COLUMNAS CORTAS SIMPLES Y ZUNCHADAS

5.1.- Generalidades

Las columnas cortas[1] deben verificar la condición resistente dada por:

$P_u \leq \phi \cdot P_{n(máx)}$ (CIRSOC 201-2005, art. 9.1.1) con

P_u = Resistencia requerida calculada para cargas mayoradas

$$P_{n(máx)} = \begin{cases} \text{Columnas simples} = 0{,}80 \cdot P_n & \text{(CIRSOC 201-2005, art. 10.3.6.2)} \\ \text{Columnas zunchadas} = 0{,}85 \cdot P_n & \text{(CIRSOC 201-2005, art. 10.3.6.1)} \end{cases}$$

P_n = Resistencia nominal ("real") de la sección =
$P_n = 0{,}85 \cdot f'_c \cdot (A_g – A_{st}) + f_y \cdot A_{st} = 0{,}85 \cdot f'_c \cdot A_g + A_{st} \cdot (f_y – 0{,}85 \cdot f'_c)$

con

f'_c = Resistencia especificada a la compresión del hormigón
f_y = Tensión de fluencia especificada de la armadura
A_g = Área total o bruta de la sección de hormigón
A_{st} = Área total de la armadura longitudinal

ϕ = Coeficiente de reducción de resistencia en función del tipo de rotura :

$$\phi = \begin{cases} \text{Columnas simples} = & 0{,}65 \\ \text{Columnas zunchadas} = & 0{,}70 \end{cases} \qquad \text{(CIRSOC 201-2005, art. 9.3.2.2)}$$

Finalmente queda que:

Para columnas simples: $P_n = P_u / (0{,}80 \cdot \phi) = P_u / (0{,}80 \cdot 0{,}65) = P_u / 0{,}520$

Para columnas zunchadas: $P_n = P_u / (0{,}85 \cdot \phi) = P_u / (0{,}85 \cdot 0{,}70) = P_u / 0{,}595$

Se desarrollarán problemas en los que se supone que actúan solamente cargas de peso propio y sobrecargas de uso por lo que las expresiones a utilizar para el cálculo de la resistencia requerida se reducen a:

$$P_u = \text{máximo entre} \begin{cases} 1{,}4 \cdot P_D \\ 1{,}2 \cdot P_D + 1{,}6 \cdot P_L \end{cases} \qquad \text{(CIRSOC 201-2005, art. 9.2.1)}$$

[1] Se trata de elementos en los cuales los efectos de segundo orden pueden ser despreciados.

5.2.- Desarrollo de expresiones de cálculo y verificación

5.2.1.- Resistencia de una columna

La expresión genérica que da el CIRSOC 201-2005, artículo 9.1.1, es:

$$P_u = \phi \cdot P_{n(máx)}$$

resultando

$$P_n = 0{,}85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + f_y \cdot A_{st} = 0{,}85 \cdot f'_c \cdot A_g + A_{st} \cdot (f_y - 0{,}85 \cdot f'_c)$$

Para columnas simples: $P_u = 0{,}65 \cdot 0{,}80 \cdot P_n = 0{,}520 \cdot P_n$

Para columnas zunchadas: $P_u = 0{,}70 \cdot 0{,}85 \cdot P_n = 0{,}595 \cdot P_n$

5.2.2.- Expresiones de cálculo cuando "$\rho = A_{st} / A_g$" es dato del problema

Para columnas simples: $P_n = P_u / (0{,}80 \cdot \phi) = P_u / (0{,}80 \cdot 0{,}65) = P_u / 0{,}520$

Para columnas zunchadas: $P_n = P_u / (0{,}85 \cdot \phi) = P_u / (0{,}85 \cdot 0{,}70) = P_u / 0{,}595$

$$A_g = P_n / [0{,}85 \cdot f'_c + \rho \cdot (f_y - 0{,}85 \cdot f'_c)]$$

$$A_{st} = \rho \cdot A_g$$

5.2.3.- Expresiones de cálculo cuando "A_g" es dato del problema

Para columnas simples: $P_n = P_u / (0{,}80 \cdot \phi) = P_u / (0{,}80 \cdot 0{,}65) = P_u / 0{,}520$

Para columnas zunchadas: $P_n = P_u / (0{,}85 \cdot \phi) = P_u / (0{,}85 \cdot 0{,}70) = P_u / 0{,}595$

$$A_{st} = (P_n - 0{,}85 \cdot f'_c \cdot A_g) / (f_y - 0{,}85 \cdot f'_c)$$

5.2.4.- Verificación de cuantías

Como se resume en los puntos 5.2.5 y 5.2.6, las cuantías geométricas (ρ = armadura total / sección bruta de hormigón) deben estar comprendidas entre un valor mínimo de 0,01 y un valor máximo de 0,08. En los ejemplos resueltos se muestra cómo se verifican estas cuantías y algunos casos particulares referidos a la denominada "área efectiva reducida" definida en el punto 5.3.

5.2.5.- Disposiciones constructivas correspondientes a columnas simples

a) **Dimensiones de la sección de hormigón:** La mínima dimensión de una columna hormigonada en obra debe ser mayor o igual que 200 mm (CIRSOC 201-2005, artículo 10.8).

b) **Armaduras longitudinales**: El diámetro a utilizar en armaduras longitudinales debe ser mayor o igual que 12 mm (CIRSOC 201-2005, artículo 10.8). Cuando se utilicen estribos cuadrados o rectangulares el número mínimo de barras longitudinales será cuatro mientras que si se utilizaran estribos triangulares este número se reduce a tres (CIRSOC 201-2005, artículo 10.9.2). Como ya se ha mencionado la cuantía geométrica (A_{st} / A_g) debe estar comprendida entre 0,01 y 0,08 (CIRSOC 201-2005, artículo 10.9.1). Si en la columna se prevén empalmes por yuxtaposición la cuantía máxima debería limitarse a 0,04 (CIRSOC 201-2005, artículo C10.9.1).

c) **Estribos:** Los diámetros mínimos de los estribos a partir del diámetro de las armaduras longitudinales, se obtienen de la Tabla 7.10.5.1 del CIRSOC 201-2005 y se los señala a continuación en la Tabla 5.2.5.c.

Tabla 5.2.5.c

Diámetro de las barras longitudinales [mm]	Diámetro mínimo de estribos [mm]
≤ 16	6
$16 < d_b \leq 25$	8
$25 < d_b \leq 32$	10
$d_b > 32$ y paquetes de barras	12
Se podrá utilizar alambre conformado o mallas soldadas de área equivalente.	

