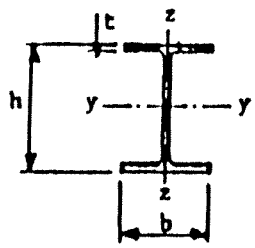
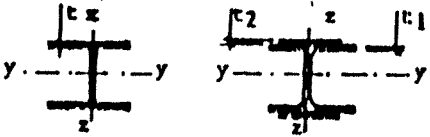



continuación TABLA XVI

<p>Secciones I laminadas</p> 	$\frac{h}{b} > 1.2$; $t \leq 40\text{mm}$	<p>y - y</p> <p>z - z</p>	<p>a (a₀)</p> <p>b (a)</p>
	$\frac{h}{b} > 1.2$; $40 < t \leq 80\text{mm}$ and $\frac{h}{b} \leq 1.2$; $t \leq 80\text{mm}$	<p>y - y</p> <p>z - z</p>	<p>b (a)</p> <p>c (b)</p>
	$t > 80\text{mm}$	<p>y - y</p> <p>z - z</p>	<p>d</p> <p>d</p>
<p>Secciones I soldadas</p> 	$t_1 \leq 40\text{mm}$	<p>y - y</p> <p>z - z</p>	<p>b</p> <p>c</p>
	$t_1 > 40\text{mm}$	<p>y - y</p> <p>z - z</p>	<p>c</p> <p>d</p>
<p>U - L - T y secciones soldadas</p> 		<p>y - y</p> <p>z - z</p>	<p>c</p>

Secciones no contenidas en esta tabla, puede ser clasificadas por analogía.-

Las curvas de pandeo entre paréntesis, pueden ser consideradas para acero de alta resistencia con $\sigma_F \geq 4300\text{kg/cm}^2$ y $t \leq 40\text{mm}$.-

Para torres de transmisión y estudios similares donde existan suficientes datos experimentales, puede ser utilizados procedimientos alternativos para permitir una relajación del límite superior.-

Los países europeos, con la finalidad de no complicar el procedimiento, adoptan una tensión de fluencia uniforme para cada calidad de acero, siempre y cuando el espesor de las partes que los componen sea $t \leq 40\text{mm}$.-

Acero:

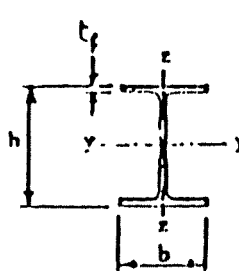
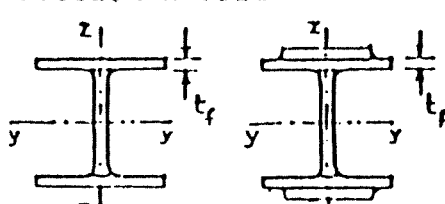
St37 2400 kg/cm²
 St44 2650 kg/cm²
 St52 3600 kg/cm²

Cuando el espesor t supera los 40mm y hasta los 100mm, estos valores de la tensión de fluencia serán reducidos en un 10% según la norma europea (1984), y según la norma DIN estos se reducen para valores de t comprendidos en el intervalo $40 < t \leq 80$ mm, también en aproximadamente en un 10%. La norma alemana también establece que para la gama de aceros St37 cuando $t \leq 16$ mm, los valores de la tensión de fluencia pueden ser incrementados en un 5%.-

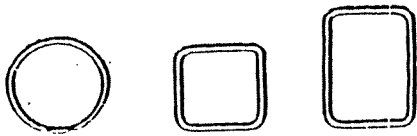
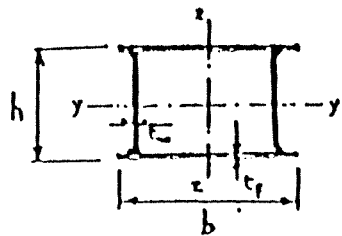
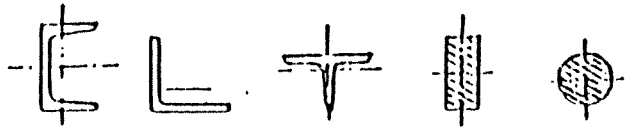
En la Tabla XVII puede verse la elección de las curvas de pandeo para diferentes secciones según la reglamentación alemana DIN (1988).-

Se debe notar que ninguna de las partes componentes de estas secciones pandeará por abollamiento, estando garantizada la no abolladura.-

Tabla XVIa SELECCION DE CURVAS DE PANDEO SEGUN SECCIONES (EUROCODE 1990)

Sección	Límites	Pandeo según eje	Curva Pandeo
<p>Sección I laminada</p> 	$h/b > 1.2$ $t_f \leq 40\text{mm}$	$y-y$ $z-z$	a b
	$40\text{mm} < t_f \leq 100\text{mm}$	$y-y$ $z-z$	b c
	$h/b \leq 1.2$ $t_f \leq 100\text{mm}$	$y-y$ $z-z$	b c
	$t_f > 100\text{mm}$	$y-y$ $z-z$	d d
<p>Sección I soldada</p> 	$t_f \leq 40\text{mm}$	$y-y$ $z-z$	b c
	$t_f > 40\text{mm}$	$y-y$ $z-z$	c d

continuación TABLA XVIa

Secciones huecas 	laminado en cal.	cualquiera	a
	formado en frío usando f_{yb}	cualquiera	b
	formado en frío usando f_{ya}	cualquiera	c
Sección cajón soldada 	generalmente (excepto como abajo)	cualquiera	b
	Soldadura gruesa y $b \lambda_f < 30$ $h \lambda_w < 30$	y-y z-z	c c
U, L, T- y secciones sólidas 		cualquiera	c

Las secciones estructurales huecas formadas en frío serán verificadas usando los criterios a) o b).

a) Con la tensión de fluencia del trozo de material plano no afectada por la formación en frío y la curva de pandeo b.

b) Con la tensión de fluencia promedio de la sección después de la formación en frío y con la curva de pandeo c.

La tensión promedio puede ser determinada con la realización de ensayos en la sección completa, o como, a continuación se expone:

$$f_{ya} = f_{yb} + \left(kn t^2 / A_g \right) (f_u - f_{yb})$$

t = espesor del material.

f_{yb} = tensión de fluencia del material base.

f_u = tensión de rotura del material base.

A_g = superficie de la sección (mm²).

k = coeficiente que depende del tipo de formación :

K = 7 para formación en frío.

K = 5 para otros métodos de formación.

n = número de ángulos rectos (90°) en la sección con un radio interno < 5t, (fracciones de 90° son contadas como fracciones de n).

f_{ya} no debe exeder f_u o $1,2 f_{yb}$.

El incremento de la tensión de fluencia, debido a una formación en frío, no deben ser utilizadas para miembros que están soldados, recocidos, templados, galvanizados (después de formados), o sujetos a un tratamiento de calor después de formados, lo cual puede producir un ablandamiento.

El material básico es el trozo plano del material, las formaciones en frío caen fuera del plano.

TABLA COORDINACION DE LAS SECCIONES CON LAS CURVAS DE PANDEO
PROYECTO DE NORMA DIN 18800 - AÑO 1980

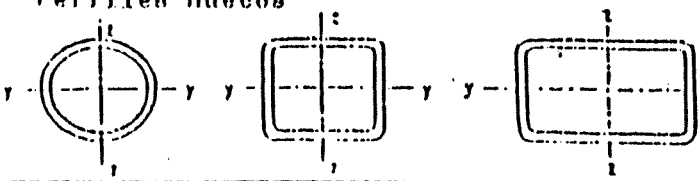
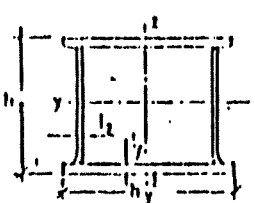
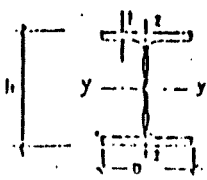
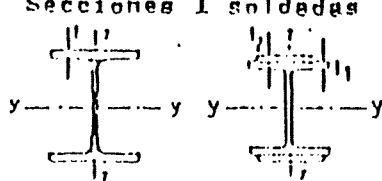
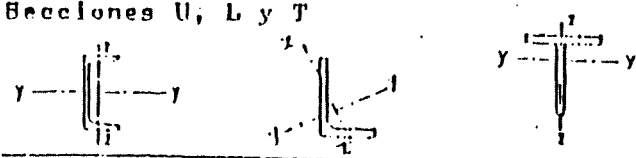
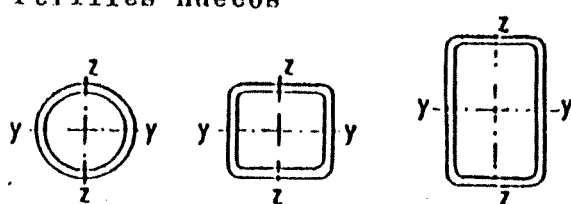
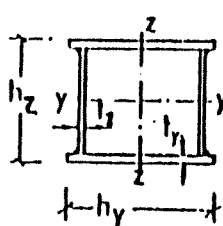
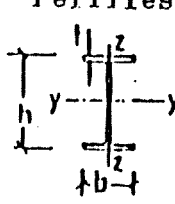
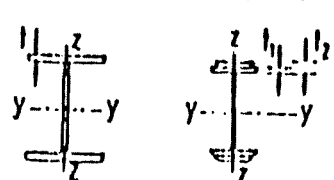
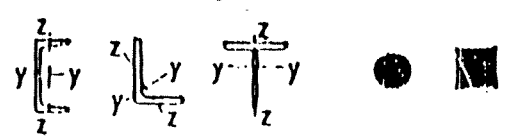
	1	2	3
	SECCION	Pandeo normal al eje	Curva de pandeo
1	Perfiles huecos 	y - y z - z	a
2	Secciones cajón - soldadas 	y - y z - z	b
	Soldadura gruesa y $h_1/t_1 < 30$ $h_2/t_2 < 30$	y - y z - z	c
3	Perfiles I laminados 	$\frac{h}{b} > 1,2$ $t \leq 40 \text{ mm}$ y - y z - z	a b
	$\frac{h}{b} \leq 1,2$ $t \leq 40 \text{ mm}$	y - y z - z	b (a) c (h)
	$t > 40 \text{ mm}$	y - y z - z	d d
4	Secciones I soldadas 	$t_1 \leq 40 \text{ mm}$ y - y z - z	b c
	$t_1 > 40 \text{ mm}$	y - y z - z	c d
5	Secciones U, L y T 	y - y z - z	c
6	Perfiles no clasificados aquí se deben coordinar correspondientemente. Para aceros de alta resistencia se pueden adoptar las curvas de pandeo dadas entre paréntesis.		

Tabla XVII: Elección de las curvas de pandeo. Reglamento Alemán)

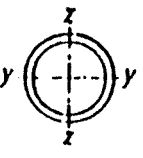
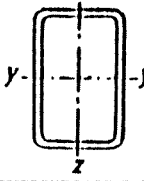
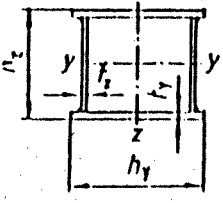
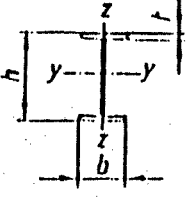
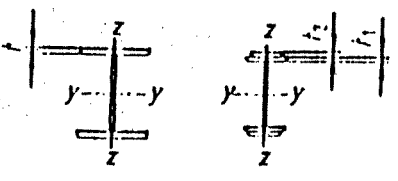
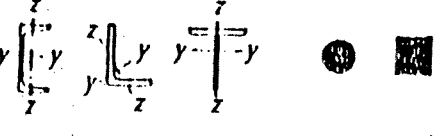
PROYECTO DE NORMA DIN 18800 - Marzo de 1988

1	2	3
SECCION	Pandeo normal al eje	Curva de pandeo
<p>Perfiles huecos</p> 	<p>y - y</p> <p>z - z</p>	a
<p>Secciones cajón - soldadas</p> 	<p>y - y</p> <p>z - z</p>	b
<p>Soldadura gruesa y</p> <p>$h_y/t_y < 30$</p> <p>$h_z/t_z < 30$</p>	<p>y - y</p> <p>z - z</p>	c
<p>Perfiles I laminados</p> 	<p>$h/b > 1,2$</p> <p>$t \leq 80 \text{ mm}$</p>	a
	<p>z - z</p>	b
	<p>$h/b \leq 1,2$</p> <p>$t \leq 80 \text{ mm}$</p>	b
	<p>z - z</p>	c
<p>Secciones I soldadas</p> 	<p>$t_1 \leq 40 \text{ mm}$</p>	b
	<p>z - z</p>	c
	<p>$t_1 > 40 \text{ mm}$</p>	c
	<p>z - z</p>	d
<p>Secciones laminadas U, L, T y sólidas</p> 	<p>y - y</p> <p>z - z</p>	c

TABLA

COORDINACION DE LAS SECCIONES CON LAS CURVAS DE PANDEO

NORMA DIN 18800 - Año 1990

	1	2	3
	SECCION	Pandeo normal al eje	Curva de pandeo
1	Perfiles huecos  laminado en caliente	y-y z-z	a
	 formado en frío	y-y z-z	b
2	Secciones cajón - soldadas 	y-y z-z	b
	Soldadura gruesa y $h_y/t_y < 30$ $h_z/t_z < 30$	y-y z-z	c
3	Perfiles I laminados 	y-y z-z	a b
	$h/b > 1,2; \quad t \leq 40 \text{ mm}$	y-y z-z	b c
	$h/b > 1,2; \quad 40 < t \leq 80 \text{ mm}$ $h/b \leq 1,2; \quad t \leq 80 \text{ mm}$	y-y z-z	b c
	$t > 80 \text{ mm}$	y-y z-z	d
4	Secciones I soldadas 	y-y z-z	b c
	$t_f \leq 40 \text{ mm}$ $t_f > 40 \text{ mm}$	y-y z-z	c d
5	Secciones laminadas U, L, T y sólidas 	y-y z-z	c
6	Perfiles no clasificados aquí se deben coordinar correspondientemente		

CONVENCION EUROPEA DE LA CONSTRUCCION METALICA / DIN 18800

TABLA

Tensión de fluencia y tensión de rotura - Módulos E y G - DIN 18800 - Año 1990 . Valores nominales.						
1	2	3	4	5	6	7
	Espesor (<i>t</i>) mm	Fluencia N/mm ²	Rotura N/mm ²	Módulo E N/mm ²	Módulo G N/mm ²	Coef. dil. α_T
Acero SI 37-2 USI 37-2 Π SI 37-2 SI 37-3	<i>t</i> ≤ 40	240	360	210 000	81 000	12 · 10 ⁻⁶
	40 < <i>t</i> ≤ 80	215				
Acero SI 52-3	<i>t</i> ≤ 40	360	510			
	40 < <i>t</i> ≤ 80	325				
Acero grano fino SIE 355 WSIE 355 TSIE 355 ESIE 355	<i>t</i> ≤ 40	360	510			
	40 < <i>t</i> ≤ 80	325				
Fundición GS-52		260	520			
GS-20 Mn 5	<i>t</i> ≤ 100	260	500			
Acero mejora do C 35 N	<i>t</i> ≤ 16	300	480			
	16 < <i>t</i> ≤ 80	270				

TABLA

Valor nominal de las tensiones de fluencia y las tensiones de rotura - EUROCODE 1990 -				
Acero	espesor t mm [*])			
	$t \leq 40$ mm		40 mm $< t \leq 100$ mm	
	$\sigma_F (N/mm^2)$	$\sigma_R (N/mm^2)$	$\sigma_F (N/mm^2)$	$\sigma_R (N/mm^2)$
Fe E 235	235	360	215	340
Fe E 275	275	430	255	410
Fe E 355	355	510	335	490

1 Newton = 102 gr. = 0,102 Kg

3.4.-Límites de las curvas de pandeo:

Es importante ver los límites eventuales (superior e inferior) de las curvas europeas, y al respecto es fácil y cómodo operar sobre el diagrama $(\bar{N}, \bar{\lambda})$ que sobre $(\bar{N}, \bar{\lambda})$.

Se sabe desde la época de Navier, que el límite superior de las curvas de pandeo está representada por una barra perfecta ideal cargada en forma perfectamente centrada, y en el sistema $(\bar{N}, \bar{\lambda})$ ese límite está representado por la horizontal $\bar{N}=1$ hasta $\bar{\lambda}=1$ y por la ley que da la tensión de Euler.-

$$\bar{N} = \frac{1}{\bar{\lambda}^2} \quad \text{y} \quad \bar{\lambda} \geq 1 \quad \text{o} \quad \bar{N}\bar{\lambda}^2 = 1$$

y esto viene de:

$$(64) \quad \begin{cases} \sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \\ \sigma_F = \frac{\pi^2 E}{\lambda_F^2} \end{cases} \quad \therefore \bar{N} = \frac{\sigma_K}{\sigma_F} = \frac{1}{\bar{\lambda}^2}$$

Si pasamos al sistema $(\bar{N}, \bar{N}\bar{\lambda}^2)$ se tiene

$$\bar{N}\bar{\lambda}^2 = 1 \quad \text{multiplico por } \bar{N}$$

$$\bar{N}^2\bar{\lambda}^2 = \bar{N} \quad \text{o} \quad \bar{N}^2\bar{\lambda}^2 - \bar{N} = 0$$

sumando miembro a miembro 1:

$$\bar{N} + \bar{N}\bar{\lambda}^2 - \bar{N}^2\bar{\lambda}^2 = 1 \quad (65)$$

puede comprobarse que el límite superior se traduce en una horizontal $\bar{N}=1$ y una vertical $\bar{N}\bar{\lambda}^2 = 1$ (Figura 29)

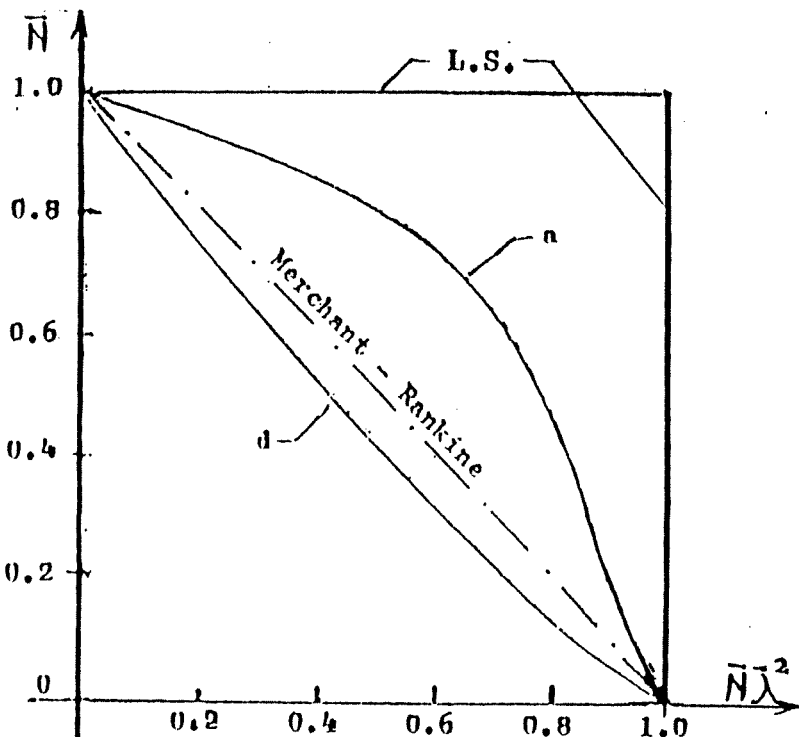


Figura 29: Límite de las curvas de Pandeo:

En cuanto al límite inferior, fue sugerido por Merchant. según él enuncia que el límite inferior está dado por la fórmula de interacción siguiente debida a Rankine.-

$$(66) \quad \frac{\sigma_K}{\sigma_{Ki}} + \frac{\sigma_K}{\sigma_F} = 1$$

y esto corresponde a una recta como puede verse en la Figura 29, que en forma adimensional puede escribirse:

$$(67) \quad \bar{N} + \bar{N}\bar{\lambda}^2 = 1$$

$$(68) \quad \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{1-\bar{N}}{\bar{N}}}$$

\bar{N}	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
$\bar{\lambda}$	0	0,5	0,816	1,22	2,0	3,0
$\bar{N}\bar{\lambda}^2$	0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,9

En 1963, Horne demostró que la fórmula de Merchant-Rankine es teóricamente correcta en ciertas condiciones, que son satisfechas en una barra biarticulada.-

Si ahora tenemos en cuenta las curvas europeas en que la horizontal $\bar{N}=1$ para $\bar{\lambda} \leq \bar{\lambda}_0 \leq 0,2$ se tiene:

$$(69) \quad \bar{N} + \bar{N}\bar{\lambda}^2 - \bar{N}\bar{\lambda}_0^2 = 1$$

$$(70) \quad \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{1-\bar{N}+\bar{N}\bar{\lambda}_0^2}{\bar{N}}}$$

	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1
	0,2	0,54	0,84	1,24	2,01	3,03
	0,2	0,23	0,42	0,62	0,81	0,92

Aquí también esta ley de interacción de Merchant-Rankine se traduce en una recta que UNE ($\bar{\lambda}_0^2, 1,0$) con (1,0) y este pseudolímite no está respetado por todas las curvas europeas. Figura 30, y la curva "d" se sitúa por debajo de la Merchant-Rankine.-

Matemáticamente el límite inferior viene dado por los segmentos de la ecuación $\bar{N}\bar{\lambda}^2 = \bar{\lambda}_0^2$ y $\bar{N}=0$ lo que conduce a la ecuación siguiente (Figura 30)

$$(71) \quad \begin{aligned} \bar{N}\bar{\lambda}^2 - \bar{\lambda}_0^2 &= 0 \\ \bar{N}\bar{\lambda}^2 - \bar{N}\bar{\lambda}_0^2 &= 0 \end{aligned}$$

$$(72) \quad \bar{\lambda} = \sqrt{\frac{\bar{\lambda}_0^2}{\bar{N}}}$$

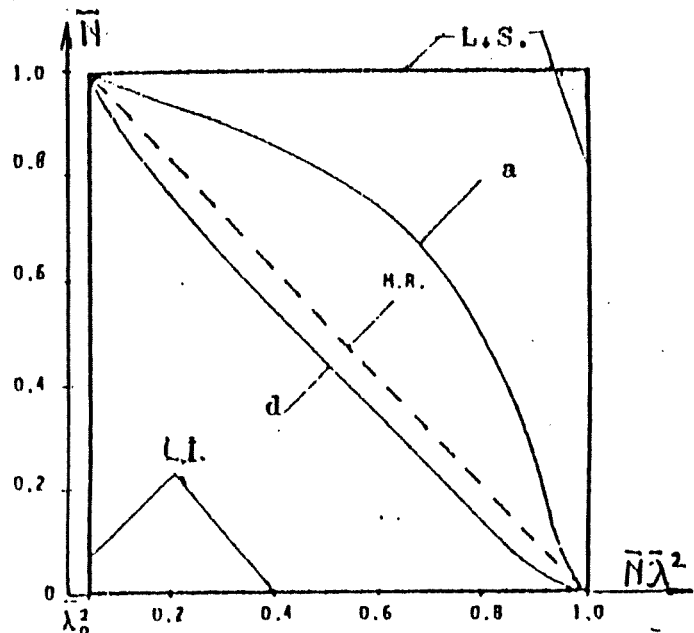


Fig.30 - Límite de las curvas de pandeo

CONVENCION EUROPEA DE LA CONSTRUCCION METALICA / DIN 18800

\bar{N}	1	0,8	0,6	0,4	0,2	0,1	0,09	0,08	0,07	0,06
$\bar{\lambda}$	0,2	0,224	0,258	0,316	0,447	0,633	0,666	0,707	0,756	0,816

