

CORTE

Expresiones generales para el dimensionamiento y verificación de piezas no pretensadas

3.1.- Generalidades

Las piezas sometidas a esfuerzos de corte deben verificar la condición resistente dada por:

$$V_u \leq \phi \cdot V_n \quad \text{con} \quad (\text{CIRSOC 201-2005, artículos 9.1.1 y 11.1.1})$$

V_u = Resistencia requerida calculada para cargas mayoradas

V_n = Resistencia nominal de la sección

ϕ = Coeficiente de reducción de resistencia en función del tipo de rotura :

$$\phi = 0,75 \quad (\text{CIRSOC 201-2005, artículo 9.3.2.3})$$

Se estudiarán en este caso los elementos no pretensados.

3.2.- Expresión general de cálculo y verificación

La expresión genérica de resistencia nominal que da el CIRSOC 201-2005, artículo 11.1.1, es del tipo aditivo, es decir, que se obtiene como suma de las colaboraciones del hormigón y el acero:

$$V_u \leq \phi \cdot V_n = \phi \cdot [V_c + V_s]$$

donde:

V_c = Resistencia al corte aportada por el hormigón

V_s = Resistencia de las armaduras (estribos y/o barras dobladas)

ϕ = Coeficiente de reducción de resistencia = 0,75

“ V_u ” es el esfuerzo de corte calculado para las cargas mayoradas, calculado a una distancia “ d ” del filo del apoyo, para determinar el máximo “ V_u ” (artículo 11.1.3.1), siempre que se cumplan las siguientes condiciones (artículo 11.1.3):

- Que el apoyo sea directo, es decir, que la reacción de apoyo introduzca compresiones en la cara (generalmente inferior) del elemento
- Que las cargas se apliquen superiormente (no “colgadas”)
- Que no existan fuerzas concentradas significativas a una distancia del filo del apoyo menor que “ d ”

En caso de que no se cumpla alguna de las condiciones enunciadas, se debe dimensionar con el corte correspondiente al filo del apoyo.

3.3.- Determinación de V_c

El CIRSOC 201-2005 brinda dos tipos de expresiones para evaluar V_c , simplificadas y generales (artículos 11.3.1.1 a 11.3.1.3 y 11.3.2.1 a 11.3.2.3 respectivamente). La diferencia estriba en que las primeras dependen solamente de la geometría de la sección y de la resistencia del hormigón, mientras que las últimas permiten considerar la influencia de otras variables, como por ejemplo la armadura longitudinal.

En cualquier caso, se limita $\sqrt{f'_c} \leq 8,3 \text{ MPa}$ (artículo 11.1.2)

3.3.1.- Cuando no existan fuerzas axiales

1) Expresión simplificada: $V_c = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$

2) Expresión general:

$$V_c = \left(\sqrt{f'_c} + 120 \cdot \rho_w \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_u} \right) \cdot \frac{1}{7} \cdot b_w \cdot d \leq 0,3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

$$\text{con } \rho_w = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \quad \text{y} \quad \frac{V_u \cdot d}{M_u} \leq 1$$

donde M_u es el momento mayorado en la sección crítica, en correspondencia con V_u

3.3.2.- Cuando existan fuerzas axiales de compresión (no pretensado)

1) Expresión simplificada: $V_c = \left(1 + \frac{N_u}{14 \cdot A_g} \right) \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$ con N_u/A_g en MPa

2) Expresión general:

$$V_c = \left(\sqrt{f'_c} + 120 \cdot \rho_w \cdot \frac{V_u \cdot d}{M_m} \right) \cdot \frac{1}{7} \cdot b_w \cdot d \leq 0,3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \cdot \sqrt{1 + \frac{0,3 \cdot N_u}{A_g}}$$

$$\text{con } A_g = \text{área bruta de hormigón}; \quad M_m = M_u - N_u \cdot \left(\frac{4 \cdot h - d}{8} \right)$$

sin el límite $\frac{V_u \cdot d}{M_m} \leq 1$

Si se obtiene un valor negativo de M_m se empleará directamente la expresión:

$$V_c \leq 0,3 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \cdot \sqrt{1 + \frac{0,3 \cdot N_u}{A_g}}$$

3.3.3.- Cuando existan cargas axiales de tracción

De existir una tracción axial significativa bien debe dimensionarse la armadura de alma para resistir la totalidad del corte o bien puede calcularse:

$$V_c = \left(1 + \frac{0,3 \cdot N_u}{A_g} \right) \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \geq 0$$

con N_u negativo (tracción) y N_u/A_g en MPa

En sus Recomendaciones el CIRSOC 201, artículo C11.3.2.3, indica que: "cuando exista incertidumbre sobre la magnitud de la tracción axial y ésta pudiera alcanzar valores significativos se recomienda determinar la armadura de corte para que absorba el corte total", es decir: $V_c = 0$.

3.4.- Determinación de V_s

La evaluación de " V_s " se hace directamente a partir del equilibrio de una fisura supuesta a 45° . Aún cuando, debido a las situaciones particulares ya descritas, se deba dimensionar con el valor del corte en el filo del apoyo, el equilibrio de la fisura a 45° puede ser planteado de igual manera ya que la rotura en cualquier caso se producirá a partir de una fisura inclinada.

El criterio de colaboración es simple: las armaduras que contribuyen al equilibrio son todas aquellas que cosen a la fisura en estudio, con la salvedad de que en las barras dobladas solamente se consideran efectivos los 3/4 centrales del tramo inclinado (artículo 11.5.7.7), más adelante se verá en detalle.

Finalmente V_s puede escribirse como:

$$V_s = V_s \text{ (estribos verticales)} + V_s \text{ (barras dobladas)} \quad \text{(artículo 11.5.7.8)}$$

3.4.1.- V_s para estribos verticales

$$V_s = \frac{A_v \cdot d \cdot f_{yt}}{s} \quad \text{(artículo 11.5.7.2)}$$

donde:

d = Altura útil de la sección

s = Separación entre planos de estribado medida sobre el eje de la pieza

f_{yt} = Tensión de fluencia especificada de los estribos

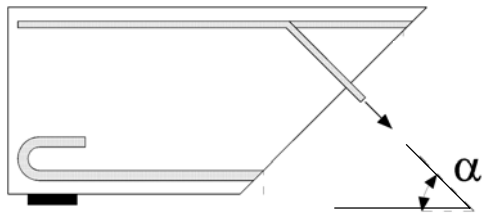
A_v = Área de acero contenida en un plano de estribado = $n \cdot A_{1v}$

n = Número de ramas (normalmente 2)

A_{1v} = Área de una de las ramas de estribo contenida en el plano de estribado

Si una misma fisura cortara estribos de diferente diámetro y/o con diferentes separaciones sencillamente se reemplaza el cociente " A_v / s " por la sección total de armadura vertical que corta a la fisura en una longitud " d ".

