

**I  
N  
P  
R  
E  
S**

PODER EJECUTIVO NACIONAL  
MINISTERIO DE OBRAS Y SERVICIOS PUBLICOS  
SECRETARIA DE OBRAS PUBLICAS  
SUBSECRETARIA DE OBRAS PUBLICAS  
**INSTITUTO NACIONAL DE PREVENCION SISMICA**

**ANALISIS LINEAL DEL  
COMPORTAMIENTO DE MUROS DE  
MAMPOSTERIA CON ABERTURAS  
SUJETOS A CARGAS LATERALES**

**PUBLICACION  
TECNICA N°. 9**

*Agosto de 1986*

**REPUBLICA ARGENTINA**

ANALISIS LINEAL DEL COMPORTAMIENTO DE MUROS  
DE MAMPOSTERIA CON ABERTURAS SUJETOS A  
CARGAS LATERALES \*

Por: Julio C. Casal\*\*

Resumen

En este trabajo se estudian, mediante el método de los elementos finitos, parámetros tales como la rigidez y la carga de agrietamiento con el propósito de evaluar la respuesta elástica lineal de muros de mampostería, con tamaño variable de aberturas, confinados por elementos de hormigón armado. Si bien ante la ocurrencia de terremotos del tipo destructivo se acepta que la mampostería incursione en el campo no lineal, el estado del arte en el diseño de este tipo de estructuras se basa en la determinación de solicitaciones obtenidas mediante un análisis elástico con cargas convenientemente reducidas para tener en cuenta la influencia de la disipación de energía por deformaciones anelásticas.

Se comparan los resultados obtenidos con los provenientes de otras investigaciones. Posteriormente, se derivan expresiones aproximadas que permiten calcular la rigidez del muro en función del tamaño de la abertura y las dimensiones del marco confinante, las cuales resultan de utilidad cuando se deban realizar análisis de estructuras que contengan rellenos y/o muros de carga de mampostería. Finalmente, se determinan los tamaños máximos de aberturas que no disminuyen significativamente la rigidez y la resistencia del muro y se dan lineamientos para la evaluación práctica de estos dos parámetros cuando aquellos superan los límites máximos prefijados anteriormente.

---

\* Trabajo presentado en las Jornadas de Ingeniería Estructural, "Colloquia 85", Buenos Aires, Argentina (Octubre 1985)

\*\* Ingeniero Civil - Universidad Nacional de San Juan.  
Maestro en Ingeniería (Estructuras) - Universidad Nacional Autónoma de México.  
Profesional Especializado del Instituto Nacional de Prevención Sísmica (INPRES)



## 1. INTRODUCCION

Dado que la mampostería, ya sea como elemento rigidizante en pórticos estructurales o cumpliendo una función resistente en muros de carga, es muy utilizada en construcciones situadas en zonas sísmicas, es importante tratar de conocer su comportamiento ante la acción de cargas laterales. Por lo tanto, en un intento de estudiar parámetros que definan el comportamiento de elementos de mampostería, en este trabajo, dentro del campo elástico lineal, se evalúan dos de ellos, como son la rigidez y la carga de agrietamiento para muros con distinto tamaño de aberturas.

Una vez evaluados tales parámetros, estos se comparan con los obtenidos por otras vías tanto experimentales como analíticas. Además, se derivan expresiones prácticas para evaluar la rigidez, las cuales resultan de utilidad para el análisis de estructuras con presencia de elementos de mampostería. Finalmente, se obtienen conclusiones a partir de los resultados encontrados.

## 2. ANALISIS LINEAL DE MUROS DE MAMPOSTERIA CON ABERTURAS

### 2.1 Método de análisis

Para analizar los distintos modelos de muros se utiliza el método del elemento finito a través de un programa de computadora denominado SAP IV.

El método del elemento finito consiste en dividir la estructura en estudio en cierto número de subregiones denominadas elementos finitos. Luego, dentro de cada elemento se prescribe la forma en que varía el campo de desplazamientos en función de los valores que los mismos tienen en ciertos puntos denominados nudos. Con base en el principio de los trabajos virtuales (refs 1 y 2), si se conocen las leyes constitutivas del material, si se adopta un campo de desplazamientos y si se tienen relaciones cinemáticas entre deformaciones y desplazamientos se puede determinar la matriz de rigidez de cada elemento. Cada una de ellas está referida a los grados de libertad, desplazamientos independientes posibles, en cada nudo.

La matriz de rigidez  $\underline{k}$  del elemento utilizada por el programa SAP IV se expresa como:

$$\underline{k} = \int_V \underline{B}^T \underline{C} \underline{B} dV \quad (2.1)$$

donde:

$\underline{B}$  = matriz deformación - desplazamiento  
 $\underline{C}$  = matriz de elasticidad (caso de tensión plana)  
 $\bar{V}$  = volumen

siendo en este caso:

$$\underline{B} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1 & x & 0 & 1 & 0 & y \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$$\underline{C} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (2.3)$$



Posteriormente, la matriz de rigidez de la estructura completa se obtiene sumando la contribución de cada elemento finito. Los desplazamientos  $\underline{U}$  de los nudos ante un sistema de cargas  $\underline{P}$  se calculan a partir de la expresión:

$$\underline{K} \underline{U} = \underline{P} \quad (2.4)$$

donde:

$\underline{K}$  = matriz de rigidez de la estructura completa

Dado que el programa SAP IV permite considerar sólo dos desplazamientos por nudo en cada elemento, será recomendable en trabajos sucesivos implementar elementos con un grado de libertad adicional de rotación en el nudo; de este modo, se podrá lograr representar en forma más realista el comportamiento de muros sometidos a cargas laterales. Se propone utilizar los dos tipos de elementos que se muestran en las figs 1.a y 1.b. En la fig 1.c se puede observar que si los elementos están dispuestos de modo tal que ningún elemento con frontera común sea del mismo tipo, entonces existirá una rotación única en cada nudo.

## 2.2 Modelo analizado

El modelo analizado se muestra en la fig 2. Básicamente, el modelo es un "sistema" constituido por un marco confinante de hormigón armado y un muro de mampostería. Sobre la base de este modelo se varía el tamaño de las aberturas en el muro de mampostería y las dimensiones del marco confinante, dando lugar a los distintos casos estudiados, los cuales aparecen en la Tabla 1. Además, se estudian los mismos casos adicionándoles una carga vertical fija distribuida en 12 nudos de 30 toneladas.

En el modelo, el marco confinante se discretiza con elementos finitos cuadrados de 30 cm x 30 cm y rectangulares de 30 cm x 15 cm; mientras que la mampostería se discretiza sólo con elementos cuadrados de 30 cm x 30 cm (fig 2). Para este trabajo se utilizan elementos bidimensionales con espesor especificado, caso de tensión plana (ref 1).