\bar{N}	0,04	0,03	0,02	0,01	0,009	0,008	0,007	0,006	0,005	0,004
$\bar{\lambda}$	1,0	1,153	1,414	2,0	2,11	2,236	2,39	2,582	2,828	3,162

Trazando este límite en un diagrama $\bar{\lambda}, \bar{N}$ queda como puede verse en la Figura 31 y todas las curvas europeas quedan por encima de este límite inferior.-

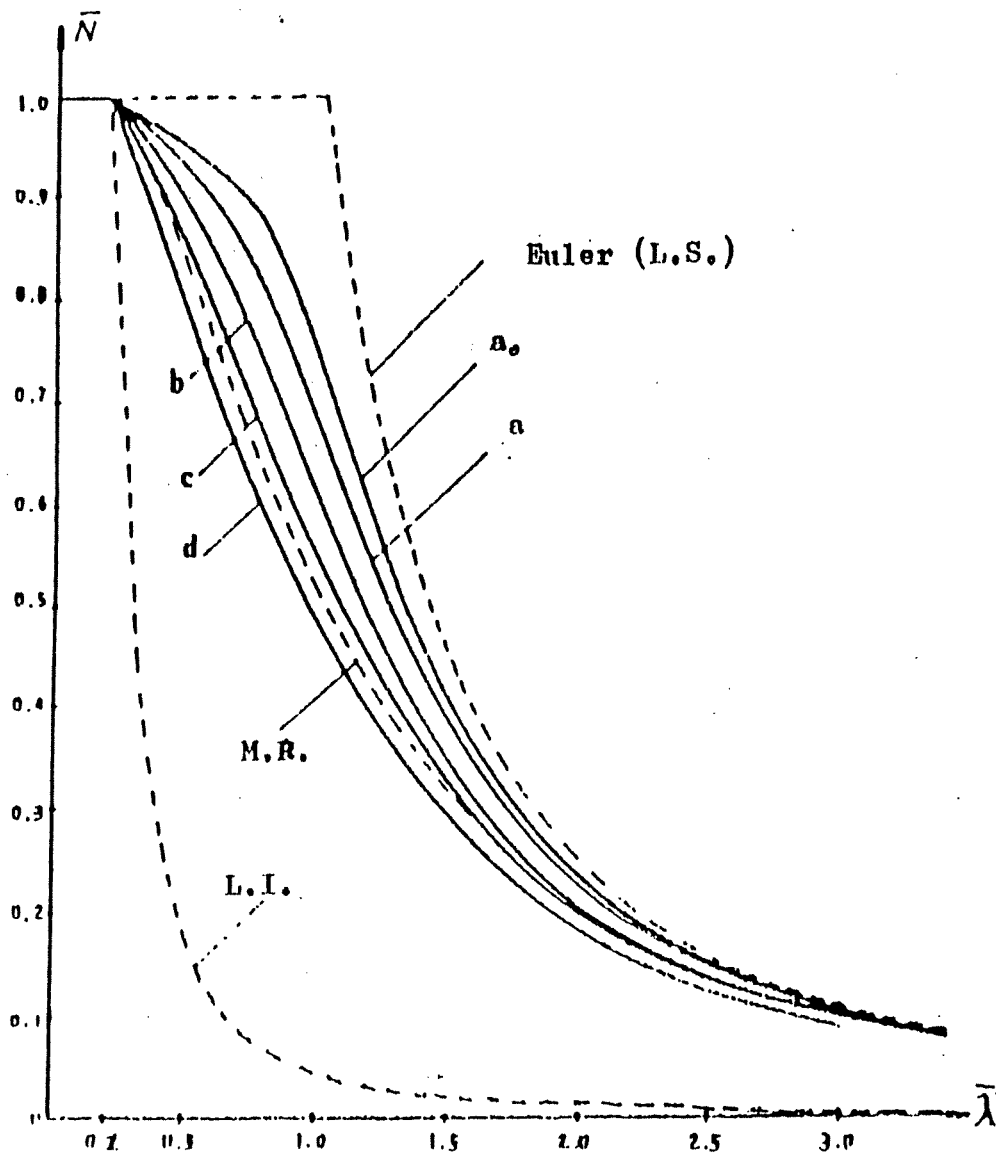


Fig.31 - Límite de las curvas de pandeo

CAPITULO 4: FORMULACION ANALITICA SIMPLE DE LAS CURVAS DE

PANDEO:

4.1.- Comentarios:

Las curvas de pandeo europeas, si analizamos los ensayos de laboratorio, se observa que no poseen ninguna formulación analítica y las tablas y representaciones es debida en su totalidad a estudios estadísticos de estos resultados.-

Analizando los estudios analíticos de Herman Beer y Gerald Schulz, que coinciden con los de laboratorio, puede verse que la ecuación formulada es compleja y únicamente manejable por ordenadores que posean elevada capacidad de memoria, para el manejo de datos que son imprescindibles. Esto era insalvable para el cálculo de pequeños ordenadores usadas en numerosas oficinas, las cuales no poseen una memoria interna lo suficientemente grande para la compilación de datos. Era necesario entonces, la búsqueda de una ecuación sencilla que resolviera el problema.-

Lo que se pretende ahora, es llegar a establecer fórmulas matemáticas sencillas que reproduzcan las curvas de pandeo (extraídas de las curvas de pandeo y simulación electrónica), y su discrepancia con ellas sea tolerable.-

Partiendo de la fórmula de Ayrton y Perry:

$$(73) \quad (\sigma_{ki} - \bar{\sigma}_k)(\bar{\sigma}_F - \bar{\sigma}_k) = \eta \bar{\sigma}_{ki} \bar{\sigma}_k$$

que puede escribirse en forma adimensional:

$$(74) \quad (1 - \bar{N})(1 - \bar{N}\bar{\lambda}^2) = \eta \bar{N}$$

y para poder representar a las curvas europeas, es necesario que el parámetro de imperfección η responda a las siguientes condiciones:

1° Englobar el efecto de las imperfecciones geométricas y estructurales.-

2°. Proporcionar $\bar{N} = 1$ y para $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_0$ con la finalidad de representar la zona horizontal plástica.-

3° Poder encontrar la forma Euleriana con un límite superior referido a la imperfección nula.-

Varios autores han estudiados diversas formas posibles del parámetro η y han demostrado que su tipo de formulación debe estar influenciado por el tipo de material soporte.-

Se formulan diversas expresiones para representar la imperfección η generalizada y ciertos autores han demostrado que:

$$(75) \quad 1^\circ) \quad \eta_1 = \alpha_1(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) = \alpha_1(\bar{\lambda} - 0,2)$$

$$(76) \quad 2^\circ) \quad \eta_2 = \alpha_2 \left(\sqrt{\bar{\lambda}^2 - \bar{\lambda}_0^2} \right) = \alpha_2 \left(\sqrt{\bar{\lambda}^2 - 0,04} \right)$$

Estas dos fórmulas constituyen una generalización de la

4.2- Ajuste de las curvas.

Con la ayuda de un programa de ajuste de curvas, el valor del parámetro α en relación a cada una de las curvas europeas de pandeo, ha sido determinado de manera de minimizar sobre 35 valores (que corresponden a $0.2 \leq \bar{\lambda} \leq 3.6$) en pasos de 0.1 de manera tal que la suma de los cuadrados de las diferencias promedio, entre los valores teóricos \bar{N} promedio calculados por la relación analítica o de cálculo estudiada y los valores \bar{N}_{ECM} sea:

$$(82) \quad \sum_{i=1}^{35} (\Delta \bar{N})^2 = \sum_{i=1}^{35} (\bar{N}_{iECM} - \bar{N}_{i\text{cálculo}}) \longrightarrow \text{mínimo}$$

$$(83) \quad \Delta \bar{N} = (\bar{N}_{iECM} - \bar{N}_{i\text{cálculo}})$$

$$(84) \quad \text{para } \bar{\lambda}_i = 0,2 + 0,1(i-1) \quad i=1 \longrightarrow 35$$

A partir de los valores obtenidos para α son calculados los errores relativos:

$$(85) \quad \varepsilon_R = \frac{\bar{N}_{iECM} - \bar{N}_{i\text{cálculo}}}{\bar{N}_{iECM}} \cdot 100$$

En la Tabla XVIII, se agrupan los resultados obtenidos para la curva "a" solamente, en las 7 fórmulas propuestas y puede verse que la formulación 1° y 2° dan una precisión satisfactoria, siendo sin embargo mejor la 2°).-

Tabla XVIII-Comparación de las 7 formulaciones para la curva "a" [8].-

Curva	$\alpha_{opt.}$	$\sum_{i=1}^{35} (\bar{N}_{iECM} - \bar{N}_{i\text{cálculo}})^2$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{35} (\bar{N}_{iECM} - \bar{N}_{i\text{cálculo}})^2$	Máximo error %
1°	0.177	$5,322 \times 10^{-4}$	$1,521 \times 10^{-5}$	+ 1,757 - 1,142
2°	0.137	$5,249 \times 10^{-4}$	$1,500 \times 10^{-5}$	+ 1,535 - 0,571
3°	0.228	$262,564 \times 10^{-4}$	$79,018 \times 10^{-5}$	+ 13,631 - 7,370
4°	0.137	$138,222 \times 10^{-4}$	$39,492 \times 10^{-5}$	+ 10,128 - 5,080
5°	0.272	$10,724 \times 10^{-4}$	$3,064 \times 10^{-5}$	+ 1,543 - 3,146
6°	0.101	$56,007 \times 10^{-4}$	$16,002 \times 10^{-5}$	+ 5,748 - 3,510
7°	0.287	$42,840 \times 10^{-4}$	$12,240 \times 10^{-5}$	+ 1,610 - 5,565

En la Tabla XIX, pueden verse los valores obtenidos con la fórmula 1°) $\eta_1 = \alpha_1(\bar{\lambda} - \lambda_0)$ y sus α_{opt} y los errores con respecto a los experimentales.-

Tabla XIX: Proposición 1°:

Curva	α_{opt}	$\sum_{i=1}^{35} (N_{i_{CECM}} - N_{i_{calc}})^2$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{35} (N_{i_{CECM}} - N_{i_{calc}})^2$	Máximo error %
a	0.125	$7,66 \times 10^{-4}$	2.188×10^{-5}	+1.40 ($\bar{\lambda} = 2.6$) -0.95 ($\bar{\lambda} = 0.5$)
a	0.199	$5,6 \times 10^{-4}$	1.600×10^{-5}	+1.86 ($\bar{\lambda} = 2.46$) -1.13 ($\bar{\lambda} = 0.6$)
b	0.339	$1,154 \times 10^{-4}$	0.330×10^{-5}	+0.623 ($\bar{\lambda} = 1.2$) -4.35 ($\bar{\lambda} = 3.5$)
c	0.489	$8,05 \times 10^{-4}$	2.3×10^{-5}	+3.27 ($\bar{\lambda} = 2.1$) -1.25 ($\bar{\lambda} = 0.8$)
d	0.756	$25,464 \times 10^{-4}$	8.78×10^{-5}	+6.00 ($\bar{\lambda} = 2.3$) -1.74 ($\bar{\lambda} = 0.7$)

Si analizamos la formulación 2°) $\eta_2 = \alpha_2 \sqrt{\bar{\lambda}^2 - \bar{\lambda}}$, puede buscarse el α_{opt} , y los errores máximos y mínimos respecto de la real, exponiéndose éstos en la Tabla XX.

Tabla XX: Proposición 2°)

Curva	α_{opt}	$\sum_{i=1}^{35} (\bar{N}_{i_{CECM}} - \bar{N}_{i_{calc}})^2$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{35} (\bar{N}_{i_{CECM}} - \bar{N}_{i_{calc}})^2$	Máximo error %
a	0.093	1.106×10	0.316×10^{-5}	+0.494 ($\bar{\lambda} = 0.8$) -0.531 ($\bar{\lambda} = 1.2$)
a	0.157	5.249×10	1.500×10^{-6}	+1.535 ($\bar{\lambda} = 0.3$) -0.571 ($\bar{\lambda} = 3.4$)
b	0.262	26.152×10	7.472×10^{-5}	+2.666 ($\bar{\lambda} = 0.3$) -6.015 ($\bar{\lambda} = 3.5$)
c	0.375	34.604×10	9.887×10^{-6}	+3.650 ($\bar{\lambda} = 0.3$) -2.520 ($\bar{\lambda} = 1.0$)
d	0.573	38.587×10	11.025×10^{-5}	+4.267 ($\bar{\lambda} = 0.3$) -2.727 ($\bar{\lambda} = 0.7$)

Estos valores de η_i reemplazados en la fórmulas de Ayrton y Perry, conduce a una ecuación de 2° grado, y resolviéndola se puede calcular el coeficiente \bar{N} de reducción en función de la esbeltez reducida:

$$(86) \quad \bar{N}_1 = \frac{1 + \alpha_1(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2}{2\bar{\lambda}^2} - \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \sqrt{\left[1 + \alpha_1(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2\right]^2 - 4\bar{\lambda}^2}$$

$$(87) \quad \bar{N}_2 = \frac{1 + \alpha_2 \sqrt{\bar{\lambda}^2 - \bar{\lambda}_0^2} + \bar{\lambda}^2}{2\bar{\lambda}^2} - \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \sqrt{\left[1 + \alpha_2 \sqrt{\bar{\lambda}^2 - \bar{\lambda}_0^2} + \bar{\lambda}^2\right]^2 - 4\bar{\lambda}^2}$$

$$(88) \quad \bar{N}_3 = \frac{1 + \alpha_3(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0)^2 + \bar{\lambda}^2}{2\bar{\lambda}^2} - \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \sqrt{\left[1 + \alpha_3(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0)^2 + \bar{\lambda}^2\right]^2 - 4\bar{\lambda}^2}$$

$$(89) \quad \bar{N}_4 = \frac{1 + \alpha_4(\bar{\lambda}^2 - \bar{\lambda}_0^2) + \bar{\lambda}^2}{2\bar{\lambda}^2} - \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \sqrt{\left[1 + \alpha_4(\bar{\lambda}^2 - \bar{\lambda}_0^2) + \bar{\lambda}^2\right]^2 - 4\bar{\lambda}^2}$$

Indudablemente que estudiando los porcentajes de error en cada uno de los $\bar{\lambda}$ ($0.2 \leq \bar{\lambda} \leq 3.6$), puede verse que la formulación 2°) prevalece sobre la 1°, salvo en el caso de la curva b, en que la formulación 1° es superior; en la tabla respectiva constan los errores en % máximos y mínimos, pero no los intermedios, que en su totalidad me dan una idea de la bondad de una curva con respecto a la otra.-

El reglamento alemán tomó como valor de η la siguiente expresión matemática:

$$(90) \quad \eta = \alpha_a \sqrt{\bar{\lambda}(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0)} = \alpha_a \sqrt{\bar{\lambda}(\bar{\lambda} - 0.2)}$$

reemplazando en la fórmula de Ayrton y Perry se llega a:

$$(91) \quad \bar{N}_a = \frac{1 + \alpha_a \sqrt{\bar{\lambda}(\bar{\lambda} - 0.2)} + \bar{\lambda}^2}{2\bar{\lambda}^2} - \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \sqrt{\left[1 + \alpha_a \sqrt{\bar{\lambda}(\bar{\lambda} - 0.2)} + \bar{\lambda}^2\right]^2 - 4\bar{\lambda}^2}$$

llamando
$$\beta = \frac{1}{2} \left[\frac{1 + \alpha_a \sqrt{\bar{\lambda}(\bar{\lambda} - 0.2)}}{\bar{\lambda}^2} + 1 \right]$$

$$(92) \quad \bar{N}_a = \beta - \sqrt{\beta^2 - \frac{1}{\bar{\lambda}^2}}$$

cuyos resultados se exponen en la Tabla **XXI**

CONVENCION EUROPEA DE LA CONSTRUCCION METALICA / DIN 18800

Tabla XXI Proposición del Reglamento Alemán (1980)

Curva	$\alpha_{opt.}$	$\sum_{i=1}^{35} (N_{i_{escM}} - N_{i_{calc}})^2$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{35} (N_{i_{escM}} - N_{i_{calc}})^2$	Máximo error en %
a ₀	0,102	$1,13 \times 10^{-4}$	0.323×10^{-5}	+0.76 ($\bar{\lambda} = 2.7$) -0.74 ($\bar{\lambda} = 0.5$)
a	0,170	$4,058 \times 10^{-4}$	1.159×10^{-5}	+0.946 ($\bar{\lambda} = 0.3$) -1.00 ($\bar{\lambda} = 0.8$)
b	0,314	$2,20384 \times 10^{-3}$	6.29668×10^{-6}	+2.186 ($\bar{\lambda} = 0.3$) -4.79 ($\bar{\lambda} = 3.5$)
c	0,412	$1,8271 \times 10^{-3}$	5.22028×10^{-6}	+2.44 ($\bar{\lambda} = 0.3$) -2.53 ($\bar{\lambda} = 0.9$)
d	0,630	$1,8539 \times 10^{-3}$	6.39275×10^{-6}	+2.53 ($\bar{\lambda} = 2.3$) -2.92 ($\bar{\lambda} = 0.9$)

También es posible calcular un α afinado, con el mismo criterio anterior, pero entre esbelteces reducidas que varían entre $0.6 \leq \bar{\lambda} \leq 2.1$, siendo ésta una zona donde se trabaja frecuentemente y los errores que se cometen serían menores que los anteriores para $0.2 \leq \bar{\lambda} \leq 3.6$. Para el caso de la proposición 2ª) se confeccionó la Tabla XXII

Tabla XXII Proposición 2ª. Valores de

Curva	$\alpha_{af.}$	% de error $0.6 \leq \bar{\lambda} \leq 2.1$	Máximo error en %
a	0,093	+ 0,49 ($\bar{\lambda} = 0,8$) - 0,53 ($\bar{\lambda} = 1,2$)	- 0,53 ($\bar{\lambda} = 1.2$)
a	0,158	+ 0,48 ($\bar{\lambda} = 1,8$) - 0,39 ($\bar{\lambda} = 0,8$)	- 1,56 ($\bar{\lambda} = 0.3$)
b	0,281	+ 2,60 ($\bar{\lambda} = 0,6$) - 2,58 ($\bar{\lambda} = 2,1$)	- 5,51 ($\bar{\lambda} = 3.5$)
c	0,384	+ 1,77 ($\bar{\lambda} = 0,6$) - 1,81 ($\bar{\lambda} = 1,0$)	- 3,84 ($\bar{\lambda} = 0.3$)
d	0,587	+ 1,89 ($\bar{\lambda} = 2,1$) - 1,87 ($\bar{\lambda} = 0,9$)	- 4,55 ($\bar{\lambda} = 0.3$)

Existen además otras fórmulas matemáticas, por ejemplo la debida a B. Unger.-

$$(93) \quad \bar{N} = \left[\frac{1}{1 + \bar{\lambda}^{2n}} \right]^{\frac{1}{n}}$$

donde $n = B\bar{\lambda}^3 + C\bar{\lambda}^2 + D\bar{\lambda} + E$

y los valores de B, C, D y E pueden verse en la Tabla XXIII

Tabla XXIII

	a_0	a	b	c	d
B	0,2054	0,1000	0,0439	-0,0005	-0,0153
C	-1,3000	-0,6547	-0,2759	-0,0147	0,0677
D	2,1355	1,0586	0,3307	-0,0296	-0,1230
E	1,0275	1,1639	1,2087	1,1559	0,9889

y los porcentajes de error, según las curvas son:

Curva	% de Error Máximo
a_0	+ 3,35 ($\bar{\lambda} = 1,0$) - 1,56 ($\bar{\lambda} = 1,7$)
a	+ 2,22 ($\bar{\lambda} = 0,8$) - 1,30 ($\bar{\lambda} = 1,4$)
b	+ 1,90 ($\bar{\lambda} = 2,9$) - 1,78 ($\bar{\lambda} = 3,6$)
c	+ 0,66 ($\bar{\lambda} = 1,2$) - 0,59 ($\bar{\lambda} = 1,9$)
d	+ 1,20 ($\bar{\lambda} = 0,3$) - 1,10 ($\bar{\lambda} = 0,7$)

Otra fórmula existente es la siguiente:

$$(94) \quad \bar{N} = A_0 + A_1 \bar{\lambda} + \dots + A_4 \bar{\lambda}^4 + \frac{B_1}{\bar{\lambda}} + \frac{B_2}{\bar{\lambda}^2} + \dots + \frac{B_7}{\bar{\lambda}^7}$$

y en la Tabla XXIV pueden verse los valores de A_i y B_i .--

CONVENCION EUROPEA DE LA CONSTRUCCION METALICA // DIN 18800

Tabla XXIV.:

C U R V A S					
	a_0	a	b	c	d
λ_0	-67,12	-36,88	-14,65	2,737	6,226
λ_1	31,21	16,41	6,152	-2,140	-3,600
λ_2	-0,621	-4,320	-1,194	0,8124	1,196
λ_3	1,296	0,6167	0,1927	-0,1643	-0,2097
λ_4	-0,0816	-0,0367	-0,0102	0,01267	0,0150
n_1	80,06	50,21	20,59	-1,526	-6,317
n_2	-69,59	-40,16	-15,80	1,312	5,013
n_3	34,07	19,96	7,463	-0,8009	-2,539
n_4	-10,44	-6,103	-2,496	0,2888	0,7980
n_5	1,935	1,158	0,3923	-0,06052	-0,1514
n_6	-0,1982	-0,1198	-0,0389	0,006792	0,01583
n_7	0,008593	0,005242	0,00164	-0,000316	-0,000699

La CECM toma como fórmulas matemáticas sencillas en función de η , tomando el valor que da la proposición 1°, como actualmente también lo hace el reglamento alemán:

$$(95) \quad \eta = \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0)$$

que conduce a:

$$(96) \quad \bar{N} = \frac{1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2}{2\bar{\lambda}^2} - \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \sqrt{[1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2]^2 - 4\bar{\lambda}^2}$$

siendo ahora los valores de α para las diferentes curvas:

Curva	a_0	a	b	c	d
α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

y con estos coeficientes, los errores que se cometen respecto de la verdadera son los siguientes:

Curva	$\alpha_{opt.}$	$\sum_{i=1}^{35} (N_{i_{CECH}} - N_{i_{CALC}})^2$	$\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{35} (N_{i_{CECH}} - N_{i_{CALC}})^2$	Máximo error %
a ₀	0,13	12.24×10^{-4}	3.497×10^{-5}	+1.87 ($\bar{\lambda} = 1.00$) -0.74 ($\bar{\lambda} = 0.5$)
a	0,21	9.394×10^{-4}	2.684×10^{-5}	+2.53 ($\bar{\lambda} = 1.8$) -0.56 ($\bar{\lambda} = 0.6$)
b	0,34	1.209×10^{-4}	0.345×10^{-5}	+0.62 ($\bar{\lambda} = 1.2$) -4.35 ($\bar{\lambda} = 3.5$)
c	0,49	7.987×10^{-4}	2.282×10^{-5}	+3.27 ($\bar{\lambda} = 2.1$) -1.20 ($\bar{\lambda} = 0.8$)
d	0,76	26.382×10^{-4}	7.097×10^{-5}	+6.04 ($\bar{\lambda} = 2.3$) -1.58 ($\bar{\lambda} = 0.7$)