Por otra parte, la separación "s" entre estribos debe cumplir las siguientes condiciones (CIRSOC 201-2005, artículo 7.10.5.2):

$$s \leq \begin{cases} \text{12 diámetros de la armadura longitudinal} \\ \text{48 diámetros de la armadura de estribos} \\ \text{dimensión del lado menor de la columna} \end{cases}$$

La distancia anterior debe dividirse por dos en el caso del estribo que se encuentra al pie de la columna (el más próximo a la losa o a la fundación) y al que se encuentra en la parte superior de la columna (el más próximo a la losa o ábaco superior), (CIRSOC 201-2005, artículo 7.10.5.4). Si en la parte superior existieran vigas o ménsulas sobre los cuatro lados de la columna el estribo superior debe disponerse a no más de 80 mm de la armadura inferior de la viga o ménsula de menor altura (CIRSOC 201-2005, artículo 7.10.5.5).

El CIRSOC 201-2005, artículo 7.10.5.3, considera efectivamente arriostradas a las barras que se encuentren en las esquinas de los estribos y a aquellas que sin estar en una esquina de un estribo disten menos de 15 diámetros del estribo de una barra que sí lo esté. Los estribos pueden ser cuadrados, rectangulares o rómbicos con ángulos interiores menores o iguales a 135º.

Cuando las barras se encuentren distribuidas sobre una circunferencia se puede utilizar un estribo circular cerrado.

5.2.6.- Disposiciones constructivas correspondientes a columnas zunchadas

a) Dimensiones de la sección de hormigón: Si bien no se prohíbe específicamente el uso de secciones no circulares, al hablar de dimensiones mínimas de columnas zunchadas el CIRSOC 201-2005, artículo 10.8, sólo habla de un diámetro mínimo de 300 mm. En columnas zunchadas el recubrimiento de las espiras del zuncho debe ser como mínimo de 40 mm (CIRSOC 201-2005, artículo 7.7.1.c).

b) Armaduras longitudinales: El diámetro a utilizar en armaduras longitudinales debe ser mayor o igual que 12 mm (CIRSOC 201-2005, artículo 10.8). El número mínimo de barras a utilizar será seis (CIRSOC 201-2005, artículo 10.9.2). Al igual que en columnas simples la cuantía geométrica (A_{st} / A_g) debe estar comprendida entre 0,01 y 0,08 y, si en la columna se prevén empalmes por yuxtaposición, la cuantía máxima debería limitarse a 0,04.

c) Zunchos:
En las expresiones de cálculo de las columnas zunchadas no aparecen las características del zuncho porque el CIRSOC 201-2005 considera que éste sólo es capaz de compensar la resistencia perdida al producirse el descascaramiento de la columna. De hecho, ese es el criterio con el que se deduce el zunchado mínimo a disponer en una columna para que las expresiones de cálculo puedan considerarse de aplicación. Según el CIRSOC 201-2005, artículo 10.9.3, el zunchado debe verificar:

$$\rho_s \geq 0{,}45 \cdot (A_g / A_{ch} - 1) \cdot f'_c / f_{yt}$$

donde

- ρ_s = Relación entre el volumen de la armadura del zuncho y el volumen total del núcleo (medido desde el diámetro exterior del zuncho): $\rho_s = (\pi \cdot h_c \cdot A_{sp} \cdot 4 / (\pi \cdot h_c^2 \cdot s)) = 4 \cdot A_{sp} / (s \cdot h_c)$
- A_{sp} = Área de la espira del zuncho
- s = Separación o paso del zunchado (medido al eje de las espiras)
- A_g = Área total o bruta de la sección de hormigón
- A_{ch} = Área del núcleo zunchado tomando como diámetro el diámetro exterior del zuncho = $\pi \cdot h_c^2 / 4$
- h_c = Diámetro exterior del zuncho
- f_{yt} = Tensión de fluencia especificada f_y para la armadura transversal. Para valores de f_{yt} > 420 MPa no se deben utilizar empalmes por yuxtaposición

El diámetro mínimo de los zunchos es 10 mm (CIRSOC 201-2005, artículos 7.10.4.2 y 10.8).

El paso libre "s" entre las espiras del zuncho debe cumplir las siguientes condiciones (CIRSOC 201-2005, artículo 7.10.4.3):

$$s \begin{cases} \leq 80 \text{ mm} \\ \geq 25 \text{ mm} \\ \geq 1{,}33 \text{ del tamaño máximo del agregado grueso a utilizar} \end{cases}$$

El anclaje de un zuncho dentro de una fundación o dentro de otro elemento estructural (p.e. losas, ábacos y vigas) se realiza a través de una vuelta y media de zuncho dentro del elemento en cuestión (CIRSOC 201-2005, artículo 7.10.4.4). En columnas con capitel el zuncho debe prolongarse hasta que el capitel tenga una dimensión que duplique a la de la columna (CIRSOC 201-2005, artículo 7.10.4.8).

Si bien lo zunchos pueden empalmarse mediante empalmes mecánicos y soldadura, la forma más frecuente de hacerlo es mediante empalmes por yuxtaposición. El CIRSOC 201-2005, artículo 7.10.4.5.a), establece que las longitudes de yuxtaposición deben ser como mínimo de 300 mm y mayores o iguales a los valores que se vuelcan en la Tabla 5.2.6.c en función del diámetro del zuncho (d_b).

Tabla 5.2.6.c

Barra o alambre conformado sin revestir	$48 \cdot d_b$
Barra o alambre liso sin revestir	$72 \cdot d_b$
Barra o alambre liso, sin revestir con gancho reglamentario en el extremo del zuncho embebido dentro del núcleo de hormigón confinado por el zuncho	$48 \cdot d_b$
Adoptada de la tabla 7.10.4.5 del CIRSOC 201-2005.	

5.3.- Cuantías mínimas en elementos sobredimensionados

Cuando las secciones de hormigón vienen impuestas por condiciones no estructurales (p.e. para igualar la sección de columnas en todos los niveles de una estructura) la aplicación de la cuantía mínima puede conducir a secciones de acero muy importantes. Por este motivo el CIRSOC 201-2005, artículos 10.8.4 y C10.8.4, indica que:

a) A los efectos de los cálculos estructurales (p.e. peso propio, resolución de hiperestáticos, etc.) las columnas deben ser consideradas con sus dimensiones reales.
b) A los efectos del cálculo de la cuantía mínima puede utilizarse un área efectiva reducida producto de despejar el área necesaria para obtener una columna con cuantía mínima. En ningún caso el área efectiva a utilizar puede ser menor al 50% del área bruta de la columna.