3.4.2.- V_s para barras dobladas



$$V_s = A_v \cdot f_y \cdot \text{sen}(\alpha) \quad (\text{artículo 11.5.7.5})$$

donde:

A_v = Armadura que cruza la fisura, dentro del $\frac{3}{4}$ central de la/las barra/s

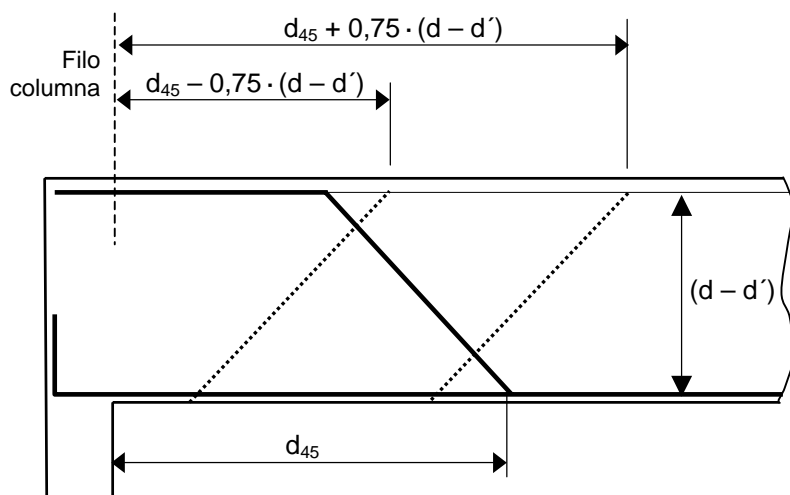
f_y = Tensión de fluencia especificada de la armadura

α = Ángulo de inclinación de la barra

Para el caso más corriente de barras dobladas a 45° se tiene:

$$V_s = 0,707 \cdot A_v \cdot f_y$$

Como ya se mencionó, solamente se considera efectivo el tramo de barra inclinada constituido por su $\frac{3}{4}$ central. Por lo tanto, las dos fisuras a 45° entre las cuales se encuentran todas las que son efectivamente cosidas por la barra doblada se determinan como se muestra en la figura:



El CIRSOC 201-2005 establece dos restricciones absolutas a la colaboración de la barra:

- $\alpha \geq 30^\circ$. Para ángulos menores se desprecia la colaboración (artículo 11.5.1.2).
- El valor de V_s aportado al equilibrio de una fisura por las barras dobladas no puede ser superior a:

$$\frac{1}{4} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad (\text{artículo 11.5.7.5})$$

3.4.3.- Limitación de V_s total

El CIRSOC 201-2005 no especifica una verificación directa de la fisuración del alma por efecto del corte ni de la resistencia de las bielas comprimidas, pero sí existe una verificación indirecta a través de la limitación al aporte de la armadura total al " V_n " de la fisura. Debe cumplirse: (artículo 11.5.7.9)

$$V_s \leq \frac{2}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

(Además de la limitación particular al aporte de las barras dobladas indicada más arriba)

Si se utilizan las expresiones normales, es fácil demostrar que esta limitación conduce, para cargas axiales nulas o de compresión (no pretensado), a la expresión:

$$V_n \leq \left(5 + \frac{N_u}{14 \cdot A_g} \right) \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d$$

3.4.4.- Estribado mínimo

El CIRSOC 201-2005, artículo 11.5.6.3, establece una sección mínima de estribos dada por:

$$\frac{A_v}{s} \geq \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w}{f_{yt}} \quad y \quad \geq 0,33 \cdot \frac{b_w}{f_{yt}}$$

lo que equivale a decir que, a los efectos prácticos:

$$\text{Si } f'_c < 30 \text{ MPa} \quad \frac{A_v}{s} \geq 0,33 \cdot \frac{b_w}{f_{yt}}$$

$$\text{Si } f'_c \geq 30 \text{ MPa} \quad \frac{A_v}{s} \geq \frac{1}{16} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot \frac{b_w}{f_{yt}}$$

Si se adopta un ADN 420 ($f_{yt} = 420$ MPa), la sección mínima de estribos por unidad de longitud puede ser calculada para las distintas f'_c solamente en función de b_w , siendo:

$$\frac{A_v}{s} \left[\text{mm}^2 / \text{m} \right] \geq \frac{b_w \left[\text{mm} \right]}{k}$$

f'_c [MPa]	20	25	30	35	40	50
k	1,26	1,26	1,23	1,14	1,06	0,95

En cambio si se adopta un AM 500 N ($f_{yt} = 500$ MPa), el factor k toma los siguientes valores:

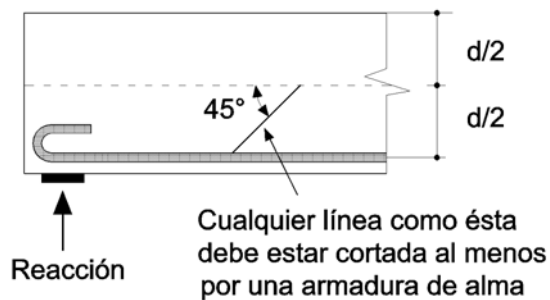
f'_c [MPa]	20	25	30	35	40	50
k	1,50	1,50	1,46	1,35	1,26	1,13

La sección de acero anterior es válida sólo si no existen o son despreciables los efectos de torsión.

3.4.5.- Separación máxima de armaduras de alma

Respecto a la presencia y separación de las armaduras de alma el CIRSOC 201-2005 indica que:

3.4.5.1.- Cualquier línea con las siguientes características:
(artículos 11.5.1.2 y 11.5.5.2)



- 1) Un extremo sobre la armadura principal de tracción
- 2) El otro extremo a "d/2" de la fibra de hormigón más comprimida
- 3) Pendiente 45°
- 4) El extremo inferior es el más próximo a la reacción que define el corte de proyecto

Debe ser cortada por, al menos, una línea de armadura de alma.