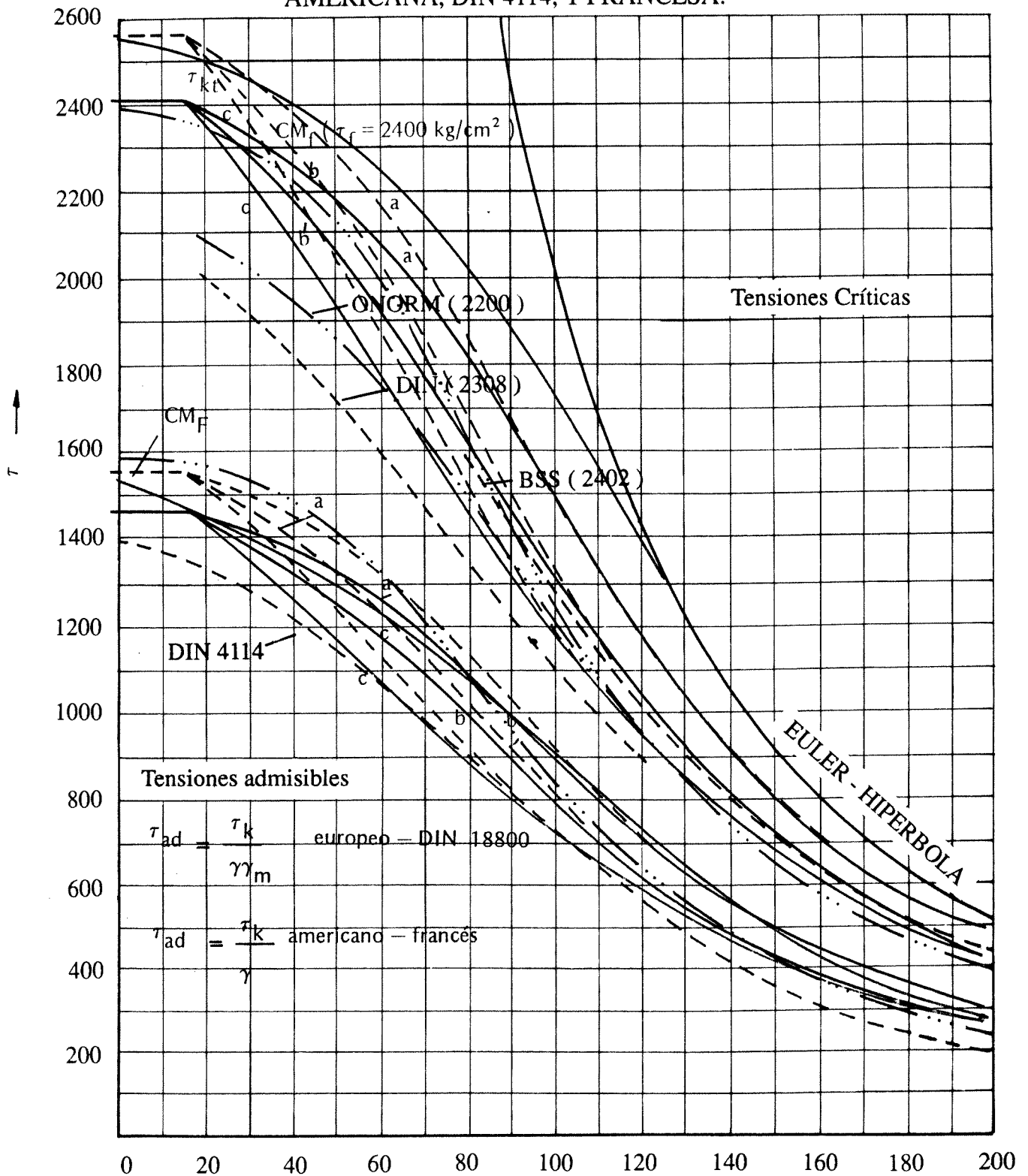
$$\bar{\lambda} \leq 0,2 \longrightarrow \bar{N} = K = 1; \quad \lambda > 0,2 \longrightarrow \bar{N} = K = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \bar{\lambda}^2}}$$

$$k = 0,5 \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]$$

$$\bar{\lambda} > 3,0 \longrightarrow \bar{N} = K = \frac{1}{\bar{\lambda}(\bar{\lambda} + \alpha)}$$

TABLA XXX Valores de $K = \bar{N}$, para curvas a, b, c y d				
$\bar{\lambda}$	a	b	c	d
0,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	0,9775	0,9641	0,9491	0,9235
0,4	0,9520	0,9261	0,8973	0,8504
0,5	0,9243	0,8842	0,8430	0,7793
0,6	0,8900	0,8371	0,7854	0,7100
0,7	0,8477	0,7837	0,7247	0,6431
0,8	0,7957	0,7245	0,6622	0,5797
0,9	0,7339	0,6612	0,5990	0,5208
1,0	0,6656	0,5970	0,5399	0,4671
1,1	0,5960	0,5352	0,4842	0,4189
1,2	0,5300	0,4781	0,4330	0,3762
1,3	0,4703	0,4269	0,3888	0,3385
1,4	0,4179	0,3817	0,3492	0,3055
1,5	0,3724	0,3422	0,3145	0,2766
1,6	0,3332	0,3079	0,2842	0,2512
1,7	0,2994	0,2781	0,2577	0,2289
1,8	0,2702	0,2521	0,2345	0,2093
1,9	0,2449	0,2294	0,2141	0,1920
2,0	0,2229	0,2095	0,1962	0,1766
2,1	0,2036	0,1920	0,1803	0,1630
2,2	0,1867	0,1765	0,1662	0,1508
2,3	0,1717	0,1628	0,1537	0,1399
2,4	0,1585	0,1506	0,1425	0,1302
2,5	0,1467	0,1397	0,1325	0,1214
2,6	0,1362	0,1299	0,1234	0,1134
2,7	0,1267	0,1211	0,1153	0,1062
2,8	0,1182	0,1132	0,1079	0,0997
2,9	0,1105	0,1060	0,1012	0,0937
3,0	0,1036	0,0994	0,0951	0,0882

CONVENCION EUROPEA DE LA CONSTRUCCION METALICA / DIN 18800
CURVAS DEL NUEVO REGLAMENTO EUROPEO, DIN 18800,
AMERICANA, DIN 4114, Y FRANCESA.



— . . . — . . . Reglamentación francesa = 2.400 kg/cm² — CM_F

DIN 18800 y CECM

— — — — — curvas a, b y c con $t^t \leq 16$ mm y $\tau_f = 2,55$ t/cm

————— curvas a, b y c con $t^t > 16$ mm y $\tau_f = 2,40$ t/cm

————— Reglamentación Americana $\tau_f = 2,53$ t/cm (año 1961)

— — — — — Reglamentación DIN 4114 $\tau_f = 2,30$ t/cm

CAPITULO 5: CRITERIO AMERICANO - NUEVA NORMA DEL AÑO 1986

La reglamentación americana en 1986 produce un cambio en base al un estudio probabilístico (llamado de calibración) y la determinación de un índice de confiabilidad :

$$\beta = \frac{\ln(R_m/Q_m)}{\sqrt{V_R^2 + V_Q^2}}$$

en los cuales R_m , Q_m son los valores medios de resistencia R y de las cargas Q respectivamente, V_R y V_Q son los coeficientes de variación igual a : desviación standard % media.

Las verdaderas distribuciones probabilísticas de R y Q se conocen para muy pocos casos, pero se conocen los valores medios.

Con estos conocimientos y algunas aproximaciones, se puede obtener la simple fórmula de índice de confiabilidad. Lógicamente el calculista deberá manejar datos estadísticos para calcular el índice de confiabilidad.

El AISCS para el cálculo procede de la siguiente manera:

$$\sum_{i=1}^n \gamma_i Q_i \leq \phi R_m$$

donde γ_i son coeficientes de incrementación de cargas para considerar incertidumbres en las mismas, R_m es la resistencia nominal y ϕ un factor de resistencia que tiene en cuenta las incertidumbres inherentes a la determinación de la resistencia. Estos factores γ y ϕ se determinan con el índice de confiabilidad, que para pandeo de columnas el valor de $\phi_c = 0,85$.

La carga crítica o tensión crítica viene entonces como una función exponencial

$$\begin{aligned} \gamma_K &= \left[\exp(-0,419 \bar{\lambda}^2) \right] \gamma_F = (e^{-0,419 \bar{\lambda}^2}) \gamma_F = \\ &= (2,718282)^{-0,419 \bar{\lambda}^2} \gamma_F = (0,658)^{-\bar{\lambda}^2} \gamma_F \end{aligned}$$

para $\bar{\lambda} \leq 1,5$ o $\lambda \leq 4,71 \sqrt{\frac{E}{\gamma_F}}$

siendo
$$\bar{\lambda} = \frac{K\ell}{\pi i} \sqrt{\frac{\sigma_F}{E}}$$

K = factor que da la longitud crítica

$$\sigma_K = \left[\exp \left\{ -0,0424 \frac{\sigma_F}{E} \left(\frac{K\ell}{i} \right)^2 \right\} \right] \sigma_F = (e^{-0,419 \bar{\lambda}^2}) \sigma_F$$

y para $\bar{\lambda} > 1,5$ o $\lambda > 4,71 \sqrt{\frac{E}{\sigma_F}}$

$$\sigma_K = \left[\frac{0,877}{\bar{\lambda}^2} \right] \sigma_F$$

y esto nos da solamente una curva válida para todas las secciones.

Pero la tensión crítica a tomar será afectada de $\phi_c = 0,85$.

$$\sigma_{KV} = \sigma_K \phi_c = (0,658 \bar{\lambda}^2) \sigma_F \cdot 0,85 \quad \text{ó}$$

$$\sigma_{KV} = \sigma_K \phi_c = \left(\frac{0,877}{\bar{\lambda}^2} \right) \sigma_F \cdot 0,85$$

Para la norma europea $\phi_c = 1/1,1 = 0,909$.

A continuación se da la tabla con la relación de $\phi_c \frac{\sigma_K}{\sigma_F}$

Entonces al igual que en la norma europea

$$\sigma_{KV} = \phi_c \frac{\sigma_K}{\sigma_F} \cdot \sigma_F = \phi_c \sigma_K \qquad \frac{\sigma_{KV}}{\sigma_F} = \bar{N}_{KV}$$

y para carga crítica

$$N_{KV} = \phi_c \frac{\sigma_K}{\sigma_F} \cdot \sigma_F A = \bar{N} \sigma_F A$$

En la página siguiente puede verse la tabla de valores

$\phi_c \frac{\sigma_K}{\sigma_F}$ que adopta la reglamentación americana AISC.

TABLE XXV a
Values of $\phi_c \bar{\sigma}_K / \bar{\sigma}_F$, $\phi_c = 0.85$
For Determining Design Stress for Compression Members for Steel of Any Yield Stress

	$\bar{\lambda} = \lambda_c$		$\bar{\lambda} = \lambda_c$		$\bar{\lambda} = \lambda_c$		$\bar{\lambda} = \lambda_c$	
	$\phi_c \bar{\sigma}_K / \bar{\sigma}_F$		$\phi_c \bar{\sigma}_K / \bar{\sigma}_F$		$\phi_c \bar{\sigma}_K / \bar{\sigma}_F$		$\phi_c \bar{\sigma}_K / \bar{\sigma}_F$	
All grades of steel	0.02	0.850	0.82	0.641	1.62	0.284	2.42	0.127
	0.04	0.849	0.84	0.632	1.64	0.277	2.44	0.125
	0.06	0.849	0.86	0.623	1.66	0.271	2.46	0.123
	0.08	0.848	0.88	0.614	1.68	0.264	2.48	0.121
	0.10	0.846	0.90	0.605	1.70	0.258	2.50	0.119
	0.12	0.845	0.92	0.596	1.72	0.252	2.52	0.117
	0.14	0.843	0.94	0.587	1.74	0.246	2.54	0.116
	0.16	0.841	0.96	0.578	1.76	0.241	2.56	0.114
	0.18	0.839	0.98	0.568	1.78	0.235	2.58	0.112
	0.20	0.836	1.00	0.559	1.80	0.230	2.60	0.110
	0.22	0.833	1.02	0.550	1.82	0.225	2.62	0.109
	0.24	0.830	1.04	0.540	1.84	0.220	2.64	0.107
	0.26	0.826	1.06	0.531	1.86	0.215	2.66	0.105
	0.28	0.823	1.08	0.521	1.88	0.211	2.68	0.104
	0.30	0.819	1.10	0.512	1.90	0.206	2.70	0.102
	0.32	0.814	1.12	0.503	1.92	0.202	2.72	0.101
	0.34	0.810	1.14	0.493	1.94	0.198	2.74	0.099
	0.36	0.805	1.16	0.484	1.96	0.194	2.76	0.098
	0.38	0.800	1.18	0.474	1.98	0.190	2.78	0.096
	0.40	0.795	1.20	0.465	2.00	0.186	2.80	0.095
	0.42	0.789	1.22	0.456	2.02	0.183	2.82	0.094
	0.44	0.784	1.24	0.446	2.04	0.179	2.84	0.092
	0.46	0.778	1.26	0.437	2.06	0.176	2.86	0.091
	0.48	0.772	1.28	0.428	2.08	0.172	2.88	0.090
	0.50	0.765	1.30	0.419	2.10	0.169	2.90	0.089
	0.52	0.759	1.32	0.410	2.12	0.166	2.92	0.087
	0.54	0.752	1.34	0.401	2.14	0.163	2.94	0.086
	0.56	0.745	1.36	0.392	2.16	0.160	2.96	0.085
	0.58	0.738	1.38	0.383	2.18	0.157	2.98	0.084
	0.60	0.731	1.40	0.374	2.20	0.154	3.00	0.083
	0.62	0.724	1.42	0.365	2.22	0.151	3.02	0.082
	0.64	0.716	1.44	0.357	2.24	0.149	3.04	0.081
	0.66	0.708	1.46	0.348	2.26	0.146	3.06	0.080
	0.68	0.700	1.48	0.339	2.28	0.143	3.08	0.079
	0.70	0.692	1.50	0.331	2.30	0.141	3.10	0.078
	0.72	0.684	1.52	0.323	2.32	0.138	3.12	0.077
	0.74	0.676	1.54	0.314	2.34	0.136	3.14	0.076
	0.76	0.667	1.56	0.306	2.36	0.134	3.16	0.075
	0.78	0.659	1.58	0.299	2.38	0.132	3.18	0.074
	0.80	0.650	1.60	0.291	2.40	0.129	3.20	0.073

CONVENCION EUROPEA DE LA CONSTRUCCION METALICA / DIN 18800

En la tabla siguiente puede verse las diferencias relativas existentes en % con la norma europea

$$Dif. = \Delta = \frac{(\bar{N}_v)_{CECM} - \bar{N}_{AMER.}}{(\bar{N}_v)_{CECM}} \times 100 \quad (\bar{N}_v)_{CECM} = \frac{\bar{N}_{CECM}}{1,1}$$

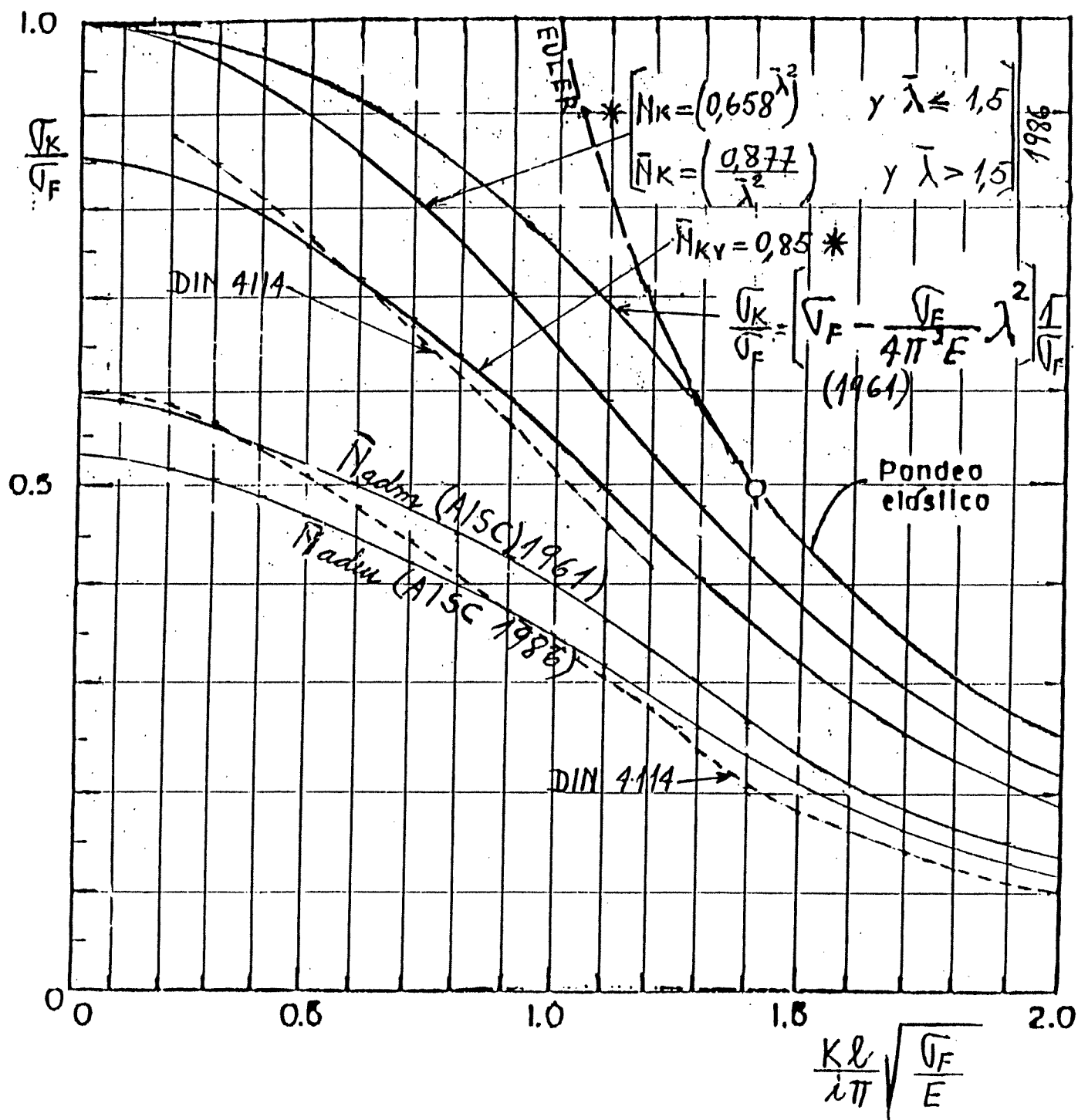
El signo más significa que el \bar{N} de la americana es inferior al de la europea y el signo menos que el \bar{N}_v de la europea es inferior al americano.

DIFERENCIAS RELATIVAS EN % ENTRE LOS \bar{N}_{kv} DE LA NORMA EUROPEA Y LA AMERICANA DE 1986.

$\bar{\lambda}$	a ₀	a	b	c	d
0,0	6,5	6,5	6,5	6,5	6,5
0,1	6,9	6,9	6,9	6,9	6,9
0,2	+8,04	+8,04	+8,04	+8,04	+8,04
0,3	+8,16	+7,88	+6,64	+5,26	+1,76
0,4	+9,19	+8,23	+5,46	+2,83	-4,02
0,5	+10,86	+8,82	+4,90	+0,25	-9,42
0,6	+13,07	+9,12	+4,00	-2,71	-15,00
0,7	+15,79	+9,88	+3,03	-5,92	-20,28
0,8	+17,44	+10,23	+1,65	-9,27	-25,00
0,9	+17,84	+10,00	-0,33	-12,21	-28,70
1,0	+16,78	+8,85	-2,71	-14,55	-31,36
1,1	+14,66	+7,07	-4,76	-16,00	-32,71
1,2	+12,26	+5,33	-6,36	-16,72	-32,73
1,3	+10,33	+3,94	-7,49	-16,63	-31,50
1,4	+9,18	+3,67	-7,39	-15,34	-29,00
1,5	+9,21	+4,36	-6,28	-12,65	-25,34
1,6	+10,35	+6,02	-4,00	-9,26	-20,75
1,7	+11,03	+7,32	-2,60	-7,02	-17,15
1,8	+11,84	+8,59	-1,08	-4,98	-13,95
1,9	+12,53	+9,61	+0,31	-2,86	-11,20
2,0	+12,94	+10,14	+1,16	-1,08	-9,10
2,1	+13,13	+10,45	+2,00	+0,27	-7,41
2,2	+13,59	+11,14	+2,98	+1,40	-5,81
2,3	+13,80	+11,43	+3,49	+2,15	-4,44
2,4	+14,51	+12,13	+4,30	+3,27	-2,83
2,5	+14,45	+12,26	+4,95	+4,18	-1,79
2,6	+14,80	+12,57	+5,69	+4,95	-0,75
2,7	+15,00	+12,68	+6,34	+5,55	+0,09
2,8	+15,02	+12,55	+6,61	+6,12	+0,66
2,9	+14,95	+12,35	+6,32	+6,13	+0,61
3,0	+14,71	+12,90	+6,55	+6,55	+0,87

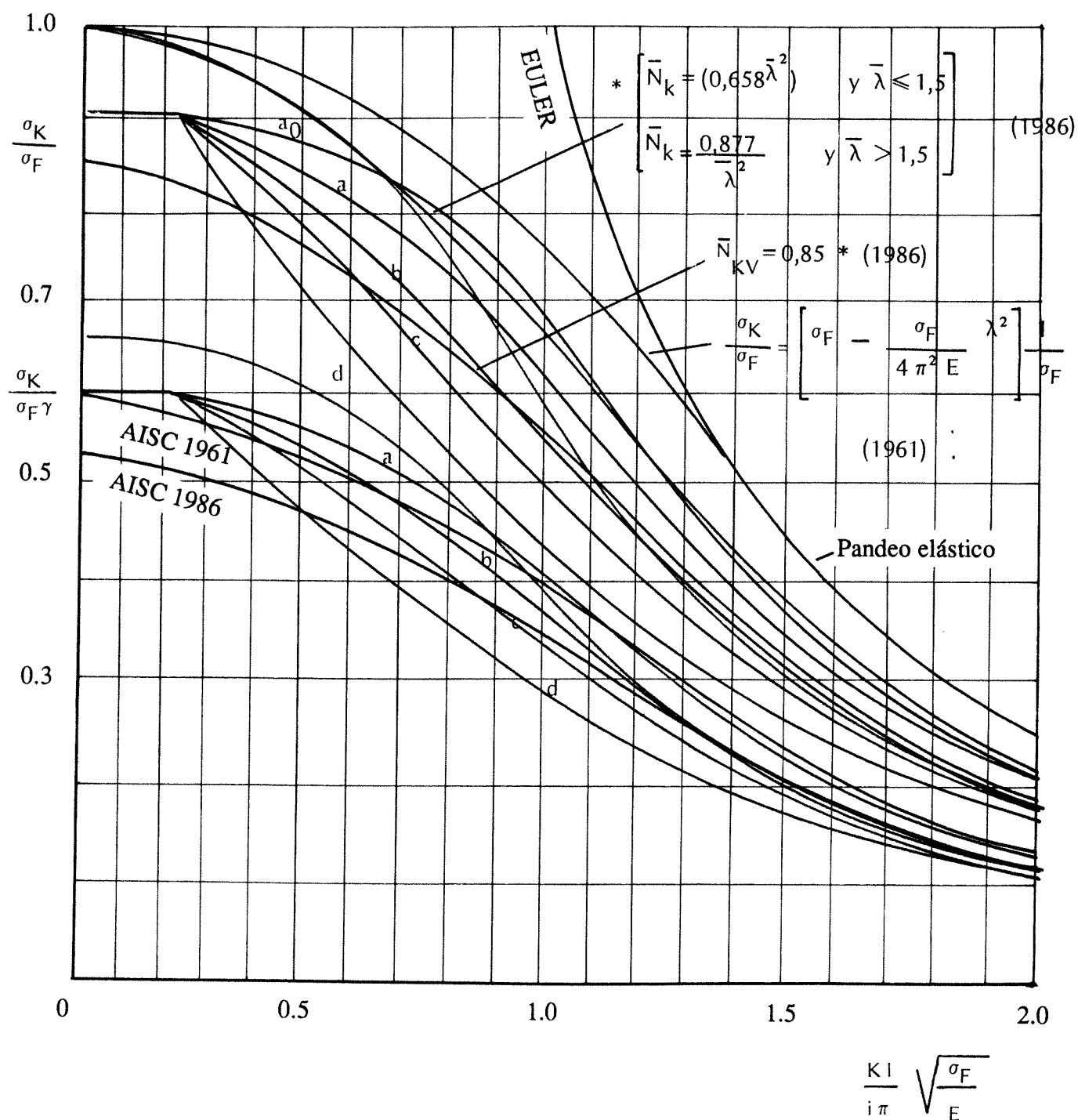
Comparando la reglamentación AISC (1961) y la nueva AISC (1986) puede verse en el siguiente gráfico la diferencia de las tensiones críticas y las tensiones admisibles que en todos los casos son menores que las de la anterior AISC (1961).

