertidumbre de la variable final Y (transformada). El resultado de esta técnica de integración numérica es un histograma que describe la incertidumbre de la variable final.

La función de distribución de probabilidad de una variable Y que es una función f de una variable aleatoria X se puede expresar como (Ang y Tang 1975)

$$p_Y(y) = p_X(f^{-1}(y)) \left| \frac{df^{-1}(y)}{dy} \right| \quad (3.2.6)$$

donde $p_X(x)$ es la función de distribución de probabilidad de X y $f^{-1}(y)$ es la inversa de la función que transforma X en Y . En un esquema numérico la ecuación (3.2.6) se puede aproximar asumiendo $dy = \Delta y$ y multiplicando ambos lados de la ecuación por Δy , con lo cual se obtiene

$$p_Y(y)\Delta y = p_X(f^{-1}(y))\Delta f^{-1}(y) \quad (3.2.7)$$

Debido a que la transformación $f(x)$ tiene incertidumbre, la ecuación (3.2.7) se debe modificar para incorporar una PDF que represente la incertidumbre de la transformación. Para ello se utiliza el concepto de probabilidad condicional. La PDF condicional de la variable Y para un valor de x dado se expresa como $p_{Y|X}(y|x)$. La PDF condicional representa la incertidumbre de Y cuando el valor de X se conoce con exactitud. Por lo tanto, la PDF $p_{Y|X}(y|x)$ representa la incertidumbre de la transformación, la incertidumbre de $f(x)$. De acuerdo con esta definición, el valor esperado de la PDF $p_{Y|X}(y|x)$ es $y = f(x)$, lo que significa que PDF también es función de x . De acuerdo con la teoría de la probabilidad, la PDF independiente⁶ de Y se puede hallar como

$$p_Y(y) = \int_{-\infty}^{\infty} p_{Y|X}(y|x)p_X(x)dx \quad (3.2.8)$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación por dy se obtiene

$$p_Y(y)dy = dy \int_{-\infty}^{\infty} p_{Y|X}(y|x)p_X(x)dx \quad (3.2.9)$$

Finalmente, para facilitar la evaluación numérica, al igual que en (3.2.7) se adopta un esquema iterativo. La probabilidad que una variable aleatoria Y tome un valor y contenido en el rango finito Δy se expresa como $p_Y(y)\Delta y$. Para hallar $p_Y(y)\Delta y$ la integral de (3.2.9) se aproxima mediante una sumatoria donde $p_X(x)dx$ y $p_{Y|X}(y|x)dy$ se aproximan mediante integrales sobre intervalos pequeños Δx y Δy , respectivamente, para obtener

⁶ De acuerdo con la teoría de la probabilidad, la PDF independiente de una variable aleatoria Y que está distribuida conjuntamente con otra variable X es la PDF de Y sobre todos los valores de x posibles.

$$p_Y(y)\Delta_y = \sum_{\xi=a}^b \left[\int_{\xi-\frac{1}{2}\Delta_x}^{\xi+\frac{1}{2}\Delta_x} p_X(x)dx \cdot \int_{y-\frac{1}{2}\Delta_y}^{y+\frac{1}{2}\Delta_y} p_{Y|X}(y|x)dy \right] \quad (3.2.10)$$

donde los límites de integración sucesivos en x están separados Δx , y a y b se eligen de manera tal que

$$\sum_{\xi=a}^b \int_{\xi-\frac{1}{2}\Delta_x}^{\xi+\frac{1}{2}\Delta_x} p_X(x)dx \approx 1 \quad (3.2.11)$$

Esto significa que estamos evaluando $p_Y(y)\Delta y$ básicamente para todos los valores de x , ya que nos hemos aproximado mucho a un 100% de probabilidad de que x esté comprendido entre a y b . La evaluación de (3.2.10) se repite para un rango de valores y , siempre separados Δy . El resultado final es una descripción completa de la PDF $p_Y(y)$ en términos de un histograma con intervalos de ancho Δy .