Las propiedades mecánicas del hormigón aparecen en la Tabla 2, mientras que las de la mampostería se resumen en la Tabla 3. En cuanto a la mampostería, si bien esta constituye un material heterogéneo, es conveniente considerarla como si fuese un material único y asignarle propiedades mecánicas que corresponden a un material compuesto. De este modo, para calcular el módulo de elasticidad de un material bifásico, constituido por capas alternadas de dos materiales con distintas propiedades elásticas, se utiliza la expresión propuesta por Meli en la ref 9.

$$E_m = \frac{[\gamma \cos \alpha + \sin \alpha + \beta (\sin \alpha + \cos \alpha)]}{\left[ \eta \cos \alpha + \sin \alpha + \frac{\beta}{\eta} (\cos \alpha + \sin \alpha) \right]} \cdot E_{\text{pieza}} \quad (2.5)$$

donde:

$$\beta = \frac{t}{T} ; \gamma = \frac{L}{T} ; \eta = \frac{E_{\text{mortero}}}{E_{\text{pieza}}}$$

Las dimensiones  $t$ ,  $T$ ,  $L$  se representan en la fig 3.



La carga lateral se aplica estáticamente y en una sola dirección (fig 2). Todos los casos analizados se encuentran en "voladizo". Esto significa que el "sistema" marco confinante - muro está sometido a una carga lateral en su extremo superior sin restricción de las deformaciones en este extremo, además se tienen en cuenta no solo los efectos de la fuerza de corte sino también los debidos a la deflexión y a la carga axial.

En todos los casos se analizan "sistemas" marco confinante - muro con relación de aspecto  $\zeta = l/h = 1$ .

### 3. RIGIDEZ LATERAL

#### 3.1 Rigidez lateral inicial

Cuando no existen grietas o sea que el sistema marco confinante - muro trabaja monolíticamente como una sola unidad en la cual son importantes tanto las deformaciones por flexión como las debidas al corte, la evaluación de la rigidez lateral inicial de los distintos modelos se obtiene según el procedimiento que se describe a continuación: Se extraen del análisis con elementos finitos los desplazamientos horizontales, originados por una carga unitaria, en cada uno de los nudos de la parte superior del sistema. Luego, se promedian estos desplazamientos y finalmente invirtiendo el valor promedio obtenido se determina la rigidez inicial del sistema correspondiente. En la Tabla 4 aparecen las rigideces para los distintos "sistemas" analizados.

Dado que el análisis de los distintos modelos se hace bajo la suposición de considerar secciones no agrietadas, entonces la presencia de la carga vertical, que efectivamente mantiene la sección intacta hasta cargas cercanas al agrietamiento, no produce variación en los valores obtenidos de los desplazamientos en los nudos.

En la Tabla 4 puede observarse, como era de esperar, una disminución en la rigidez a medida que aumenta el tamaño de la abertura, mientras que contrariamente aumenta la rigidez del muro al crecer las dimensiones del marco confinante. Un hecho significativo es que "sistemas" tales como el 3A y 4A (3B y 4B), los cuales poseen áreas de abertura similares, presentan rigideces distintas. Esto se debe a que en el sistema 3A con  $a > b$  el área neta transversal de muro resistente al esfuerzo de corte es menor que para el sistema 4A con  $a < b$ .

##### 3.1.1 Comparación de rigideces

Mediante un extenso programa de investigación experimental realizado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM se ensayaron numerosos sistemas marco - muro, muchos de los cuales presentan características y propiedades mecánicas similares a los modelos utilizados en el presente trabajo. De la comparación surge que la rigidez de muros sin aberturas obtenidas analíticamente con el método de los elementos finitos tiene un valor cercano a la rigidez tangente inicial encontrada experimentalmente.

En las Tablas 5 y 6, para el caso de muros sin y con aberturas respectivamente, se comparan las expresiones aproximadas para evaluar la rigidez propuestas por distintos autores (ref 3, 10 y 11) con las rigideces obtenidas a través del análisis con elementos finitos, las cuales, dentro del campo elástico lineal, pueden considerarse como exactas. Se observa, en general, que las rigideces ob



tenidas por fórmulas aproximadas tienen valores similares a las "exactas", excepto para los valores proporcionados por las expresiones que aparecen en las refs 3 y 10, dado que ninguna de ellas considera la contribución de las áreas de las columnas del marco confinante en la determinación del área transversal total de corte.

### 3.1.2 Expresión práctica para evaluar la rigidez inicial

Con el propósito de poder utilizarla con fines prácticos se deriva, a partir de los resultados del análisis, la expresión (3.1) para evaluar la rigidez inicial,  $k$ , en sistemas marco-muro con relación de aspecto  $\zeta = 1$  (fig 2). Esta expresión está en función del tamaño de la abertura y de las dimensiones de las columnas del marco confinante.

$$k = 7500 \left\{ 1 + \left[ 2,37 (\alpha - 1) + 0,20 (\beta - 1) \right] \right\} \quad (3.1)$$

$$\text{con: } \alpha = \frac{S_m}{S_{mt}} \quad \text{y} \quad \beta = \frac{A_{col} (m^2)}{0.045}$$

donde:

- $k$  = rigidez lateral inicial del "sistema" en t/metros
- $S_m$  = área del muro de mampostería descontando las aberturas
- $S_{mt}$  = área total del muro de mampostería
- $A_{col}$  = área de la columna del marco confinante.

La expresión (3.1) tiene validez para valores de  $\alpha$  comprendidos entre 0,7 y 1 (caso de muro sin aberturas). En cuanto al coeficiente  $\beta$  la única limitación es que debe ser  $\geq 0,5$ .

Como simplificación, cuando el tamaño de la abertura es pequeño,  $\alpha \geq 0,98$ , se puede calcular la rigidez como si se tratara de un muro sin aberturas; lo que conduce a un error en la estimación de la rigidez inferior al 5%.

Cabe destacar que si se varían las dimensiones  $h$  y  $l$  del "sistema", mientras se mantiene la relación de aspecto  $\zeta$  aproximadamente igual a uno, sigue siendo válida la expresión (3.1) para evaluar la rigidez.

### 3.2 Rigidez lateral cuando existe separación marco - muro

Para fuerzas laterales relativamente pequeñas se produce una separación en esquinas opuestas entre el muro y el marco confinante, de forma tal que el primero se apoya sobre el segundo (fig 4.a), trabajando como una diagonal en compresión. De este modo, se generan esfuerzos axiales en vigas y columnas del marco además de momentos y esfuerzos de corte en las mismas. Si bien los momentos son de poca importancia, los esfuerzos de corte son considerables. A su vez, los esfuerzos de compresión diagonal que se producen en el muro pueden ocasionar fallas por compresión en las esquinas en contacto con el marco.