CURVAS DE \bar{N} CRITICOS Y ADMISIBLES DE LA REGLAMEN-
TACION AMERICANA DE 1961 Y DE 1986.



CONVENCION EUROPEA DE LA CONSTRUCCION METALICA / DIN 18800

CURVAS DE N CRITICOS Y ADMISIBLES DE LA REGLAMENTACION EUROPEA Y DE LA REGLAMENTACION AMERICANA DE 1961 y 1986. REGL. FRANCESA



- Reglamento francés (año 1956)
- Reglamentación DIN 18800 y CECM (año 1990)
- Reglamento americano (años 1961 y 1986)

CAPITULO 6: PANDEO EN BARRAS COMPUESTAS:

6.1 - Influencia del esfuerzo de corte sobre la carga crítica.

Todo lo dicho anteriormente, solamente es válido para barras de alma llena; cómo se aplicaría esto a barras compuestas?

Planteando la ecuación diferencial de flexocompresión en columnas compuestas, en las que se tiene en cuenta no solamente el momento flector debido a una predeformación, sino también la influencia del esfuerzo de corte, se tiene con respecto del eje y-y:

$$(97) \quad W'' = -\frac{NW}{EI} + \frac{\partial e}{GA} N \frac{d^2 W}{dx^2} - \frac{Nf}{EI} + \frac{\partial e}{GA} N \frac{d^2 f}{dx^2}$$

Tomando como modelo matemático en una barra compuesta y simplemente apoyada, una predeformación f de variación senoidal y de máximo valor en el centro del tramo (Figura 33).-

$$f = W_0 \sin \frac{\pi}{l} x$$

$$f'' = -W_0 \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sin \frac{\pi}{l} x$$

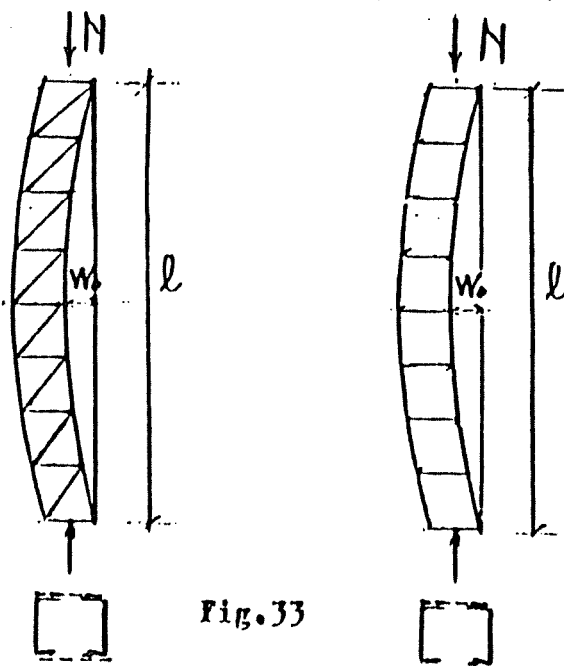


Fig. 33

Reemplazando en la ecuación (97) y trasponiendo términos se tiene (en $l/2$)

$$(98) \quad \left(1 - \frac{N\partial e}{GA}\right) W'' + \frac{NW}{EI} = -\frac{NW_0}{EI} - NW_0 \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \frac{\partial e}{GA}$$

Para ello recordemos que cuando se quiere tener en cuenta el esfuerzo de corte en la determinación de la carga crítica ideal en barras de alma llena se tiene (Figura 34).-

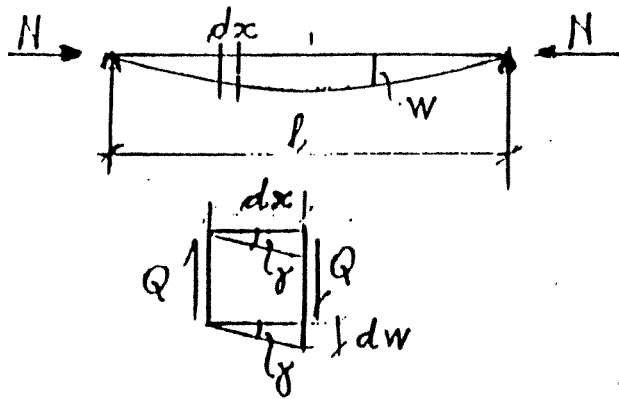


Fig. 34

$$\tan \gamma = \gamma = \frac{dw}{dx} = w'$$

$$\tau = \gamma G = \frac{\partial e Q}{A}$$

$$\therefore \gamma = \frac{\partial e Q}{GA}$$

$$\bar{\gamma} = \frac{\partial e}{GA} \quad (Q=1)$$

sumando las deformaciones por corte y flexión:

$$W''_{flex.} = -\frac{M}{EI}$$

$$W''_{corte} = \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial e Q}{GA} \right)$$

∂e = coeficiente de forma

$$(99) \quad W'' = -\frac{M}{EI} + \frac{d}{dx} \left(\frac{\partial e Q}{GA} \right) \quad M = NW \quad y \quad Q' = NW''$$

que reemplazando nos dan:

$$(100) \quad W'' = -\frac{NW}{EI} + \frac{\partial e N}{GA} W''$$

llevando todo al 1er miembro:

$$(101) \quad W'' \left(1 - \frac{\partial e N}{GA} \right) + \frac{N}{EI} W = 0$$

o también:

$$(102) \quad W'' + \bar{k}^2 W = 0 \quad \bar{k}^2 = \frac{N}{EI \left(1 - \frac{\partial e N}{GA} \right)}$$

resolviendo la ecuación se llega a determinar:

$$(103) \quad \bar{N}_{ki} = \frac{N_{ki}}{1 + N_{ki} \frac{\partial e}{GA}} = \frac{N_{ki}}{1 + N_{ki} \bar{\gamma}}$$

\bar{N}_{Ki} = Carga crítica teniendo en cuenta también el esfuerzo cortante.-

N_{Ki} = Carga crítica teniendo en cuenta sólo los momentos flectores.-

6.2 - Barras con diagonales.

Cuando la barra es reticulada compuesta, el problema está en determinar cual es el correspondiente valor de δ , para ello se analiza un paño de la siguiente manera (Figura 35):

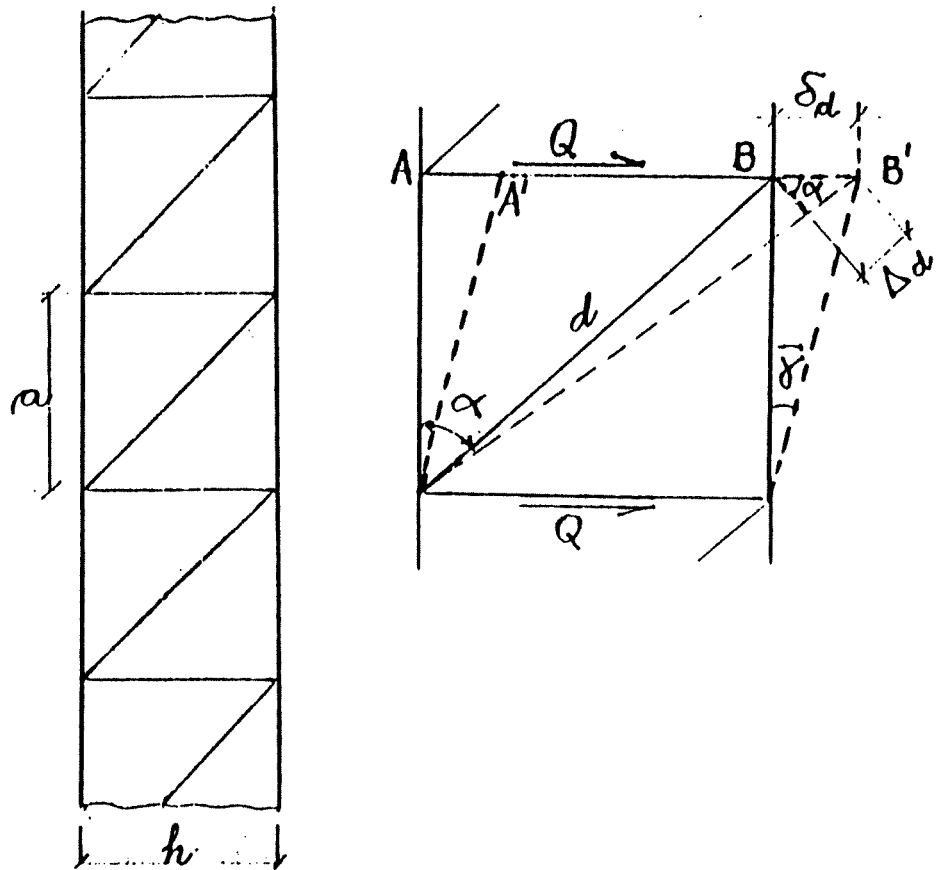


Fig.35

La diagonal traccionada o comprimida de la figura está solicitada por:

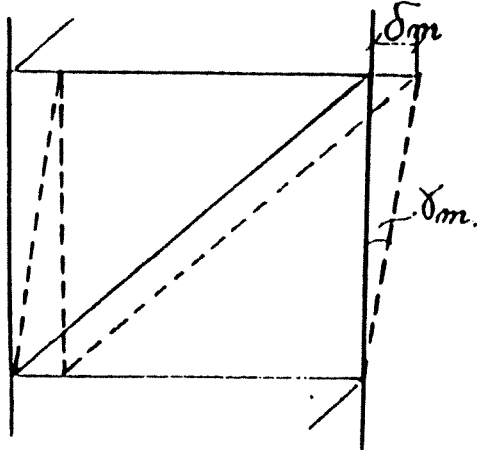
$$(104) \quad D = \pm \frac{Q}{\sin \alpha} = Q \frac{d}{h}$$

y el alargamiento de la diagonal será:

$$(105) \quad \Delta_d = \frac{Q d}{h} \cdot \frac{d}{E A'_d} \quad A'_d = \text{sup. diagonales}$$

$$(106) \quad \delta_d = \frac{\Delta_d}{\sin \alpha} = \frac{Q d^3}{h^2 E A'_d}$$

El montante también se deforma (Figura 36)



$$\delta_m = \Delta_m = \frac{Q h^2}{E A'_R}$$

$A'_R = \text{sup. montantes}$

Figura 36

$$(107) \quad \gamma = \gamma_d + \gamma_R = \frac{Q d^3}{a h^2 E A'_d} + \frac{Q h}{E A'_R} = \frac{Q}{h^2 a E} \left(\frac{d^3}{A'_d} + \frac{h^3}{A'_R} \right)$$

haciendo $Q=1$

$$(108) \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{h^2 a E} \left(\frac{d^3}{A'_d} + \frac{h^3}{A'_R} \right)$$

llamando A_d a la superficie de una diagonal y A_R a la superficie de un montante viene:

$$(109) \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{a} \left[\frac{d^3}{h^2 E A_d} + \frac{h^3}{a E A_R} \right] = \frac{1}{5} = \frac{\alpha c}{E A}$$

La ecuación (98) puede escribirse entonces, teniendo en cuenta (109):

$$(110) \quad W'' + \frac{N}{EI(1-\frac{N}{S})} W = - \left[\frac{N W_0}{EI(1-\frac{N}{S})} + \frac{N W_0 \gamma^2}{(1-\frac{N}{S}) l^2} \cdot \frac{1}{5} \right] \sin \frac{\pi x}{l}$$

haciendo

$$\frac{N}{EI(1-\frac{N}{S})} = \alpha^2$$

queda

$$(111) \quad W'' + \alpha^2 W = - \left[\frac{\alpha^2 W_0}{l^2} + \frac{\alpha^2 W_0 \pi^2 E I}{l^2} \cdot \frac{1}{5} \right] \sin \frac{\pi x}{l}$$

$$(112) \quad W'' + \alpha^2 W = - \left[1 + \frac{EI\pi^2}{l^2 S} \right] \alpha^2 W_0 \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l}$$

y la solución de esta ecuación diferencial es:

$$(113) \quad W = \left(1 + \frac{EI\pi^2}{l^2 S} \right) \frac{\alpha^2 W_0}{\left(\frac{\pi^2}{l^2} - \alpha^2 \right)} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l}$$

la ecuación (103) puede escribirse:

$$(114) \quad \tilde{N}_{ki} = \frac{\pi^2 EI}{l^2} \frac{1}{1 + \frac{\pi^2 EI}{l^2 S}} = \frac{N_{ki}}{1 + \frac{N_{ki}}{S}}$$

que es la carga crítica ideal en barras compuestas, en las cuales se tiene en cuenta la influencia del esfuerzo de corte, además del momento flector.-

$$(115) \quad W = \left(1 + \frac{EI\pi^2}{l^2 S} \right) \frac{\alpha^2 W_0}{\frac{\pi^2}{l^2} - \alpha^2} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l} = \frac{W_0}{\left(\frac{N_{ki}}{N} - 1 \right)} \operatorname{sen} \frac{\pi x}{l}$$

El valor de W_0 debe tomarse en este modelo matemático igual a $l/500$, pues en esta predeformación están contenidas las anomalías geométricas y estructurales.-

6.3 - Barras con presillas.

Si la barra es empresillada, el valor de δ a tener en cuenta en (103) tiene otro valor, y su estudio se realiza para columnas con dos parantes (fig.37a)

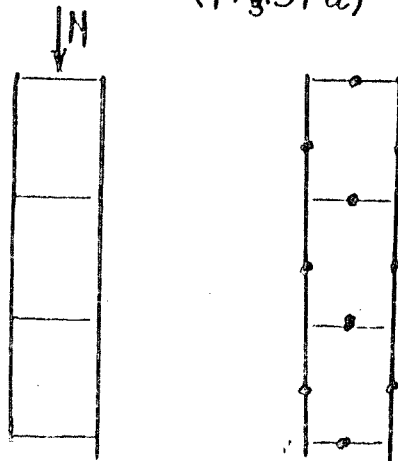


Fig.37a

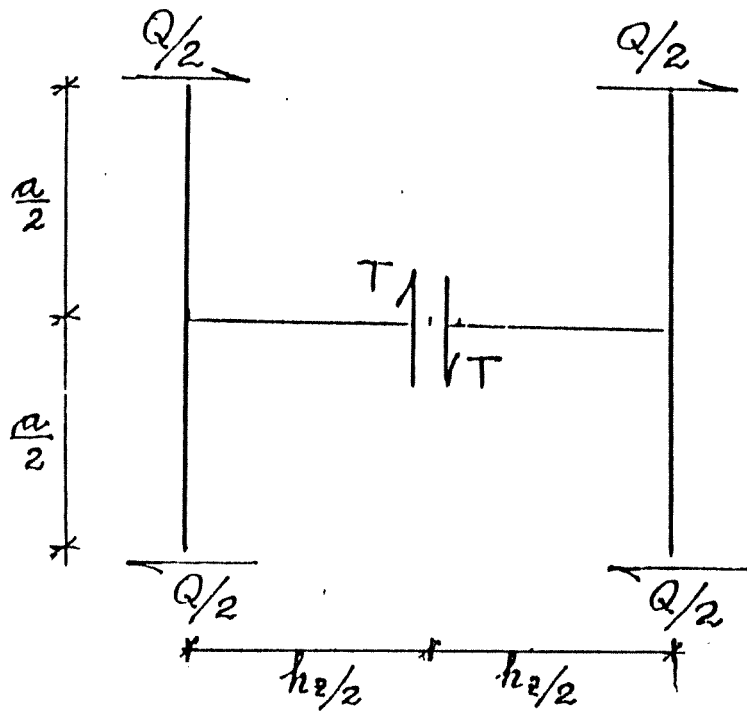


Figura 37b

Estas columnas se deforman de tal manera, que los momentos flectores se anulan en los puntos medios de la presilla y en los puntos medios de las partes de los parantes comprendidos entre presillas. Si se aísla una parte para su estudio se tiene (Figura 37b).-

El cálculo de $\bar{\delta}$ se realiza mediante el método del trabajo virtual y por lo tanto se aplican en las articulaciones de los parantes una fuerza de $1t$ y de ella resultarán los equilibrantes, teniéndose en el subsistema fundamental y en el complementario esfuerzos de flexión y de corte (Figura 38).-

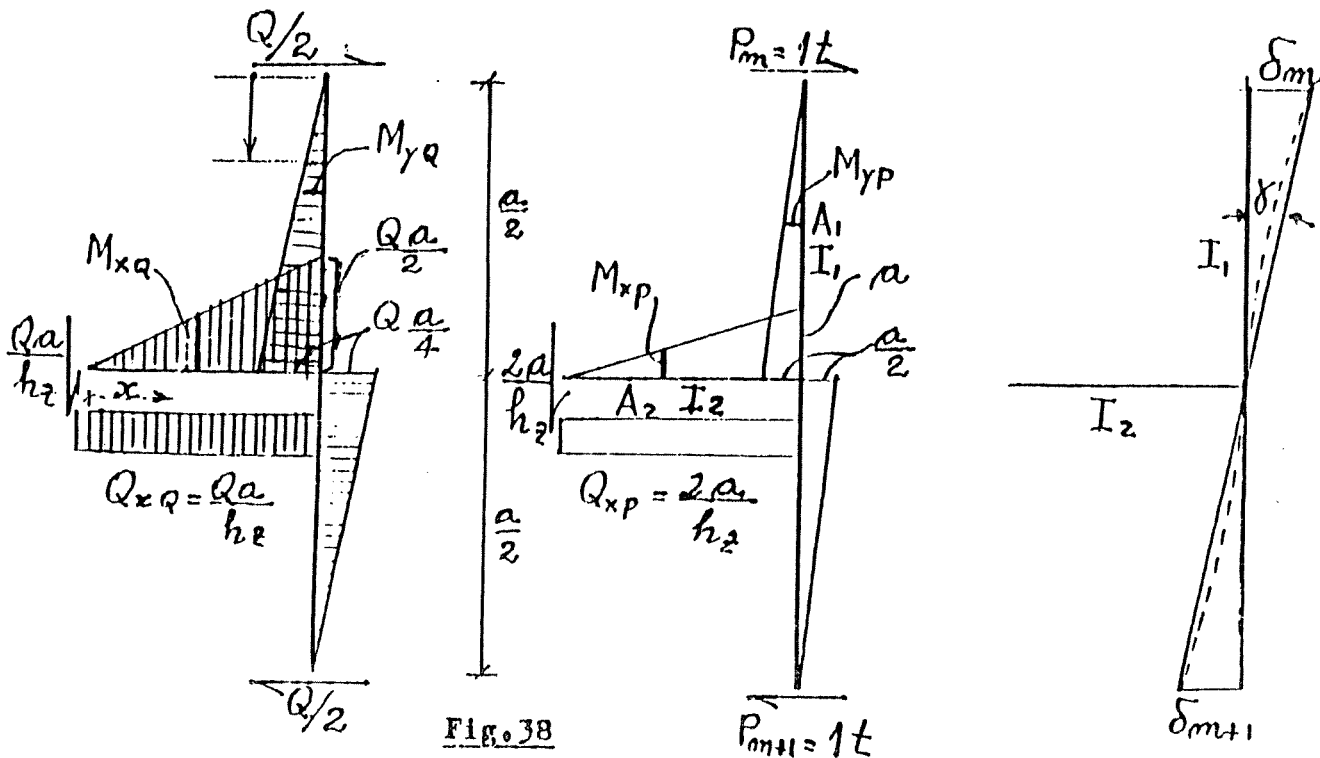


Fig. 38

$$\delta_m + \delta_{m+1} = 2\delta$$

$$\gamma = \frac{\delta}{\frac{a}{2}} = \frac{2\delta}{a}$$

A'_2 = superficie de las presillas

A_8 = superficie de una presilla

A_1 = superficie de un parante

I_{1y} = momento de inercia de un parante

I_2 = momento de inercia de las presillas.

I_B = momento de inercia de una presilla.

$$(116) \quad 2\delta \cdot 1t = \int_0^{h/2} \bar{M}_{xp} \cdot M_{xq} \frac{dx}{EI_2} + 2 \int_0^{a/2} \bar{M}_{yp} \cdot M_{yq} \frac{dy}{EI_1} + \int_0^{h/2} \bar{Q}_{xp} \cdot Q_{xq} \frac{dx}{GA} + 2 \int_0^{a/2} \bar{Q}_{yp} \cdot Q_{yq} \frac{dy}{GA_1}$$

$$(117) \quad I = \int_0^{h/2} Q \frac{a}{h_2} x \cdot \frac{2ax}{h_2} \cdot \frac{dx}{EI_2} = \frac{Q a^2 h}{12 EI_2}$$

$$(118) \quad II = 2 \int_0^{a/2} \frac{Q}{2} y \cdot y \frac{dy}{EI_1} = \frac{Q a^3}{24 EI_1}$$

$$(119) \quad III = \int_0^{h/2} \frac{Qa}{h} \cdot \frac{2a}{h} \frac{dx}{GA'_2} dx = \frac{Q a^2}{h GA'_2} \quad A'_2 = \frac{A_2}{2}$$

$$(120) \quad IV = 2 \int_0^{a/2} \frac{Q}{2} \cdot 1 \cdot \frac{dy}{GA'_1} = \frac{Q}{GA'_1} \cdot \frac{a}{2} \quad A'_1 = \frac{A_1}{2}$$

$$(121) \quad 2\delta = I + II + III + IV$$

$$(122) \quad \delta = \frac{2\delta}{2} = Q \cdot a \cdot \left(\frac{h}{12 EI_2} + \frac{a}{24 EI_1} + \frac{1}{h GA'_2} + \frac{1}{GA'_1 2a} \right)$$

$$(123) \quad \bar{\gamma} = a \left(\frac{h}{12EI_2} + \frac{a}{24EI_1} + \frac{1}{hGA_2''} + \frac{1}{2GA_1'a} \right)$$

considerando además las deformaciones de 2º orden en el parante, queda finalmente:

$$(124) \quad \bar{\gamma} = \frac{1}{S} = \frac{1}{E} \left[\frac{a^2}{2\pi^2 I_{12}} + \frac{ah}{12nI_B} + \frac{a}{h} \frac{2(1+\mu)}{nA_B} + \frac{2(1+\mu)}{2A_1'a} \right]$$

y este es el valor de $1/S$ que se debe reemplazar en (114), para obtener \bar{N}_{ki} en barras compuestas de dos parantes unidas por presillas.-

6.4- Proceso de verificación de secciones.

