

# Proyecto de Recomendación CIRSOC 301-1

Ministerio del Interior,  
Obras Públicas y Vivienda  
Secretaría de Obras Públicas de la Nación

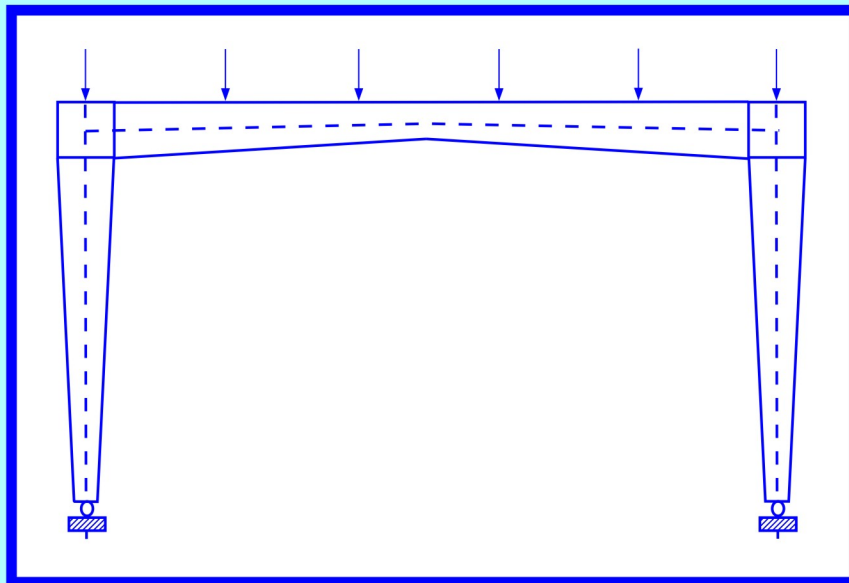
**INTI**

Instituto Nacional de  
Tecnología Industrial



**CIRSOC**

Centro de Investigación de los  
Reglamentos Nacionales de  
Seguridad para las Obras Civiles



## *RECOMENDACIÓN PARA PÓRTICOS DE ACERO CON ELEMENTOS DE ALTURA DE ALMA VARIABLE*

Julio 2016



***RECOMENDACIÓN PARA  
PÓRTICOS DE ACERO  
CON ELEMENTOS  
DE ALTURA DE  
ALMA VARIABLE***

***EDICIÓN JULIO 2016***



**Av. Cabildo 65 Subsuelo – Ala Savio  
(C1426AAA) Buenos Aires – República Argentina  
TELEFAX. (54 11) 4779-5271 / 4779-5273**

**E-mail: [cirsoc@inti.gob.ar](mailto:cirsoc@inti.gob.ar)  
[cirsoc@ffmm.gov.ar](mailto:cirsoc@ffmm.gov.ar)**

**INTERNET: [www.inti.gob.ar/cirsoc](http://www.inti.gob.ar/cirsoc)**

*Primer Director Técnico († 1980): Ing. Luis María Machado*

*Directora Técnica: Inga. Marta S. Parmigiani*

*Coordinadora Área Acciones: Inga. Alicia M. Aragno*

*Área Estructuras de Hormigón: Ing. Daniel A. Ortega*

*Área Administración, Finanzas y Promoción: Lic. Mónica B. Krotz*

*Área Venta de Publicaciones: Sr. Néstor D. Corti*

© 2016

**Editado por INTI  
INSTITUTO NACIONAL DE TECNOLOGÍA INDUSTRIAL  
Av. Leandro N. Alem 1067 – 7° piso - Buenos Aires. Tel. 4515-5000**

**Queda hecho el depósito que fija la ley 11.723. Todos los derechos, reservados. Prohibida la reproducción parcial o total sin autorización escrita del editor. Impreso en la Argentina.**

**Printed in Argentina.**

## **ORGANISMOS PROMOTORES**

Secretaría de Obras Públicas de la Nación  
Secretaría de Vivienda y Hábitat de la Nación  
Instituto Nacional de Tecnología Industrial  
Instituto Nacional de Prevención Sísmica  
Ministerio de Hacienda, Finanzas y Obras Públicas de la Provincia del Neuquén  
Consejo Interprovincial de Ministros de Obras Públicas  
Gobierno de la Ciudad de Buenos Aires  
Dirección Nacional de Vialidad  
Dirección de Vialidad de la Provincia de Buenos Aires  
Consejo Vial Federal  
Cámara Argentina de la Construcción  
Consejo Profesional de Ingeniería Civil  
Asociación de Fabricantes de Cemento Pórtland  
Instituto Argentino de Normalización  
Techint  
Acindar

## **MIEMBROS ADHERENTES**

Asociación Argentina de Tecnología del Hormigón  
Asociación Argentina de Hormigón Estructural  
Asociación Argentina de Hormigón Elaborado  
Asociación Argentina del Bloque de Hormigón  
Asociación de Ingenieros Estructurales  
Cámara Industrial de Cerámica Roja  
Centro Argentino de Ingenieros  
Instituto Argentino de Siderurgia  
Transportadora Gas del Sur  
Quasdam Ingeniería  
Sociedad Argentina de Ingeniería Geotécnica  
Colegio de Ingenieros de la Provincia de Buenos Aires  
Cámara Argentina del Aluminio y Metales Afines  
Cámara Argentina de Empresas de Fundaciones de Ingeniería Civil