COLUMNAS CORTAS SIMPLES Y ZUNCHADAS – EJEMPLOS

Ejemplo 5.I
Enunciado: Proyectar una columna simple para las siguientes condiciones

Materiales:	- Hormigón: H–20 (f'_c = 20 MPa) - Acero: ADN 420 (f_y = 420 MPa)
Sección transversal:	- A definir
Estribos:	- Recubrimiento = 20 mm - Diámetro: a definir
Armadura longitudinal:	- A definir
Solicitación:	- P_D = 550 kN ; P_L = 300 kN

Resolución:

$$P_u = \text{máximo entre} \begin{cases} 1{,}4 \cdot P_D = 1{,}4 \cdot 550 \text{ kN} = 770 \text{ kN} \\ 1{,}2 \cdot P_D + 1{,}6 \cdot P_L = 1{,}2 \cdot 550 \text{ kN} + 1{,}6 \cdot 300 \text{ kN} = 1140 \text{ kN} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ P_u = 1140 kN

$P_n = P_u / (0{,}80 \cdot \phi) =$ 1140 kN / (0,80 · 0,65) = 2192 kN

Se adopta una cuantía geométrica "ρ = 0,025" por lo que resulta:

$$A_g = \frac{P_n}{0{,}85 \cdot f'_c + \rho \cdot \left(f_y - 0{,}85 \cdot f'_c\right)}$$

$$A_g = \frac{2192 \text{ kN}}{0{,}85 \cdot 20 \text{ MPa} + 0{,}025 \cdot (420 \text{ MPa} - 0{,}85 \cdot 20 \text{ MPa})} \cdot 1000 \frac{\text{mm}^2 \text{ MN}}{\text{m}^2 \text{ kN}}$$

A_g = 80970 mm^2 (809,7 cm^2)

Se adopta una columna cuadrada de $b_x = b_y$ = 300 mm con lo que resulta:
A_g = 90000 mm^2 (900 cm^2) y la armadura se obtiene como:

$$A_{st} = \frac{\left(P_n - 0{,}85 \cdot f'_c \cdot A_g\right)}{f_y - 0{,}85 \cdot f'_c}$$

$$A_{st} = \frac{\left(2192 \text{ kN} \cdot \frac{1}{1000}\frac{\text{MN}}{\text{kN}} - 0{,}85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 90000 \text{ mm}^2 \cdot \frac{1}{10^6}\frac{\text{m}^2}{\text{mm}^2}\right)}{420 \text{ MPa} - 0{,}85 \cdot 20 \text{ MPa}} \cdot 10^6 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2}$$

A_{st} = 1641 mm^2 (16,41 cm^2)

Para la armadura longitudinal se adopta: $8 \cdot d_b16 = 8 \cdot 201\ mm^2 = 1608\ mm^2$ ($16{,}08\ cm^2$)

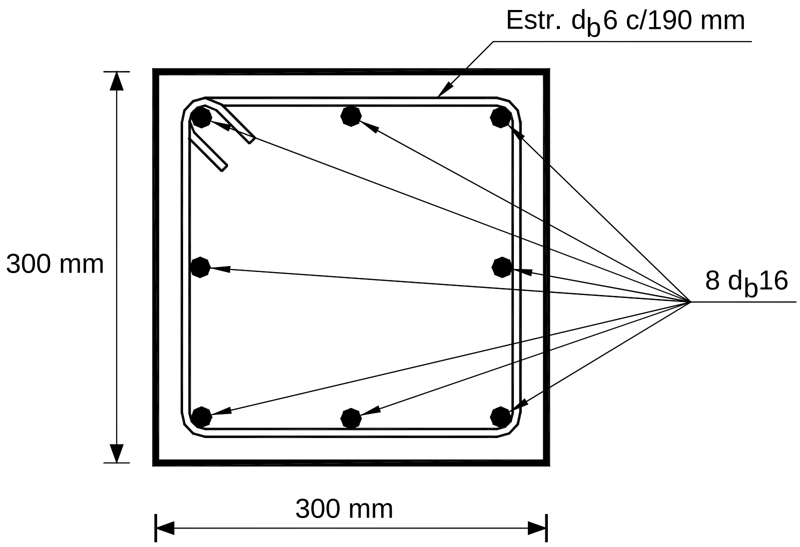
Lo que conduce a una cuantía: $\rho = 1608\ mm^2 / 90000\ mm^2 = 0{,}018$

En función del diámetro de las barras longitudinales corresponde adoptar un estribado de 6 mm de diámetro con una separación igual al menor valor entre:

$12 \cdot d_b$ longitudinal	=	$12 \cdot 16$ mm = 192 mm
$48 \cdot d_{be}$	=	$48 \cdot 6$ mm = 288 mm
lado menor columna	=	300 mm

es decir, 190 mm.

Armado:



Ejemplo 5.II

Enunciado: Recalcular la columna del ejemplo anterior minimizando la sección de hormigón.

Resolución:

Se adopta una cuantía geométrica "$\rho = 0{,}04$" para tener en cuenta la posibilidad de que existan empalmes en el tramo considerado.

$$A_g = \frac{P_n}{0{,}85 \cdot f'_c + \rho \cdot \left(f_y - 0{,}85 \cdot f'_c\right)}$$

$$A_g = \frac{2192\,\text{kN}}{0{,}85 \cdot 20\,\text{MPa} + 0{,}040 \cdot \left(420\,\text{MPa} - 0{,}85 \cdot 20\,\text{MPa}\right)} \cdot 1000\,\frac{\text{mm}^2\,\text{MN}}{\text{m}^2\,\text{kN}}$$

$A_g = 66183\ mm^2$ ($661{,}83\ cm^2$) por lo que se adopta $b_x = b_y = 260$ mm

Obteniéndose:

$$A_{st} = \frac{\left(P_n - 0{,}85 \cdot f'_c \cdot A_g\right)}{f_y - 0{,}85 \cdot f'_c}$$

$$A_{st} = \frac{\left(2192\,\text{kN} \cdot \frac{1}{1000}\,\frac{\text{MN}}{\text{kN}} - 0{,}85 \cdot 20\,\text{MPa} \cdot 67600\,\text{mm}^2 \cdot \frac{1}{10^6}\,\frac{\text{m}^2}{\text{mm}^2}\right)}{420\,\text{MPa} - 0{,}85 \cdot 20\,\text{MPa}} \cdot 10^6\,\frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2}$$

A_{st} = 2588 mm^2 (25,88 cm^2)

Para la armadura longitudinal se adopta: 4 · d_b25 + 4 · d_b16 = 2768 mm^2 (27,68 cm^2)