Entonces una vez conocido $\bar{\gamma}$ se puede determinar \bar{N}_{ki} en la barra compuesta aplicando la (114) y luego se determina la deformación total ficticia en ella.-

$$(125) \quad W_{xT} = \left[W_0 + \frac{W_0}{\left(\frac{\bar{N}_{ki}}{N} - 1 \right)} \right] \operatorname{sen} \frac{\pi}{l} x = \frac{W_0}{\left(1 - \frac{N}{\bar{N}_{ki}} \right)} \operatorname{sen} \frac{\pi}{l} x$$

donde N es la carga normal mayorada por el coeficiente de seguridad, siendo la máxima en $l/2$ y es:

$$(126) \quad W_{xTmax} = \frac{W_0}{\left(1 - \frac{N}{\bar{N}_{ki}} \right)}$$

Una vez conocido W_{xTmax} , se puede calcular el momento flector:

$$(127) \quad M_x^{\pi} = \frac{W_0}{\left(1 - \frac{N}{\bar{N}_{ki}} \right)} N \operatorname{sen} \frac{\pi}{l} x$$

$$(128) \quad M_{xmax}^{\pi} = N \frac{W_0}{\left(1 - \frac{N}{\bar{N}_{ki}} \right)}$$

Debido a este momento flector, habrá un esfuerzo de corte:

$$(129) \quad Q_x^{\pi} = N \frac{\pi}{l} \frac{W_0}{\left(1 - \frac{N}{\bar{N}_{ki}} \right)} \cos \frac{\pi}{l} x$$

$$(130) \quad Q_{max}^{\pi} = N \frac{\pi}{l} \frac{W_0}{\left(1 - \frac{N}{\bar{N}_{ki}} \right)}$$

y ahora sí, se puede calcular el esfuerzo máximo en la barra más solicitada mediante la ecuación de flexocompresión:

$$(131) \quad N_G = \frac{N}{n} + \frac{M_{max}^{II}}{W_y} A_1$$

M_{max}^{II} = Máximo momento considerando deformaciones de 2º orden.-

W_y = Momento resistente de la sección total.-

A_1 = Area de un parante.-

n = nº de parantes.-

N_G se debe comparar ahora con la carga crítica de pandeo local N_{GK} , en una de las barras del parante con respecto al eje y-y y se deberá verificar:

$$(132) \quad N_G \leq N_{GK}$$

El valor de $1/s$, depende entonces de la unión de los dos parantes. Las barras con diagonales pueden presentar una distribución de los mismos de las más diversas formas, variando en consecuencia el valor de $1/s$.-

En el cálculo del momento de inercia de este tipo de columnas, se desprecia el momento de inercia propio de los parantes. En la Figura 39 pueden observarse las distribuciones más usuales de diagonales y a continuación los valores de $1/s$ para cada uno de ellas, en las cuales significan:

a: Distancia entre nudos.-

d: Longitud teórica de la diagonal.-

h: Distancia entre centro de gravedad de los parantes.-

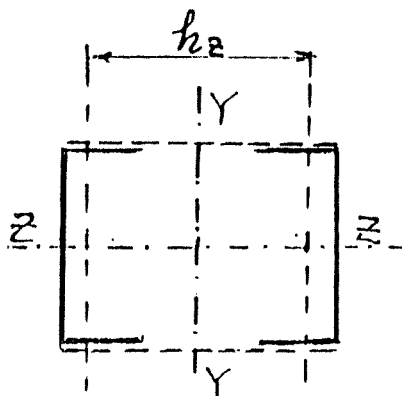
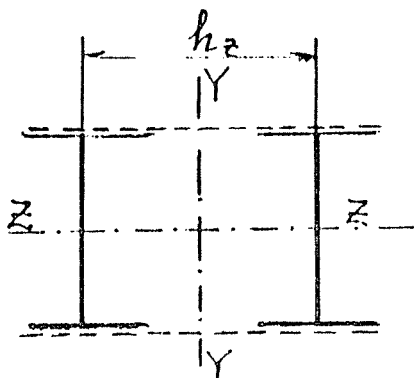
W_{iy} : Módulo resistente de un parante.-

n: Número de diagonales en igual posición.-

A_D : Superficie de la diagonal.-

A_R : Superficie del montante.-

A_1 : Superficie de un parante.-



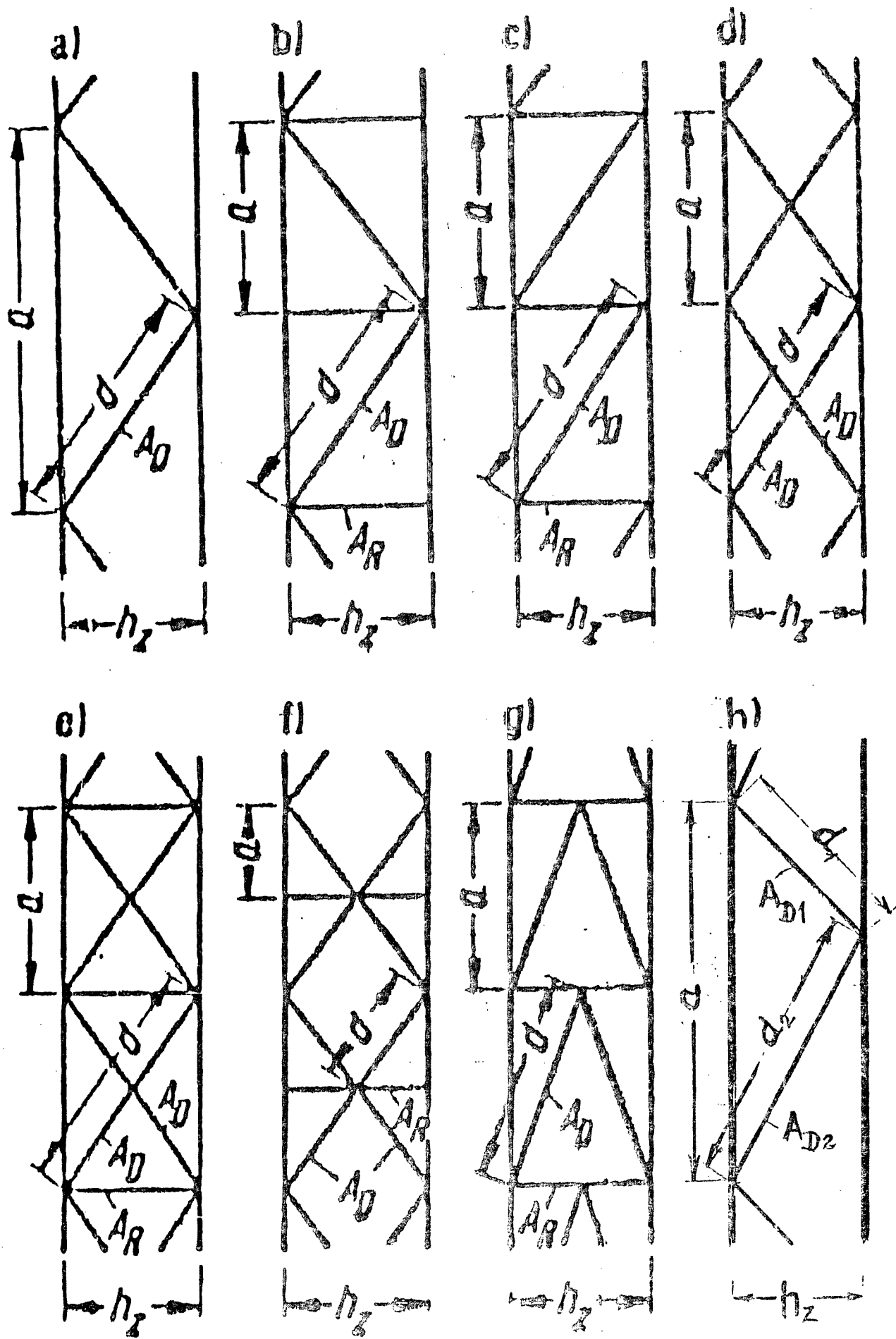


Fig. 39

(133)

$$\left[\begin{array}{l} \text{a) } \frac{1}{S} = \frac{2 d^3}{n a h_z^2 E A_D} \\ \text{b) } \frac{1}{S} = \frac{d^3}{n a h_z^2 E A_D} \\ \text{c) } \frac{1}{S} = \frac{1}{n} \left[\frac{d^3}{a h_z^2 E A_D} + \frac{h_z}{a E A_R} \right] \\ \text{d) } \frac{1}{S} = \frac{d^3}{2 n a h_z^2 E A_D} \\ \text{e) } \frac{1}{S} = \frac{d^3}{2 n a h_z^2 E A_D} \\ \text{f) } \frac{1}{S} = \frac{2 d^3}{2 a h_z^2 E A_D} \\ \text{g) } \frac{1}{S} = \frac{1}{n} \left[\frac{2 d^3}{a h_z^2 E A_D} + \frac{h_z}{4 a E A_R} \right] \\ \text{h) } \frac{1}{S} = \frac{1}{n E h_z^2 a} \left[\frac{d_1^3}{A_{D1}} + \frac{d_2^3}{A_{D2}} \right] \end{array} \right]$$

La diagonal debe calcularse con el máximo esfuerzo de corte Q_{max} (130):

$$(134) \quad N_D = \frac{1}{n} \frac{d}{h_z} Q_{max} = \frac{1}{n} \cdot \frac{d}{h_z} \cdot \frac{\pi}{l} \cdot \frac{NW_0}{1 - \frac{N}{N_{Ki}}}$$

En el caso de columnas compuestas con diagonales, la determinación del máximo esfuerzo en la barra o el parante será:

$$(135) \quad N_G = \frac{N}{2} + \frac{M_{max}}{h_z}$$

y cuando la columna compuesta es empresillada, el valor de $1/s$ para 2, 3 y 4 parantes, teniendo deformaciones de 2º orden es:

$$(136) \quad \left[\begin{aligned} \frac{1}{s} &= \frac{1}{E} \left[\frac{a^2}{2\pi^2 I_y} + \frac{a h_z}{12n I_B} + \frac{a}{h_z} \cdot \frac{2(1+\mu)}{n A'_B} \right] \\ \frac{1}{s} &= \frac{1}{E} \left[\frac{a^2}{3\pi^2 I_y} + \frac{a h_z}{18n I_B} + \frac{a}{h_z} \frac{1+\mu}{n A'_B} \right] \\ \frac{1}{s} &= \frac{1}{E} \left[\frac{a^2}{4\pi^2 I_y} + \frac{29 a h_z}{600n I_B} + \frac{a}{h_z} \frac{17(1+\mu)}{25 n A'_B} \right] \end{aligned} \right]$$

en la cual significan:

- a : Distancia entre presillas.-
- I_B : Momento de inercia de una presilla.-
- n : Nº de presillas paralelas.-
- I_y : Momento de inercia de un parante.-
- A_B : Superficie de una presilla.-
- A'_B : Superficie equivalente de la presilla, cuando se consideran las deformaciones por corte. En secciones rectangulares = $5/6 A$.-
- μ : Coeficiente de Poisson.-

En el cálculo del momento de inercia de las columnas empresilladas, no se desprecia el momento de inercia propio de cada parante, y su expresión es:

$$(137) \quad I_y = \sum A_i z_i^2 + \eta^2 I_{y_i}$$

A_1 Sección de un parante.-

z Distancia del centro de gravedad de las secciones compuestas al baricentro total.-

η Coeficiente que depende de la esbeltez λ_y

El coeficiente η toma los siguientes valores:

$$\begin{aligned} 0 \leq \lambda_y \leq 75 & \quad \eta = 1 \\ 75 \leq \lambda_y \leq 150 & \quad \eta = 2 - \frac{\lambda_y}{75} \\ \lambda_y > 150 & \quad \eta = 0 \end{aligned} \quad (138)$$

La repartición del esfuerzo de corte en estos tipos de columnas empresilladas puede verse en la Figura 40.-

Los valores de (136) reemplazados en (114), permiten calcular los valores de la carga crítica ideal y con esta flecha ficticia máxima según (126); con (128) y (130) se determina el momento flector máximo y el esfuerzo de corte máximo. Con el momento flector máximo se podrá determinar la carga máxima de compresión en uno de los parantes:

$$(139) \quad N_G = \frac{N}{\eta} + \frac{M_{max}^{\pi}}{W_y} A_1 = \frac{N}{\eta} + \frac{M_{max}^{\pi}}{\frac{W_y}{A_1}}$$

debiendo constatar que $N_G \leq N_{GK}$; siendo N_{GK} la carga de pandeo local (tramo del parante entre presillas), con la hipótesis de apoyos articulados.-

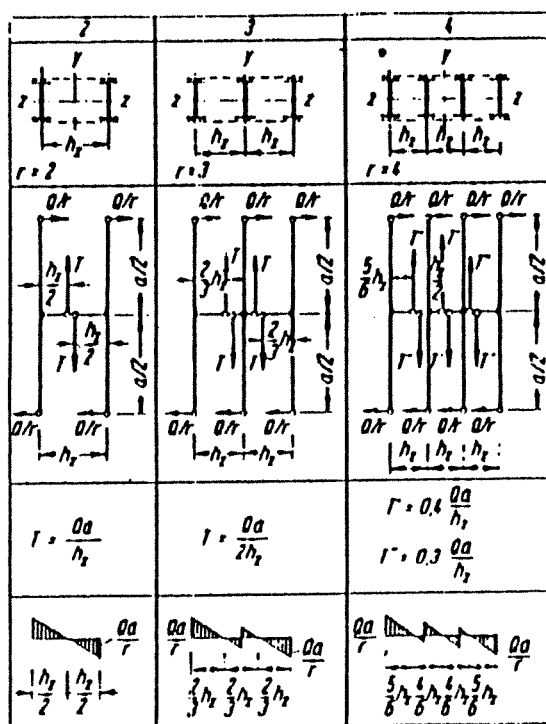


Fig. 40

En las barras empresilladas se realizará además la verificación del nudo formado por parante y presilla, con sollicitación de momento, corte y esfuerzo normal (Figura 41).-

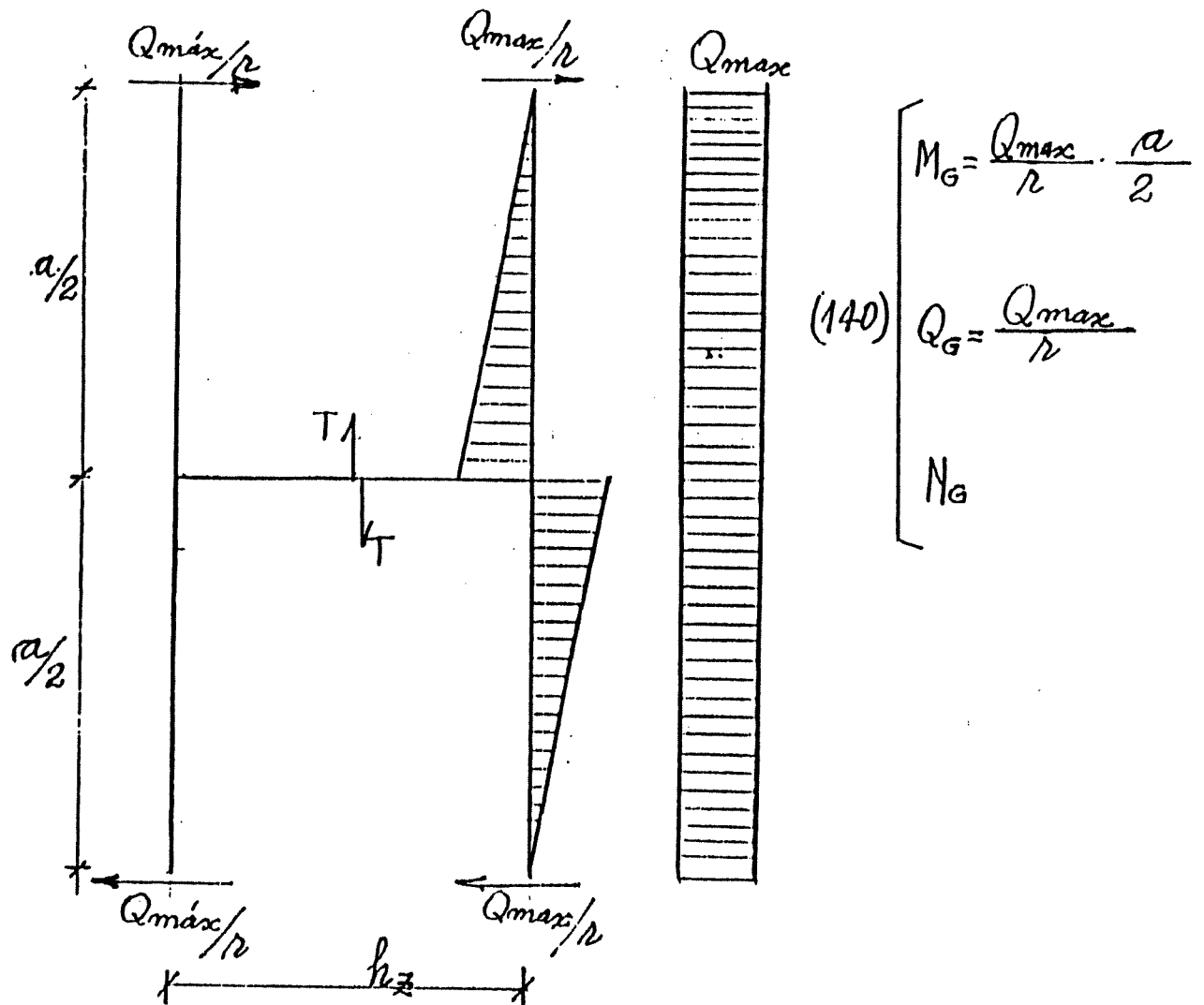


Figura 41

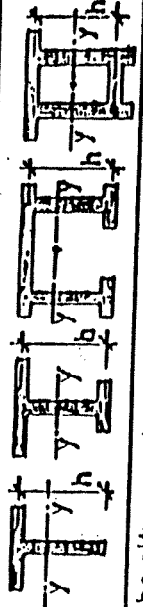

y este momento deberá ser menor que el momento plástico reducido $M_{pl,Q,N}$, que es el momento que conjuntamente con el esfuerzo normal y de corte produce la plastificación de la sección; en los casos de pandeo se prescinde de la acción del corte.-

Para calcular $M_{pl,Q,N}$ deben utilizarse curvas de interacción o las ecuaciones que de ellas provienen, para diferentes tipos de secciones.-

El esfuerzo de corte Q se supone que se reparte en forma proporcional a la sección de los parantes, originándose esfuerzos cortantes T y momentos flectores en la presilla, debiendo verificar ésta a flexión y corte.-

Las presillas deben dividir como mínimo la luz de la barra en un número n de recuadros siendo $n \geq 3$, o sea deben colocarse presillas por lo menos en los tercios medios de la longitud de la barra.-

CONDICIONES DE INTERACCION PARA FLEXION SIMPLE, NORMAL Y CORTE

TABLA XXVI		
	FLEXION RESPECTO AL EJE y-y	FLEXION RESPECTO AL EJE z-z
	SIMETRIA SIMPLE	SIMETRIA DOBLE
1	 <p>h: altura entre centros de gravedad de los cordones. A_2: superficie del o de las almas. se debe tomar como altura del alma h. A_1: sup. del ala comprimida. A_2: sup. del ala traccionada. M: momento flector N: esfuerzo normal. comp(+) trac(-). Q: esfuerzo de corte.</p>	 <p>h: altura entre centros de gravedad de las alas. A: area de la seccion A_2: superficie del o de las almas. se debe tomar como altura de alma h M, N, Q: sollicitaciones</p>
2	<p>Forma de la seccion</p>	<p>b: ancho del ala. A_2: area del ala ($A_2 = bt$) A_1: area del alma $A_2 = A - 2A_1$ M, N, Q: sollicitaciones</p>
3	<p>Fórmulas básicas.</p> <p> $Q_{pl} = A_2 \frac{Q}{\sqrt{3}}$ $\frac{Q}{Q_{pl}} \leq \frac{1}{3} \rightarrow \eta = 1$ $\frac{Q}{Q_{pl}} > \frac{1}{3} \rightarrow \eta = \sqrt{1 - (Q/Q_{pl})^2}$ $A_1 = A_1 + A_2 + \eta A_2$ $\delta_1 = A_1/A_2, \delta_2 = A_2/A_1, \delta_3 = \eta A_2/A_1$ $N_{plQ} = A_1 \sigma_F$ </p>	<p> $Q_{pl} = 2A_2 \sigma_F \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\frac{Q}{Q_{pl}} \leq \frac{1}{3} \rightarrow \eta = 1$ $\frac{Q}{Q_{pl}} > \frac{1}{3} \rightarrow \eta = \sqrt{1 - (Q/Q_{pl})^2}$ $A_1 = 2\eta A_2 A_3, \delta = A_2/A_1$ $N_{plQ} = A_1 \sigma_F$ $M_{plQ} = \frac{1-\delta}{2} b N_{plQ}$ </p>
4	<p>Zona de validez y Condiciones de interaccion</p> <p>I $2\delta_1 - 1 \leq \frac{N}{N_{plQ}} \leq 1$</p> <p>II $2\delta_1 - 1 \leq \frac{N}{N_{plQ}} \leq 2\delta_2$</p> <p>III $-1 + \frac{N}{N_{plQ}} \leq 2\delta_1 - 1$</p>	<p>I $0 + \frac{N}{N_{plQ}} \leq \delta$</p> <p>II $\delta \leq \frac{N}{N_{plQ}} \leq 1$</p> <p>III $\frac{N}{N_{plQ}} \leq (\delta_1 + \frac{1}{2}\delta_2)(1 + \frac{N}{N_{plQ}})$</p> <p>IV $\frac{N}{N_{plQ}} \leq (\delta_1 + \frac{1}{2}\delta_2)(1 + \frac{N}{N_{plQ}})$</p> <p>V $\frac{N}{N_{plQ}} \leq (\delta_1 + \frac{1}{2}\delta_2)(1 + \frac{N}{N_{plQ}})$</p>

DIMENSIONADO PREVIO DE LAS BARRAS A COMPRESION

6.5 Procedimiento de Dömke.

En secciones geoméricamente semejantes, en una línea de perfiles se tiene que $Z = A / i^2$ donde Z es una constante. Los perfiles laminados, no son geoméricamente semejantes entre sí de una manera exacta y por lo tanto Z no es una constante exactamente y lo que se expone a continuación es un procedimiento aproximado y dependerá lógicamente de la correcta evaluación del coeficiente Z .