Para determinar la rigidez lateral cuando existe separación entre el marco confinante y el muro, es posible idealizar el muro como una diagonal equivalente en compresión. Bazán (Ref 11) con base en estudios analíticos con elementos finitos que tienen en cuenta la separación marco-muro, propone que la diagonal equivalente tenga el



mismo espesor,  $t$ , y módulo de elasticidad,  $E_m$ , que el muro y su ancho se obtenga a partir de la siguiente expresión:

$$W_0 = (0,35 + 0,022 \lambda) h \quad (3.2)$$

donde:

$h$  = altura del sistema entre ejes en metros.

$\lambda$  = parámetro adimensional basado en las rigideces del muro y marco (fig 5)

### 3.2.1 Expresión para evaluar la rigidez cuando existe separación marco - muro

Dado que la separación entre el muro y el marco se produce para cargas relativamente bajas, con un significativo deterioro de la rigidez con respecto de aquella obtenida suponiendo que el sistema trabaja monolíticamente, es más realista, y consecuentemente más conservador, encontrar una expresión que permita calcular la rigidez cuando exista despegamiento en el sistema. Para ello, se establecen relaciones entre las rigideces iniciales, obtenidas por el método de los elementos finitos para muros sin aberturas, con las rigideces encontradas al resolver reticulados planos (nudos articulados) constituidos por barras verticales y horizontales de hormigón armado y por una biela diagonal comprimida de mampostería de espesor  $t$  y ancho  $W_0$ . Estas relaciones indican la caída de rigidez al producirse el despegamiento con respecto al sistema sin grietas. Dado que en este trabajo, para el caso en que existan aberturas, no se cuenta con los resultados analíticos necesarios que permitan establecer relaciones más precisas entre la rigidez inicial y la rigidez cuando existe separación, se asumen las mismas relaciones obtenidas para muros sin aberturas. Por lo tanto, la expresión (3.3) encontrada para el caso en que exista separación marco - muro tiene sólo carácter aproximado.

$$k_0 = 2900 \left\{ 1 + [2,37 (\alpha - 1) + 0,22 (\beta - 1)] \right\} \quad (3.3)$$

con  $\alpha$ ,  $\beta$  idénticos a los definidos en la sección 3.1.2

donde:

$k_0$  = rigidez lateral cuando existe separación marco - muro

Desafortunadamente, para el caso de muro con aberturas no se cuenta con expresiones derivadas de estudios analíticos exactos, que permitan predecir la rigidez cuando existe separación entre el marco y el muro; por lo tanto, la ecuación (3.3) sólo se puede comparar con la expresión aproximada que aparece en la ref 10, modificada según ref 11, para tener en cuenta el efecto de la separación. Los valores obtenidos con la ecuación (3.3) y con la expresión aproximada son bastante similares.

### 3.3 Rigidez lateral cuando existe separación marco - muro y agrietamiento diagonal

Si el marco confinante tiene suficiente resistencia para absorber los esfuerzos axiales y de corte que le transmite el muro, después del agrietamiento diagonal y hasta la carga máxima que soporta el sistema, se presentan nuevos deterioros de rigidez y resistencia, los cuales crecen apreciablemente a medida que aumentan los desplazamientos (fig 4.b).



### 3.3.1 Expresión para evaluar la rigidez cuando existe separación marco - muro y agrietamiento diagonal

Para obtener la ecuación (3.4) que predice la rigidez lateral cuando también existe agrietamiento diagonal se sigue el procedimiento explicado en la sección 3.2.1

$$k_1 = 1750 \left\{ 1 + [2,37 (\alpha - 1) + 0,16 (\beta - 1)] \right\} \quad (3.4)$$

donde  $\alpha, \beta$  idénticos a los definidos en la sección 3.1.2

donde:

$k_1$  = rigidez lateral cuando existe separación marco - muro y agrietamiento diagonal en toneladas por metro.

### 3.4 Utilización de la diagonal equivalente en el análisis de estructuras con muros de mampostería

Los resultados obtenidos a partir de ensayos experimentales de "sistemas" marco - muro sometidos a cargas alternadas demuestran que, en general, el deterioro se inicia en el segundo ciclo de histéresis; por lo tanto se acepta un comportamiento elástico hasta la carga de agrietamiento. De este modo, los reglamentos actuales, entre ellos el Reglamento INPRES - CIRSOC 103, requieren análisis elásticos para estimar las acciones sísmicas sobre los edificios. Se puede utilizar, en el análisis convencional de estructuras, programas de elementos finitos (ref 1) o técnicas de subestructuración (ref 17) que permiten determinar con exactitud la contribución de los muros en la respuesta sísmica de edificios. Estos programas permiten realizar análisis elásticos refinados, pero su utilización no se justifica pues, primeramente, se debe trabajar con demasiados grados de libertad, lo que conduce a tiempos de computadora elevados y dificultad en la preparación de datos e interpretación de resultados; además, se tienen incertidumbres en las propiedades mecánicas y geométricas de los elementos, y la correlación entre el análisis elástico y el comportamiento sísmico inelástico de la estructura. Por ello, teniendo presente que varias investigaciones sostienen que, en general, los resultados de los análisis de sistemas de un grado de libertad se pueden extender a estructuras más complejas, es conveniente sustituir cada muro de la construcción por un elemento estructural sencillo tal como una diagonal comprimida biarticulada cuando existe separación entre muro y marco confinante. De este modo, para estimar la rigidez lateral en estructuras con muros resistentes se resuelve un reticulado plano con nudos articulados constituido por barras horizontales y verticales de hormigón armado y diagonales equivalentes de mampostería (fig 6.a); mientras que para evaluar la rigidez lateral en pórticos estructurales rigidizados por muros de mampostería se analizan estructuras constituidas por elementos de hormigón armado en continuidad en los nudos y una diagonal biarticulada de mampostería (fig 6.b)

Para poder efectuar los análisis citados, sólo resta determinar el ancho de la diagonal "ficticia" equivalente para el caso que existan aberturas en los muros. Por ello, con base en el principio de los trabajos virtuales, se obtiene la expresión (3.5) que permite estimar el ancho de la diagonal "ficticia" equivalente.

$$W_{0\alpha} = \frac{1,988 \quad l_d}{E_m \cdot A_{do} \cdot t} \quad (3.5)$$



donde:

- $w_{oa}$  = ancho de la diagonal "ficticia" equivalente para una determinada relación  $\alpha$
- $E_m$  = módulo de elasticidad longitudinal de la mampostería
- $t$  = espesor del muro de mampostería
- $l_d$  = longitud de la diagonal "ficticia" equivalente
- $\Delta_{do}$  = acortamiento de la diagonal "ficticia" asumiendo separación marco - muro

A su vez  $\Delta_{do}$  se evalúa como:

$$\Delta_{do} = \frac{1}{k_o} - \frac{l_c}{E_c A_c} \quad (3.5a)$$

donde:

- $k_o$  = rigidez lateral cuando existe despegamiento dada por la ecuación (3.3)
- $l_c$  = longitud de la columna medida entre ejes de las vigas superior e inferior
- $E_c$  = módulo de elasticidad del hormigón de la columna
- $A_c$  = área de la columna

#### 4. CARGA DE AGRIETAMIENTO

##### 4.1 Carga de agrietamiento debido a flexión

En la Tabla 7 aparecen las cargas de agrietamiento por flexión y flexocompresión para los muros llenos A y A/W (sección menor de columnas del marco) calculadas a partir de expresiones extraídas de la bibliografía. Como se puede observar en la Tabla 7, la carga de agrietamiento está notablemente influida por la cantidad de armadura longitudinal en las columnas. Por lo tanto, si se desea evitar que el agrietamiento se produzca por la flexión es necesario dotar a las columnas del marco confinante de la suficiente armadura longitudinal.