Evaluación de incertidumbres compuestas usando Simulación de Monte Carlo

Un método alternativo para calcular (3.2.9) y construir un histograma aproximado que represente $p_Y(y)$ es la Simulación de Monte Carlo. En este método las funciones de densidad de probabilidad $p_X(x)$ y $p_{Y|X}(y|x)$ se aproximan mediante un muy elevado número de valores aleatorios x y y seleccionados como se describe a continuación. Primero se genera un número aleatorio ξ comprendido entre 0 y 1.⁷ Para esta tarea son adecuados los generadores de números pseudoaleatorios disponibles en los paquetes de software de planillas de cálculo. A continuación se selecciona un valor aleatorio x' tal que

$$\int_{-\infty}^{x'} p_X(x)dx = \xi \quad (3.2.12)$$

Así, el valor x' tiene la misma probabilidad de ocurrencia con respecto a su PDF que ξ . Este proceso se repite hasta generar una gran cantidad de valores x' . Para cada valor aleatorio x' se puede calcular un valor esperado de $(y|x)$ usando $E[y|x] = f(x')$. Al igual que para la técnica de integración numérica antes descrita, la distribución $p_{Y|X}(y|x)$ tiene el valor esperado $E[y|x] = f(x')$. Luego esta PDF se puede usar para obtener una gran cantidad de valores de y usando la misma técnica empleada para hallar valores de x' . Observar que para cada valor de

x' se determinan muchos valores de y , y que se requieren muchos valores de x' . Cada valor de y hallado usando este proceso se denomina una simulación. Se puede calcular un histograma de Y contando todas las simulaciones de y que caen dentro de cada intervalo del histograma.

Aunque los métodos de Monte Carlo son muy populares y posiblemente eficientes bajo ciertas condiciones, para cálculos que involucran una gran cantidad de transformaciones dichos métodos requieren muchos más cálculos que la integración numérica directa para una misma resolución del histograma de $p_Y(y)$.

Valores nominales, valores medios y factores de sesgo

La Figura 3.2.2 ilustra la PDF para un parámetro de diseño idealizado que está distribuido normalmente. El valor medio corresponde al valor esperado (o media) de la distribución. En el caso de las mediciones, este valor se determina tomando la media de los datos, o bien hallando una línea de tendencia media para datos que presentan tendencia tales como qc . En el caso de variables Y transformadas, tales como D_R , el valor medio μ_Y se toma como el valor esperado de Y de acuerdo con la PDF $p_Y(y)$ o bien el histograma que representa la PDF $p_Y(y)$. En el diseño geotécnico frecuentemente el valor del parámetro usado en el diseño, el valor “nominal”, puede ser diferente del valor medio. En estos casos para expresar la diferencia se utiliza un factor de sesgo. El factor de sesgo se define como

$$\text{factor de sesgo} = \frac{\mu_Y}{Y_{\text{nominal}}} \quad (3.2.13)$$

⁷ La variable aleatoria correspondiente a este valor ξ elegido aleatoriamente entre 0 y 1 tiene una distribución uniforme con límites 0 y 1.