3.4.5.2.- Separación máxima para estribos normales al eje del elemento

$$\text{Si } V_s \leq \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad s \leq \begin{cases} d / 2 \\ 400 \text{ mm} \end{cases} \quad (\text{artículo 11.5.5.1})$$

$$\text{Si } V_s > \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_w \cdot d \quad s \leq \begin{cases} d / 4 \\ 200 \text{ mm} \end{cases} \quad (\text{artículo 11.5.5.3})$$

3.4.6.- Elementos sin armadura de alma

Si bien en nuestro medio no es común aceptar vigas sin armaduras de alma (aunque sí losas y zapatas sin armaduras de alma), el CIRSOC 201-2005 artículo 11.5.6.1 indica que si se cumplen algunos requisitos es admisible no colocar armadura de alma. Estos requisitos son:

$$V_u \leq \phi \cdot V_c / 2$$

Vigas cuya altura total verifique que : $h \leq \text{máximo } (250 \text{ mm ; } 2,5 \cdot h_f ; 0,5 \cdot b_w)$

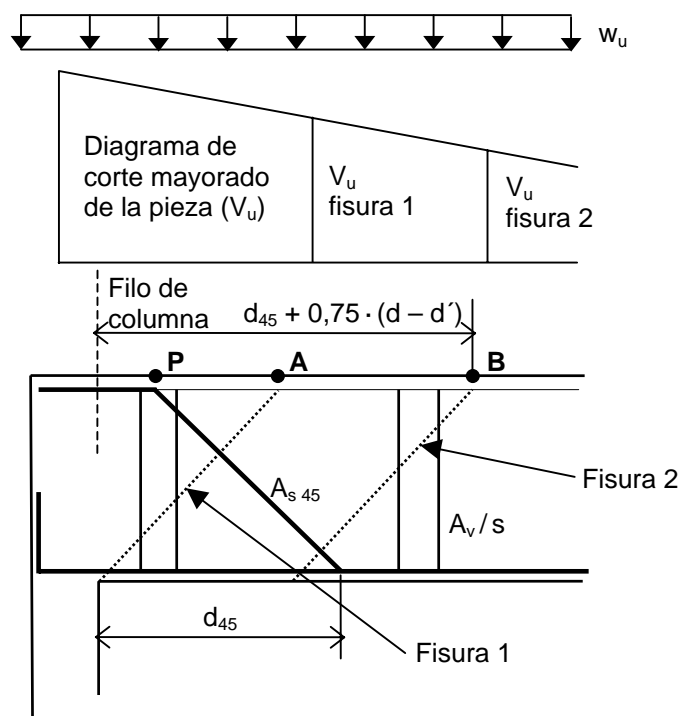
donde "h_f" es la altura del ala en vigas tipo "L" ó "T".

Se transcribe a continuación el comentario C11.5.6.1 del CIRSOC 201-2005: "Aún cuando el esfuerzo de corte mayorado total V_u , sea menor que la mitad (1/2) de la resistencia al corte proporcionada por el hormigón $\phi \cdot V_c$, se recomienda la colocación de alguna armadura en el alma, sobre todo en la totalidad de las almas delgadas de elementos postesados de hormigón

CORTE en HORMIGÓN ARMADO CONVENCIONAL – EJEMPLOS

Comentarios generales de orden práctico

En lo que sigue se desarrollan algunos ejercicios de corte aplicando las expresiones normales del CIRSOC 201-2005. En las roturas de corte en hormigón armado no es posible hablar de una “sección de cálculo” en el sentido clásico de una sección transversal, sino que es necesario considerar y comprender el mecanismo resistente establecido por el equilibrio de la fisura inclinada, a partir del cual es sencillo establecer tanto las sollicitaciones actuantes como las armaduras que aportan resistencia.



En ese sentido es importante recordar los siguientes conceptos:

- Armaduras resistentes a considerar en una fisura: Todas aquellas (mallas de acero soldada, estribos y/o barras dobladas – artículo 11.5.1) que cosen a la fisura en cuestión. En el caso de las barras dobladas, solamente se consideran aquellas que cortan a la fisura dentro de la $\frac{3}{4}$ parte central de la porción inclinada de la barra, artículo 11.5.7.7. En lo sucesivo, cuando se indique que una barra corta o cose a una fisura inclinada, se supondrá que lo hace de esta manera en la que resulta efectiva desde el punto de vista resistente, y cuando no lo hace dentro de su $\frac{3}{4}$ parte central se dirá que no la cose o corta, independientemente de que la intersección geométrica.
- Valor de corte que solicita a la fisura: El valor del diagrama de corte correspondiente al punto superior de la fisura (indicado con un punto en la figura). Lo mismo vale para el caso de la verificación: en este caso el corte resistente de la fisura se representa en el mismo punto. El CIRSOC 201-2005 hace algunas salvedades

cuando se trata de cargas indirectas o concentradas cerca de los apoyos (ver la Introducción a estos ejemplos)

En la Figura anterior se representan dos fisuras de corte:

- La fisura 1 es la primera fisura de corte, es decir, la que nace en el filo de la columna. En este caso, la resistencia de la fisura 1 está dada por los estribos y las barras dobladas, ya que ambos son cortados por la fisura. El corte solicitante se obtiene del diagrama de V_u , en la vertical del punto "A", el cual se ubica a una distancia "d" del filo de la columna.
- La fisura 2 es una fisura genérica interior a la pieza. En este caso representa a la primera fisura no cosida por una barra doblada y por lo tanto en su resistencia sólo colaboran estribos. El corte que solicita a esta fisura es el correspondiente al punto "B" en el diagrama de " V_u ".

Si el extremo inferior de la barra doblada se encuentra a una distancia genérica " d_{45} " del filo de la columna, el punto superior de la última fisura cosida por esa barra se encuentra a una distancia $[d_{45} + 0,75 \cdot (d - d')]$ de ese filo, con el valor de corte correspondiente. En la expresión anterior d' es la distancia desde el borde superior del hormigón al eje del tramo superior horizontal de la barra doblada.

Considerando piezas con barras dobladas y el caso normal de piezas en las que el corte aumenta hacia los apoyos (lo contrario requeriría la existencia de cargas hacia arriba), es evidente que desde el punto de vista de la resistencia al corte resulta favorable que las barras dobladas cubran la mayor zona posible de la pieza, o bien expresándolo en términos de solicitaciones, que la ubicación del punto "B" corresponda al menor valor de corte posible. De esta manera se aprovecha al máximo la existencia de la posición doblada. Sin embargo, este principio tiene el límite obvio de mantener la presencia de la barra doblada en la primera fisura de corte. Para cumplir esta premisa, el valor mínimo teórico de d_{45} vale:

$$d_{45} = d + 0,75 \cdot (d - d')$$

En el caso de existir momentos negativos de apoyo el doblar barras muy cerca de los mismos conflictúa con la necesidad de cubrir el diagrama de momentos flectores.