##### 4.1.1 Carga de agrietamiento debido a tracción diagonal

Con el propósito de lograr que el agrietamiento se produzca por tracción diagonal, o sea que la grieta atravesase indistintamente piezas y mortero, se procede a reforzar convenientemente las columnas del marco confinante y se escoge un mortero de buena calidad y piezas de baja resistencia a compresión, de este modo se evitan los agrietamientos por flexión y a través de las juntas respectivamente.

Comparando las cargas que producen el agrietamiento por flexión (Tabla 7) y por tracción diagonal (Tabla 9), y observando en el listado el valor de los ángulos principales,  $\approx 45^\circ$ , se concluye que se logra alcanzar el objetivo perseguido, es decir que el agrietamiento se deba a tracción diagonal.

Para obtener los valores de la carga de agrietamiento en tracción diagonal para los distintos casos analizados se siguen, introduciendo ciertas modificaciones, los criterios de falla (primer agrietamiento) expuesto en la ref 13. Estos criterios se denominan: I) Agrietamiento por tensión normal crítica, y II) Agrietamiento por combinación crítica de tensiones



A continuación se describe la forma en que se obtienen las cargas de agrietamiento con base en ambos criterios, utilizando los resultados (tensiones) obtenidos al analizar los distintos casos por el método de los elementos finitos.

- a) Criterio I - Agrietamiento por tensión principal de tracción crítica - Se busca el elemento más solicitado, se extrae el valor de la tensión normal de tracción,  $\sigma_1$ , y se lo compara con el valor de la resistencia a tracción dada,  $f'_t$ . Luego, si el  $\sigma_1$  en el elemento más solicitado se corresponde con un valor de la carga lateral  $V$ , la carga de agrietamiento,  $V_{agr}$ , es

$$\frac{f'_t}{\sigma_1} \cdot V = V_{agr} \quad (4.1)$$

- b) Criterio II - Agrietamiento por combinación crítica de tensiones principales - Para obtener la carga de agrietamiento según este criterio se procede de la siguiente forma. Primeramente, se extraen los valores de las tensiones de tracción,  $\sigma_1$ , y compresión  $\sigma_2$ , principales del elemento más solicitado. Ambos valores se los multiplica por el coeficiente  $\frac{f'_t}{\sigma_1}$ , así

$$\frac{f'_t}{\sigma_1} \cdot \sigma_1 = \sigma_1^* = f'_t \quad ; \quad \frac{f'_t}{\sigma_1} \cdot \sigma_2 = \sigma_2^* \quad (4.2)$$

$\sigma_2^*$  es la tensión principal de compresión cuando la tensión principal de tracción alcanza la resistencia a tracción,  $f'_t$ .

Posteriormente, se normalizan  $\sigma_1^*$  y  $\sigma_2^*$  con respecto a  $f'_t$  y queda

$$\frac{\sigma_1^*}{f'_t} = 1 \quad ; \quad \frac{\sigma_2^*}{f'_t} \quad (4.3)$$

La ecuación de la recta envolvente que representa la combinación crítica de tensiones principales que producen el agrietamiento, y cuyos pares de valores extremos están dados por  $(1, \frac{\sigma_2^*}{f'_t})$  y  $(0, \frac{f'_m}{f'_t})$  es

$$\frac{\sigma_1^*}{f'_t} = 1 + \alpha \left[ \frac{\sigma_2^*}{f'_t} + \left| \frac{\sigma_2^*}{f'_t} \right| \right] \quad (4.4)$$

donde:

$\sigma_1^*, \sigma_2^*$  = tensiones principales críticas cuya combinación según (4.4) producen el agrietamiento

$$\alpha = \frac{1}{\left| \frac{f'_m}{f'_t} \right| - \left| \frac{\sigma_2^*}{f'_t} \right|} \quad (4.4a)$$

$f'_m$  = resistencia a compresión de la mampostería



Para encontrar  $\sigma'_1$  y  $\sigma'_2$ , combinación que produce el agrietamiento, se plantean las ecuaciones de la elasticidad, así

$$1 + \alpha \left[ \frac{\sigma'_2}{f'_t} + \left| \frac{\sigma'_2}{f'_t} \right| \right] = \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2f'_t} + \sqrt{\frac{(\sigma'_x - \sigma'_y)^2}{4f'^2_t} + \frac{\tau'^2}{f'^2_t}} \quad (4.5a)$$

$$\frac{\sigma'_2}{f'_t} = \frac{\sigma'_x + \sigma'_y}{2f'_t} - \sqrt{\frac{(\sigma'_x - \sigma'_y)^2}{4f'^2_t} + \frac{\tau'^2}{f'^2_t}} \quad (4.5b)$$

Este sistema es indeterminado pues tiene cuatro incógnitas y sólo dos ecuaciones. Si bien en el elemento más solicitado no se conocen los valores de  $\sigma'_y$  y  $\tau'$ , en un intento de hacer determinado el sistema se escogen los valores de  $\sigma'_y$  y  $\tau'$  como:

$$\sigma'_y/f'_t = \frac{\sigma'_2}{f'_t} \quad (4.6a)$$

$$\tau'/f'_t = \frac{1 - \sigma'_2/f'_t}{2} \quad (4.6b)$$

El criterio II, expuesto como antecede, se aplica a todos los casos, comprobándose que resulta conservativo para los muros llenos cargados verticalmente, donde la tensión principal de agrietamiento vale alrededor de 0.91 - 0.95 de  $f'_t$ . En los muros llenos sin carga vertical es prácticamente indistinto utilizar uno u otro criterio para evaluar el agrietamiento. Mientras que, en los muros con aberturas, debido a las altas tensiones de tracción en los elementos situados en los ángulos traccionados de una abertura, es más conservativo el criterio I.

En la Tabla 8 se dan los valores de las tensiones críticas que producen el agrietamiento según el criterio II, exclusivamente para muros sin aberturas.