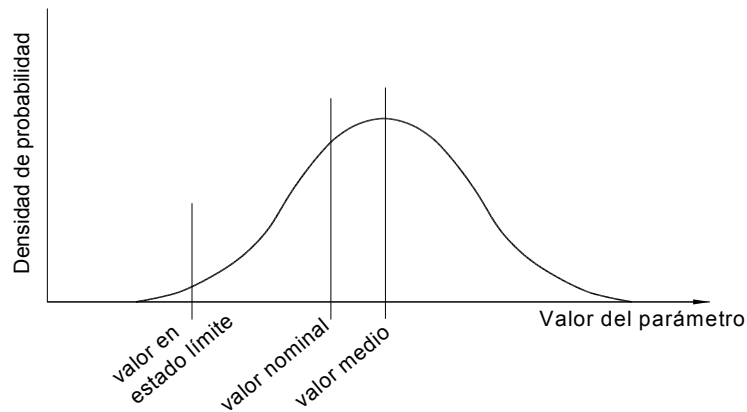


Figura 3.2.2. Valores medio, nominal y en estado límite de un parámetro de diseño distribuido normalmente. Aquí el valor en estado límite corresponde al valor para el cual se alcanza un estado límite tal como la falla por capacidad de carga. El valor medio es la media de la distribución considerada. El valor nominal es el valor del parámetro usado en el diseño. El valor medio se puede calcular multiplicando (valor nominal) * (factor de sesgo).

El valor medio de un parámetro de diseño puede diferir del valor nominal por uno de dos motivos. Primero, se sabe que algunas ecuaciones usadas en el diseño son sesgadas. En estos casos el factor de sesgo se usa para corregir el valor determinado mediante la ecuación de diseño tomando en cuenta el sesgo conocido de manera que la media estadística del parámetro de diseño refleje nuestro mejor conocimiento de lo que debería ser el parámetro. Segundo, las transformaciones $y = f(x)$ no lineales dan por resultado funciones de densidad de probabilidad transformadas $p_Y(y)$ con formas diferentes a las de las funciones originales $p_X(x)$. El cambio de forma también provoca el desplazamiento del valor medio de manera que $E[Y] \neq f(E[X])$. Los factores de sesgo son útiles para definir funciones de densidad de probabilidad para variables distribuidas normal y lognormalmente. Estas funciones se pueden describir completamente mediante su media y su COV. El tercer valor identificado en la Figura 3.2.2 es el valor en estado límite. Este valor es el valor del parámetro de diseño requerido para que un diseño alcance un estado límite determinado. En la siguiente sección presentamos la optimización requerida para hallar este valor.

3.3 Herramientas para evaluar factores de resistencia

En la sección anterior presentamos una metodología para desarrollar Funciones de Densidad de Probabilidad (PDF) que describan las incertidumbres de las variables para cualquier verificación de diseño en estado límite. En la presente sección presentaremos la metodología para realizar el análisis de confiabilidad y calcular los factores de resistencia para estas verificaciones (Pasos 7-10 del marco descrito).

Valores de diseño, medio y en estado límite. Índice de confiabilidad

Para un estado límite determinado, la ecuación del estado límite (la función que separa el comportamiento satisfactorio del comportamiento no satisfactorio) se puede expresar como una función de varias variables. Por ejemplo, la ecuación del estado límite correspondiente a la capacidad de carga última de una zapata rectangular en arena bajo carga vertical es

$$\frac{DL + LL}{B \cdot L} - \left(\gamma \cdot D \cdot N_q \cdot s_q \cdot d_q + \frac{1}{2} \gamma \cdot B \cdot N_\gamma \cdot s_\gamma \right) = 0 \quad (3.3.1)$$

En la ecuación (3.3.1), si la resistencia es mayor que el efecto de las cargas existe algún margen de seguridad. Este margen de seguridad se puede expresar mediante el concepto del índice de confiabilidad (β) (Cornell 1969, Hasofer y Lind 1974, Low y Tang 1997). El índice de confiabilidad depende de la media y la varianza de cada una de las variables y también del estado límite considerado. La Figura 3.1.1 muestra una representación visual del índice de confiabilidad. En la parte (a) de la Figura 3.3.1 se ilustra β para un problema con una sola variable aleatoria distribuida normalmente. En este caso la probabilidad de falla se puede calcular simplemente como el área debajo de la función densidad de probabilidad (PDF) de X a la izquierda del valor en estado límite (LS). El índice de confiabilidad se puede ver como la relación entre la distancia entre el valor esperado de X (la media μ) y el valor en estado límite X_{LS} y la desviación estándar σ de la variable X . Por lo tanto, β está directamente relacionado con la probabilidad de falla. La definición de índice de confiabilidad de Hasofer y Lind (1974) retiene esta propiedad de β para problemas con múltiples variables. En la parte (b) de la Figura 3.3.1 se ilustra un problema con dos variables. En la Figura 3.3.1(c) se presenta una ilustración más simple, bidimensional, de la Figura 3.3.1(b). Aquí la densidad de probabilidad es indicada por curvas de nivel. Ahora el índice de confiabilidad se puede expresar como