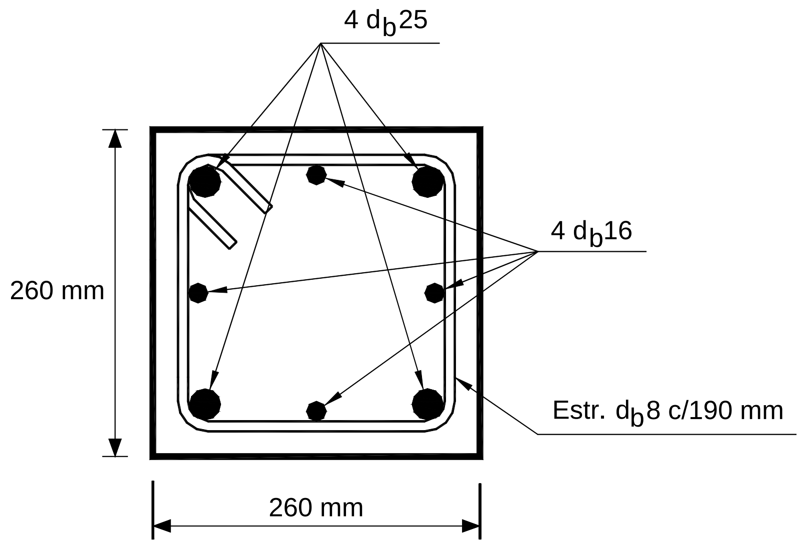
Lo que conduce a una cuantía: ρ = 2768 mm^2 / 67600 mm^2 = 0,041 ≈ 0,04

En función del máximo diámetro de las barras longitudinales corresponde adoptar un estribado de 8 mm de diámetro con una separación igual al menor valor entre:

12 · menor d_b longitudinal	=	12 · 16 mm = 192 mm
48 · d_{be}	=	48 · 8 mm = 384 mm
lado menor columna	=	260 mm

es decir, 190 mm.

Armado:



Ejemplo 5.III

Enunciado: Calcular "P_u" para una columna simple con dimensiones y armaduras longitudinales mínimas reglamentarias y adoptar su estribado.

Materiales: - Hormigón: H–20 (f'_c = 20 MPa)
- Acero: ADN 420 (f_y = 420 MPa)

Sección transversal: - $b_x = b_y$ = 200 mm

Estribos: - Recubrimiento = 20 mm
- Diámetro: a definir

Armadura longitudinal: - $A_{st} = 4 \cdot d_b12 = 4 \cdot 113\ mm^2 = 452\ mm^2$ (4,52 cm^2)

Resolución:

La columna verifica las cuantías límites pues se tiene:

$$0{,}01 < \frac{A_{st}}{A_g} = \frac{A_{st}}{b_x \cdot b_y} = \frac{452\ mm^2}{40000\ mm^2} = 0{,}0113 \quad < 0{,}08$$

$$P_u = 0{,}80 \cdot \phi \cdot \left[0{,}85 \cdot f'_c \cdot \left(A_g - A_{st}\right) + f_y \cdot A_{st}\right]$$

$$P_u = \frac{0{,}80 \cdot 0{,}65 \cdot \left[0{,}85 \cdot 20\ MPa \cdot \left(40000\ mm^2 - 452\ mm^2\right) + 420\ MPa \cdot 452\ mm^2\right]}{1000\ \dfrac{mm^2\ MPa}{kN}}$$

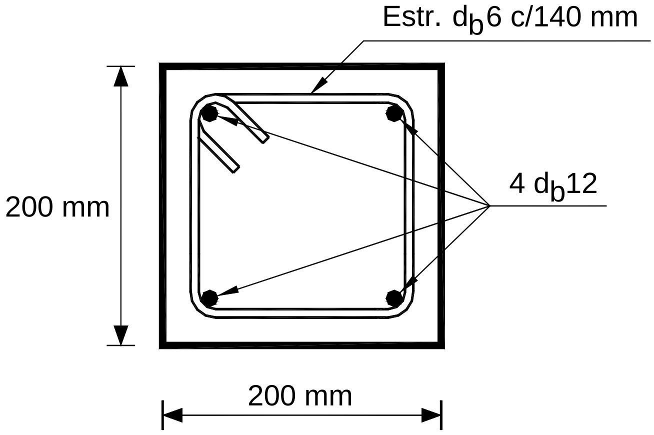
P_u = 448 kN

En función del máximo diámetro de las barras longitudinales corresponde adoptar un estribado de 6 mm de diámetro con una separación igual al menor valor entre:

$12 \cdot$ menor d_b longitudinal	=	$12 \cdot 12$ mm = 144 mm
$48 \cdot d_{be}$	=	$48 \cdot 6$ mm = 288 mm
lado menor columna	=	200 mm

es decir, 140 mm.

Armado:



Ejemplo 5.IV

Enunciado: Desarrollar unas expresiones simples que permitan el predimensionado de columnas simples cortas para resistencias usuales de hormigones y tensiones del acero f_y = 420 MPa.

Resolución:

Se adopta una cuantía geométrica de 0,02 que conduce a columnas de dimensiones razonables y sencillas de armar y hormigonar aún en presencia de empalmes.

$$A_g = \frac{P_n}{0{,}85 \cdot f'_c + \rho \cdot \left(f_y - 0{,}85 \cdot f'_c\right)} = \frac{1{,}92 \cdot P_u}{0{,}85 \cdot f'_c + \rho \cdot \left(f_y - 0{,}85 \cdot f'_c\right)}$$

$$A_g = \frac{1{,}92 \cdot P_u}{0{,}85 \cdot f'_c + 0{,}020 \cdot \left(420\,\text{MPa} - 0{,}85 \cdot f'_c\right)} \cdot 1000\,\frac{\text{mm}^2\,\text{MPa}}{\text{kN}}$$

$$A_g = \frac{1{,}92 \cdot P_u}{0{,}833 \cdot f'_c + 8{,}4\,\text{MPa}} \cdot 1000\,\frac{\text{mm}^2\,\text{MPa}}{\text{kN}}$$

Para f'_c = 20 MPa resulta A_g [mm²] ≈ 77 · P_u [kN]

Para f'_c = 25 MPa resulta A_g [mm²] ≈ 66 · P_u [kN]

Para f'_c = 30 MPa resulta A_g [mm²] ≈ 58 · P_u [kN]

Ejemplo 5.V

Enunciado: Calcular “P_L” para la siguiente columna

Materiales:
- Hormigón: H–25 (f'_c = 25 MPa)
- Acero: ADN 420 (f_y = 420 MPa)

Sección transversal:
- Circular de 210 mm de diámetro ⇒
  $A_g = \pi \cdot (210\text{ mm})^2 / 4 =$
  $A_g = 34636\text{ mm}^2$ (346,36 cm²)

Estribos:
- Recubrimiento = 20 mm
- Diámetro: 6 mm
- Separación: 150 mm

Armadura longitudinal:
- $6 \cdot d_b16 = 6 \cdot 201\text{ mm}^2 = 1206\text{ mm}^2$ ⇒
  $\rho = 1206\text{ mm}^2 / 34636\text{ mm}^2$
  $\rho = 0{,}0348$

Solicitación:
- P_D = 400 kN ; P_L = ?