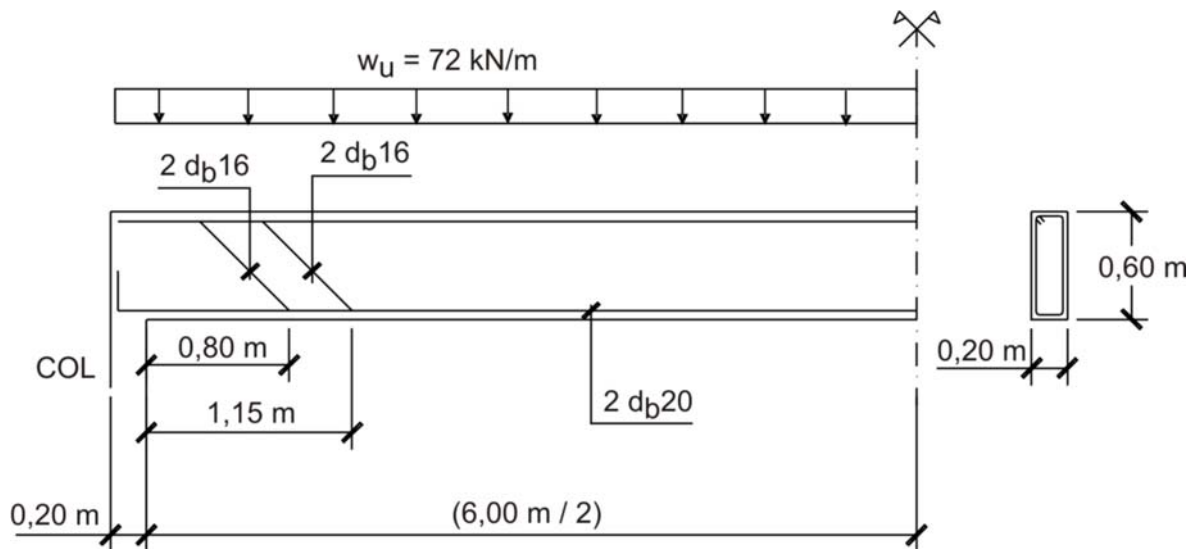
Ejemplo 3.I

Enunciado: Calcular el estribado uniforme necesario para la viga de la figura, considerando:

- a) Que no existen barras dobladas.
- b) Que existen las barras dobladas a 45° indicadas en la figura.

Materiales: - Hormigón: H-20 ($f'_c = 20$ MPa)
 - Acero: ADN 420 ($f_y = f_{yt} = 420$ MPa)

Sección transversal: - $b_w = 0,20$ m ; $h = 0,60$ m ; $d' = 0,025$ m



Resolución:

I) Cálculos intermedios

$$d = 0,60 \text{ m} - 0,025 \text{ m} = 0,575 \text{ m} \quad (57,5 \text{ cm})$$

$$[f'_c]^{1/2} = [20]^{1/2} \text{ MPa} = 4,472 \text{ MPa} \quad (< 8,3 \text{ MPa} \text{ artículo 11.1.2})$$

$$[f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 4472 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,575 \text{ m} = 514,3 \text{ kN}$$

II) Cálculo de estribos

II.1) Caso a): sin armadura doblada

II.1.1) Cálculo de solicitaciones

Se considera el corte solicitante a una distancia “d” del filo del apoyo. En este caso no es necesario considerar otra fisura de corte más alejada debido a que el estribado es uniforme y por lo tanto existe una única sección crítica. La solicitación resulta entonces:

$$V_u = w_u \cdot ((L_n / 2) - d) = 72 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m} - 0,575 \text{ m}) = 174,6 \text{ kN}$$

$$\therefore V_n = V_u / \phi = 174,6 \text{ kN} / 0,75 = 232,8 \text{ kN}$$

II.1.2) Verificación de las dimensiones de la sección

Como se utilizará la expresión simplificada para el cálculo de “V_c” se tiene que verificar:

$$V_n = 232,8 \text{ kN} \leq 5/6 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 5 \cdot 514,3 \text{ kN} / 6 = 428,5 \text{ kN} \quad (\text{Verifica})$$

II.1.3) Cálculo del estribado necesario

La expresión general de la resistencia nominal es: $V_n = V_c + V_s$

Utilizando la expresión simplificada para la colaboración del hormigón resulta:

$$V_c = 1/6 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 514,3 \text{ kN} / 6 = 85,8 \text{ kN}$$

(El lector puede comprobar fácilmente que si se hubiera utilizado la expresión afinada, el valor de "V_c" hubiera sido igual a 81,5 kN, es decir, una diferencia poco significativa)

Queda por resistir con armadura: $V_s = V_n - V_c = 232,8 \text{ kN} - 85,8 \text{ kN} = 147 \text{ kN}$

El CIRSOC 201-2005, artículo 11.5.7.9, pide que el valor anterior sea menor que $2/3 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot 514,3 \text{ kN} = 342,9 \text{ kN}$ lo cual ya fue verificado en II.1.2.

Dado que no se utilizarán barras dobladas el estriado se obtiene como:

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_{yt}} = \frac{147 \text{ kN}}{0,575 \text{ m} \cdot 420 \text{ MPa}} \cdot 1000 \frac{\text{MN}}{\text{kN}} \frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2} = 609 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \quad \left(6,09 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right)$$

La armadura a disponer debe ser superior a la mínima. Para H-20 (f'_c = 20 MPa) resulta:

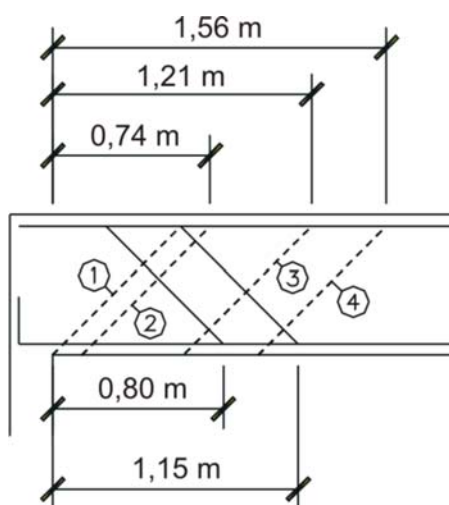
$$(A_v/s)_{\text{mín}} = b_w / 1,26 [\text{mm}] = 200 \text{ mm} / 1,26 = 159 \text{ mm}^2/\text{m} < 609 \text{ mm}^2/\text{m}$$

Dado que $V_s / ([f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d) = 0,29 < 1/3$ la separación máxima es:

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/2 ; 0,4 \text{ m}) = 0,29 \text{ m}$$

Por lo tanto se pueden disponer estribos de 2 ramas d_b8 c/ 0,17 m (2 · 50,3 mm² / 0,17 m = 592 mm²/m) ó d_b10 c/ 0,26 m (2 · 78,5 mm² / 0,26 m = 604 mm²/m).
Diámetros mayores conducen a separaciones mayores que la máxima.