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{x_{LS} - \mu_X}{\sigma_X}\right)^2 + \left(\frac{y_{LS} - \mu_Y}{\sigma_Y}\right)^2} \quad (3.3.2)$$

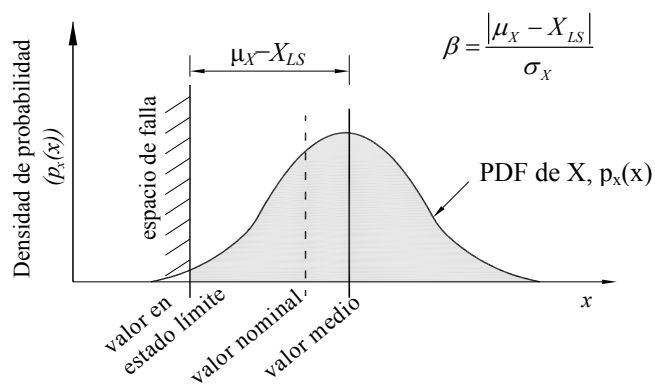
Para múltiples variables aleatorias X_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, y con medias y desviaciones estándares μ_i y σ_i , es posible generalizar (3.3.2) de la siguiente manera

$$\beta = \sqrt{\left(\frac{x_{1,LS} - \mu_{X_1}}{\sigma_{X_1}}\right)^2 + \left(\frac{x_{2,LS} - \mu_{X_2}}{\sigma_{X_2}}\right)^2 + \dots + \left(\frac{x_{n,LS} - \mu_{X_n}}{\sigma_{X_n}}\right)^2} = \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{m})^T [\boldsymbol{\sigma}^2]^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m})} \quad (3.3.3)$$

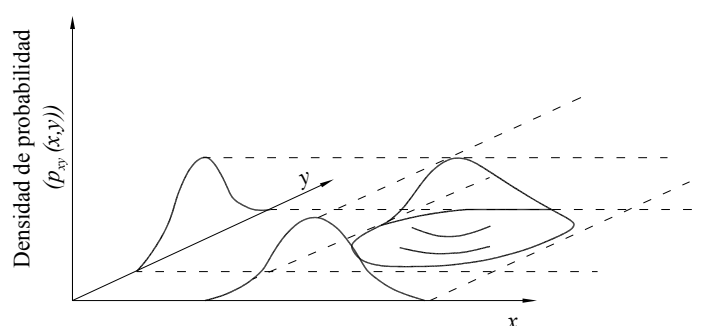
donde \mathbf{x} es un vector de valores de X_i en estado límite, \mathbf{m} es un vector de valores medios (μ) de X_i , y $[\boldsymbol{\sigma}^2]$ es una matriz diagonal de valores de varianza (σ^2) de X_i . La ecuación (3.3.3) es válida para variables aleatorias normales no correlacionadas. Low and Tang (1997) propusieron una expresión más general que considera la posibilidad que las variables aleatorias normales estén correlacionadas:

$$\beta = \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{m})^T \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{x} - \mathbf{m})} \quad (3.3.4)$$