Resolución:

Se descarta que se trate de una columna zunchada dado que la separación entre estribos es mayor que 80 mm.

La cuantía geométrica de la armadura longitudinal vale 0,0348 por lo que se encuentra dentro de los límites reglamentarios.

El diámetro de los estribos es adecuado para el diámetro utilizado en las armaduras longitudinales mientras que la separación de 150 mm resulta menor que el menor valor entre:

12 · menor d_b longitudinal	=	12 · 16 mm = 192 mm
48 · d_{be}	=	48 · 6 mm = 288 mm
menor dimensión columna	=	210 mm

La columna cumple entonces con las condiciones reglamentarias como para poder ser calculada como una columna simple.

$$P_u = \phi \cdot P_{n(máx)} = \phi \cdot 0{,}80 \cdot \left[0{,}85 \cdot f'_c \cdot \left(A_g - A_{st}\right) + f_y \cdot A_{st}\right]$$

$$P_u = \frac{0{,}65 \cdot 0{,}80 \cdot \left[0{,}85 \cdot 25\,\text{MPa} \cdot \left(34636\,\text{mm}^2 - 1206\,\text{mm}^2\right) + 420\,\text{MPa} \cdot 1206\,\text{mm}^2\right]}{1000\,\dfrac{\text{mm}^2\,\text{MPa}}{\text{kN}}}$$

P_u = 632,79 kN

recordando que

$$P_u = 632{,}79\text{ kN} = \text{máximo entre} \begin{cases} 1{,}4 \cdot P_D = 1{,}4 \cdot 400\text{ kN} = 560\text{ kN} < P_u \\ 1{,}2 \cdot P_D + 1{,}6 \cdot P_L \end{cases}$$

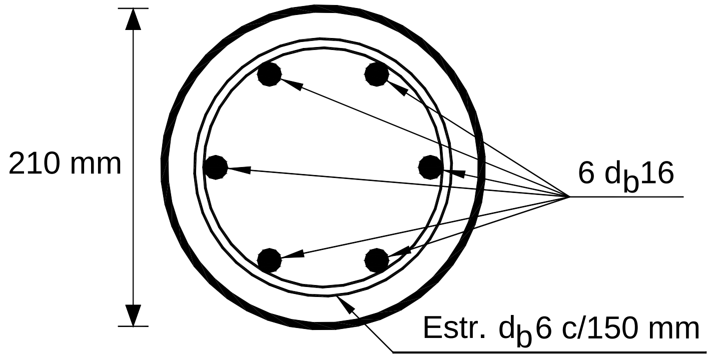
resulta que debe ser

$$P_u = 632{,}79\text{ kN} = 1{,}2 \cdot P_D + 1{,}6 \cdot P_L = 1{,}2 \cdot 400\text{ kN} + 1{,}6 \cdot P_L$$

de donde

$$P_L = \frac{P_u - 1{,}2 \cdot P_D}{1{,}6} = \frac{632{,}79\text{ kN} - 1{,}2 \cdot 400\text{ kN}}{1{,}6} = 95{,}49\text{ kN}$$

Armado:



Ejemplo 5.VI

Enunciado: Proyectar una columna simple y otra zunchada, ambas de sección circular, para las siguientes condiciones:

Materiales: - Hormigón: H–30 (f'_c = 30 MPa)
- Acero: ADN 420 ($f_y = f_{yt}$ = 420 MPa)

Sección transversal: - A determinar

Estribos:
- Recubrimiento: c_c = 40 mm
- Diámetro: a determinar
- Separación: a determinar

Armadura longitudinal: - A determinar

Solicitación: - P_D = 380 kN ; P_L = 500 kN

Resolución:

Para ambas soluciones se tendrá: $P_u = 1{,}2 \cdot P_D + 1{,}6 \cdot P_L$

$P_u = 1{,}2 \cdot 380 \text{ kN} + 1{,}6 \cdot 500 \text{ kN} = 1256 \text{ kN}$

a) Columna simple:

$P_n = P_u / (0{,}80 \cdot \phi) = 1256 \text{ kN} / (0{,}80 \cdot 0{,}65) = 2415 \text{ kN}$

Se adopta una cuantía geométrica "ρ = 0,02" por lo que resulta:

$$A_g = \frac{P_n}{0{,}85 \cdot f'_c + \rho \cdot \left(f_y - 0{,}85 \cdot f'_c\right)}$$

$$A_g = \frac{2415 \text{ kN}}{0{,}85 \cdot 30 \text{ MPa} + 0{,}020 \cdot \left(420 \text{ MPa} - 0{,}85 \cdot 30 \text{ MPa}\right)} \cdot 1000 \, \frac{\text{mm}^2 \text{ MPa}}{\text{kN}}$$

A_g = 72327 mm^2 (723,27 cm^2)

Se adopta una columna circular de 300 mm de diámetro con lo que resulta A_g = 70686 mm^2 (706,86 cm^2) y la armadura se obtiene como:

$$A_{st} = \frac{\left(P_n - 0{,}85 \cdot f'_c \cdot A_g\right)}{f_y - 0{,}85 \cdot f'_c}$$

$$A_{st} = \frac{\left(2415 \text{ kN} \cdot \frac{1}{1000} \frac{\text{MN}}{\text{kN}} - 0{,}85 \cdot 30 \text{ MPa} \cdot 70686 \text{ mm}^2 \cdot \frac{1}{10^6} \frac{\text{m}^2}{\text{mm}^2}\right)}{420 \text{ MPa} - 0{,}85 \cdot 30 \text{ MPa}} \cdot 10^6 \, \frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2}$$

A_{st} = 1552 mm^2 (15,52 cm^2)

Para la armadura longitudinal se adopta: $8 \cdot d_b16 = 8 \cdot 201\ mm^2 = 1608\ mm^2$ ($16{,}08\ cm^2$)