II.2) Caso b): con armadura doblada



II.2.1) Cálculo de solicitaciones

En este caso, para identificar las secciones críticas y poder calcular las solicitaciones en ellas es necesario considerar la posición de las barras dobladas. De la geometría del problema se obtienen las siguientes conclusiones:

- La primera fisura de corte (fisura 1 en la figura), corta solamente una posición doblada, situación que se mantiene para todas las fisuras entre 1 y 2, en cuyo equilibrio solamente intervendrá esa posición compuesta por 2 d_b16.
- Las fisuras comprendidas entre 2 y 3 cortan a las dos posiciones dobladas.
- Las fisuras entre 3 y 4 cortan una posición.
- Las fisuras a la derecha de 4 no tienen barras dobladas que aporten resistencia al corte.

De lo anterior se desprende que es necesario dimensionar el estribo uniforme considerando el equilibrio de las fisuras 1 y 4, debido a las siguientes razones:

- La fisura 1 es la que tiene mayor V_u , con solamente una posición doblada.
- Todas las fisuras comprendidas entre 1 y 4 tienen menor V_u que la 1 y en todos los casos son cortadas por una o dos posiciones dobladas, por lo que conducirían a un estribo menor que la 1.
- La fisura 4 tiene menor V_u que la 1, pero al no tener barras dobladas que la corten, podría conducir a un estribo mayor que la fisura 1.

Se tendrán entonces las siguientes solicitaciones:

Fisura 1: Según se calculó en II.1.1): $V_u = 174,6 \text{ kN}$

Fisura 4: $V_u = w_u \cdot ((L_n / 2) - 1,56 \text{ m}) = 72 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m} - 1,56 \text{ m}) = 103,7 \text{ kN}$

II.2.2) Verificación de las dimensiones de la sección

Ya realizada en II.1.2.

II.2.3) Cálculo del estribo necesario

Fisura 1:

$$V_n = V_u / \phi = 174,6 \text{ kN} / 0,75 = 232,8 \text{ kN}$$

En II.1.3) se obtuvo: $V_c = 85,8 \text{ kN}$

$$V_{s\ 45^\circ} = A_{s\ 45^\circ} \cdot f_y \cdot \text{sen } \alpha$$

$$V_{s\ 45^\circ} = 2 \cdot 201 \text{ mm}^2 \cdot 420 \text{ MPa} \cdot \text{sen } (45^\circ) \cdot 1 \text{ kN m}^2 / (1000 \text{ MN mm}^2) = 119,4 \text{ kN}$$

El valor anterior está limitado a: $1/4 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 1/4 \cdot 514,3 \text{ kN} = 128,6 \text{ kN}$ (Verifica)

Los estribos deberán aportar entonces:

$$V_{s\ \text{est}} = V_n - V_c - V_{s\ 45^\circ} = 232,8 \text{ kN} - 85,8 \text{ kN} - 119,4 \text{ kN} = 27,6 \text{ kN}$$

Se adoptará el estribo luego de analizar la fisura 4, ya que, dado que el mismo será uniforme, su valor deberá ser igual al mayor entre los correspondientes a cada una de las fisuras.

Fisura 4:

$$V_u = 72 \text{ kN/m} \cdot (3 \text{ m} - 1,56 \text{ m}) = 103,7 \text{ kN} \quad \therefore \quad V_n = V_u / \phi = 103,7 \text{ kN} / 0,75 = 138,2 \text{ kN}$$

$$V_{s\ 45^\circ} = 0$$

$$V_s = V_{s\ \text{est}} = V_n - V_c = 138,2 \text{ kN} - 85,8 \text{ kN} = 52,4 \text{ kN}$$

Consideración del esfuerzo axial de compresión

Dado que los esfuerzos axiales de compresión ejercen un efecto favorable sobre la resistencia al corte y considerando que estos esfuerzos son independientes de las acciones que originan el corte, sólo resulta válido considerar la parte permanente de dicho esfuerzo axial. Por otra parte, el CIRSOC 201-2005 artículo 9.2.1 (ver también C9.2) indica que en estos casos de efectos favorables debidos a cargas permanentes debe considerarse como valor de combinación:

$$N_u = 0,9 \cdot N_D = 0,9 \cdot 311 \text{ kN} = 280 \text{ kN}$$

Resolución:

a) Cálculos intermedios

$$\begin{aligned}d &= 0,70 \text{ m} - 0,025 \text{ m} = 0,675 \text{ m} \quad (67,5 \text{ cm}) \\[f'_c]^{1/2} &= [30]^{1/2} \text{ MPa} = 5,477 \text{ MPa} \quad (< 8,3 \text{ MPa} \quad \text{artículo 11.1.2}) \\[f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d &= 5477 \text{ kN/m}^2 \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,675 \text{ m} = 739,43 \text{ kN}\end{aligned}$$

b) Cálculo de “ V_c ”

Se utilizan las expresiones normales con la corrección por el efecto favorable del esfuerzo axial. Al no conocerse “ V_u ” y “ M_u ” no existe la opción de utilizar expresiones más afinadas.

$$V_c = 1/6 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d \cdot [1 + N_u / (14 \cdot A_g)] = 1/6 \cdot 739,43 \text{ kN} \cdot 1,14 = 141 \text{ kN} = V_c$$

$$\begin{aligned}\text{ya que } N_u / A_g &= 280 \text{ kN} / ((1000 \text{ kN/MN}) \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 0,70 \text{ m}) = 2 \text{ MPa} \\ \therefore [1 + N_u / (14 \cdot A_g)] &= 1 + 2 \text{ MPa} / 14 \text{ MPa} = 1,14\end{aligned}$$

El valor de “ V_c ” se considera constante en toda la pieza.

c) Determinación del diagrama de “ $\phi \cdot V_n$ ”

Los valores resistentes nominales “ V_n ” de cada sección de la pieza dependen de su geometría, cantidad y distribución de armadura para corte, y características de los materiales. Esto significa que en aquellos tramos donde estos parámetros se mantengan constantes, el valor de “ V_n ” también lo hará. Resulta útil entonces identificar las zonas en las que las secciones y armaduras cambian dando lugar a “secciones críticas” en las que varía la resistencia nominal.