## ***Reconocimiento Especial***

*El INTI-CIRSOC agradece muy especialmente a las Autoridades del American Institute of Steel Construction (AISC) por habernos permitido adoptar como base para el desarrollo de esta Recomendación, el documento AISC – Design Guide 25: Frame Design Using Web – Tapered Members.*





**ASESORES QUE INTERVINIERON EN LA REDACCIÓN DE  
LA**

**RECOMENDACIÓN PARA  
PÓRTICOS DE ACERO  
CON ELEMENTOS  
DE ALTURA DE  
ALMA VARIABLE**

**CIRSOC 301-1**

**Ing. Gabriel Troglia  
Ing. Daniel Troglia**

**Julieta Sayavedra  
(Colaboración en traducción)**



# COMISION PERMANENTE DE ESTRUCTURAS DE ACERO DE INTI-CIRSOC

## Coordinador

**Ing. Gabriel R. Troglia**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA,  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS FÍSICAS Y  
NATURALES – PROFESOR CONSULTO

## Integrantes:

**Lic. Marcelo Cinalli**  
**Ing. Francisco Pedrazzi**

INSTITUTO ARGENTINO DE SIDERURGIA

**Ing. Jorge Mallamaci**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN JUAN, FACUL-  
TAD DE INGENIERIA

**Ing. Alejandro Sesin**

TECHINT S.A.

**Ing. Gustavo Darin**

CENTRO ARGENTINO DE INGENIEROS

**Ing. Juan Carlos Martínez**  
**Ing. Ignacio Zardini**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO, FACUL-  
TAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERIA Y  
AGRIM., CONSTRUCCIONES METÁLICAS II

**Ing. Juan Carlos Piter**

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL, FACUL-  
TAD REGIONAL CONCEPCIÓN DEL URUGUAY

**Ing. Héctor Auad**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE TUCUMÁN, FACUL-  
TAD DE CIENCIAS EXACTAS Y TECNOLOGÍA

**Ing. Alejandro Giuliano**

INPRES - INSTITUTO NACIONAL DE PREVENCIÓN  
SÍSMICA

**Ing. Faustino Amelong**  
**Tco. Diego García**  
**Ing. Adrián Puente Vergara**

ACINDAR – GRUPO ARCELOR MITTAL

**Ing. Oscar Arroyo**

INTI - CONSTRUCCIONES

**Ing. Agustín Fragueiro**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE CÓRDOBA –  
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS FÍSICAS Y  
NATURALES – CÁTEDRA DE ESTRUCTURAS  
METÁLICAS Y DE MADERA

**Ing. Mariano Semorile**

IRAM

**Ing. Rodolfo Rocca**

UNIVERSIDAD NACIONAL DE LA PLATA

**Ing. Pablo Alra**

TENARIS-SIDERCA

# COMISION PERMANENTE DE ESTRUCTURAS DE ACERO DE INTI-CIRSOC

*(continuación)*

<b>Ing. Héctor Ruffo</b> <b>Ing. Manuel Müller</b>	CINTER
<b>Ing. Daniel García Gei</b>	UNIVERSIDAD TECNOLOGICA NACIONAL, FACULTAD REGIONAL MENDOZA
<b>Ing. Oscar Troviano</b>	MINISTERIO DE HACIENDA, FINANZAS Y OBRAS PÚBLICAS DE LA PROVINCIA DEL NEUQUÉN, SUBSECRETARÍA DE OBRAS Y SERVICIOS PÚBLICOS
<b>Ing. Francisco Crisafulli</b>	UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO, FACULTAD DE INGENIERIA
<b>Ing. María Haydée Peralta</b> <b>Ing. María Inés Montanaro</b> <b>Ing. Irene Elisabet Rivas</b> <b>Ing. María Laura Godoy</b>	UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CENTRO DE LA PROVINCIA DE BUENOS AIRES
<b>Ing. Martín Polimeni</b>	AIE
<b>Ing. Enrique Trivelli</b>	TUBHIER S.A.
<b>Ing. Jorge Durán</b> <b>Ing. Gustavo Sibuet</b>	DINSA
<b>Ing. José M. Vidmar</b>	INVITADO ESPECIAL
<b>Ing. Antonio Coloccini</b>	INVITADO ESPECIAL
<b>Ing. Bruno Coloccini</b>	INVITADO ESPECIAL
<b>Ing. Eduardo Asta</b>	INVITADO ESPECIAL
<b>Inga. Nora Moncada</b>	INVITADO ESPECIAL
<b>Ing. Daniel Troglia</b>	INVITADO ESPECIAL
<b>Ing. Juan C. Steigerwald</b>	INVITADO ESPECIAL
<b>Ing. Roberto Cudmani</b>	INVITADO ESPECIAL
<b>Ing. Juan Carlos Reimundin</b>	INVITADO ESPECIAL

\*\*\*

**Metodología para el envío de observaciones, comentarios y sugerencias al**

**Proyecto de Recomendación CIRSOC 301-1**

***Proyecto de Recomendación para  
“Pórticos de Acero con Elementos  
de Altura de Alma Variable”***

**en Discusión Pública Nacional  
(1° de octubre de 2016 - 31 de julio de 2017)**

---

*Las observaciones, comentarios y sugerencias se deberán enviar a la Sede del CIRSOC, Av. Cabildo 65, Subsuelo Ala Savio (C1426AAA) Buenos Aires, hasta el 31 de julio de 2017, siguiendo la metodología que a continuación se describe:*