En la Tabla 9 se encuentran los valores de la carga de agrietamiento calculados para ambos criterios. Adicionalmente en la columna (4) de la Tabla 9 aparecen los valores de la  $V_{agr}$  calculados según el criterio II en el centro de los muros sin abertura. Posteriormente, en la Tabla 10, se dan los valores de la " $V_{agr}$  promedio", los cuales se hallaron promediando los valores que aparecen en las columnas (3) y (4) de la Tabla 9 para muros sin aberturas.

Observando la Tabla 9 se aprecia que la presencia de carga vertical en los muros sin aberturas es favorable pues aumenta la carga de agrietamiento, mientras que, contrariamente, en los muros con aberturas existe una disminución de la carga de agrietamiento si éstos se encuentran cargados verticalmente.

Por último, en la Tabla 11 se comparan los valores de la carga de agrietamiento obtenidas según los criterios anteriores con las encontradas a partir de expresiones dadas por distintos autores. Se concluye que, en general, los valores dados por el método del elemento finito son conservativos.



## 5. CONCLUSIONES Y COMENTARIOS

En el presente trabajo se estudian parámetros tales como la rigidez lateral y la resistencia que definen el comportamiento de sistemas marco - muro sujetos a carga lateral. Se propone un modelo para representar el sistema. Luego, variando los tamaños de las aberturas se analizan los distintos casos con el método de los elementos finitos dentro del campo elástico lineal.

La comparación entre las rigideces obtenidas del análisis y las halladas experimentalmente, cuando marco y muro trabajan monolíticamente, permiten concluir que existe una buena concordancia entre ambas. A su vez, se comprueba que para muros con aberturas, las rigideces obtenidas analíticamente son menos aproximadas que las calculadas con otras expresiones (ref 10), dado que no sólo consideran el área transversa de la abertura, sino también el tamaño de la misma.

A partir de los resultados analíticos, se derivan expresiones que permiten estimar la rigidez para los siguientes casos: a) trabajo monolítico entre el marco y el muro, b) separación entre el marco y el muro sin agrietamiento diagonal y c) separación entre el marco y el muro con agrietamiento diagonal.

Admitiendo ciertas simplificaciones, se obtiene una expresión que permite calcular en forma aproximada el ancho de la diagonal ficticia equivalente en función del tamaño de la abertura. Para obtener dicha expresión se supone que existe separación entre el marco y el muro. La sustitución de los muros por diagonales ficticias equivalentes, permite mediante análisis elásticos de estructuras que contengan elementos rigidizantes y/o muros de carga de mampostería, determinar la rigidez lateral y las solicitaciones en las mismas.

Para evaluar la carga de agrietamiento en el caso de muros sin aberturas, se comprueba que es más conservativo utilizar el criterio de combinación crítica de tensiones principales.

En los muros con aberturas existe una brusca disminución de la carga de agrietamiento con respecto de los muros llenos, existiendo una alta concentración de tensiones de tracción en aquellos elementos situados en los ángulos de la abertura. En este caso, el criterio para obtener la carga de agrietamiento basado en la tensión principal crítica es el más conservativo.

Se comprueba que en los muros sin aberturas la presencia de la carga vertical disminuye la tensión principal de tracción aumentando la  $V_{agr}$ ; contrariamente en los muros con aberturas, en el elemento más solicitado donde existe concentración de tensiones, hay un aumento de la tensión principal de tracción por la presencia de la carga vertical, lo que produce una disminución de la carga de agrietamiento.

Finalmente, para mejorar los resultados analíticos obtenidos se sugiere, en trabajos futuros, la utilización de un elemento finito que tenga un grado de libertad adicional (rotación), y a su vez considerar la separación existente, en zonas traccionadas, entre el marco confinante y el muro.



## 6. RECONOCIMIENTO

El autor desea expresar su agradecimiento al Ing. Alejandro Giullia no por sus valiosas sugerencias que sirvieron de base para la elaboración definitiva de este trabajo, a la Srta. Beatriz Camacho por el mecanografiado del mismo y al Sr. Oscar Escudero por la confección de las figuras.

## 7. REFERENCIAS

1. Bathe, K.- Wilson, E.- Peterson, F., "SAP IV: A structural analysis program for static and dynamic response of linear systems", Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 73-11, Berkeley (1973)
2. Bathe, K.- Wilson, E., "Numerical methods in finite element analysis", Prentice Hall Inc, Nueva Jersey (1976)
3. Benjamin, J - Williams, H., "The behavior of story brick shear walls", Journal of the Structural Division, Procs, ASCE, 84, ST4 (jul. 1958)
4. Meli, R. - Zeevaert W. y Esteve, L., "Comportamiento de muros de mampostería hueca ante carga lateral alternada", Rev. Ingeniería, Vol. 38, N°. 3, México, D.F. (jul. 1968)
5. Meli, R. - Salgado, G, "Comportamiento de muros de mampostería sujetos a carga lateral", Instituto de Ingeniería, UNAM, 237 (sep. 1969)
6. Meli, R. - Reyes, A, "Propiedades mecánicas de la mampostería", Inst. de Ingeniería, UNAM, 4-1,3, México, D.F. (jul. 1971)
7. Hernández, O., "Recomendaciones para el diseño y construcción de estructuras de mampostería", Inst. de Ingeniería, Publ. N° 351 (marzo 1975)
8. "Diseño y construcción de estructuras de mampostería", Inst. de Ingeniería, UNAM, Public N° 403, (julio 1977)
9. Meli, R., "Comportamiento sísmico de muros de mampostería", Inst. de Ingeniería, UNAM, Public N° 352 (abril 1975); Segunda Edición corregida y aumentada (mayo 1979)
10. Fiorato - Sozen - Gamble, "An investigation on the interaction of reinforced concrete panels with masonry filler walls", University of Illinois, Civil Engineering Studies, Structural Research Series 370, Urbana (nov. 1970)
11. Bazán, E., "Estudio Teórico del comportamiento de sistemas de tableros de mampostería ante cargas laterales", Tesis Doctoral, Facultad de Ingeniería, UNAM (Set. 1980)
12. Jorquera, L.A., "Estudio experimental sobre la resistencia de muros de albañilería", Proc. Primeras Jornadas Chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica, Santiago (1963)
13. Yokel, F.Y. - Fattal, S.G., "Failure hypothesis for masonry shear walls", Journal of the Structural Division, Procs ASCE, Vol. 102, N° ST3, pp 515-532, marzo 1976
14. Langan, D - Garas, F.K., "The failure of concrete under the combined action of high shearing forces and biaxial restraint", Intern. Conference on Structure, Solid Mech. and Eng. Design in Civil Eng. Materials, abril 1969