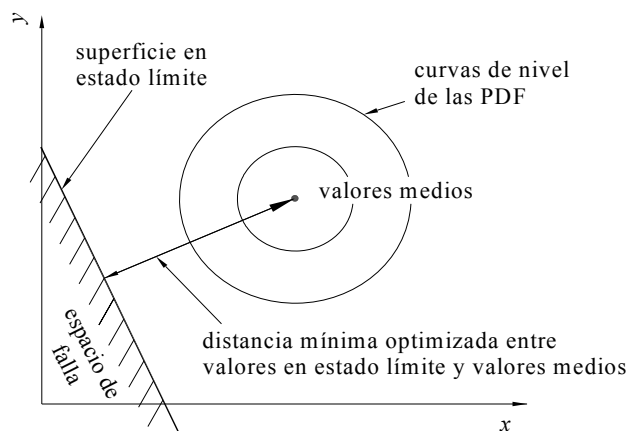
donde \mathbf{C} es la matriz de covarianzas de las variables aleatorias consideradas donde $C_{kl} = \text{covarianza}(X_k, X_l)$. Observar que la covarianza (X_k, X_k) es igual a la varianza de X_k . Cuando las variables aleatorias X_i no están correlacionadas los términos no diagonales de C_{kl} son iguales a cero, y por lo tanto \mathbf{C} es igual a $[\boldsymbol{\sigma}^2]$ y (3.3.4) se reduce a (3.3.3). Como se intenta hallar el mínimo β para un conjunto dado de valores medios, se requiere una optimización de \mathbf{x} que satisfaga la ecuación del estado límite.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.3.1. Representación gráfica del Índice de Confiabilidad: **(a)** una variable normalmente distribuida – aquí el índice de confiabilidad (β) se define como la distancia entre el valor medio del parámetro y su valor en estado límite, normalizada con respecto a su desviación estándar; **(b)** dos variables aleatorias normalmente distribuidas;; **(c)** proyección bidimensional de (b) que ilustra el concepto de “distancia” hasta la superficie correspondiente a estado límite.

En el LRFD el objetivo es obtener un conjunto de factores de carga y resistencia que le permitan al ingeniero producir diseños con un índice de confiabilidad consistente. Por tanto, en la determinación de factores de carga y resistencia el índice de confiabilidad se debe fijar igual a cierto valor a fin de obtener una confiabilidad uniforme en la totalidad de un sistema estructural y geotécnico. Ellingwood et al. (1980) argumentaron que para situaciones de carga gravitatoria este índice de confiabilidad objetivo debería ser igual a 3.0. Algunos elementos estructurales tales como las conexiones de acero tienen índices de confiabilidad objetivo mayores que 3.0 (Fisher et al., 1978). En estos casos una consideración determinante es obtener una falla plástica gradual de la estructura global y no una falla frágil brusca. Vesic (1973) argumentó que las fundaciones están cargadas de una manera controlada por las cargas y que, bajo algunas condiciones, podrían ocurrir fallas bruscas por capacidad de carga. Sin embargo, la mayoría de las zapatas son elementos que forman parte de un sistema mayor de zapatas redundantes en el cual existe la posibilidad de asentamiento y transferencia de cargas entre zapatas antes que se produzca algún colapso estructural. En consecuencia, considerando cada zapata como un componente de un sistema estructural, un índice de confiabilidad de 3.0 es consistente con las prácticas estructurales actuales, aún en los relativamente pocos casos en los cuales sería posible una falla “frágil” de las fundaciones.

Se pueden calcular valores de resistencia usando un índice de confiabilidad objetivo aplicando un esquema iterativo. En primer lugar se seleccionan valores medios iniciales para las variables que determinan el diseño de una fundación, definiendo un punto en un espacio multivariable. Para esta valor de prueba inicial se calcula el índice de confiabilidad determinando x de (3.3.4) con el requisito que x se encuentre sobre la superficie en estado límite y que minimice β . Estos cálculos se pueden realizar de manera eficiente empleando la formulación en planilla de cálculo de Low y Tang (1997). En esta formulación las PDF no normales se sustituyen por distribuciones normales tales que la probabilidad acumulativa en el valor en estado límite sea igual que para la PDF no normal.