- 1. Se deberá identificar claramente el Proyecto de Recomendación que se analiza, como así también el artículo y párrafo que se observa.*
- 2. Las observaciones se deberán acompañar de su fundamentación y de una redacción alternativa con el fin de que el coordinador del proyecto observado comprenda claramente el espíritu de la observación.*
- 3. Las observaciones, comentarios y sugerencias se deberán presentar por escrito, firmadas y con aclaración de firma, y se deberán enviar por correo o entregarse en mano. Se solicita detallar Dirección, Tel, Fax, e-mail con el fin de facilitar la comunicación.*
- 4. No se aceptarán observaciones enviadas por fax o e-mail, dado que estos medios no permiten certificar la autenticidad de la firma del autor de la observación.*

*Confiamos en que este Proyecto le interese y participe activamente.*

**Gracias.**



# ÍNDICE

## **SIMBOLOGÍA**

## **GLOSARIO**

<b>CAPÍTULO 1: INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1.- BASES PARA LAS RECOMENDACIONES	1
1.2.- LIMITACIONES	2
1.3.- BENEFICIOS DE LOS MIEMBROS CON ALMAS DE ALTURA VARIABLE	3
1.4.- FABRICACIÓN DE MIEMBROS CON ALMAS DE ALTURA VARIABLE	4
1.5.- NOTAS GENERALES SOBRE EL DOCUMENTO	5
<b>CAPÍTULO 2: COMPORTAMIENTO Y MÉTODOS DE PROYECTO DE MIEMBROS CON ALMA DE ALTURA VARIABLE</b>	<b>7</b>
2.1.- INVESTIGACION PREVIA	7
2.2.- RELACIÓN CON ESPECIFICACIONES PARA MIEMBROS CON ALMAS DE ALTURA VARIABLE CONTENIDAS EN VERSIONES DE LA AISC PREVIAS A LA AISC-2010 Y EN EL CIRSOC 301-2005	15
<b>CAPÍTULO 3: BASES DEL PROYECTO</b>	<b>19</b>
3.1.- GLOSARIO Y SIMBOLOGÍA BÁSICA	19
3.2.- PROYECTO POR ESTADOS LÍMITES	20
<b>CAPÍTULO 4: PROYECTO POR CONSIDERACIONES DE ESTABILIDAD Y RESISTENCIA</b>	<b>21</b>
4.1.- GLOSARIO Y SIMBOLOGÍA BÁSICA	21
4.3.- ESPECIFICACIONES PARA LA ESTABILIDAD DE LA ESTRUCTURA Y PARA EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL	23

4.4.- MÉTODOS PARA REALIZAR EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL	25
4.4.1.- Límites de aplicabilidad	26
4.4.2.- Tipo de Análisis Estructural	26
4.4.3.- Consideración de las imperfecciones iniciales (desplome inicial)	27
4.4.4.- Reducción de Rigidez	29
4.4.5.- Limitaciones del Proyecto	29
4.5.- PARÁMETROS COMUNES DEL ANÁLISIS	29
4.5.1.- $P_u$	29
4.5.2.- $P_{eL}$ ó $\gamma_{eL}P_u$	29
4.5.3.- $\Delta_{2do}/\Delta_{1ro}$	32
4.6.- ESPECIFICACIONES DE LOS MÉTODOS DE PROYECTO DEL CIRSOC 301-2017	32
4.6.1.- El Método de la Longitud Efectiva (MLE)	32
4.6.2.- El Método de Análisis Directo (MAD)	36
4.6.3.- El Método de Análisis de Primer Orden (MAPO)	41
<b>CAPÍTULO 5: PROYECTO DE MIEMBROS</b>	<b>43</b>
5.1.- GLOSARIO Y SIMBOLOGÍA BÁSICA	43
5.2.- TRACCIÓN AXIL	43
5.2.1.- Estado Límite de Fluencia en la sección bruta	44
5.2.2.- Estado Límite de Rotura en la sección neta	44
Ejemplo 5.1.- Miembro traccionado y con agujeros para bulones	45
5.3.-COMPRESIÓN AXIL	46
5.3.1.- Cálculo de la Resistencia a Pandeo Elástico	49
5.3.2.- Cálculo de la Resistencia Nominal a pandeo en términos de tensión sin los efectos de la esbeltez de elementos ( $F_{n1}$ )	53
5.3.3.- Cálculo del Factor de Reducción por Esbeltez Q y de la ubicación de la sección crítica	55
5.3.4.- Cálculo de la Resistencia Nominal a pandeo con consideración de elementos esbeltos $F_{cr}$	55
5.3.6.- Otras consideraciones	56
Ejemplo 5.2.- Miembro comprimido con arriostramiento simple	57
5.4.-FLEXIÓN	74
5.4.1.- Parámetros comunes	75
5.4.2.- Fluencia del ala comprimida	79
5.4.3.- Pandeo Lateral-torsional (LTB)	79