Partiendo de la relación:

$$(141) \quad Z = \frac{A}{i^2} \quad \text{y teniendo presente que} \quad (142) \quad A = \frac{N_K}{\bar{N} \sigma_F^*} \quad \text{y} \quad \lambda^2 = \frac{l_K^2}{i^2}$$

reemplazando A e i^2 en (141) viene

$$(143) \quad Z = \frac{N_K \lambda^2}{\bar{N} \sigma_F^* l_K^2} \quad \therefore \quad \frac{\lambda^2}{\bar{N}} = \frac{Z \sigma_F^* l_K^2}{N_K} \quad (144)$$

dividiendo ambos miembros por λ_F^2 viene

$$(145) \quad \frac{\bar{\lambda}^2}{\bar{N}} = \frac{Z \sigma_F^* l_K^2}{N_K \lambda_F^2} \quad \frac{\bar{\lambda}}{\sqrt{\bar{N}}} = \sqrt{\frac{Z \sigma_F^* l_K^2}{N_K \lambda_F^2}} = \bar{\lambda} \quad (146)$$

Como el método no es exacto sino aproximado, se comienza con un $\bar{\lambda}_i$ (inicial) y suponiendo que $\bar{N} = 1$, o sea existe compresión exclusivamente

$$\bar{\lambda}_i = \frac{\bar{\lambda}}{\sqrt{1}} = \bar{\lambda} \quad (147)$$

$$\sigma_F^* = \frac{\sigma_F}{\gamma_M}$$

y esto conduce a una sección inicial

$$A_i = \frac{\gamma N}{\sigma_F^*} \quad (148)$$

Buscando en una tabla de perfiles la sección A_i por exeso, se determina el radio de giro i , se determina $\lambda, \bar{\lambda}$. Entrando en la tabla de Dömke con este valor de $\bar{\lambda}$ según la curva correspondiente, se extrae el valor de \bar{N} y con éste se calcula la sección necesaria:

$$A_{nec.} = \frac{\gamma N}{\sigma_F^* \bar{N}} \quad (149)$$

De la tabla de perfiles se sacan los valores correspondientes A, i , se buscan λ , λ y \bar{N} y se verifica:

$$\gamma N \leq \frac{\bar{N} A \sigma_F}{\gamma_M} = N_k \quad (150)$$

Como las líneas de perfiles no son exactamente semejantes, a veces es necesario realizar dos y tres iteraciones, pues si con la fórmula no es la solución buscada el último valor de \bar{N} servirá para buscar una nueva sección y esta deberá verificar.

A continuación pueden verse las tablas de Dömke para las curvas "a", "b" y "c" que son las más usuales.

T A B L A XXVII

DIMENSIONAMIENTO PREVIO DE BARRAS A COMPRESION EN NUEVA NORMA DIN 18800. PROCEDIMIENTO O METODO DE DÖMKE

PARA CURVA "a"

	$\bar{\lambda}$	λ^+										$\bar{\lambda}$
		0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	
VALORES AUXILIARES $\bar{\lambda}_b = \frac{\bar{\lambda}}{\sqrt{k}}$	0.2	0.2000	0.2102	0.2204	0.2307	0.2409	0.2513	0.2616	0.2720	0.2824	0.2929	0.2
	0.3	0.3034	0.3139	0.3244	0.3350	0.3455	0.3562	0.3668	0.3775	0.3882	0.3984	0.3
	0.4	0.4097	0.4206	0.4314	0.4424	0.4533	0.4643	0.4754	0.4866	0.4978	0.5091	0.4
	0.5	0.5204	0.5319	0.5434	0.5551	0.5668	0.5785	0.5903	0.6021	0.6140	0.6259	0.5
	0.6	0.6379	0.6499	0.6620	0.6742	0.6864	0.6988	0.7112	0.7237	0.7363	0.7489	0.6
	0.7	0.7616	0.7745	0.7875	0.8007	0.8140	0.8275	0.8411	0.8548	0.8689	0.8824	0.7
	0.8	0.8964	0.9105	0.9249	0.9394	0.9542	0.9692	0.9843	0.9996	1.0151	1.0308	0.8
	0.9	1.0467	1.0627	1.0790	1.0955	1.1122	1.1292	1.1464	1.1638	1.1815	1.1994	0.9
	1.0	1.2175	1.2359	1.2546	1.2736	1.2926	1.3121	1.3317	1.3516	1.3718	1.3922	1.0
	1.1	1.4129	1.4338	1.4550	1.4764	1.4981	1.5199	1.5419	1.5642	1.5868	1.6096	1.1
	1.2	1.6325	1.6560	1.6796	1.7036	1.7277	1.7521	1.7768	1.8015	1.8265	1.8516	1.2
	1.3	1.8768	1.9024	1.9281	1.9540	1.9800	2.0065	2.0330	2.0600	2.0871	2.1146	1.3
	1.4	2.1422	2.1703	2.1987	2.2268	2.2552	2.2841	2.3131	2.3422	2.3717	2.4014	1.4
	1.5	2.4311	2.4612	2.4915	2.5218	2.5525	2.5833	2.6146	2.6459	2.6776	2.7094	1.5
	1.6	2.7410	2.7730	2.8061	2.8388	2.8715	2.9046	2.9377	2.9713	3.0048	3.0383	1.6
	1.7	3.0722	3.1060	3.1505	3.1745	3.2090	3.2441	3.2790	3.3144	3.3496	3.3852	1.7
	1.8	3.4215	3.4572	3.4936	3.5304	3.5669	3.6040	3.6415	3.6794	3.7179	3.7560	1.8
	1.9	3.7947	3.8338	3.8727	3.9120	3.9518	3.9913	4.0312	4.0707	4.1108	4.1512	1.9
	2.0	4.1915	4.2318	4.2728	4.3133	4.3552	4.3967	4.4396	4.4820	4.5250	4.5673	2.0
	2.1	4.6090	4.6534	4.6926	4.7345	4.7768	4.8196	4.8628	4.9065	4.9507	4.9941	2.1
	2.2	5.0392	5.0838	5.1296	5.1749	5.2192	5.2654	5.3107	5.3579	5.4041	5.4493	2.2
	2.3	5.4965	5.5420	5.5891	5.6362	5.6820	5.7300	5.7785	5.8257	5.8734	5.9234	2.3
	2.4	5.9721	6.0212	6.0709	6.1211	6.1718	6.2210	6.2707	6.3209	6.3716	6.4228	2.4
	2.5	6.4723	6.5200	6.5704	6.6191	6.6727	6.7269	6.7816	6.8345	6.8855	6.9370	2.5
	2.6	6.9888	7.0438	7.0993	7.1553	7.2092	7.2610	7.3131	7.3685	7.4244	7.4780	2.6
	2.7	7.5320	7.5895	7.6446	7.7031	7.7592	7.8158	7.8729	7.9305	7.9853	8.0440	2.7
	2.8	8.0998	8.1561	8.2123	8.2700	8.3278	8.3860	8.4447	8.5002	8.5599	8.6202	2.8
	2.9	8.6770	8.7344	8.7922	8.8504	8.9091	8.9683	9.0275	9.0881	9.1487	9.2055	2.9
	3.0	9.2670	9.3291	9.3872	9.4503	9.5093	9.5734	9.6381	9.6985	9.7643	9.8306	3.0
	3.1	9.8925	9.9549	10.018	10.081	10.145	10.209	10.275	10.339	10.400	10.466	3.1
	3.2	10.537	10.600	10.662	10.731	10.794	10.864	10.934	11.000	11.069	11.135	3.2
	3.3	11.201	11.267	11.334	11.398	11.429	11.531	11.600	11.669	11.739	11.810	3.3
	3.4	11.881	11.952	12.017	12.087	12.155	12.220	12.287	12.361	12.929	12.504	3.4
	3.5	12.572	12.641	12.718	12.788	12.858	12.928	13.000	13.071	13.143	13.215	3.5
	3.6	13.288										

CONVENCION EUROPEA DE LA CONSTRUCCION METALICA / DIN 18800

T A B L A XXVIII

DIMENSIONAMIENTO PREVIO DE BARRAS A COMPRESION EN NUEVA NORMA DIN 18800. PROCEDIMIENTO O METODO DE DÖMKE

PARA CURVA " b "

	$\bar{\lambda}$	$\lambda +$										$\bar{\lambda}$
		0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	
	0.2	0.2000	0.2103	0.2207	0.2312	0.2416	0.2521	0.2627	0.2733	0.2839	0.2946	0.2
	0.3	0.3054	0.3162	0.3271	0.3380	0.3490	0.3600	0.3711	0.3822	0.3934	0.4046	0.3
	0.4	0.4159	0.4272	0.4386	0.4500	0.4614	0.4729	0.4845	0.4961	0.5079	0.5196	0.4
	0.5	0.5315	0.5434	0.5555	0.5677	0.5800	0.5922	0.6047	0.6172	0.6298	0.6426	0.5
	0.6	0.6554	0.6684	0.6814	0.6946	0.7079	0.7212	0.7303	0.7484	0.7622	0.7761	0.6
	0.7	0.7901	0.8042	0.8185	0.8329	0.8475	0.8622	0.8771	0.8922	0.9073	0.9227	0.7
	0.8	0.9383	0.9539	0.9699	0.9860	1.0023	1.0188	1.0355	1.0526	1.0698	1.0873	0.8
	0.9	1.1051	1.1230	1.1411	1.1594	1.1806	1.1964	1.2152	1.2342	1.2533	1.2727	0.9
	1.0	1.2924	1.3122	1.3323	1.3526	1.3731	1.3937	1.4146	1.4358	1.4569	1.4785	1.0
	1.1	1.5002	1.5221	1.5443	1.5667	1.5893	1.6122	1.6354	1.6588	1.6825	1.7063	1.1
	1.2	1.7304	1.7549	1.7796	1.8043	1.8297	1.8550	1.8806	1.9064	1.9325	1.9588	1.2
	1.3	1.9852	2.0118	2.0387	2.0658	2.0932	2.1208	2.1485	2.1765	2.2047	2.2332	1.3
	1.4	2.2619	2.2909	2.3201	2.3496	2.3793	2.4093	2.4394	2.4700	2.5006	2.5316	1.4
	1.5	2.5627	2.5938	2.6254	2.6566	2.6885	2.7206	2.7526	2.7850	2.8178	2.8507	1.5
	1.6	2.8839	2.9172	2.9508	2.9849	3.0195	3.0540	3.0889	3.1244	3.1603	3.1961	1.6
	1.7	3.2324	3.2686	3.3046	3.3412	3.3775	3.4209	3.4510	3.4874	3.5242	3.5615	1.7
	1.8	3.5986	3.6360	3.6732	3.7116	3.7496	3.7882	3.8271	3.8657	3.9057	3.9452	1.8
	1.9	3.9852	4.0257	4.0658	4.1073	4.1474	4.1890	4.2300	4.2715	4.3125	4.3540	1.9
	2.0	4.3959	4.4372	4.4789	4.5212	4.5627	4.6005	4.6471	4.6900	4.7334	4.7722	2.0
	2.1	4.8215	4.8664	4.9104	4.9548	4.9984	5.0424	5.0855	5.1290	5.1729	5.2187	2.1
	2.2	5.2650	5.3134	5.3607	5.4070	5.4520	5.4976	5.5436	5.5917	5.6387	5.6878	2.2
	2.3	5.7375	5.7859	5.8366	5.8860	5.9340	5.9845	6.0335	6.0829	6.1329	6.1833	2.3
	2.4	6.2322	6.2836	6.3334	6.3837	6.4344	6.4857	6.5351	6.5849	6.6352	6.6859	2.4
	2.5	6.7371	6.7912	6.8433	6.8960	6.9491	7.0001	7.0488	7.0979	7.1474	7.2028	2.5
	2.6	7.2587	7.3152	7.3722	7.4299	7.4850	7.5346	7.5845	7.6379	7.6918	7.7460	2.6
	2.7	7.8007	7.8559	7.9115	7.9676	8.0242	8.0812	8.1388	8.1968	8.2554	8.3108	2.7
	2.8	8.3703	8.4304	8.4872	8.5483	8.6100	8.6683	8.7270	8.7903	8.8500	8.9103	2.8
	2.9	8.9710	9.0322	9.0940	9.1563	9.2191	9.2824	9.3463	9.4061	9.4711	9.5366	2.9
	3.0	9.5979	9.6595	9.7268	9.7895	9.8579	9.9217	9.9859	10.0561	10.1215	10.1874	3.0
	3.1	10.2538	10.3209	10.3885	10.4566	10.5194	10.5886	10.6584	10.7227	10.7936	10.8590	3.1
	3.2	10.9310	10.9970	11.0705	11.1379	11.2125	11.2809	11.3499	11.4250	11.4963	11.5670	3.2
	3.3	11.6382	11.7100	11.7822	11.8551	11.9286	12.0030	12.0770	12.1520	12.2280	12.2970	3.3
	3.4	12.374	12.451	12.522	12.592	12.671	12.743	12.815	12.896	12.969	13.043	3.4
	3.5	13.117	13.191	13.266	13.342	13.409	13.485	13.563	13.630	13.709	13.777	3.5
	3.6	13.856										

VALORES AUXILIARES $\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\sqrt{K}}$

T A B L A XXIX

DIMENSIONAMIENTO PREVIO DE BARRAS A COMPRESION EN NUEVA NORMA DIN 18800. PROCEDIMIENTO O METODO DE DÖMKE

PARA CURVA "C"

	λ	$\lambda +$										λ
		0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	
	0.2	0.2000	0.2105	0.2211	0.2318	0.2424	0.2532	0.2640	0.2748	0.2857	0.2966	0.2
	0.3	0.3076	0.3187	0.3298	0.3411	0.3523	0.3637	0.3751	0.3866	0.3982	0.4099	0.3
	0.4	0.4216	0.4335	0.4454	0.4574	0.4695	0.4817	0.4940	0.5064	0.5190	0.5316	0.4
	0.5	0.5444	0.5573	0.5702	0.5833	0.5965	0.6098	0.6231	0.6367	0.6503	0.6641	0.5
	0.6	0.6781	0.6922	0.7065	0.7210	0.7355	0.7503	0.7651	0.7801	0.7951	0.8104	0.6
	0.7	0.8257	0.8412	0.8569	0.8727	0.8887	0.9049	0.9214	0.9380	0.9548	0.9718	0.7
	0.8	0.9890	1.0064	1.0237	1.0413	1.0590	1.0767	1.0948	1.1129	1.1313	1.1498	0.8
	0.9	1.1686	1.1876	1.2068	1.2260	1.2455	1.2517	1.2847	1.3045	1.3246	1.3446	0.9
	1.0	1.3649	1.3854	1.4060	1.4268	1.4479	1.4699	1.4906	1.5123	1.5341	1.5562	1.0
	1.1	1.5785	1.6010	1.6237	1.6465	1.6696	1.6930	1.7165	1.7401	1.7641	1.7883	1.1
	1.2	1.8126	1.8371	1.8620	1.8870	1.9122	1.9376	1.9632	1.9892	2.0153	2.0415	1.2
	1.3	2.0679	2.0947	2.1216	2.1485	2.1761	2.2034	2.2313	2.2590	2.2873	2.3154	1.3
	1.4	2.3441	2.3725	2.4016	2.4304	2.4598	2.4893	2.5187	2.5482	2.5783	2.6084	1.4
	1.5	2.6385	2.6648	2.6917	2.7190	2.7469	2.7738	2.8016	2.8299	2.8580	2.8863	1.5
	1.6	2.9559	2.9897	3.0234	3.0576	3.0921	3.1266	3.1609	3.1956	3.2308	3.2657	1.6
	1.7	3.3011	3.3369	3.3732	3.4092	3.4457	3.4826	3.5193	3.5557	3.5925	3.6297	1.7
	1.8	3.6666	3.7039	3.7417	3.7790	3.8168	3.8550	3.8936	3.9318	3.9705	4.0095	1.8
	1.9	4.0481	4.0870	4.1264	4.1662	4.2055	4.2452	4.2852	4.3247	4.3646	4.4049	1.9
	2.0	4.4455	4.4867	4.5271	4.5690	4.6102	4.6519	4.6940	4.7365	4.7781	4.8215	2.0
	2.1	4.8640	4.9057	4.9463	4.9887	5.0342	5.0817	5.1283	5.1740	5.2187	5.2638	2.1
	2.2	5.3078	5.3553	5.4034	5.4504	5.4946	5.5391	5.5858	5.6329	5.6805	5.7286	2.2
	2.3	5.7771	5.8262	5.8739	5.9220	5.9706	6.0197	6.0693	6.1173	6.1678	6.2167	2.3
	2.4	6.2661	6.3159	6.3662	6.4148	6.4660	6.5154	6.5653	6.6155	6.6639	6.7150	2.4
	2.5	6.7642	6.8137	6.8662	6.9192	6.9700	7.0240	7.0784	7.1279	7.1778	7.2308	2.5
	2.6	7.2872	7.3499	7.4105	7.4567	7.5062	7.5560	7.6093	7.6631	7.7204	7.7783	2.6
	2.7	7.8335	7.8858	7.9418	7.9983	8.0519	8.1093	8.1673	8.2221	8.2773	8.3367	2.7
	2.8	8.3929	8.4495	8.5104	8.5679	8.6259	8.6843	8.7433	8.8027	8.8626	8.9187	2.8
	2.9	8.9796	9.0409	9.0984	9.1507	9.2191	9.2824	9.3463	9.4061	9.4711	9.5318	2.9
	3.0	9.5979	9.6595	9.7268	9.7895	9.8579	9.9217	9.9859	10.056	10.122	10.187	3.0
	3.1	10.254	10.321	10.389	10.457	10.519	10.589	10.658	10.723	10.794	10.859	3.1
	3.2	10.931	10.997	11.071	11.138	11.213	11.281	11.350	11.426	11.496	11.567	3.2
	3.3	11.638	11.710	11.782	11.855	11.929	12.003	12.077	12.153	12.228	12.297	3.3
	3.4	12.374	12.452	12.522	12.592	12.671	12.743	12.815	12.896	12.969	13.043	3.4
	3.5	13.117	13.191	13.267	13.342	13.409	13.485	13.563	13.630	13.709	13.777	3.5
	3.6	13.856										

VALORES AUXILIARES $\lambda_0 = \frac{\lambda}{\sqrt{K}}$

B I B L I O G R A F I A

- 1) Lindner Joachim - Näherungen für die Europäischen Knickspannungskurven - Die Bautechnik 10/1978.
- 2) Jacquet J. - Essais de Flambement Et Exploitation Statistique Construction Métallique N° 3/1970.
- 3) Beer Hermann et Schulz Gerald - Bases Théoriques des Courbes Européennes De Flambement - Construction Métallique N° 3/1970.
- 4) Sfintesco D. - Fondement Experimental Des Courbes Européennes De Flambement - Construction Métallique N° 3/1970.
- 5) Beer Hermann und Schulz Gerald - Die Traglast Des Planmäßig Mittig Gedrückten Stabs Mit Imperfektionen - VDI-Zeitschrift vol. 111, N°21, 23y 24 (1967) pag. 1537-41, 1683-87, 1767-72.
- 6) Maquoi J. et Rondal J. - Formulation Analytique Des Nouvelles Courbes Européennes De Flambement - Acier-Stahl-Steel N° 1/1978.
- 7) Ramm K. und Uhlmann D. - Zur Ampassung Des Stabilitätsnachweises Für Mehrteilige Druckstäbe An Das Europäischen Nachweiskonzept - Der Stahlbau N° 6/1981.
- 8) Maquoi J. et Rondal J. - Mise En Equation Des Nouvelles Courbes Européennes De Flambement - Construction Métallique N° 1/1978.
- 9) De La Peña Aznar J. M. - El Pandeo De Soportes De Acero Instituto Eduardo Torroja N° 373.- Marzo 1984.
- 10) EUROCODE N° 3 - Common Unified Rules For Steel Structures Año 1984.
- 11) EUROCODE N 3° - Design Of Steel Structures - Año 1990.
- 12) EUROPEAN RECOMMENDATIONS FOR STEEL CONSTRUCTION - Marzo 1978.
- 13) NORMA DIN 18800 PARA CONSTRUCCION METALICA - Año 1990.
- 14) Proyecto de Reglamento DIN para la Construcción Metálica Año 1988.
- 15) Carpena A. - Determination Des Limites Elastiques Pour Lanalyse Du Flambement - Construction Métallique N° 3/1970.
- 16) Petersen Christian - Statik Und Stabilität Der Baukonstruktionen - Vieweg 1982.
- 17) Burgermeister - Steup - Stabilitätstheorie - Berlin 1959.

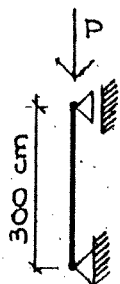
- 18) Beitrage Zur Normung - Hochfeste Baustahle und Stabilitat
Von Stahlbauteilen - Dast 7/1979.
- 19) Kollbrunner / Meister - Knicken Biegedrillknicken, Kippen -
Berlin 1961.
- 20) Gaylord y Gaylord - Construcción Metálica. 1980 -
- 21) Joachim Lindner / R. Gietzelt - Imperfektionsannahmen Fur
Stutzenschiefstellungen -
Der Stahlbau N° 4 - 1984.
- 22) Fukumoto Y. - Numerical Data Bank For The Ultimate Strength
Of Steel Structures - Der Stahlbau N° 1 -
1982.
- 23) Petersen CH. - Statik Und Stabilitat Der Baukonstruktionen
Vieweg 1982.
- 24) Miño Omar - Determinación De Cargas Criticas En Barras
Metálicas De Diferentes Secciones - Nueva Norma
DIN 1980 y Nueva Norma Europea De La Construc-
ción Metálica 1978 - VIII Jornadas Argentinas
De Ingenieria Estructural 1988.
- 25) Miño Omar - Pandeo En El Campo Real De Barras Metálicas
Nueva Norma DIN 18800. Nueva Norma Europea De
La Construcción Metálica 1984. Flexocompresión
Cursos Dictados En La Facultad De Ingenieria De
Rosario, En La Carrera De Post-Grado De Inge-
nieria Estructural En Setiembre - Octubre y No-
viembre de 1987 y En Agosto, Setiembre y Octu-
bre de 1989.
- 26) Miño Omar - Determinación De Cargas Criticas En Barras
Metálicas Según Teoria De Jezek - IV Jornadas
Argentinas De Ingenieria Estructural - Agosto
1984.
- 27) Miño Omar - Determinación De Cargas Criticas Reales- Teoria
De Jezek - DIN 4144 - Ciencia y Técnica Vol. 1
N° 5 (Segundo Periodo) - Agosto 1985 - Vol. 2
N° 6 (Segundo Periodo) - Noviembre 1985, Centro
De Estudiantes Ingenieria U.B.A.
- 28) Miño Omar - Pandeo En El Campo Real De Barras Metálicas -
Nueva Norma DIN 18800. - Nueva Norma Europea De
La Construcción Metálica 1990. Flexocompresión-
Curso Dictado En La Asociación De Graduados De
La Facultad De Ingenieria De La Universidad
Tecnológica Nacional De Rosario En Agosto - Se-
tiembre De 1991.

- 29) Gambiancat, Vicente C. - Cálculo de Estructuras de Acero
Edit. H. Blume Ediciones - 1978.
- 30) Timoshenko S. - Teoría de la estabilidad elástica.
Mc. Graw Hill Book Company - New York -
London (1936).
- 31) De Buen López De Heredia, Oscar - Estructuras de Acero
Editorial Limusa - 1980.
- 32) Miño, Omar - Comparación Del Nuevo Reglamento Europeo, Con El
Reglamento Americano, El Francés (Pandeo) y La
DIN 4114. XI Jornadas Argentinas De Ingeniería
Estructural 1991. - Integrante Del Panel "Regla-
mentos Nacionales De Estructuras De Acero, Mejo-
ramiento Y Actualización Del Nuestro".
- 33) Rubin, Helmut - Merkblatt Stahl 502 - Berechnungsbeispiele
Zu DIN 18800. - Vorlage Juli 1979 Zum Gelbdruck
-Entwurf- Technische Universität Wien.