Una vez obtenido un valor de β , éste se compara con el valor objetivo. Los valores medios de prueba y los índices de confiabilidad se ajustan iterativamente hasta satisfacer el β objetivo. El resultado de esta optimización para un caso de diseño particular es un conjunto de valores en estado límite y valores nominales de diseño para los cuales el mínimo β es igual al índice de confiabilidad objetivo.

Cálculo de factores de carga y resistencia

Una vez conocidos los puntos nominales y en estado límite es posible determinar los factores de carga y resistencia. El valor de la resistencia se calcula para el punto sobre la superficie en estado límite definida por (3.3.1) como

$$R_{LS} = (B_{LS} \cdot L_{LS}) \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_{LS} \cdot B_{LS} \cdot N_{\gamma LS} \cdot S_{\gamma LS} + \gamma_{LS} \cdot D_{fLS} \cdot N_{qLS} \cdot S_{qLS} \cdot d_{qLS} \right) \quad (3.3.5)$$

donde R es la resistencia y el subíndice LS indica valores sobre la superficie en estado límite. Luego los valores de resistencia para los valores de diseño se determinan usando

$$R_n = (B_n \cdot L_n) \left(\frac{1}{2} \cdot \gamma_n \cdot B_n \cdot N_{\gamma n} \cdot S_{\gamma n} + \gamma_n \cdot D_{fn} \cdot N_{qn} \cdot S_{qn} \cdot d_{qn} \right) \quad (3.3.6)$$

donde n indica los valores de resistencia nominal (valores usados para el diseño). El factor de reducción de la resistencia $(RF)^*$ se puede calcular como

$$(RF)^* = \frac{R_{LS}}{R_n} \quad (3.3.7)$$

Aquí el asterisco se usa para indicar un valor óptimo de RF determinado mediante análisis. Los factores de carga óptimos $(LF)^*$ también se determinan como

$$(LF)_i^* = \frac{Q_{i,LS}}{Q_i} \quad (3.3.8)$$

donde Q_i es el valor de diseño de la carga y $Q_{i,LS}$ es el valor de una carga para el punto correspondiente sobre la superficie en estado límite. El RF óptimo sólo es aplicable cuando se lo considera conjuntamente con estos factores de carga.

El factor de reducción de la resistencia se debe modificar para que sea aplicable a los factores de carga – $(LF)_{DL}$ y $(LF)_{LL}$ – desarrollados por las autoridades que redactan los códigos. Evitar un estado límite último requiere que la resistencia minorada sea mayor o igual que la carga mayorada,

$$RF^* \cdot R_n \geq (LF)_{DL}^* \cdot DL + (LF)_{LL}^* \cdot LL \quad (3.3.9)$$

Cuando se usan factores de carga diferentes de los factores de cargas óptimos la desigualdad (3.3.9) se puede mantener si se multiplican ambos lados por el menor valor entre

$(LF)_{DL} / (LF)^*_{DL}$ y $(LF)_{LL} / (LF)^*_{LL}$. Realizando esta operación se obtiene

$$RF = RF^* \cdot \min \left\{ \frac{(LF)_{DL}}{(LF)^*_{DL}}, \frac{(LF)_{LL}}{(LF)^*_{LL}} \right\} \quad (3.3.10)$$

Observar que esta corrección es conservadora cualquiera sea el valor de la relación LL/DL.

3.4 Resumen

En este capítulo propusimos un marco para la evaluación racional de factores de resistencia a utilizar en LRFD para aplicaciones geotécnicas. Presentemos herramientas para evaluar la incertidumbre de las variables aleatorias que aparecen en las ecuaciones de diseño. Finalmente, presentamos una metodología para calcular factores de resistencia dentro de este marco. En el siguiente capítulo demostraremos los pasos 1-6 del marco descrito para determinar las incertidumbres de las variables para el diseño de fundaciones superficiales.