5.4.4.- Pandeo Local del ala comprimida (FLB)	83
5.4.5.- Fluencia del ala traccionada (TFY)	83
5.4.6.- Rotura del ala traccionada	84
5.4.7.- Relación de Resistencias	85
Ejemplo 5.3.- Viga arriostrada a pandeo lateral con sección de doble simetría	85
<b>5.5.- FLEXIÓN Y FUERZA AXIL COMBINADAS</b>	<b>102</b>
5.5.1.- Ecuaciones de interacción basadas en fuerzas y momentos	102
5.5.2.- Ecuaciones de interacción para verificación separada en el plano y fuera del plano	103
5.5.3.- Ecuaciones de interacción basadas en tensiones	104
Ejemplo 5.4.- Compresión axil y flexión combinadas	106
<b>5.6.- CORTE</b>	<b>113</b>
5.6.1.- Resistencia al corte de almas no rigidizadas	113
5.6.2.- Resistencia al corte de almas rigidizadas sin usar acción del campo a tracción	114
5.6.3.- Resistencia al corte de almas rigidizadas usando la acción del campo a tracción	115
5.6.4.- Soldadura del alma al ala	117
Ejemplo 5.5.- Resistencia al corte de un miembro	117
<b>5.7.- ALAS Y ALMAS CON FUERZAS CONCENTRADAS</b>	<b>122</b>
<b>5.8.- EJEMPLOS ADICIONALES</b>	<b>123</b>
Ejemplo 5.6.- Miembro comprimido con alas desiguales y arriostramiento unilateral	123
Ejemplo 5.7.- Miembro flexado con alas desiguales y arriostramiento unilateral	138
Ejemplo 5.8.- Combinación de compresión axil y flexión	150
<b>CAPÍTULO 6: PROYECTO DE PÓRTICOS</b>	<b>155</b>
<b>6.1.- ANÁLISIS DE PRIMER ORDEN DE PÓRTICOS</b>	<b>155</b>
<b>6.2. ANÁLISIS DE SEGUNDO ORDEN DE PÓRTICOS</b>	<b>157</b>
6.2.1.- Análisis solo de efectos P- $\Delta$	158
6.2.2.- Análisis utilizando elementos que incluyen tanto los efectos P- $\delta$ como P- $\Delta$ en la formulación	161
6.2.3.- Análisis alternativos de amplificación de resultados de Análisis de Primer Orden	162
6.2.4.- Precisión requerida para el Análisis de Segundo Orden	163
6.2.5.- Reducción de rigidez	164
6.2.6.- Niveles de carga para el Análisis de Segundo Orden	164
6.2.7.- Cargas ficticias	165
6.2.8.- Desplome explícito	166

6.2.9.- Elementos estructurales que no aportan rigidez lateral	167
6.3.- ANÁLISIS DE PÓRTICOS DE UN SOLO PISO Y UN SOLO VANO	169
6.3.1.- Comportamiento de pórticos de un solo piso y un solo vano	169
6.3.2.- Luz de cálculo en el plano de las vigas	169
6.3.3.- Cálculo de los desplazamientos laterales para pórticos a dos aguas	170
6.4.- CONSIDERACIONES DE SERVICIO	171
<b>APÉNDICE A: CÁLCULO DE <math>g_{eL}</math> O <math>P_{eL}</math> PARA MIEMBROS CON ALMA DE ALTURA VARIABLE</b>	173
A.1.- MOMENTO DE INERCIA EQUIVALENTE	173
A.2.- MÉTODO DE APROXIMACIONES SUCESIVAS	175
A.3.- ANÁLISIS DE PANDEO POR EL MÉTODO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ	178
<b>APÉNDICE B: CÁLCULO DE LOS FACTORES <math>g_e</math> EN EL PLANO PARA EL MLE</b>	179
B.1.- COLUMNAS	179
B.1.1.- Método modificado de la Rigidez de Piso	179
B.1.2.- Análisis de pandeo mediante valores propios	180
B.1.2.1.- Soluciones de pandeo de valores propios usando un análisis solo P- $\Delta$	181
B.1.2.2.- Soluciones de pandeo de valores propios utilizando elementos que incluyen tanto los efectos P- $\Delta$ como P- $\delta$	181
B.2.- VIGAS	182
B.2.1.- Análisis de pandeo mediante valores propios	182
B.2.1.1.- Soluciones de pandeo de valores propios usando un análisis solo P- $\Delta$	183
B.2.1.2.- Soluciones de pandeo de valores propios utilizando elementos que incluyen tanto los efectos P- $\Delta$ como P- $\delta$	183
B.2.2.- Metodo de aproximaciones sucesivas	184
B.3.- RELACIÓN ENTRE $k$ y $\gamma_e$	184
<b>APÉNDICE C: PROBLEMAS DE REFERENCIA</b>	185
C.1.- MIEMBROS PRISMÁTICOS	186
C.2.- MIEMBROS CON ALMA DE ALTURA VARIABLE	187

C.3.- MÉTODO DE APROXIMACIONES SUCESIVAS	198
C.3.1.- $\gamma_{eL}$ y $P_{eL}$ de una columna con alma de altura variable simple	198
C.3.2.- $\gamma_{eL}$ y $P_{eL}$ de una columna con alma de altura variable escalonada	200
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>205</b>