15. Benjamin, J. - Williams, H., "Behavior of One-Story Reinforced Concrete Shear Walls Containing Openings", Journal of the American Conc. Inst., Procs ACI Vol. 55, november 1958, N° 5, Vol. 30, pp 605-618
16. Gerstle, K. - Aschl, H., et al, "Behavior of concrete under multiaxial stress states", ASCE-J. Eng. Mech. Div., Vol. 106 4-6, 1980
17. Axley, J. - Bertero, V., "Infill panels: their influence on seismic response of building", Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, UBC/EERC 79 28, Berkeley (1979)
18. Wilson, E. - Dovey, H. "Three dimensional analysis of building systems - TABS", Earthquake Engineering Research Center, Universidad de California, EERC 72-8, Berkeley (dic. 1972)



TABLA 1 - CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DE LOS SISTEMAS ANALIZADOS

Tipo de Muro	a (m)	b (m)	Dimensiones Columnas (m x m)	Dimensiones Viga Sup. (m x m)	Dimensiones Viga Inf. (m x m)
1A	0	0	0.30x0.15	0.30x0.15	0.15x0.15
2A	0.90	0.90	0.30x0.15	0.30x0.15	0.15x0.15
3A	1.50	1.20	0.30x0.15	0.30x0.15	0.15x0.15
4A	0.90	2.10	0.30x0.15	0.30x0.15	0.15x0.15
1B	0	0	0.30x0.30	0.30x0.30	0.30x0.15
2B	0.90	0.90	0.30x0.30	0.30x0.30	0.30x0.15
3B	1.50	1.20	0.30x0.30	0.30x0.30	0.30x0.15
4B	0.90	2.10	0.30x0.30	0.30x0.30	0.30x0.15

TABLA 2 - PROPIEDADES MECANICAS DEL HORMIGON

Módulo de Elast. del Hormigón (Kg/cm <sup>2</sup> )	Coefficiente de Poisson del Hormigón	Módulo de Rigidez del Hormigón (Kg/cm <sup>2</sup> )
150000	0,25	60000

TABLA 3 - PROPIEDADES MECANICAS DE LA MAMPOSTERIA

Resistencia del Ladrillo (Kg/cm <sup>2</sup> )	Mód. de Elas. del Ladrillo (Kg/cm <sup>2</sup> )	Mortero Utilizado Cem:Cal:Ar	Resistencia del mortero (Kg/cm <sup>2</sup> )	Mód. de Elast. de la Mamp. (Kg/cm <sup>2</sup> )	Mód. de Rigidez de la Mamp. (Kg/cm <sup>2</sup> )
69	13800	1:0:3	51250	15000	5700



TABLA 4 - RIGIDECEZ OBTENIDAS CON ELEMENTOS FINITOS

Tipo de Muro	$\delta$ (Desplaz.) (m)	R (Rigidez) (t/m)	Tipo de Muro	$\delta$ (Desplaz.) (m)	R (Rigidez) (t/m)
1A	$0,1266 \times 10^{-3}$	7900	1B	$0,1039 \times 10^{-3}$	9622
2A	$0,1686 \times 10^{-3}$	5933	2B	$0,1430 \times 10^{-3}$	6993
3A	$0,2868 \times 10^{-3}$	3723	3B	$0,2233 \times 10^{-3}$	4479
4A	$0,2431 \times 10^{-3}$	4114	4B	$0,2018 \times 10^{-3}$	4955

TABLA 5 - COMPARACION DE RIGIDECEZ PARA MUROS SIN ABERTURAS

Fuente	Expresión para evaluar la rigidez	Definiciones	Tipo de Muro	Rigidez (t/m)
Ref.3	$R = \frac{a \cdot t \cdot G_m}{1,2 \cdot b}$	a,b= longitud y altura del muro t= espesor del muro $G_m$ = módulo de corte de la mampostería	1A	7125
			1B	7125
Ref.10	$R = \frac{1}{\frac{l_c^3}{3EI} + \frac{l_m}{A_m G_m}}$	$l_c, l_m$ = altura entre ejes del sistema y altura del muro E= mód. de elast. del material compuesto marco - muro I= inercia de la sección trans. marco - muro $A_m$ = sección transversal del muro	1A	6975
			1B	7638
Ref.11	$R = \frac{1}{\frac{l^3}{3E_c I_c} + \frac{1}{G_m A_t}}$	l= altura entre ejes del sistema $I_c = A_c l^2/2$ , nom. de iner. provisto $A_t$ = suma de áreas de muro y columnas (sin transf.)	1A	8182
			1B	9544
---	Elementos finitos	-----	1A	7900
			1B	9622

TABLA 6 - COMPARACION DE RIGIDECES PARA MUROS CON ABERTURAS

Fuente	Expresión para evaluar la rigidez	Definiciones	Tipo de Muro	Rigidez (t/m)
Ref.10	$R = \frac{1}{\frac{l_c^3}{3EI} + \frac{l_m}{A_m C_m}}$	$l_c, l_m$ = altura entre ejes del sistema y altura del muro	2A	4946
		$E$ = módulo de elas. del material compuesto marco - muro	2B	5277
		$I$ = inercia de la secc. trans. marco - muro	3A	3447
		$A_m$ = sección transversal del muro descontando la abertura	3B	3606
			4A	4946
			4B	5277
---	Elemento finitos	---	2A	5933
			2B	6993
			3A	3723
			3B	4479
			4A	4114
			4B	4955

TABLA 7 - CARGAS DE AGRIETAMIENTO POR FLEXION

Tipo de Muro	$V_{agr}$ a flex. (4#5/col) (Ref 5) (t)	$V_{agr}$ a flex. (4#5/col) (Ref 5) (t)	$V_{agr}$ a flex. (Ref 10) (t)	$V_{agr}$ a flex.-comp. (4#4/col) (Ref 9) (t)	$V_{agr}$ a flex.-comp. (4#5/col) (Ref 9) (t)
A	21.27	33.23	36.25	30.15	42.47
A/W	36.27	48.23	---	---	---

TABLA 8 - TENSIONES CRITICAS SEGUN EL CRITERIO II

Muro	$\sigma'_x/f'_t$ (*)	$\sigma'_x/f'_t$	$\tau'/f'_t$	$\sigma'_2/f'_t$	$\sigma'_1/f'_t$
1 A/W	0.077	-2.234	1.617	-3.028	0.913
1 A	0.599	-0.435	0.717	-0.509	0.994
1 B/W	0.275	-1.564	1.282	-2.084	0.947
1 B	0.543	-0.632	0.816	-0.778	0.986

(\*)  $f'_t = 0.734$   $v^* = 4.035 \text{ Kg/cm}^2$ ;  $f'_m = 46 \text{ Kg/cm}^2$   $v^* = \text{res. al corte en muretes a compr. diagonal}$