EJERCICIO N- 1

Verificar la siguiente columna:

DATOS:

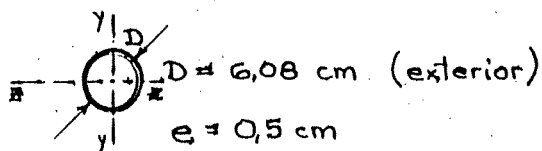


Acero: ST 37

Estado de carga : "H"

$P = 3,5 \text{ t}$

Sección : ϕ



1. Características geométricas de la sección:

$$A = \frac{\pi}{4} (D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4} (6,08^2 - 5,08^2) = 8,77 \text{ cm}^2$$

$$I = \frac{\pi}{64} (D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64} (6,08^4 - 5,08^4) = 34,39 \text{ cm}^4$$

$$i = \sqrt{\frac{I}{A}} = \sqrt{\frac{34,39}{8,77}} = 1,98 \text{ cm}$$

2. Características del material:

En general: $\sigma_F = 2,4 \text{ t/cm}^2$ $E = 2100 \text{ t/cm}^2$

Para la determinación de la carga crítica :

El reglamento alemán toma para : $e \leq 16 \text{ mm}$ $\sigma_F = 2,52 \text{ t/cm}^2$

El reglamento europeo toma para : $e \leq 20 \text{ mm}$ $\sigma_F = 2,55 \text{ t/cm}^2$

3. Luces de pandeo

$L_{K_y} = L_{K_z} = 300 \text{ cm}$ articulada - articulada en todo sentido

4. Verificación

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{L_K}{i} = \frac{300}{1,98} = 152 \\ \lambda_F &= \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_F}} = \sqrt{\frac{\pi^2 \cdot 2100}{2,55}} = 90,155 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_F} = 1,686$$

Con el valor de $\bar{\lambda}$ debemos encontrar \bar{N} de tablas.

1. De tabla XVII seleccionamos la fila correspondiente según el tipo de sección : En este caso Fila 1.

2. De la columna 2 seleccionamos el eje alrededor del cual estamos verificando:

y-y o z-z
(indistinto en este caso)

3. De la columna 3 adoptamos la curva correspondiente: "a"

4. De la tabla de valores de \bar{N} correspondientes a la curva "a" buscamos dicho valor:

$$\bar{\lambda} = 1,686 \Rightarrow \bar{N} = 0,3107$$

La carga crítica resulta: $P_K = A \bar{N} \sigma_F$

Según el criterio alemán se reduce P_K en un porcentaje, ya que los valores de ensayos de laboratorio pueden diferir de la realidad.

$$\therefore P_K = \frac{A \bar{N} \sigma_F}{1,1} = \frac{8,77 \times 0,3107 \times 2,55}{1,1} = 6,316 \text{ t}$$

En este punto podemos continuar de dos maneras:

a) Determinar el coeficiente de seguridad existente

$$V_B = \frac{6,316}{3,5} = 1,8 \geq V_R \Rightarrow \text{Buenas condiciones.}$$

$$\text{Nota: El } V_R \text{ (requerido)} \Rightarrow \begin{cases} V_R = 1,5 & (\text{para E.C. "H"}) \\ V_R = 1,33 & (\text{para E.C. "HZ"}) \end{cases}$$

b) Mayorar la carga actuante al iniciar el cálculo según el coeficiente

$$N = V_R \cdot P = 1,5 \cdot 3,5 \text{ t} = 5,25 \text{ t}$$

si $N \leq P_K \Rightarrow$ Buenas condiciones.

Nota: Si bien ambos procedimientos son válidos sugerimos utilizar el camino b), pues como veremos más adelante resulta más cómodo en problemas de flexocompresión.

Criterio Americano (año 1961)

$$\lambda = \frac{l_K}{l} = \frac{300}{1,98} = 152$$

Calculando la esbeltez correspondiente: C_c

$$C_c = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{\sigma_F}} = 128 \quad (\sigma_F = 2,53 \text{ t/cm}^2)$$

$$\lambda > C_c \Rightarrow \sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

$$\sigma_K = \frac{\pi^2 \cdot 2100}{152^2} = 0,897 \text{ t/cm}^2$$

\Rightarrow Para $\lambda > C_c \Rightarrow$ coeficiente de seguridad $c_s = 1,92$

$$\sigma_{adm} = \frac{0,897}{1,92} = 0,467 \text{ t/cm}^2$$

$$P_{adm} = 0,467 \times 8,77 = 4,095 \text{ t} > 3,5 \text{ t} \Rightarrow \text{B.C.}$$

COMENTARIO:

Según la reglamentación europea la carga admisible sería: $P_{adm} = \frac{P_k}{\gamma} = \frac{6,316}{1,5} = 4,211 \text{ t}$
Comparando los valores de la norma americana con la europea vemos que la P_{adm} europea es 2,7 % mayor que la americana, no superando las tolerancias de dicha norma que es de un 5 %.

Con DIN 4114

$$\lambda = 152 \longrightarrow \omega = 3,90$$

$$\sigma = \frac{P \omega}{A} = \frac{3,5 \times 3,90}{8,77} = 1,556 \text{ t/cm}^2 > 1,4$$

$$\sigma_k = 0,897 \text{ t/cm}^2 \quad \sigma_{adm} = 0,359 \text{ t/cm}^2$$

Nueva norma americana (1986)

$$\lambda = 151,515 \cong 152 \quad K = 1$$

$$\bar{\lambda} = \frac{K l}{\pi i} \sqrt{\frac{\sigma_F}{E}} = \frac{300}{1,98 \pi} \sqrt{\frac{2,53}{2.100}} = 1,674 \longrightarrow \bar{N} = 0,266 \quad (\text{de tabla XXVa})$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_F} = \frac{151,515}{90,51} = 1,674$$

$$N_k = A \bar{N} \sigma_F = 8,77 \times 0,266 \times 2,53 = 5,90 \text{ t}$$

$$\sigma_k = \bar{N} \sigma_F = 0,266 \times 2,53 = 0,673 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{adm} = \frac{0,673}{1,6} = 0,421 \text{ t/cm}^2$$

$$N_{adm} = \frac{5,90}{1,60} = 3,687 \text{ t} > 3,5$$

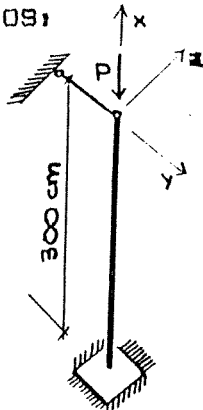
Comparando con la tensión crítica americana de la norma anterior (1961) $\sigma_k = 0,897 \text{ t/cm}^2$, se nota una disminución de la misma a $\sigma_k = 0,673 \text{ t/cm}^2$, que equivale a una diferencia de un 33%; comparándola con la europea $\sigma_k = 0,720 \text{ t/cm}^2$, puede verse que ésta es un 4% mayor.

Respecto de la tensión admisible americana $\sigma_{adm} = 0,467 \text{ t/cm}^2$ (1961) y $\sigma_{adm} = 0,421 \text{ t/cm}^2$ (1986), se observa que esta última es un 11% menor; y con respecto de la europea $\sigma_{adm} = 0,480 \text{ t/cm}^2$ puede verse que la americana (1986) es un 14% menor.

EJERCICIO N° 2

Verificar la siguiente columna:

DATOS:

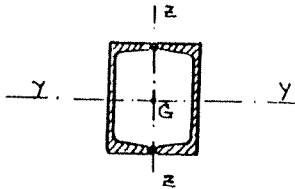


Acero: ST 37

Estado de carga: "HZ"

$$P = 18t \Rightarrow P_{mayorada} = PV = 17,29t$$

Sección: 2 NPU 100, (soldados)



1. Luces de pandeo:

$$L_{ky} = 2 \cdot h = 2 \cdot 300 \text{ cm} = 600 \text{ cm} \quad (\text{empotrada - Libre})$$

$$L_{kz} = 0,75 \cdot h = 0,75 \cdot 300 \text{ cm} = 225 \text{ cm} \quad (\text{empotrada - articulada})$$

2. Características geométricas de la sección:

$$A_1 = 13,5 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 2 A_1 = 27 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 2 I_{y1} = 2 \times 206 \text{ cm}^4 = 412 \text{ cm}^4$$

$$i_y = 3,9 \text{ cm}$$

$$I_z = 2 I_{z1} + 2 A_1 e^2 = 2 \times 29,3 + 2 \times 13,5 \times 3,45^2 = 380 \text{ cm}^4$$

$$i_z = 3,75 \text{ cm}$$

3. Verificación:

$$s/y-y \Rightarrow \lambda_y = \frac{600}{3,9} = 154 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = 1,708$$

$$s/z-z \Rightarrow \lambda_z = \frac{225}{3,75} = 60 \Rightarrow \bar{\lambda}_z = 0,666$$

De la tabla XVIIa \Rightarrow fila N° 2

\Rightarrow Para soldadura fina \Rightarrow s/ y-y curva "b"

\Rightarrow s/ z-z curva "b"

Al usar la misma curva es determinante el mayor $\bar{\lambda} \Rightarrow$

\Rightarrow el pandeo se producirá con respecto al eje y-y.

De la tabla correspondiente a curva "b" \Rightarrow para $\bar{\lambda} = 1,708$

$$\bar{N} = 0.2743$$

$$P_K = \frac{27 \times 0.2743 \times 2.55}{1.1} = 17.2 \text{ t}$$

$$P_K \geq P_{\text{may}} \Rightarrow \text{B.C.}$$

Criterio americano (norma año 1961)

$$C_c = 128$$

$$\lambda > C_c \Rightarrow \sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

$$\sigma_K = \frac{\pi^2 2100}{154^2} = 0.874 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{\text{adm}} = \frac{0.874}{1.92} = 0.455$$

$$P_{\text{adm}} = 0.455 \times 27 = 12.3 \text{ t}$$

Nueva norma americana de 1986

$$\lambda = 153.84 \quad K = 2$$

$$\bar{\lambda} = \frac{K l}{\pi i} \sqrt{\frac{\sigma_F}{E}} = \frac{2 \times 300}{3.9 \pi} \sqrt{\frac{2.53}{2.100}} = 1.699 \approx 1.7$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_F} = \frac{153.84}{90.51} = 1.699 \approx 1.7 \longrightarrow \bar{N} = 0.258 \quad (\text{de tabla XXVa})$$

$$\bar{\sigma}_K = \bar{N} \sigma_F = 0.258 \times 2.53 = 0.653 \text{ t/cm}^2$$

$$N_K = A \bar{N} \sigma_F = 0.258 \times 27 \times 2.53 = 17.62 \text{ t}$$

Puede verse que la tensión crítica americana $\bar{\sigma}_K = 0.653 \text{ t/cm}^2$ con respecto al de la norma anterior (1961) $\sigma_K = 0.874 \text{ t/cm}^2$ es un 34% menor; y respecto de la europea $\bar{\sigma}_K = 0.635 \text{ t/cm}^2$, la americana es un 2,8% mayor.

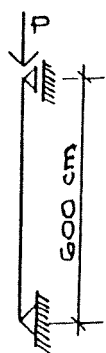
4-----

Con DIN 4114

$$\lambda = 153.84 \quad \sigma_K = 0.876 \text{ t/cm}^2 \quad \sigma_{\text{adm}} = \frac{0.876}{2.19} = 0.40 \text{ t/cm}^2$$

EJERCICIO N- 3

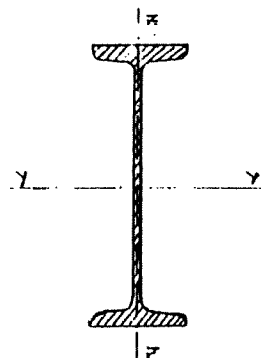
Calcular la carga máxima admisible por la sig. columna
DATOS:



Aceros: ST 37

Estado de carga : "H"

Sección : N P I 300



1. Características geométricas de la sección:

$$A = 69 \text{ cm}^2$$

$$I_y = 9800 \text{ cm}^4 \quad i_y = 11,9 \text{ cm}$$

$$I_z = 653 \text{ cm}^4 \quad i_z = 2,86 \text{ cm}$$

2. Valores de $\bar{\lambda}$ y \bar{N}

$$\lambda_y = \frac{600}{11,9} = 50,4 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = \frac{50,4}{90,155} = 0,559$$

$$\text{De tabla XVIIa} \Rightarrow \text{fila N}^\circ 3 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} h/b > 1,2 \\ t < 40 \text{ mm} \end{array} \right. \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y-y \text{ curva "a"} \\ z-z \text{ curva "b"} \end{array} \right.$$

Adoptando el criterio alemán:

$$P_K = \frac{A \bar{N} \sigma_E}{1,1}$$

$$\text{Para } \bar{\lambda}_y = 0,559 \Rightarrow \bar{N} = 0,9004 \quad (\text{de curva "a"})$$

$$N_K = \frac{69 \times 0,9004 \times 2,55}{1,1} = 144,02 \text{ t}$$

$$V_R = 1,3 \Rightarrow \boxed{N_{\max} = \frac{N_K}{V_R} = \frac{144,02}{1,3} = 96,02 \text{ t}}$$

$$\text{Para } \bar{\lambda}_{z-z} = \frac{600}{2,86} = 210 \Rightarrow \bar{N} = 0,1283 \quad (\text{de curva "b"})$$

$$N_K = \frac{69 \times 0,1283 \times 2,55}{1,1} = 20,52 \text{ t}$$

$$V_R = 1,5 \Rightarrow \boxed{N_{\max} = \frac{N_K}{V_R} = \frac{20,52}{1,5} = 13,68 \text{ t}}$$

Por lo tanto la carga máxima admisible será:

$$N = 13,68 \text{ t}$$

Criterio americano (año 1961)

$$\lambda_y = 50,4 \quad C_c = 128$$

$$\lambda_y < C_c \Rightarrow$$

$$\sigma_k = \sigma_F \left[1 - \frac{\lambda^2}{2 C_c^2} \right] = 2,53 \left[1 - \frac{(50,4)^2}{2 \cdot (128)^2} \right] = 2,33 \text{ t/cm}^2$$

$$\psi = \frac{5}{3} + \frac{3 \lambda}{8 C_c} - \frac{\lambda^3}{8 C_c^3} = \frac{5}{3} + \frac{3 \cdot 50,4}{8 \cdot 128} - \frac{(50,4)^3}{8 (128)^3} = 1,807$$

$$\sigma_{adm} = \frac{2,33}{1,807} = 1,291 \text{ t/cm}^2$$

$$N_{adm} = 1,291 \times 69 = 89,13 \text{ t}$$

Comparando esta carga con el reg. alemán es un 7,7 % inferior

$$\lambda_z = 234,4 \quad C_c = 128$$

$$\lambda > C_c \Rightarrow \sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 0,377 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{adm} = \frac{0,377}{1,92} = 0,196$$

$$N_{adm} = 0,196 \times 69 = 13,5 \text{ t}$$

Comparando esta carga con el reg. alemán es un 1,3 % inferior

Nueva norma americana de 1986

Con respecto al eje y-y

$$\lambda_y = 50,42 \quad K = 1$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{K L}{i \pi} \sqrt{\frac{\sigma_F}{E}} = \frac{600}{11,9 \pi} \sqrt{\frac{2,53}{2.100}} = 0,557$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{50,42}{90,91} = 0,557 \longrightarrow \bar{N} = 0,746 \text{ (de tabla XXVa)}$$

$$N_K = A \bar{N} \bar{\sigma}_F = 69 \times 0,746 \times 2,53 = 130,23 t$$

$$\bar{\sigma}_K = \bar{N} \bar{\sigma}_F = 0,746 \times 2,53 = 1,887 t/cm^2$$

$$\bar{\sigma}_{cadm} = \frac{1,887}{1,6} = 1,179 t/cm^2$$

$$N_{adm} = \frac{130,23 t}{1,6} = 81,39 t$$

La tensión crítica de la norma americana actual (1986) $\bar{\sigma}_K = 1,887 t/cm^2$, respecto de la anterior (1961) $\bar{\sigma}_K = 2,330 t/cm^2$, es un 23,4% inferior; y con respecto a la europea $\bar{\sigma}_K = 2,087 t/cm^2$ es inferior en un 10,6%.

Respecto de las tensiones admisibles, la de la actual norma americana $\bar{\sigma}_{cadm} = 1,179 t/cm^2$ es inferior en 9,5% al de la anterior (1961) $\bar{\sigma}_{cadm} = 1,291 t/cm^2$. Con respecto al de la norma europea $\bar{\sigma}_{cadm} = 1,391 t/cm^2$, ésta es un 18% mayor que la americana $\bar{\sigma}_{cadm} = 1,179 t/cm^2$.

Con respecto al eje z-z

$$\lambda_z = \frac{600}{2,56} = 234,37 \quad K=1$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{K \ell}{i \pi} \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_F}{E}} = \frac{600}{2,56 \pi} \sqrt{\frac{2,53}{2.100}} = 2,589$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{\lambda}{\lambda_F} = \frac{234,37}{90,51} = 2,589 \longrightarrow \bar{N} = 0,111 \quad (\text{de tabla XXVa})$$

$$N_K = A \bar{N} \bar{\sigma}_F = 69 \times 0,111 \times 2,53 = 19,377 t$$

$$\bar{\sigma}_K = \bar{N} \bar{\sigma}_F = 0,111 \times 2,53 = 0,28083 t/cm^2$$

$$\bar{\sigma}_{cadm} = \frac{0,28083}{1,6} = 0,175 t/cm^2$$

$$N_{adm} = \frac{19,377}{1,6} = 12,11 t$$

Comparando la tensión crítica americana actual $\bar{\sigma}_K = 0,28083 t/cm^2$ con la de la norma anterior $\bar{\sigma}_K = 0,377 t/cm^2$, se observa que la actual es inferior en 34%; y con respecto a la europea $\bar{\sigma}_K = 0,297 t/cm^2$, la americana es inferior en 5,9%, $\bar{\sigma}_K = 0,28083$.

Con respecto a las admisibles, la actual americana $\bar{\sigma}_{cadm} = 0,176 t/cm^2$, es 11,3% inferior al de la anterior (1961) $\bar{\sigma}_{cadm} = 0,196 t/cm^2$; y con respecto a la europea $\bar{\sigma}_{cadm} = 0,198 t/cm^2$ ésta es mayor en 12,5% que la americana $\bar{\sigma}_{cadm} = 0,176 t/cm^2$.

Con DIN 4114

$$\lambda_y = 50,42$$

$$\bar{\sigma}_K = 1,732 \text{ t/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_{admi} = \frac{1,732}{1,5} = 1,155 \text{ t/cm}^2$$

$$N_K = 69 \times 1,732 = 119,5 \text{ t}$$

$$N_{admi} = \frac{119,5}{1,5} = 79,67 \text{ t}$$

El reglamento actual americano (1986), respecto a la tensión crítica $\bar{\sigma}_K = 1,887 \text{ t/cm}^2$, es mayor en 8,9% al de la DIN 4114 $\bar{\sigma}_K = 1,732 \text{ t/cm}^2$. La tensión crítica del europeo $\bar{\sigma}_K = 2,086 \text{ t/cm}^2$, es mayor en 20% al de la DIN 4114.

Con respecto a las tensiones admisibles, al actual americano (1986) $\bar{\sigma}_{admi} = 1,179 \text{ t/cm}^2$, es mayor en 2,1% al de la DIN 4114. La tensión admisible del europeo $\bar{\sigma}_{admi} = 1,371$ es mayor en 20,5% al de la DIN 4114.

Con DIN 4114

$$\lambda_z = 234,37 \longrightarrow \bar{\sigma}_K = 0,377 \text{ t/cm}^2$$

$$\bar{\sigma}_{admi} = \frac{0,377}{2,5} = 0,1508 \text{ t/cm}^2$$

$$N_K = 69 \times 0,377 = 26,01 \text{ t}$$

$$N_{admi} = 69 \times 0,1508 = 10,41 \text{ t}$$

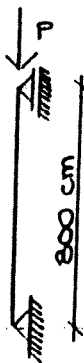
La tensión crítica actual americana $\bar{\sigma}_K = 0,28083 \text{ t/cm}^2$, es inferior a la de la DIN 4114; respecto de la europea $\bar{\sigma}_K = 0,297 \text{ t/cm}^2$, esta es menor en 27% al de DIN 4114.

Respecto de la admisible americana $\bar{\sigma}_{admi} = 0,1755 \text{ t/cm}^2$ es mayor en 16,3% a la de DIN 4114 $\bar{\sigma}_{admi} = 0,1508 \text{ t/cm}^2$; y con respecto a la europea $\bar{\sigma}_{admi} = 0,198 \text{ t/cm}^2$, esta es mayor en 31% al de DIN 4114.

EJERCICIO N- 4

Dimensionar la siguiente columna con respecto al eje y-y.

DATOS:

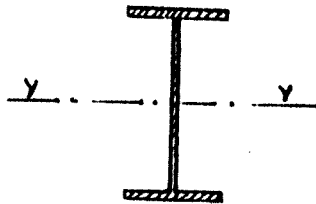


Acero: ST 37 (con tratamiento térmico)

Estado de carga : "H"

$$P = 125 \text{ t} \Rightarrow P_{\text{mayorada}} = 125 \cdot 1,5 = 187,5 \text{ t}$$

Sección : IPB



1. Método Dömke

$$A_i = \frac{187,5}{2,55/1,1} = 81 \text{ cm}^2$$

De tabla de perfiles \Rightarrow IPB

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 91 \text{ cm}^2 \\ I_y = 8090 \text{ cm}^4 \\ i_y = 9,43 \text{ cm} \end{array} \right.$$

$$\lambda_o = \frac{800}{9,43} = 84,835 \Rightarrow \bar{\lambda}_o = \frac{84,835}{90,155} = 0,941$$

De tablas de dimensionamiento de Dömke (debemos elegir previamente de tabla XXVII según la sección y el eje de pandeo, la curva correspondiente \Rightarrow "a")

$$\bar{\lambda}_o = \frac{\bar{\lambda}}{\sqrt{\bar{N}}} = 0,941 \Rightarrow \text{Tabla Dömke ('a')} \Rightarrow \bar{\lambda} = 0,831$$

De tabla N- (curva "a")

$$\bar{\lambda} = 0,831 \Rightarrow \bar{N} = 0,7800$$

$$A_{\text{nec.}} = \frac{P_n}{(2,55/1,1) \cdot 0,78} = 104 \text{ cm}^2$$

De tabla de perfiles \Rightarrow IPB 240

$$\left\{ \begin{array}{l} A = 106 \text{ cm}^2 \\ I_y = 11260 \text{ cm}^4 \\ i_y = 10,3 \text{ cm} \end{array} \right.$$

VERIFICACION:

$$\lambda = \frac{800}{10,3} = 77,7 \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{77,7}{90,155} = 0,861 \Rightarrow \bar{N} = 0,7626 \text{ ('a')}$$

$$N_K = \frac{106 \cdot 0,7626 \cdot 2,55}{1,1} = 187,4 \text{ t}$$

$$187,5 \leq 187,4$$

$$N \leq N_K \Rightarrow \text{B.C.}$$

Criterio americano (año 1961)

$$C_c = 128 \quad \lambda = 77,7$$

$$\text{como } \lambda < C_c \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sigma_K = \sigma_F \left[1 - \frac{\lambda^2}{2 C_c^2} \right] = 2,53 \left[1 - \frac{77,7^2}{2(128)^2} \right] = 2,064 \text{ t/cm}^2$$

$$C_s = \frac{5}{3} + \frac{3 \times 77,7}{8 \times 128} - \frac{(77,7)^3}{8(128)^3} = 1,866$$

(Al ser $\lambda < C_c \Rightarrow$ el coeficiente de seguridad es variable)

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_K}{C_s} = \frac{2,064}{1,866} = 1,15 \text{ t/cm}^2$$

$$\Rightarrow \text{Carga máxima admisible} \Rightarrow N_{adm} = 1,15 \times 106 = 121,9 \text{ t}$$

Comentario

Según el reglamento alemán:

$$N_{adm} = \frac{187,4}{1,5} = 124,9 \text{ t} \quad \Rightarrow \quad \text{dif} = 2,46\%$$

Con norma americana (año 1986)

$$\lambda_y = 77,67 \quad K=1$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{K \ell}{\lambda \pi} \sqrt{\frac{\sigma_F}{E}} = \frac{800}{10,3 \pi} \sqrt{\frac{2,53}{2100}} = 0,858$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_F} = \frac{77,67}{90,61} = 0,858 \longrightarrow \bar{N} = 0,624$$

(de tabla XXVn)

$$N_K = \Lambda \bar{N} \sigma_F = 106 \times 0,624 \times 2,53 = 167,34 \text{ t}$$

$$\sigma_K = \bar{N} \sigma_F = 0,624 \times 2,53 = 1,579 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{c adm} = \frac{1,579}{1,6} = 0,987 \text{ t/cm}^2$$

$$N_{adm} = \frac{167,34}{1,6} = 104,586 \text{ t}$$

Comparando la tensión crítica actual americana $\sigma_K = 1,5787 \text{ t/cm}^2$ con la de la reglamentación anterior (1961) se observa que es inferior en 30,7%, $\sigma_K = 2,064 \text{ t/cm}^2$; y con respecto a la europea $\sigma_K = 1,768 \text{ t/cm}^2$, la americana es inferior en 11,9%, pues $\sigma_K = 1,580 \text{ t/cm}^2$.