# SIMBOLOGÍA

<b>A</b>	Área de sección transversal, cm <sup>2</sup>
<b>A<sub>e</sub></b>	Area neta efectiva, cm <sup>2</sup>
<b>A<sub>eff</sub></b>	Area efectiva en barras con elementos comprimidos rigidizados, cm <sup>2</sup> .
<b>A<sub>fe</sub></b>	Área efectiva del ala traccionada, cm <sup>2</sup> .
<b>A<sub>fg</sub></b>	Area bruta del ala traccionada, cm <sup>2</sup> .
<b>A<sub>fn</sub></b>	Area neta del ala traccionada, cm <sup>2</sup> .
<b>A<sub>g</sub></b>	Area bruta, cm <sup>2</sup> .
<b>A<sub>n</sub></b>	Area neta, cm <sup>2</sup> .
<b>A<sub>w</sub></b>	Area del alma, cm <sup>2</sup> .
<b>B<sub>1</sub></b>	Factor de amplificación para momentos de Primer Orden en pórtico con nudos no desplazables.
<b>B<sub>2</sub></b>	Factor de amplificación para momentos de Primer Orden en pórtico con nudos desplazables.
<b>C<sub>b</sub></b>	Coefficiente de flexión dependiente del diagrama de momento flector.
<b>C<sub>m</sub></b>	Coefficiente utilizado para calcular <b>B<sub>1</sub></b> , dependiente de la curvatura de la columna causada por la aplicación de momentos.
<b>C<sub>v</sub></b>	Relación entre la tensión crítica del alma según la teoría de pandeo lineal y la tensión de fluencia por corte del acero del alma.
<b>C<sub>w</sub></b>	Módulo de alabeo, cm <sup>6</sup> .
<b>E</b>	Módulo de elasticidad longitudinal del acero, MPa. (E = 200.000 MPa)
<b>F<sub>d</sub></b>	Resistencia de Diseño en términos de tensión, MPa.
<b>F<sub>da</sub></b>	Resistencia de Diseño axial en términos de tensión, MPa.
<b>F<sub>dx</sub></b>	Resistencia de Diseño a flexión alrededor del eje x-x en términos de tensión, MPa.
<b>F<sub>dy</sub></b>	Resistencia de Diseño a flexión alrededor del eje y-y en términos de tensión, MPa.
<b>F<sub>cr</sub></b>	Tensión nominal de pandeo axial, MPa
<b>F<sub>e</sub></b>	Tensión de pandeo elástico flexional, torsional o flexotorsional, MPa.
<b>F<sub>eLTB</sub></b>	Tensión crítica elástica a pandeo lateral-torsional, MPa.
<b>F<sub>ey</sub></b>	Tensión de pandeo flexional elástico alrededor del eje débil, MPa.
<b>F<sub>ez</sub></b>	Tensión de pandeo torsional elástico, MPa
<b>F<sub>L</sub></b>	El menor de (F <sub>yf</sub> - F <sub>r</sub> ) ó F <sub>yw</sub> , MPa.
<b>F<sub>r</sub></b>	Tensión residual de compresión en el ala ( 69 MPa para secciones laminadas; 114 MPa para secciones soldadas).
<b>F<sub>u</sub></b>	Tensión mínima de rotura a la tracción especificada para el tipo de acero que está siendo utilizado, MPa.
<b>F<sub>y</sub></b>	Tensión de fluencia mínima especificada para el acero que se está utilizando .El término "tensión de fluencia" se refiere en esta Recomendación, al punto mínimo de fluencia (para aquellos aceros que presentan un punto de fluencia), o a la tensión de fluencia especificada (para aquellos aceros que no presentan un punto de fluencia), MPa.
<b>F<sub>yf</sub></b>	Tensión de fluencia mínima especificada del acero del ala, MPa.
<b>F<sub>yw</sub></b>	Tensión de fluencia mínima especificada del acero del alma, MPa.
<b>G</b>	Módulo de elasticidad transversal elástico del acero, MPa. (G = 77.200 MPa)
<b>H</b>	Fuerza horizontal total debida a las cargas laterales que actúan sobre el pórtico, kN.
<b>H</b>	Constante de flexión.
<b>I</b>	Momento de Inercia, cm <sup>4</sup> .
<b>I'</b>	Momento de inercia de la equivalente columna prismática de igual longitud, cm <sup>4</sup> .