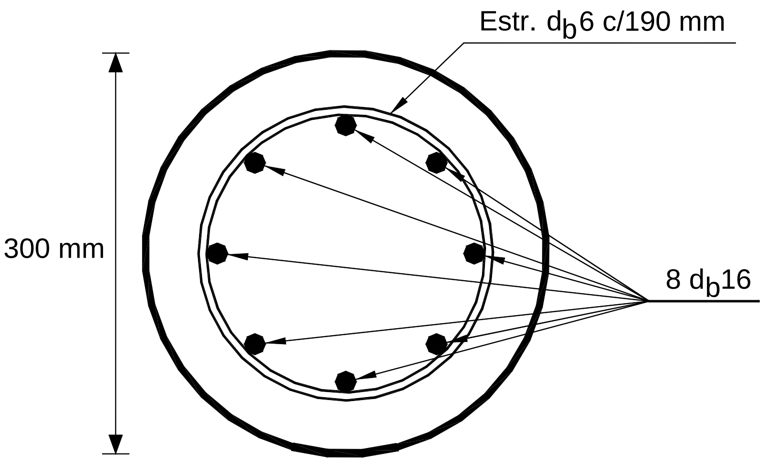
Lo que conduce a una cuantía: $\rho = 1608\ mm^2 / 70686\ mm^2 = 0{,}023$

En función del diámetro de las barras longitudinales corresponde adoptar un estribado de 6 mm de diámetro con una separación igual al menor valor entre:

$12 \cdot d_b$ longitudinal	=	$12 \cdot 16$ mm = 192 mm
$48 \cdot d_{be}$	=	$48 \cdot 6$ mm = 288 mm
menor dimensión columna	=	300 mm

es decir, 190 mm.

Armado:



b) Columna zunchada:

$P_n = P_u / (0{,}85 \cdot \phi) = 1256\ kN / (0{,}85 \cdot 0{,}70) = 2110{,}92\ kN$

Se adopta la misma sección de hormigón que para el caso de la columna simple:

$A_g = 70686\ mm^2$ ($706{,}86\ cm^2$)

$$A_{st} = \frac{\left(P_n - 0{,}85 \cdot f'_c \cdot A_g\right)}{f_y - 0{,}85 \cdot f'_c}$$

$$A_{st} = \frac{\left(2110{,}92\,kN \cdot \frac{1}{1000}\frac{MN}{kN} - 0{,}85 \cdot 30\,MPa \cdot 70686\,mm^2 \cdot \frac{1}{10^6}\frac{m^2}{mm^2}\right)}{420\,MPa - 0{,}85 \cdot 30\,MPa} \cdot 10^6\,\frac{mm^2}{m^2}$$

$A_{st} = 781\ mm^2$ ($7{,}81\ cm^2$)

que conduce a una cuantía de 0,011 que se encuentra dentro de los límites reglamentarios. Para tal sección se adopta: $8 \cdot d_b12 = 8 \cdot 113\ mm^2 = 904\ mm^2$ ($9{,}04\ cm^2$)

La cuantía de zunchado debe verificar:

$$\rho_s \geq 0{,}45 \cdot \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right) \cdot \frac{f'_c}{f_{yt}} = 0{,}45 \cdot \left(\frac{70686 \text{ mm}^2}{38013 \text{ mm}^2} - 1\right) \cdot \frac{30 \text{ MPa}}{420 \text{ MPa}} = 0{,}0276$$

siendo en este caso: $A_{ch} = \dfrac{\pi \cdot h_c{}^2}{4} = 38013 \text{ mm}^2$ $(380{,}13 \text{ cm}^2)$

con $h_c = D - 2 \cdot c_c = 300 \text{ mm} - 2 \cdot 40 \text{ mm} = 220 \text{ mm}$

Recordando que:

$\rho_s = 4 \cdot A_{sp} / (s \cdot h_c)$ queda $A_{sp} / s = \rho_s \cdot h_c / 4 = 1520 \text{ mm}^2/\text{m}$ $(15{,}20 \text{ cm}^2/\text{m})$

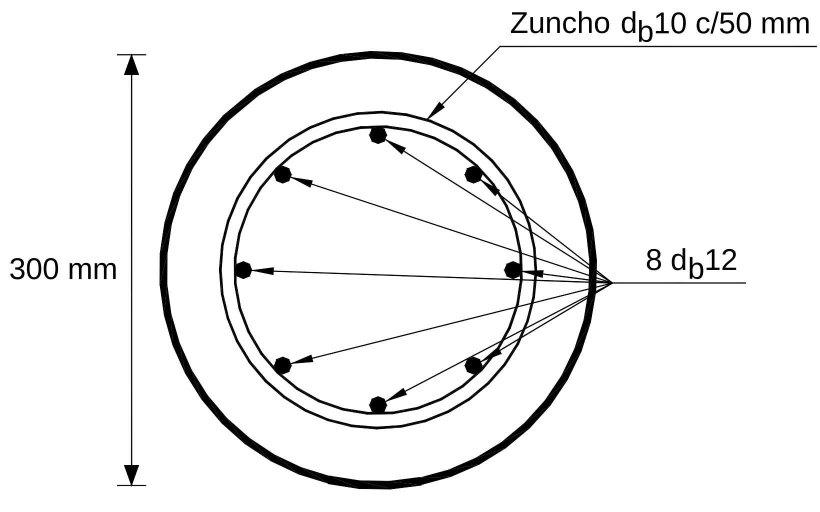
Se adopta el diámetro mínimo reglamentario para zunchos es decir, 10 mm.

La separación se calcula como: $s = 78{,}5 \text{ mm}^2 / (1520 \text{ mm}^2/\text{m}) = 0{,}05 \text{ m} = 50 \text{ mm}$

La separación anterior verifica:

$$s \begin{cases} \leq 80 \text{ mm} \\ \geq 25 \text{ mm} \\ \geq 1{,}33 \text{ del tamaño máximo del agregado grueso a utilizar} \end{cases}$$

Armado:



c) Comparación (pesos de armaduras teóricas)

Se comparará el peso teórico de armadura por metro de columna.
Teniendo en cuenta que la densidad del acero es $7{,}85 \text{ kg}/\text{dm}^3$, el peso por metro de una barra de acero de área A_s será igual a:

$$0{,}00785 \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{mm}^2} \cdot A_s \left(\text{mm}^2\right)$$

Para la columna simple:

Armadura longitudinal: El peso de acero de armadura longitudinal, para un metro de columna vale, siendo A_{st} = 1552 mm^2

Peso Arm. longitudinal = 0,00785 kg/mm^2/m · 1552 mm^2 = 12,18 kg/m

Armadura transversal (estribos): En este caso hay que evaluar la longitud de estribos para un metro de columna. Considerando que el diámetro del eje de los estribos vale 220 mm, y sumando unos 100 mm para considerar el anclaje de cada estribo, su longitud es igual a : π · 220 mm + 100 mm = 790 mm; y por metro se tienen:
1m / 0,26m = 3,85 estribos. De manera tal que:

Peso estribos = 0,00785 kg/mm^2/m · 28,3 mm^2 · 790 mm/estr · 3,85 estr/m = 0,68 kg/m

➔ Peso total de acero en la columna simple: 12,86 kg/m

Para la columna zunchada:

Armadura longitudinal: El peso de acero de armadura longitudinal, siendo A_{st} = 781 mm^2 es igual a:

Peso Arm. longitudinal = 0,00785 kg/mm^2/m · 781 mm^2 = 6,13 kg/m

Armadura transversal (zuncho): De manera simplificada, se evaluará la sección de zuncho (ya expresada en mm^2/m) con una longitud igual al perímetro del eje medio del zuncho, que vale 220 mm, es decir que su longitud es igual a : π · 220 mm = 691 mm = 0,691 m; y entonces

Peso zunchos = 0,00785 kg/mm^2/m · 1520 mm^2/m · 0,691 m = 8,25 kg/m

➔ Peso total de acero en la columna zunchada: 14,38 kg/m

Como puede apreciarse, para las condiciones del ejemplo, la columna zunchada presenta un mayor consumo de acero que la columna simple. Esto se debe al particular enfoque que tiene el Reglamento en lo referente a este tipo de columnas y a su seguridad (no se permite que el zunchado incremente la capacidad resistente de la columna –sólo compensa la pérdida de resistencia producida por el descascaramiento– y no existen coeficientes de reducción de resistencia diferenciados entre el descascaramiento y la rotura de la columna zunchada).

<u>Ejemplo 5.VII</u>

Enunciado: Calcular las armaduras de una columna simple para las siguientes condiciones

Materiales:	- Hormigón: H–20 (f'_c = 20 MPa) - Acero: ADN 420 (f_y = 420 MPa)
Sección transversal:	- b_x = 250 mm ; b_y = 300 mm
Estribos:	- Recubrimiento = 20 mm - Diámetro: a definir
Armadura longitudinal:	- A definir
Solicitación:	- P_D = 200 kN ; P_L = a) 350 kN b) 100 kN

Resolución:

a) P_u = máximo entre $\begin{cases} 1{,}4 \cdot P_D = 1{,}4 \cdot 200 \text{ kN} = 280 \text{ kN} \\ 1{,}2 \cdot P_D + 1{,}6 \cdot P_L = 1{,}2 \cdot 200 \text{ kN} + 1{,}6 \cdot 350 \text{ kN} = 800 \text{ kN} \end{cases}$

$\Rightarrow$ P_u = 800 kN

$P_n = P_u / (0{,}80 \cdot \phi) = 800 \text{ kN} / (0{,}80 \cdot 0{,}65) = 1538{,}46 \text{ kN}$

$$A_{st} = \frac{\left(P_n - 0{,}85 \cdot f'_c \cdot A_g\right)}{f_y - 0{,}85 \cdot f'_c}$$

$$A_{st} = \frac{\left(1538{,}46 \text{ kN} \cdot \frac{1}{1000} \frac{\text{MN}}{\text{kN}} - 0{,}85 \cdot 20 \text{ MPa} \cdot 250 \text{ mm} \cdot 300 \text{ mm} \cdot \frac{1}{10^6} \frac{\text{m}^2}{\text{mm}^2}\right)}{420 \text{ MPa} - 0{,}85 \cdot 20 \text{ MPa}} \cdot 10^6 \frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2}$$

A_{st} = 653,75 mm^2 (6,54 cm^2)

$\Rightarrow$ ρ = 653,75 mm^2 / (250 mm · 300 mm) = 0,009

Por lo que no verifica cuantía mínima ($\rho_{mín}$ = 0,01) y se procede a calcular el área efectiva reducida necesaria para resistir "P_u" con cuantía mínima:

Área efectiva reducida = P_n / [0,85 · f'_c + ρ · (f_y – 0,85 · f'_c)] =

$$= \frac{1538{,}46 \text{ kN}}{0{,}85 \cdot 20 \text{ MPa} + 0{,}01 \cdot \left(420 \text{ MPa} - 0{,}85 \cdot 20 \text{ MPa}\right)} \cdot 1000 \frac{\text{kN}}{\text{MN}} \frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2}$$

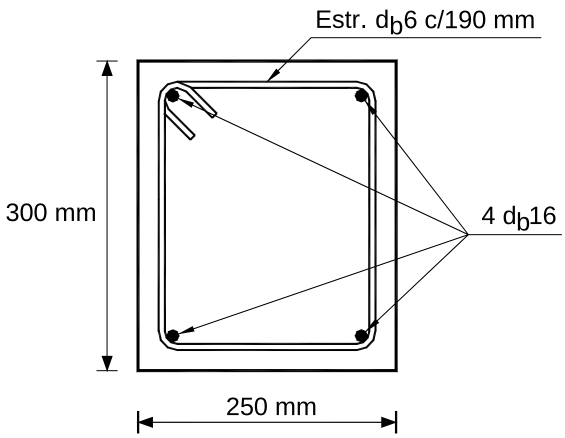
Área efectiva reducida = 73155 mm^2 (731,55 cm^2) > A_g / 2 = 37500 mm^2

Por lo que se adopta una armadura longitudinal igual a la cuantía mínima aplicada al área efectiva mínima calculada anteriormente:

A_{st} = 0,01 · 73155 mm^2 = 731,55 mm^2 (7,31 cm^2)

Se adopta la siguiente armadura: A_{st} = 4 · d_b16 = 804 mm^2 (8,04 cm^2)
Estribos ADN 420: d_b6 c/190 mm
La separación de los estribos se determina según CIRSOC 201-2005 artículo 7.10.5.2.

Armado:



b) P_u = máximo entre
$$\begin{cases} 1{,}4 \cdot P_D = 1{,}4 \cdot 200 \text{ kN} = 280 \text{ kN} \\ 1{,}2 \cdot P_D + 1{,}6 \cdot P_L = 1{,}2 \cdot 200 \text{ kN} + 1{,}6 \cdot 100 \text{ kN} = 400 \text{ kN} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ P_u = 400 kN

$P_n = P_u / (0{,}80 \cdot \phi)$ = 400 kN / (0,80 · 0,65) = 769,23 kN

$$A_{st} = \frac{(P_n - 0{,}85 \cdot f'_c \cdot A_g)}{f_y - 0{,}85 \cdot f'_c}$$

$$A_{st} = \frac{\left(769{,}23\,\text{kN} \cdot \frac{1}{1000}\,\frac{\text{MN}}{\text{kN}} - 0{,}85 \cdot 20\,\text{MPa} \cdot 250\,\text{mm} \cdot 300\,\text{mm} \cdot \frac{1}{10^6}\,\frac{\text{m}^2}{\text{mm}^2}\right)}{420\,\text{MPa} - 0{,}85 \cdot 20\,\text{MPa}} \cdot 10^6\,\frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2}$$