TABLA 9 - CARGAS DE AGRIETAMIENTO POR TRACCION DIAGONAL

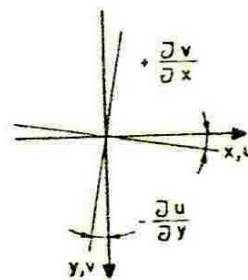
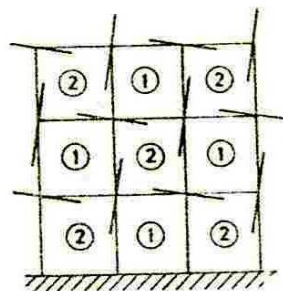
Muro (1)	Vagr (t) Crit. I (2)	Vagr (t) Crit. II (3)	Vagriet (t) Crit. II (*) (4)
1 A/W	16.50	15.06	22.53
1 A	13.39	13.31	18.04
1 B/W	12.80	12.12	21.25
1 B	14.88	14.68	18.65
2 A/W	4.47	---	---
2 A	5.46	---	---
2 B/W	4.69	---	---
2 B	5.89	---	---
3 A/W	2.92	---	---
3 A	3.84	---	---
3 B/W	3.27	---	---
3 B	4.24	---	---
4 A/W	3.49	---	---
4 A	4.03	---	---
4 B/W	3.72	---	---
4 B	4.46	---	---

TABLA 10 - CARGAS DE AGRIETAMIENTO PROMEDIO

Muro	Vag. prom. (t)
1 A/W	18.80
1 A	15.68
1 B/W	16.69
1 B	16.67

TABLA 11 - COMPARACION DE CARGAS DE AGRIETAMIENTO

Forma de calcular $V_{agrietamiento}$	Vagr muro/1A (t)	Vagr muro/A/W (t)
$V_{ag} = 0.5 A_t f_m' + 1.4 A_c f_c' + 0.4 W$ (Ref 5)	18.32	34.82
$V_{ag} = k f_m' A_t + 0.4 W$ (Ref 6)	13.73	25.73
$V_{ag} = 0.5 \cdot v(\text{com. diag. muretes}) \cdot A_t + 0.4 W$ (Ref 6)	13.57	25.57
$V_{ag} = 0.45 \cdot v(\text{com. diag. muretes}) \cdot A_t + 0.4 W$ (Ref 11)	12.21	24.21
MEF (Criterio I) - Elemento más solicitado	13.39	16.50
MEF (Criterio II) - Elemento más solicitado	13.31	15.06



1.c estructuras discretizadas

Fig 1. Elemento de segundo orden

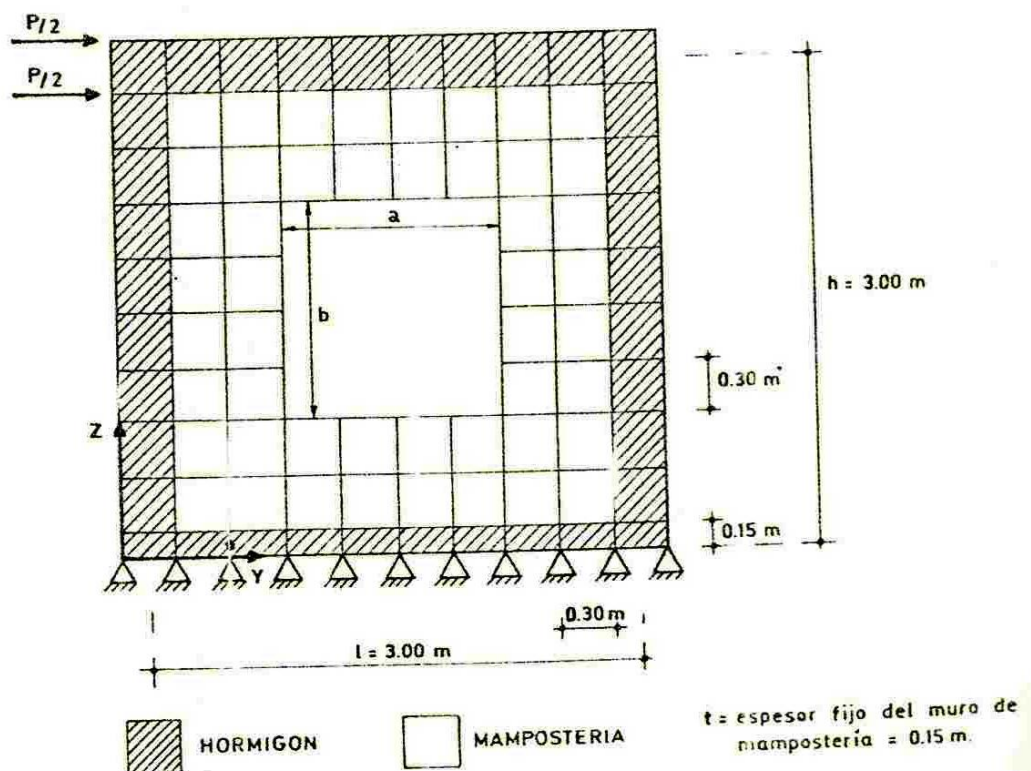


Fig 2. Modelo analizado



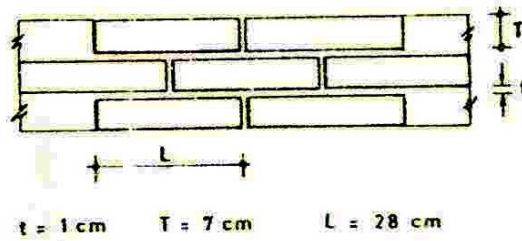
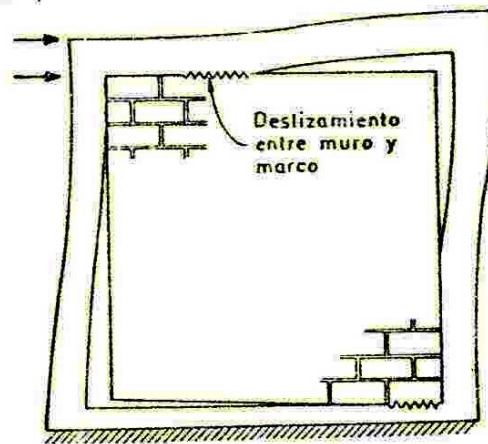
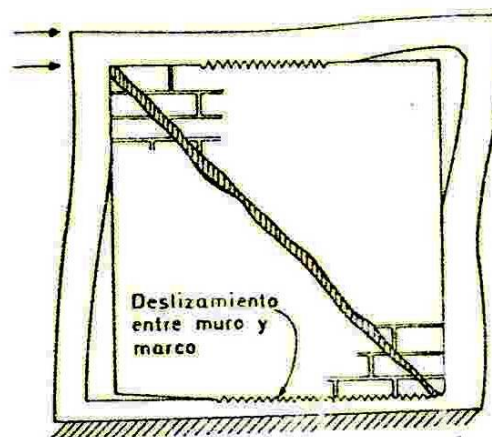