Las fisuras que caracterizan el problema son (ver siguiente figura):

- Fisura 1: Se origina en el filo de la columna y finaliza a “ d ” de dicho filo. Es cosida por la armadura a 45° , ya que verifica (ver Ejemplo 3.I):

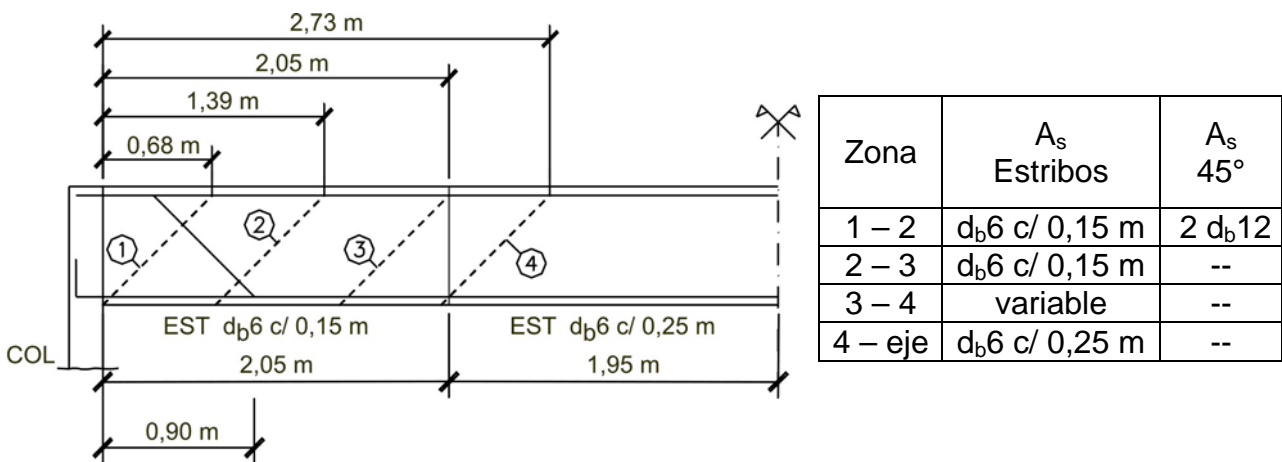
$$0,90 - 0,75 \cdot (0,675 \text{ m} - 0,025 \text{ m}) = 0,41 \text{ m} < d = 0,675 \text{ m}$$

- Fisura 2: Es la primera fisura no cosida efectivamente por la barra doblada. Se encuentra a una distancia del filo de la columna igual a (ver Ejemplo 3.I):

$$0,90 + 0,75 \cdot (0,675 \text{ m} - 0,025 \text{ m}) = 1,39 \text{ m}$$

- Fisura 3: Es la última fisura que corta solamente al estribo del primer sector (tiene la misma resistencia que la fisura 2).
- Fisura 4: Es la primera fisura que corta solamente al estribo del segundo sector.

Las fisuras comprendidas entre 3 y 4 cortan un estribo variable, debido a que el cambio de estribo se realiza en una sección normal al eje de la pieza, pero las fisuras de corte tienen una inclinación de 45°. Para esta zona se considerará una variación lineal entre el “V_n” correspondiente a la fisura 3 y el de la fisura 4.



Fisura 1:

$$V_{s \text{ est}} = \frac{A_v}{s} \cdot d \cdot f_{yt} = 2 \cdot \frac{28,3 \text{ mm}^2}{0,15 \text{ m}} \cdot 0,675 \text{ m} \cdot 420 \text{ MPa} \cdot \frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ MN}} \frac{\text{m}^2}{\text{mm}^2} = 106,9 \text{ kN}$$

$$V_{s 45^\circ} = A_{v 45^\circ} \cdot f_y \cdot 0,707$$

$$V_{s 45^\circ} = 2 \cdot 113 \text{ mm}^2 \cdot 420 \text{ MPa} \cdot 0,707 \cdot 1 \text{ kN m}^2 / (1000 \text{ MN mm}^2) = 67,2 \text{ kN}$$

Se debe verificar que:

$$V_{s 45^\circ} \leq 1/4 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 1/4 \cdot 739,4 \text{ kN} = 185 \text{ kN} \quad (\text{Verifica})$$

$$V_{s \text{ total}} \leq 2/3 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot 739,4 \text{ kN} = 493 \text{ kN} \quad (\text{Verifica})$$

Obteniéndose finalmente:

$$V_{n \text{ fisura 1}} = 141 \text{ kN} + 106,9 \text{ kN} + 67,2 \text{ kN} = 315 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \phi \cdot V_n = 236 \text{ kN}$$

Fisuras 2 y 3:

$$V_{s \text{ est}} = 106,9 \text{ kN}$$

$$V_{s 45^\circ} = 0 \text{ kN}$$

$$V_{n \text{ fisura } 2} = 141 \text{ kN} + 107 \text{ kN} = 248 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \phi \cdot V_n = 186 \text{ kN}$$

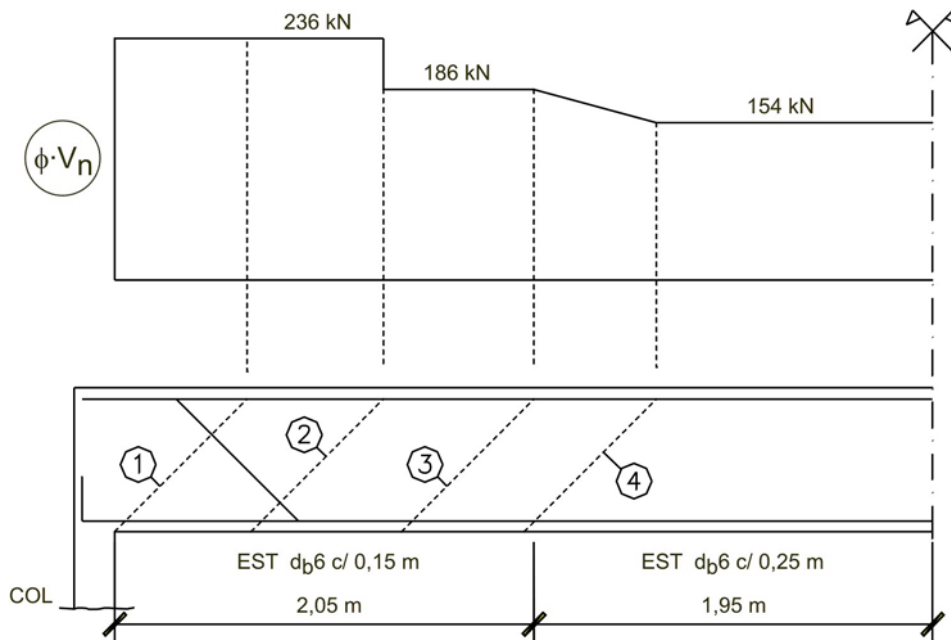
Fisura 4:

$$V_{s \text{ est}} = \frac{A_v}{s} \cdot d \cdot f_{yt} = 2 \cdot \frac{28,3 \text{ mm}^2}{0,25 \text{ m}} \cdot 0,675 \text{ m} \cdot 420 \text{ MPa} \cdot \frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ MN}} \frac{\text{m}^2}{\text{mm}^2} = 64 \text{ kN}$$

que obviamente cumple la condición que lo limita dado que es menor que los valores correspondientes a la primera fisura.