$I_{yc}$	Momento de inercia del ala comprimida respecto del eje y-y, $\text{cm}^4$ .
$I_{y1}$	Momento de inercia respecto del eje y-y del ala mas pequeña, $\text{cm}^4$ .
$I_{y2}$	Momento de inercia respecto del eje y-y del ala mas grande, $\text{cm}^4$ .
$I_{\text{mayor}}$	Momento de inercia respecto del eje fuerte en el extremo mas grande de la longitud no arriostrada, $\text{cm}^4$ .
$I_{\text{menor}}$	Momento de inercia respecto del eje fuerte en el extremo mas pequeño de la longitud no arriostrada, $\text{cm}^4$ .
<b>J</b>	Módulo de torsión de Saint Venant para una sección, $\text{cm}^4$ .
<b>L</b>	Longitud lateralmente no arriostrada del miembro comprimido, cm.
$L_b$	Longitud lateralmente no arriostrada; longitud entre puntos de arriostramiento contra el desplazamiento lateral del ala comprimida o entre puntos arriostrados contra la torsión de la sección transversal, cm.
$L_z$	Distancia no arriostrada para torsión, cm.
$M_{1ro.}$	Momento flector resultante de un Análisis de Primer Orden, kN.m.
$M_{2do.}$	Momento flector resultante de un Análisis de Segundo Orden, kN.m.
$M_{eLTB}$	Resistencia a Pandeo Lateral-torsional elástico, kN.m.
$M_n$	Resistencia nominal a flexión, kN.m.
$M_{dx}$	Resistencia de Diseño a flexión respecto del eje x-x, kN.m.
$M_{dy}$	Resistencia de Diseño a flexión respecto del eje y-y, kN.m.
$M_p$	Momento plástico de flexión, kN.m.
$M_u$	Resistencia requerida a flexión, kN.m.
$M_{ux}$	Resistencia requerida a flexión alrededor del eje x-x, kN.m.
$M_{uy}$	Resistencia requerida a flexión alrededor del eje y-y, kN.m.
$M_{yc}$	Momento elástico referido al ala comprimida, kNm.
$M_{yt}$	Momento elástico referido al ala traccionada, kNm.
<b>P</b>	Carga vertical en pórtico, kN.
<b>P-D</b>	Momento flector adicional debido a la fuerza axil actuando a lo largo del desplazamiento transversal relativo de los extremos del miembro (o segmento), kNm.
<b>P-d</b>	Momento flector adicional debido a la fuerza axil actuando a lo largo del desplazamiento del centro de gravedad de la sección transversal respecto de la recta que une los extremos del miembro (o segmento), kNm.
$P_{cr}$	Carga de pandeo flexional elástico de un miembro de longitud <b>L</b> (o segmento de longitud <b>I</b> ) basada en las condiciones reales de vínculo, kN.
$\overline{P}_{cr}$	Carga de pandeo flexional elástico de un miembro de longitud <b>L</b> (o segmento de longitud <b>I</b> ) basada en las condiciones reales de vínculo, y calculada usando la rigidez reducida especificada por el Método de Análisis Directo ( <b>MAD</b> ), kN.
$P_e$	Carga de pandeo flexional elástico de Euler, kN.
$P_{el}$	Carga de pandeo flexional elástico de Euler en el plano de un segmento de miembro de longitud <b>I</b> , supuesto biarticulado, kN.
$\overline{P}_{el}$	Carga de pandeo flexional elástico de Euler en el plano de un segmento de miembro de longitud <b>I</b> , supuesto biarticulado, y calculada usando la rigidez reducida especificada por el Método de Análisis Directo ( <b>MAD</b> ), kN.
$P_{eL}$	Carga de pandeo flexional elástico de Euler en el plano de un miembro de longitud <b>L</b> , supuesto biarticulado, kN.
$\overline{P}_{eL}$	Carga de pandeo flexional elástico de Euler en el plano de un miembro de longitud <b>L</b> , supuesto biarticulado, y calculada usando la rigidez reducida especificada por el Método de Análisis Directo ( <b>MAD</b> ), kN.

<b>P<sub>eCAT</sub></b>	Resistencia elástica a pandeo torsional con giro restringido, kN.
<b>P<sub>eFT</sub></b>	Resistencia elástica a pandeo flexo-torsional, kN.
<b>P<sub>ex</sub></b>	Carga de pandeo flexional elástico alrededor del eje fuerte (en el plano), kN.
<b>P<sub>ey</sub></b>	Carga de pandeo flexional elástico alrededor del eje débil (fuera del plano), kN.
<b>P<sub>ez</sub></b>	Carga de pandeo torsional elástico, kN.
<b>P<sub>d</sub></b>	Resistencia de Diseño axil, kN.
<b>P<sub>n</sub></b>	Resistencia nominal a fuerza axil (compresión o tracción), kN.
<b>P<sub>u</sub></b>	Resistencia axil requerida (compresión o tracción) del miembro, kN.
<b>P<sub>y</sub></b>	Resistencia axil de fluencia, kN.
<b>P<sub>yo</sub></b>	Resistencia axil de fluencia en la sección mas pequeña del miembro, kN.
<b>Q</b>	Momento estático del área comprendida entre la fibra extrema del ala y la fibra interior del ala respecto del eje de flexión, cm <sup>3</sup> .
<b>Q</b>	Factor de reducción por pandeo local de elementos esbeltos comprimidos.
<b>Q<sub>a</sub></b>	Factor de reducción por pandeo local para elementos esbeltos comprimidos rigidizados.
<b>Q<sub>s</sub></b>	Factor de reducción por pandeo local para elementos esbeltos comprimidos no rigidizados.
<b>R<sub>d</sub></b>	Resistencia de Diseño (fuerza o Momento), kN, kNm.
<b>R<sub>n</sub></b>	Resistencia Nominal (fuerza o Momento), kN, kNm.
<b>R<sub>pc</sub></b>	Factor de plastificación del alma para fluencia del ala comprimida.
<b>R<sub>pg</sub></b>	Factor de reducción de la resistencia nominal a flexión de una viga armada con alma esbelta.
<b>R<sub>pt</sub></b>	Factor de plastificación del alma para fluencia del ala traccionada.
<b>R<sub>u</sub></b>	Resistencia Requerida.
<b>S</b>	Módulo resistente elástico de la sección, cm <sup>3</sup> .
<b>S<sub>xc</sub></b>	Módulo resistente elástico de la sección relativo al eje de flexión y referido al ala comprimida, cm <sup>3</sup> .
<b>S<sub>xt</sub></b>	Módulo resistente elástico de la sección relativo al eje de flexión y referido al ala traccionada, cm <sup>3</sup> .
<b>V<sub>d</sub></b>	Resistencia de Diseño al corte, kN.
<b>V<sub>n</sub></b>	Resistencia nominal al corte, kN.
<b>V<sub>u</sub></b>	Resistencia requerida al corte, kN.
<b>V<sub>x</sub></b>	Carga lateral total al nivel de un piso, kN.
<b>Y<sub>i</sub></b>	Carga gravitacional mayorada aplicada en el nivel i, kN.
<b>Y<sub>t</sub></b>	Factor que actúa sobre el área bruta del ala traccionada.
<b>Z<sub>x</sub></b>	Módulo plástico de la sección referido al eje fuerte, cm <sup>3</sup> .
<b>a</b>	Distancia entre rigidizadores transversales, cm.
<b>a<sub>c</sub></b>	Distancia entre el eje de gravedad de una viga o correa al centro de gravedad de la sección, cm.
<b>a<sub>s</sub></b>	Distancia entre el eje de gravedad de una viga o correa al centro de corte de la sección, cm.
<b>a<sub>w</sub></b>	Relación entre el área de alma y el área de ala comprimida.
<b>b<sub>e</sub></b>	Ancho efectivo reducido para elementos esbeltos comprimidos, cm.
<b>b<sub>cf</sub></b>	Ancho del ala comprimida, cm.
<b>b<sub>tf</sub></b>	Ancho del ala traccionada, cm.
<b>b<sub>f</sub></b>	Ancho del ala, cm.
<b>d</b>	Altura nominal total de la sección de un miembro, cm.
<b>d<sub>h</sub></b>	Diámetro del agujero para un bulón, cm.
<b>e</b>	Base del logaritmo natural.
<b>f</b>	Tensión a la cual se calcula el ancho efectivo de un elemento rigidizado, MPa.
<b>f<sub>o</sub></b>	Tensión por flexión en el extremo opuesto a <b>f<sub>2</sub></b> de la longitud no arriostrada, MPa.