Con respecto a las admisibles, la actual americana (1986), $\sigma_{c adm} = 0,987 \text{ t/cm}^2$, es menor en 16,5% al de la anterior (1961), $\sigma_{c adm} = 1,150 \text{ t/cm}^2$; y respecto de la admisible europea $\sigma_{c adm} = 1,178 \text{ t/cm}^2$, es en 19,3% mayor que la americana $\sigma_{c adm} = 0,987$.

Con norma DIN 4114

$$\lambda = 77,67$$

$$\sigma_K = 1,389 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{c adm} = \frac{1,389}{1,5} = 0,926 \text{ t/cm}^2$$

La tensión crítica actual americana $\sigma_K = 1,5787 \text{ t/cm}^2$, es mayor en 13,7% a la de DIN 4114 $\sigma_K = 1,38896 \text{ t/cm}^2$, y con respecto a la europea $\sigma_K = 1,768 \text{ t/cm}^2$, esta es mayor en 27,2% a la de DIN 4114.

Respecto de la admisible americana (1986), $\sigma_c = 0,987 \text{ t/cm}^2$, esta es mayor en 6,5% a la de DIN 4114 $\sigma_{c adm} = 0,926 \text{ t/cm}^2$; y respecto de la europea $\sigma_{c adm} = 1,178 \text{ t/cm}^2$ esta es mayor en 27% a la de DIN 4114.

EJERCICIO N- 5

Verificar la siguiente columna:

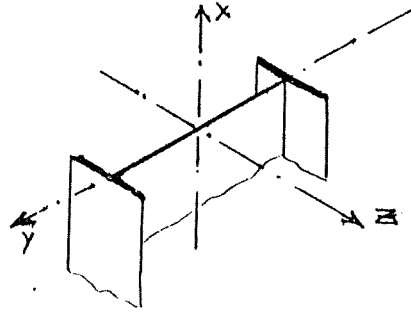
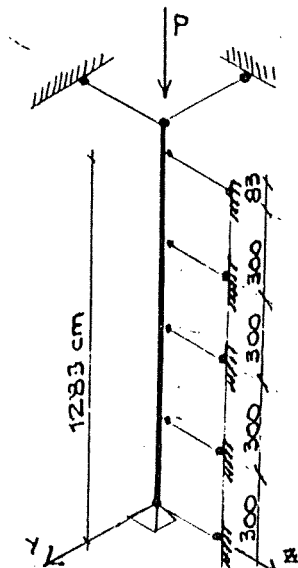
DATOS:

Acero: ST 37

Estado de carga : "H"

$$P = 13t \Rightarrow P_{MAY.} = 13 \cdot 1,5 = 19,5t$$

Sección : NP1 200



1. Características geométricas

$$I_z = 2140 \text{ cm}^4 \quad i_z = 8,00 \text{ cm}$$

$$I_y = 117 \text{ cm}^4 \quad i_y = 1,87 \text{ cm}$$

$$A = 33,4 \text{ cm}^2$$

2. Luces de pandeo

$$L_{ky} = 300 \text{ cm}$$

$$L_{kz} = 1283 \text{ cm}$$

3. Verificación:

$$\lambda_y = \frac{300}{1,87} = 160$$

$$\lambda_z = \frac{1283}{8,00} = 160$$

En este caso a pesar de que ambos valores de λ son iguales, será determinante el valor \bar{N} menor, por lo tanto si analizamos las curvas a utilizar según tabla XVII a vemos que:

para y-y \Rightarrow curva "b"

para z-z \Rightarrow curva "a"

(los ejes están cambiados respecto a la tabla)

Por lo tanto el pandeo determinante será alrededor del eje y-y.

$$\text{Para } \lambda = 160 \Rightarrow \bar{\lambda} = 1,77$$

De curva "b" $\Rightarrow \bar{N} = 0,2576$

$$\Rightarrow N_K = \frac{33,4 \times 0,2576 \times 2,55}{1,1} = 19,94 \text{ t}$$

$$P = 19,5 \text{ t}$$

$$N_K \geq P \Rightarrow \text{B. C.}$$

Analizando el pandeo según z-z;

$$\text{Para } \bar{\lambda} = 1,77$$

De curva "a" $\Rightarrow \bar{N} = 0,2852$

$$\Rightarrow N_K = \frac{33,4 \times 0,2852 \times 2,55}{1,1} = 22,08 \text{ t}$$

$$N_K > P \Rightarrow \text{B. C.}$$

Criterio americano (año 1961)

$$\lambda = 160 \quad C_c = 128 \Rightarrow \sigma_K = \sigma \text{ (EULER)}$$

$$\gamma = 1,92$$

$$\sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 0,810 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{adm} = \frac{0,810}{1,92} = 0,421 \text{ t/cm}^2$$

$$N_{adm} = 14 \text{ t} \Rightarrow \text{B. C.}$$

Comentario

Notese que la norma americana da valores similares a la europea si tomamos como determinante el eje y-y.

Si el pandeo determinante sería respecto al eje z-z, la norma americana tomaría la misma carga crítica o sea $N_{adm} = 14 \text{ t}$, en cambio para la europea $N_{adm} = \frac{22}{1,3} = 14,67 \text{ t}$ que es un 4,5 % mayor.

Nueva norma americana de 1986

con respecto al eje y-y

$$\lambda_y = 160,42 \quad K=1$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{K l}{\pi i} \sqrt{\frac{\sigma_F}{E}} = \frac{300}{\pi 1,87} \sqrt{\frac{2,53}{2.100}} = 1,772$$

$$\bar{\lambda}_y = \frac{\lambda}{\lambda_F} = \frac{160,42}{90,5} = 1,772 \longrightarrow \bar{N} = 0,2374 \quad (\text{de tabla XXVa})$$

$$\sigma_K = \bar{N} \sigma_F = 0,2374 \times 2,53 = 0,600 \text{ t/cm}^2$$

$$N_K = A \bar{N} \sigma_F = 33,4 \times 0,2374 \times 2,53 = 20,061 \text{ t}$$

$$\sigma_{admis} = \frac{0,600}{1,6} = 0,375 \text{ t/cm}^2$$

$$N_{admis} = \frac{20,061}{1,6} = 12,538 \text{ t}$$

Comparando las tensiones críticas de la norma americana (1986) $\sigma_K = 0,600 \text{ t/cm}^2$, con las del anterior (1961) $\sigma_K = 0,810 \text{ t/cm}^2$, puede verse que es menor en 35%; con respecto al europeo $\sigma_K = 0,597 \text{ t/cm}^2$, prácticamente son iguales.

Con respecto a las tensiones admisibles, la del actual reglamento (1986) $\sigma_{admis} = 0,375 \text{ t/cm}^2$, es menor en 12,2% a la del reglamento anterior (1961) $\sigma_{admis} = 0,421 \text{ t/cm}^2$; y con respecto al europeo $\sigma_{admis} = 0,398 \text{ t/cm}^2$, ésta es mayor en 6% a la de la americana $\sigma_{admis} = 0,375 \text{ t/cm}^2$.

Con respecto al eje z-z

$$\lambda_z = 160,375 \quad K=1$$

$$\bar{\lambda}_z = \frac{K l}{i \pi} \sqrt{\frac{\sigma_F}{E}} = \frac{1283}{8 \pi} \sqrt{\frac{2,53}{2.100}} = 1,772$$

$$\frac{\lambda}{\lambda_F} = \bar{\lambda}_z = \frac{160,375}{90,51} = 1,772 \longrightarrow \bar{N} = 0,2374 \quad (\text{de tabla XXVa})$$

$$\sigma_K = 0,600 \text{ t/cm}^2 \quad N_K = 20,061 \text{ t}$$

$$\sigma_{admis} = 0,375 \text{ t/cm}^2$$

$$N_{admis} = 12,538 \text{ t}$$

La comparación con el reglamento anterior americano (1961) de las tensiones críticas y el de 1986 es igual a la del párrafo anterior; con respecto al europeo $\sigma_K = 0,661 \text{ t/cm}^2$, éste es mayor en 10% al americano de 1986.

La comparación de las admisibles americanas es igual a la del párrafo anterior con λ_y ; y respecto del europeo $\sigma_{cadm} = 0,441 \text{ t/cm}^2$, es mayor en 17,6% a la del americano $\sigma_{cadm} = 0,375 \text{ t/cm}^2$.

Con DIN 4114

$$\lambda = 160,42$$

$$\sigma_K = 0,805 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{cadm} = \frac{0,805}{2,5} = 0,322 \text{ t/cm}^2$$

Comparando las tensiones críticas, la americana $\sigma_K = 0,600 \text{ t/cm}^2$ es menor en 34% a la de la DIN 4114; y con respecto a la europea $\sigma_K = 0,597 \text{ t/cm}^2$, esta es menor en 34,8% a la de DIN 4114 con respecto al eje y-y, y $\sigma_K = 0,661 \text{ t/cm}^2$, es menor en 21,7% con respecto al eje z-z.

Con respecto a las admisibles, la americana $\sigma_c = 0,375 \text{ t/cm}^2$, es mayor en 16,4% a la de DIN 4114; y la europea $\sigma_{cadm} = 0,398 \text{ t/cm}^2$ es mayor en 23,6% a la DIN 4114 con referencia al eje y-y, y $\sigma_{cadm} = 0,440 \text{ t/cm}^2$, es mayor en 36,8% a la DIN 4114, respecto del eje z-z.

EJERCICIO N- 6

Verificar la siguiente columna compuesta:

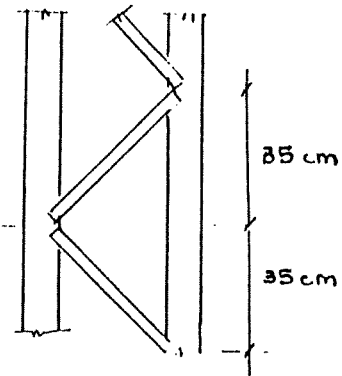
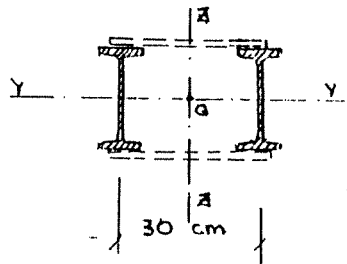
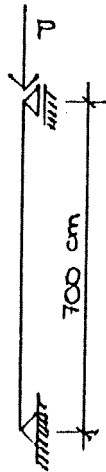
DATOS:

Acero: ST 37

Estado de carga : "H"

$$P = 100 \text{ t} \Rightarrow P_{\text{MAY.}} = 100 \cdot 1,5 = 150 \text{ t}$$

Sección : 2 N I 40 . Diagonales: 2 N L 30x30x4



1. Verificación del pandeo alrededor del eje y-y

$$\lambda_y = \frac{L_{ky}}{i_y} = \frac{700}{8,8} = 79,54 \Rightarrow \bar{\lambda}_y = \frac{79,54}{90,155} = 0,822$$

$$\bar{\lambda}_y = 0,822 \Rightarrow \text{curva "a"} \quad \bar{N} = 0,7849$$

$$N_K = \frac{2 \cdot 46,1 \cdot 0,7849 \cdot 2,55}{1,1} = 167,8 \text{ t}$$

$$N_K > P_H \Rightarrow \text{B. C.}$$

2. Verificación del pandeo alrededor del eje z-z

$$w_o = \frac{L}{500} = \frac{700}{500}$$

$$w_o = 1,4 \text{ cm}$$

$$I_z = 20,745 \text{ cm}^4$$

$$1/s = \frac{2 d^3}{n a h_z^2 E A d} = \frac{2 \cdot (46,1)^3}{2 \cdot 70 \cdot 30^2 \cdot 2100 \cdot 2,27} = 3,262 \cdot 10^{-4}$$

$$N_{Ki} = \frac{\pi^2 E I_z}{L_K^2} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{\pi^2 E I_z}{L_K^2} \frac{1}{s}\right)}$$

$$N_{Ki} = 682,21 \text{ t}$$

$$w_{\text{max}} = \frac{w_o}{1 - \frac{P_{\text{MAY.}}}{N_{Ki}}} = \frac{1,4}{1 - \frac{150}{682,21}} = 1,795 \text{ cm}$$

$$M_{\max} = P_1 w_{\max} = 150 \times 1,795 = 269,25 \text{ tcm}$$

$$N_G = \frac{N}{2} + \frac{M}{h_z} = \frac{150}{2} + \frac{269,25}{30} = 83,975 \text{ t}$$

Carga max. s/ el parante más comprimido

Determinación de la carga crítica sobre el parante

$$\lambda = \frac{70}{2,2} = 31,82 \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{31,82}{90,155} = 0,353$$

\Rightarrow de tabla XVII \Rightarrow curva "b"

$$\text{Para } \bar{\lambda} = 0,353 \Rightarrow \text{de curva "b"} \Rightarrow N = 0,9441$$

$$N_K = \frac{46,1 \times 0,9441 \times 2,55}{1,1} = 100,89 \text{ t}$$

$$N_K > N_G \Rightarrow \text{B. C.}$$

3. Verificación de las diagonales

$$D = \frac{1}{2} \cdot \frac{d}{e} \cdot Q_{\max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{46,1}{30} \cdot 1,21 = 0,93 \text{ t}$$

$$Q_{\max} = \frac{\pi}{L} M_{\max} = \frac{\pi}{700} \cdot 269,25 = 1,21 \text{ t}$$

$$\lambda_D = \frac{46,1}{0,58} = 79,48 \Rightarrow \bar{\lambda}_D = \frac{79,48}{90,155} = 0,882$$

De tabla N- \Rightarrow curva "c"

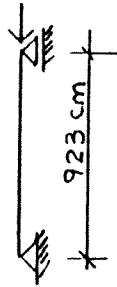
$$\text{Para } \bar{\lambda}_D = 0,882 \Rightarrow \text{de curva "c"} \Rightarrow \bar{N} = 0,6039$$

$$N_{KD} = \frac{2,27 \times 0,6039 \times 2,55}{1,1} = 3,17 \text{ t}$$

$$N_{KD} > D \Rightarrow \text{B. C.}$$

EJERCICIO N° 7

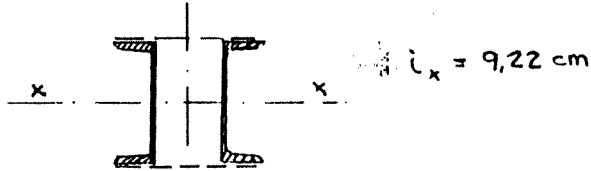
Comparación de distintas σ_{adm} para una sec. dada
DATOS:



Acero: ST 37

Estado de carga : "H"

Sección : 2 N U 240



$$\lambda_x = \frac{923}{9,22} = 100 \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{100}{90,155} = 1,11$$

Para $\bar{\lambda} = 1,11 \Rightarrow \bar{N} = 0,4807$ (curva "C")

$$\sigma_K = \frac{\bar{N} \cdot \sigma_F}{\gamma_m} = \frac{0,4807 \cdot 2,55}{1,1} = 1,114 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{adm} = \frac{1,114}{1,5} = 0,743$$

Criterio americano (A.I.S.C) año 1961

$$\sigma_K = 2,53 \left[1 - \frac{1}{2} \frac{(100)^2}{(128)^2} \right] = 1,758 \text{ t/cm}^2$$

$$C_b = \frac{5}{3} + \frac{3 \cdot 100}{8 \cdot 128} - \frac{1 \cdot (100)^3}{8 \cdot (128)^3} = 1,90$$

$$\sigma_{adm} = \frac{1,758}{1,90} = 0,925 \text{ t/cm}^2$$

Diferencia entre europea y AISC = 24,5 %

Criterio frances

$$\lambda = 100 \Rightarrow \omega_x = 1,89$$

$$\sigma_K = \frac{2,4}{1,89} = 1,27 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{adm} = \frac{1,27}{1,5} = 0,846 \text{ t/cm}^2$$

Diferencia entre europea y frances = 13,9 %

Diferencia entre frances y AISC = 9,3 %

DIN 4114

$$\lambda = 100$$

$$\Rightarrow \omega_x = 1,90$$

$$\sigma_K = 1,107 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{adm} = 1,4 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_x = 0,743 \times 1,90 = 1,411 \text{ t/cm}^2 \approx 1,4 \text{ (Respecto al europeo)}$$

$$\sigma_x = 0,925 \times 1,90 = 1,757 \text{ t/cm}^2 > 1,4 \text{ (Respecto al A.I.S.C.)}$$

$$\sigma_x = 0,846 \times 1,90 = 1,600 \text{ t/cm}^2 > 1,4 \text{ Respecto al frances}$$

Nueva norma americana de 1986

$$\lambda = 100,1 \quad K = 1$$

$$\bar{\lambda} = \frac{K \ell}{\pi i} \sqrt{\frac{\sigma_F}{E}} = \frac{923}{9,22 \pi} \sqrt{\frac{2,53}{2.100}} = 1,106$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_F} = \frac{100,1}{90,51} = 1,106 \longrightarrow \bar{N} = 0,5093 \text{ (de tabla XXV)}$$

$$\sigma_K = \bar{N} \sigma_F = 0,5093 \times 2,53 = 1,289 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{admi} = \frac{1,289}{1,6} = 0,806 \text{ t/cm}^2$$

Con respecto a la tensión crítica americana, la actual (1986) $\sigma_K = 1,289 \text{ t/cm}^2$, es menor en 36,4% al de la anterior (1961) $\sigma_K = 1,758 \text{ t/cm}^2$; y con respecto a la europea $\sigma_K = 1,114 \text{ t/cm}^2$, ésta es menor en 15,7% al de la americana.

Respecto de las admisibles, la actual americana $\sigma_{admi} = 0,806 \text{ t/cm}^2$, es menor en 14,7% al de la anterior norma (1961), $\sigma_{admi} = 0,925 \text{ t/cm}^2$; y respecto de la europea $\sigma_{admi} = 0,743 \text{ t/cm}^2$, esta es menor en 8,4% al de la americana $\sigma_{admi} = 0,806 \text{ t/cm}^2$.

EJERCICIO N- 8

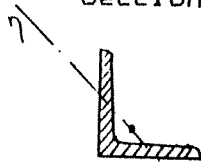
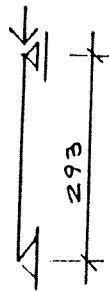
Comparación de distintas σ_{adm} para una sec. dada
DATOS:

Acero: ST 37

Estado de carga : "H"

Sección : N° 4 100, 100, 10

$i_y = 1,95 \text{ cm}$



$$\lambda = \frac{293}{1,95} = 150,2 \Rightarrow \bar{\lambda} = \frac{150,2}{90,155} = 1,666$$

Para $\bar{\lambda} = 1,666 \Rightarrow \bar{N} = 0,2742$ (curva "c")

$$\sigma_K = \frac{0,2742 \times 2,55}{1,1} = 0,636 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{adm} = \frac{0,636}{1,5} = 0,424 \text{ t/cm}^2$$

Criterio americano (A.I.S.C. año 1961)

$$\sigma_K = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = 0,919 \text{ t/cm}^2$$

Cs. = 1,92

$$\sigma_{adm} = \frac{0,919}{1,92} = 0,479 \text{ t/cm}^2$$

Diferencia entre europea y AISC = 13,2 %

DIN 4114

$$\lambda = 150 \Rightarrow \omega = 3,80 \quad \sigma_{adm} = 1,4 \text{ t/cm}^2; \sigma_{cadm} = 0,368 \frac{\text{t}}{\text{cm}^2}$$

$$\sigma_x = 0,424 \times 3,80 = 1,611 \frac{\text{t}}{\text{cm}^2} > 1,4 \quad (14,6\%) \text{ respecto al europeo}$$

$$\sigma_x = 0,480 \times 3,80 = 1,824 \frac{\text{t}}{\text{cm}^2} > 1,4 \quad (29,7\%) \text{ respecto al A.I.S.C.}$$

Nota

Si para el mismo perfil el valor de $\lambda = 100 \Rightarrow$ la diferencia entre el europeo y la AISC es del 24 %.

Nueva norma americana de 1986.

$$\lambda = 150,25$$

$$K = 1$$

$$\bar{\lambda} = \frac{K l}{\pi i} \sqrt{\frac{\sigma_F}{E}} = \frac{293}{1,95 \pi} \sqrt{\frac{2,53}{2100}} = 1,66$$

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_F} = \frac{150,25}{90,51} = 1,66 \longrightarrow \bar{N} = 0,271 \text{ (de tabla XXVa)}$$

$$\sigma_K = \bar{N} \sigma_F = 0,271 \times 2,53 = 0,686 \text{ t/cm}^2$$

$$\sigma_{admi} = \frac{0,686}{1,6} = 0,429 \text{ t/cm}^2$$

Con respecto a las tensiones críticas americanas, la norma actual (1986) $\sigma_K = 0,686 \text{ t/cm}^2$, es 34% inferior al de la anterior (1961) $\sigma_K = 0,919 \text{ t/cm}^2$; y con respecto al europeo $\sigma_K = 0,636 \text{ t/cm}^2$, éste es inferior en 7,8% al americano.

Respecto de las admisibles americanas, la actual (1986) es, $\sigma_{admi} = 0,429 \text{ t/cm}^2$, y puede verse que es inferior en 11,6% al de la anterior (1961) $\sigma_{admi} = 0,479 \text{ t/cm}^2$; respecto del europeo $\sigma_{admi} = 0,424 \text{ t/cm}^2$, éste es inferior en 1% al americano (1986).