Fig 3. Dimensiones del material bifásico



4.a Sin agrietamiento diagonal



4.b Con agrietamiento diagonal

Fig 4. Configuración típica de separación entre muro y marco

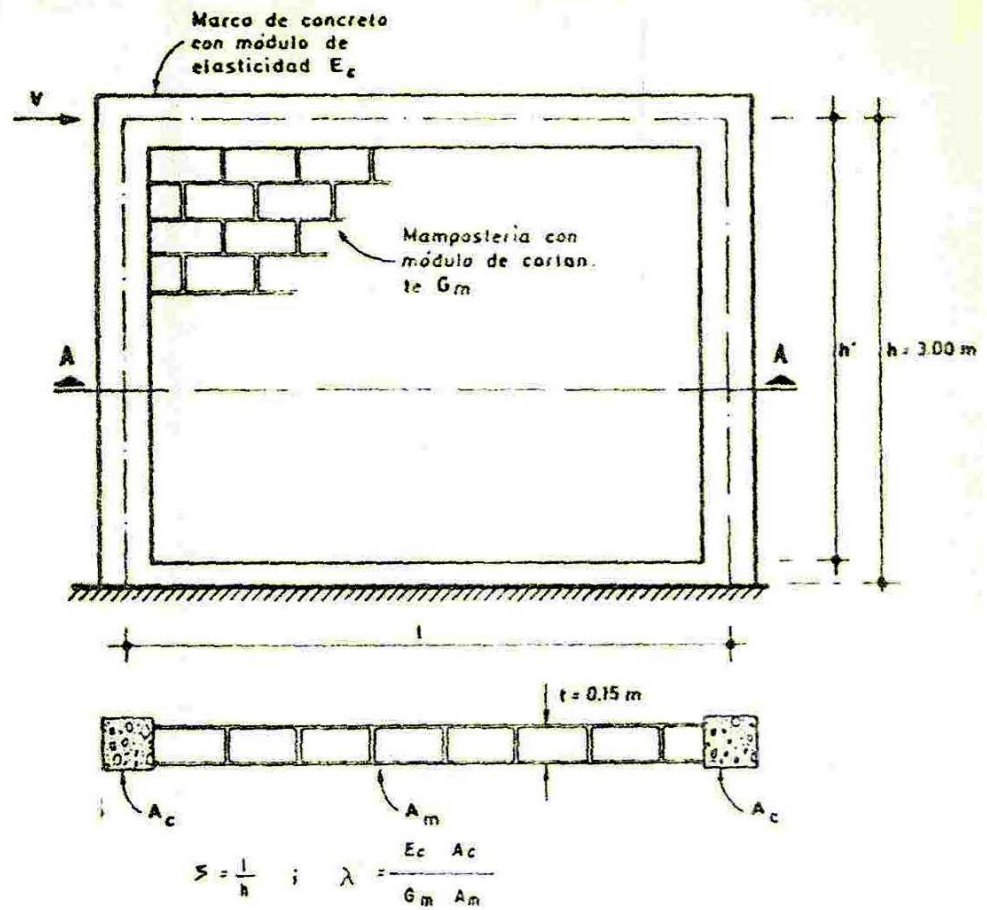
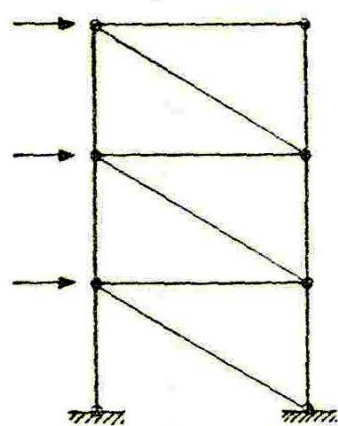
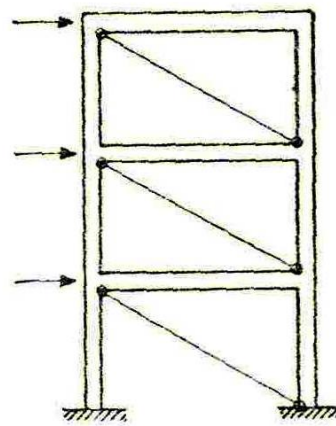


Fig 5. Esquema utilizado para el análisis de muro



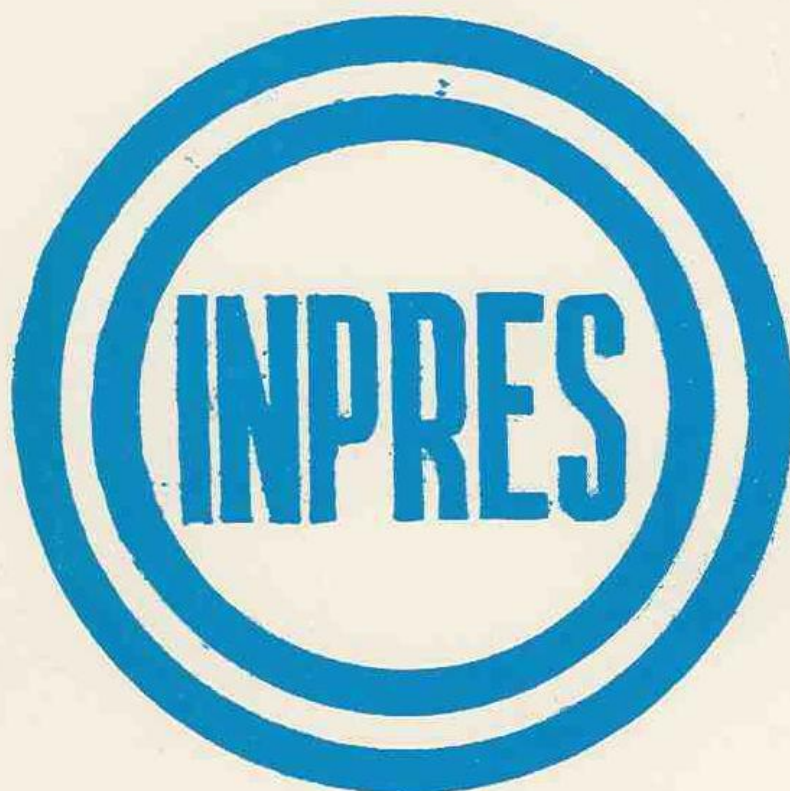
6.a Reticulado



6.b Pórtico con diag.art.

Fig 6. Modelos analíticos para evaluar la rigidez lateral





**Dirección Postal:**

**Roger Balet 47 - Norte**

**5400 - San Juan**

**República Argentina**

**Teléfonos 230602-230603-230600-230163**

**Télex: 59129 INPRE-AR**