$f_1$	Tensión calculada desde $f_o$ y $f_2$ , MPa
$f_2$	Valor absoluto de la mayor tensión de compresión por flexión en cualquiera de los extremos de la longitud no arriostrada, MPa.
$f_{medio}$	Tensión por flexión a la mitad de la longitud no arriostrada, MPa.
$f_{ua}$	Tensión normal requerida por fuerza axil, MPa.
$f_{ubx}$	Tensión normal requerida por flexión alrededor del eje fuerte, MPa.
$f_{uby}$	Tensión normal requerida por flexión alrededor del eje débil, MPa.
$f_{umáx}$	Máxima tensión requerida, MPa.
$h$	Altura del alma, cm. (B.4.1)
$h_c$	El doble de la distancia entre el baricentro de la sección y la cara interna del ala comprimida, cm.
$h_o$	Distancia entre centros de gravedad de las alas, cm. (E.4)
$h_p$	El doble de la distancia entre el eje plástico de una sección y la cara interna del ala comprimida, cm.
$k$	Factor de longitud efectiva de barras para pandeo flexional.
$k_g$	Factor de longitud efectiva que toma en cuenta las condiciones de vínculo para miembros con alma de altura variable
$k_c$	Coeficiente que mide la interacción ala-alma para pandeo local.
$k_v$	Coeficiente de abolladura de la placa del alma.
$k_z$	Factor de longitud efectiva para pandeo torsional.
$l$	Longitud de un segmento de miembro, cm.
$r$	Radio de giro gobernante, cm.
$r_o$	Radio de giro polar respecto del centro de corte, cm.
$r_x, r_y$	Radio de giro respecto a los ejes principales $x$ e $y$ respectivamente, cm.
$r_t$	Radio de giro efectivo para pandeo lateral-torsional, cm.
$t_f$	Espesor del ala, cm.
$t_{fc}$	Espesor del ala comprimida, cm.
$t_{ft}$	Espesor del ala traccionada, cm.
$t_w$	Espesor del alma, cm.
$x$	Distancia desde el extremo mas pequeño hasta la sección donde se calcula el momento de inercia equivalente, cm.
$y_o$	Distancia del centro de corte al centro de gravedad, cm.
$y_1$	Deformación supuesta, cm.
$y_2$	Deformación calculada, cm.
$y$	Distancia entre la fibra extrema y el centro de gravedad, cm.
$D$	Desplazamiento lateral entre pisos de un pórtico debido a las fuerzas horizontales, cm.
$D_H$	Desplazamiento lateral promedio de Primer Orden relativo del piso considerado debido a la carga horizontal, cm.
$D_{1ro.}$	Desplazamiento lateral del piso resultante del Análisis de Primer Orden, cm.
$D_{2do.}$	Desplazamiento lateral del piso resultante del Análisis de Segundo Orden, cm.
$d$	Desplazamiento transversal relativo entre los puntos extremos del miembro, cm.
$d_{1ro}$	Desplazamiento transversal relativo de Primer Orden entre los puntos extremos del miembro, cm.
$d_{2do}$	Desplazamiento transversal total relativo de Segundo Orden entre los puntos extremos del miembro que incluye el desplazamiento de Primer Orden, cm.
$g$	Relación entre la deformación supuesta y la deformación calculada.