$$V_{n \text{ fisura } 4} = 141 \text{ kN} + 64 \text{ kN} = 205 \text{ kN} \quad \Rightarrow \quad \phi \cdot V_n = 154 \text{ kN}$$

Finalmente el diagrama de " $\phi \cdot V_n$ " adopta el aspecto que muestra la figura:



d) Máxima carga uniforme " w_u " que puede aplicarse a la pieza

Considerando que se trata de una carga uniformemente distribuida y que los apoyos tienen la misma rigidez, se tendrá que:

- El diagrama de corte será lineal pasando por cero en el centro de la viga
- El valor de " $\phi \cdot V_n$ " en cada fisura dará lugar a un diagrama diferente de " w_u "
- El diagrama que conduzca al menor valor de " w_u " será el que defina la resistencia de la viga

En función de lo anterior se tiene que:

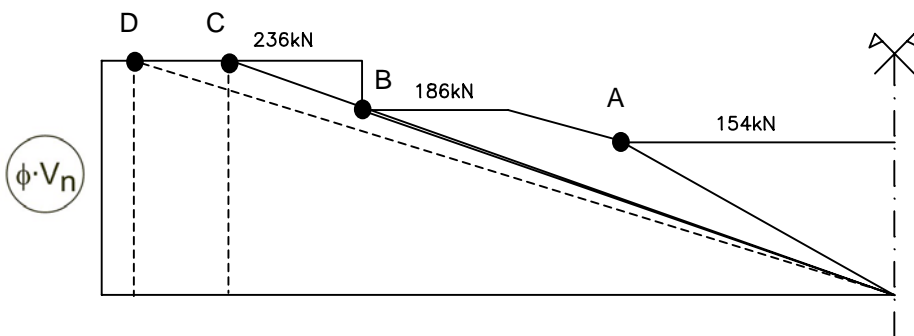
Fisura 1: $236 \text{ kN} \geq w_u \cdot (4,0 \text{ m} - 0,68 \text{ m}) \quad \therefore w_u \leq 71,1 \text{ kN/m}$

Fisura 2: $186 \text{ kN} \geq w_u \cdot (4,0 \text{ m} - 1,39 \text{ m}) \quad \therefore w_u \leq 71,2 \text{ kN/m}$

Fisura 4: $154 \text{ kN} \geq w_u \cdot (4,0 \text{ m} - 2,73 \text{ m}) \quad \therefore w_u \leq 120,6 \text{ kN/m}$

Finalmente, para el tipo de carga especificado, la resistencia de la pieza está condicionada por la fisura 1 resultando: $w_u = 71,1 \text{ kN/m}$

La solución puede verse de manera más elocuente en forma gráfica. En efecto, la solución al problema planteado se reduce a encontrar la recta de mayor pendiente posible (puesto que la pendiente del diagrama de corte es igual al valor de la carga distribuida) que pase por cero en el centro de la viga y que esté por debajo del diagrama de " ϕV_n " obtenido anteriormente. En el gráfico siguiente se muestran las diferentes rectas para cada una de las fisuras. Efectivamente se comprueba que, de todas las rectas que cumplen la condición anterior, las de menor pendiente – y por lo tanto la que condiciona a la pieza en su conjunto – es la correspondiente a la fisura 1. Por supuesto que la pendiente de esta recta vale $71,1 \text{ kN/m}$.



Como este ejemplo trata un caso de apoyo directo, y no hay cargas concentradas a una distancia menor "d" del apoyo, el punto de chequeo situado más cerca del apoyo es el "C". En caso de tener que considerar el

corte al filo del apoyo, sería necesario chequear también la recta punteada (punto D, al filo de la columna).

e) Valor máximo de cargas concentradas ubicadas a tercios de la luz

En este caso, despreciando el peso propio, el diagrama de corte vale P_u en los tercios externos de la luz, y cero en el tercio central. De esa manera, resulta sencillo establecer tanto analítica como gráficamente que: $P_u = 154 \text{ kN}$.

Ejemplo 3.III

Enunciado: Calcular el máximo valor de “ w_u ” que puede resistir la viga del Ejemplo 3.I y el estribado uniforme necesario para dicha carga.
Analizar la armadura de corte utilizando barras de acero ADN 420 y mallas de acero soldada AM 500 N.

Resolución:

a) Determinación del máximo valor de “ w_u ”

En el Ejemplo 3.I se encontró que:

y que
$$V_u = w_u \cdot ((L_n / 2) - d) = w_u \cdot (3 \text{ m} - 0,575 \text{ m}) = 2,425 \cdot w_u = \phi \cdot V_n = 0,75 \cdot V_n$$

$$V_{n\text{máx}} = 5/6 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 5 \cdot 514,3 \text{ kN} / 6 = 428,58 \text{ kN}$$

resultando

$$w_u = \phi \cdot V_n / (L_n/2 - d) = 0,75 \cdot 428,58 \text{ kN} / 2,425 \text{ m} = 132,55 \text{ kN/m}$$

b.1) Cálculo del estribado necesario con barras de acero ADN 420 ($f_{yt} = 420 \text{ MPa}$)

Dado que se ha calculado la carga de modo de alcanzar el máximo valor posible de “ V_s ” resulta:

$$V_s = 2/3 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 2 \cdot 514,3 \text{ kN} / 3 = 342,87 \text{ kN}$$

de donde

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_{yt}} = \frac{342,87 \text{ kN}}{0,575 \text{ m} \cdot 420 \text{ MPa}} \cdot 1000 \frac{\text{MN}}{\text{kN}} \frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2} = 1420 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \left(14,20 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right)$$

Como la armadura obtenida en el Ejemplo 3.I para una acción exterior mucho menor superaba la cuantía mínima se hace innecesaria aquí una verificación al respecto.