A_{st} < 0 mm^2

Por lo que no verifica cuantía mínima ($\rho_{mín}$ = 0,01) y se procede a calcular el área efectiva reducida necesaria para resistir "P_u" con cuantía mínima:

Área efectiva reducida = P_n / [0,85 · f´$_c$ + ρ · (f_y – 0,85 · f´$_c$)] =

$$= \frac{769{,}23\ \text{kN}}{0{,}85 \cdot 20\ \text{MPa} + 0{,}01 \cdot \left(420\ \text{MPa} - 0{,}85 \cdot 20\ \text{MPa}\right)} \cdot 1000\ \frac{\text{kN}}{\text{MN}}\ \frac{\text{mm}^2}{\text{m}^2}$$

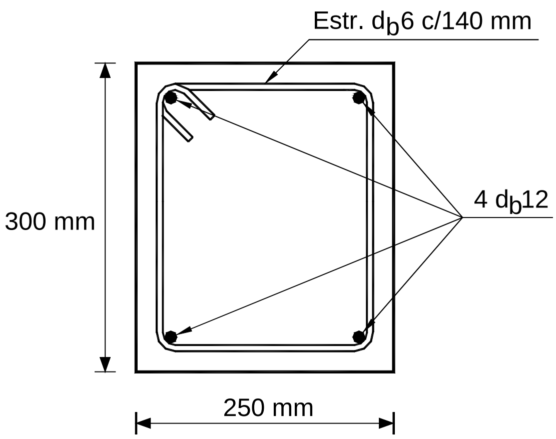
Área efectiva reducida = 36578 mm^2 (365,78 cm^2) < A_g / 2 = 37500 mm^2

Por lo que se adopta una armadura longitudinal igual a la cuantía mínima aplicada al área efectiva mínima calculada anteriormente:

A_{st} = 0,01 · 37500 mm^2 = 375 mm^2 (3,75 cm^2)

Se adopta la siguiente armadura: A_{st} = 4 · d_b12 = 452 mm^2 (4,52 cm^2) (dif. +20,5%)
Estribos ADN 420: d_b6 c/140 mm
La separación de los estribos se determina según CIRSOC 201-2005 artículo 7.10.5.2

Armado:



Conclusiones

Cuando se presentan problemas en los que el área de hormigón está fija y la cuantía resultante del cálculo es menor que la mínima, el área de armadura puede determinarse de la siguiente forma:

$A_{st\ mín}$ = máximo (0,01 · P_n / [0,85 · f´$_c$ + 0,01 · (f_y – 0,85 · f´$_c$)] ; 0,01 · A_g / 2) =

$A_{st\ mín}$ = máximo (P_n / [84,15 · f´$_c$ + f_y] ; 0,005 · A_g)

Ejemplo 5.VIII

Enunciado: Calcular "P_u" para la siguiente columna

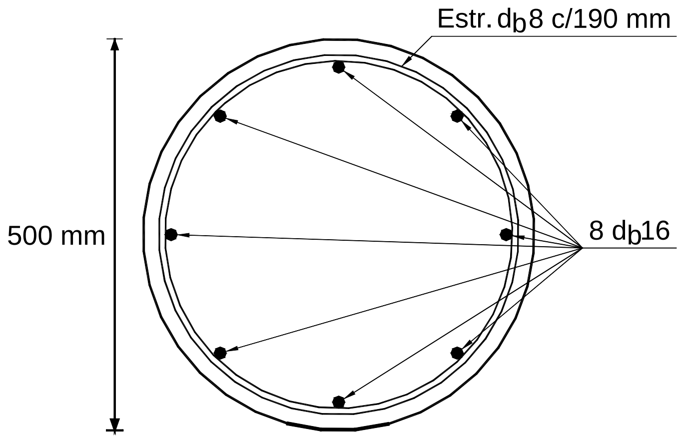
Materiales: - Hormigón: H–20 (f'_c = 20 MPa)
- Acero: ADN 420 (f_y = 420 MPa)

Sección transversal: - Circular de 500 mm de diámetro

Estribos: - Recubrimiento = 20 mm
- Diámetro: 8 mm
- Separación: 190 mm

Armadura longitudinal: - 8 · d_b16 = 1608 mm^2 (16,08 cm^2)

Armado:



Resolución:

La separación de estribos es mayor que 80 mm por lo que no se trata de una columna zunchada.

El diámetro de los estribos es mayor que 6 mm por lo que resulta adecuado. La separación de estribos también cumple con los requisitos reglamentarios por lo que puede continuarse el cálculo como columna simple.

La cuantía geométrica vale: ρ = 1608 mm^2 / 196350 mm^2 = 0,0082 por lo que, en principio, no verifica cuantía mínima.

Dado que la cuantía resulta superior a 0,005 (A_{st} > 0,01 · A_g / 2), calcularemos "P_u" a partir de la resistencia que produce la cuantía mínima aplicada al área efectiva reducida.

Área efectiva reducida = 1608 mm^2 / 0,01 = 160800 mm^2

$$P_n = 0{,}85 \cdot f'_c \cdot (A_g - A_{st}) + f_y \cdot A_{st} =$$

$$P_n = \frac{0{,}85 \cdot 20\,\mathrm{MPa} \cdot \left(160800\,\mathrm{mm}^2 - 1608\,\mathrm{mm}^2\right) + 420\,\mathrm{MPa} \cdot 1608\,\mathrm{mm}^2}{1000\,\dfrac{\mathrm{MN}}{\mathrm{kN}}\,\dfrac{\mathrm{mm}^2}{\mathrm{m}^2}} =$$

$$P_n = 3381{,}62 \text{ kN}$$

$$P_u = \phi \cdot 0{,}80 \cdot P_n = 0{,}65 \cdot 0{,}80 \cdot 3381{,}62 = 1758{,}44 \text{ kN}$$

Conclusiones

“A priori” puede decirse que una columna no es reglamentaria cuando su cuantía geométrica es menor que 0,005. Para cuantías mayores, y aplicando el criterio de suponer que la armadura existente corresponde a la cuantía mínima de un área efectiva reducida, se obtiene:

$$P_u = \phi \cdot 0{,}80 \cdot [\,0{,}85 \cdot f'_c \cdot (100 \cdot A_{st} - A_{st}) + f_y \cdot A_{st}\,] = 0{,}52 \cdot (\,84{,}15 \cdot f'_c + f_y) \cdot A_{st}$$