Dado que $V_s / ([f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d) = 0,67 > 1/3$ la separación máxima que corresponde es:

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/4 ; 0,20 \text{ m}) = 0,14 \text{ m}$$

Se adopta un estribado de dos ramas $d_b 10 \text{ c} / 0,11 \text{ m}$
($2 \cdot 78,5 \text{ mm}^2 / 0,11 \text{ m} = 1427 \text{ mm}^2/\text{m}$)

b.2) Cálculo del estribado necesario con mallas de acero soldada AM 500 N ($f_{yt} = 500 \text{ MPa}$)

$V_s = 342,87 \text{ kN}$ calculado en el punto b.1)

$$\frac{A_v}{s} = \frac{V_s}{d \cdot f_{yt}} = \frac{342,87 \text{ kN}}{0,575 \text{ m} \cdot 500 \text{ MPa}} \cdot 1000 \frac{\text{MN}}{\text{kN}} \frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2} = 1193 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \left(11,93 \frac{\text{cm}^2}{\text{m}} \right)$$

Se omite aquí también, por lo motivos expuestos en el punto b.1), la verificación de la cuantía mínima.

Dado que $V_s / ([f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d) = 0,67 > 1/3$ la separación máxima que corresponde es:

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/4 ; 0,20 \text{ m}) = 0,14 \text{ m}$$

Se adopta un estriado de dos ramas $d_b 10 \text{ c/ } 0,13 \text{ m}$
 $(2 \cdot 78,5 \text{ mm}^2 / 0,13 \text{ m} = 1208 \text{ mm}^2/\text{m})$

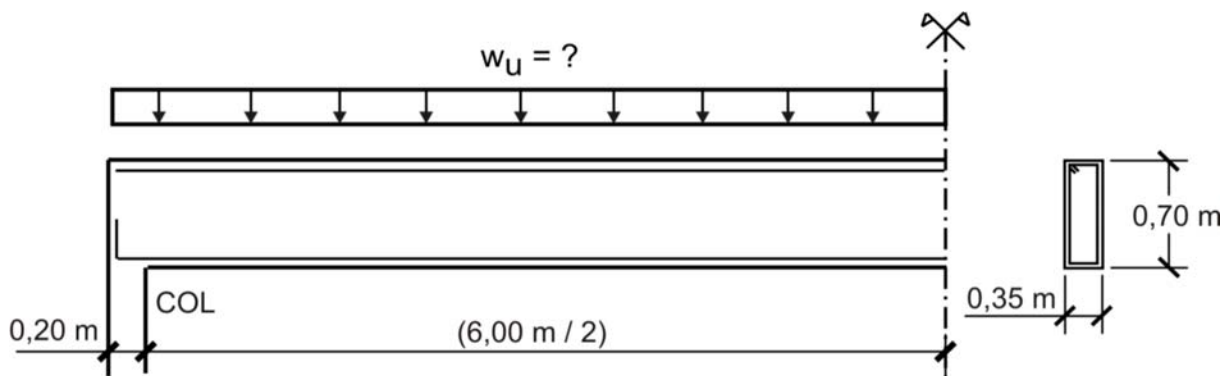
A tal efecto se adopta una malla especial "T" cuyos alambres en el sentido longitudinal del panel tienen un diámetro de 6 mm separados cada 0,25 m, y en el sentido transversal del panel para absorber el esfuerzo de corte, alambres de 10 mm de diámetro separados cada 0,13 m (norma IRAM-IAS U 500-06, mallas especiales).

Ejemplo 3.IV

Enunciado: Calcular el valor de " w_u " por debajo del cual la siguiente viga requerirá sólo estriado mínimo. Calcular y adoptar dicho estriado.

Materiales: - Hormigón: H-20 ($f'_c = 20 \text{ MPa}$)
 - Acero: ADN 420 ($f_{yt} = 420 \text{ MPa}$)

Sección transversal: - $b_w = 0,35 \text{ m}$; $h = 0,70 \text{ m}$; $d' = 0,025 \text{ m}$



Resolución:

a) Cálculo y adopción del estriado mínimo

Dado que $f'_c = 20 \text{ MPa} < 30 \text{ MPa}$ el estriado mínimo debe verificar:

$$\frac{A_v}{s} \geq 0,33 \cdot \frac{b_w}{f_{yt}} = \frac{350 \text{ mm}}{1,26 \text{ m/mm}} = 278 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2}$$

Puesto que se trata de un estribado correspondiente a una sollicitación muy baja (luego puede verificarse la validez de esta afirmación) la separación máxima resulta:

$$s_{\text{máx}} = \text{mín} (d/2 ; 0,40 \text{ m}) = 0,337 \text{ m}$$

Suponiendo que se trata de una viga interior de un edificio se adopta un estribado de dos ramas $d_b 6 \text{ c} / 0,20 \text{ m}$ ($2 \cdot 28,3 \text{ mm}^2 / 0,20 \text{ m} = 283 \text{ mm}^2/\text{m}$)

b) Cálculo del “ w_u ” máximo resistido por el estribado mínimo

La expresión simplificada para la colaboración del hormigón resulta:

$$V_c = 1/6 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 1/6 \cdot [20]^{1/2} \text{ MPa} \cdot 0,35 \text{ m} \cdot 0,675 \text{ m} \cdot 1000 \text{ (kN/MN)} = 176,09 \text{ kN}$$

Para el estribado adoptado se tiene que:

$$V_s = \frac{A_v}{s} \cdot d \cdot f_{yt} = 283 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}} \cdot 0,675 \text{ m} \cdot 420 \text{ MPa} \cdot \frac{1 \text{ kN}}{1000 \text{ MN}} \frac{\text{m}^2}{\text{mm}^2} = 80,23 \text{ kN}$$

El valor de “ V_s ” es muy inferior al límite máximo:

$$2/3 \cdot [f'_c]^{1/2} \cdot b_w \cdot d = 2/3 \cdot [20]^{1/2} \text{ MPa} \cdot 0,35 \text{ m} \cdot 0,675 \text{ m} \cdot 1000 \text{ (kN/MN)} = 704,36 \text{ kN}$$

por lo que vale: $V_n = V_c + V_s = 176,09 \text{ kN} + 80,23 \text{ kN} = 256,32 \text{ kN}$

operando se llega a que:

$$w_u = \phi \cdot V_n / (L_n / 2 - d) = 0,75 \cdot 256,32 \text{ kN} / (6 \text{ m} / 2 - 0,675 \text{ m}) = 82,68 \text{ kN/m}$$

Por lo que cualquier carga menor a ésta requerirá un estribado menor que el mínimo.