$g_e$	Relación entre la Carga (o tensión) axil de pandeo elástico y la carga (o tensión) axil requerida.
$g_{eL}$	Relación entre la Carga (o tensión) axil de pandeo elástico en el plano, y la carga (o tensión) axil requerida de un miembro basada en la condición de extremos articulados ( $k= 1,0$ ).
$\overline{g_{eL}}$	Relación entre la Carga (o tensión) axil de pandeo elástico en el plano, y la carga (o tensión) axil requerida de un miembro basada en la condición de extremos articulados ( $k= 1,0$ ) y calculada usando la rigidez reducida especificada en el Método de Análisis Directo ( <b>MAD</b> ).
$g_{eLTB}$	Relación entre el Momento Elástico (o tensión) de pandeo Lateral-torsional y el Momento flector (o tensión) Requerido de un miembro.
$g_{n1}$	Relación entre la Carga (o tensión) axil de pandeo y la carga (o tensión) axil requerida de un miembro sin considerar los elementos esbeltos.
$l$	Relación de esbeltez.
$l_p$	Relación de esbeltez límite entre la zona de pandeo inelástico y la zona de plastificación.
$l_r$	Relación de esbeltez límite entre la zona de pandeo elástico y la zona de pandeo inelástico.
$f$	Factor de resistencia.
$t_b$	Factor adicional de reducción de la rigidez usado en el Método de Análisis Directo ( <b>MAD</b> ).



# GLOSARIO

**Análisis de Segundo Orden:** Análisis Estructural en el cual las condiciones de equilibrio son formuladas sobre la estructura deformada o sea donde los efectos de Segundo Orden  $P-\Delta$  y  $P-\delta$  son incluidos.

**Análisis global de Segundo Orden completo:** Análisis de Segundo Orden que incluya: (1) Efectos  $P-\Delta$ , (2) Efectos  $P-\delta$  sobre los  $P-\Delta$ , y (3) Efectos  $P-\delta$  de amplificación de los momentos entre los extremos del miembro.

**Efectos de Segundo Orden:** efectos de las cargas actuando en la configuración deformada de la estructura.

**Eje de referencia recto:** línea recta que une los centros de gravedad de las secciones transversales de ambos extremos de un miembro, segmento o elemento.

**Elemento:** porción de longitud de un miembro entre nudos en el modelo de análisis.

**En el Plano:** relativo al plano de flexión en una viga o viga-columna.

**Estado Límite:** condición para la cual una estructura o un componente estructural se vuelve inútil para el servicio ya sea que no puede usarse para realizar una función (Estado Límite de Servicio) o que ha alcanzado su máxima capacidad de resistencia a un efecto determinado (Estado Límite Último o de Resistencia).

**Factor de Resistencia  $f$ :** Factor que toma en cuenta las inevitables incertidumbres de la Resistencia Nominal para determinar la Resistencia de Diseño.

**FLB:** Pandeo local de ala.

**Fuera del plano:** relativo a la dirección perpendicular al plano de flexión en una viga o viga-columna.

**LTB:** Pandeo Lateral Torsional.

**MAD:** Método de Análisis Directo.

**MAPO:** Método de Análisis de Primer Orden.

**Método de Amplificación de Análisis Elástico de Primer Orden:** un Método aproximado de Análisis de Segundo Orden tal como el Método “ $B_1-B_2$ ”, basado en la aplicación de factores de amplificación de solicitaciones o deformaciones a los resultados de un Análisis de Primer Orden.

**Miembro:** columna o viga con una longitud de análisis desde la fundación hasta la correa o viga (Columna) o la dimensión del vano entre columna y columna (viga) excepto que se especifique de otra manera.

**Miembro con alma de altura linealmente variable:** miembro cuyas alas no son paralelas dentro de un tramo de su longitud, debido a una inclinación del o los bordes del alma.

**Miembro con alma de altura variable:** miembro cuya alma varía de altura a lo largo de su longitud.

**Miembro Prismático:** miembro cuya geometría y propiedades de la sección transversal son constantes a lo largo de su longitud.

**MLE:** Método de Análisis de la Longitud Efectiva.

**Nudo:** posición para la cual se calculan las rotaciones o los desplazamientos en un método de análisis.

**Pórticos Modulares:** Pórticos con nudos rígidos de múltiples vanos que usualmente tienen las columnas exteriores rígidamente unidas a las vigas y las columnas interiores articuladas a las vigas y por lo tanto sin rigidez lateral.

**Resistencia de Diseño:** Producto del Factor de Resistencia por la Resistencia Nominal ( $\phi \cdot R_n$ ).

**Resistencia Requerida:** efecto de las acciones (fuerza axial, fuerza de corte, momento flector, momento torsor, tensiones, deformaciones, etc) en los miembros o uniones determinadas por Análisis Estructural, cuando en la estructura actúan las acciones mayoradas y para la combinación crítica.

**Segmento:** parte de la longitud de una columna o viga considerada por conveniencia para el proyecto, análisis o fabricación de la estructura.

**TFY:** fluencia del ala traccionada.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUCCIÓN

Esta Recomendación proporciona métodos recomendados para el proyecto de vigas y columnas de sección doble te con almas de altura variable, así como el de pórticos que incorporan vigas y/o columnas de sección doble te con almas de altura variable. Se explicitan tanto los requerimientos para el Análisis Estructural como las reglas para dimensionar los miembros de pórticos con almas de altura variable. Se hace énfasis en miembros y pórticos con proporciones y detalles de arriostamiento comúnmente utilizados en sistemas de edificios metálicos. Sin embargo, esta información es igualmente aplicable a cualquier miembro de altura variable utilizado en la construcción convencional con acero.

Esta Recomendación está basada en la Steel Design Guide N° 25 “Frame Design Guide using web-tapered members” de la AISC (AISC, 2011)

Los métodos que contiene esta Recomendación son principalmente interpretaciones y extensiones de las especificaciones del Reglamento CIRSOC 301-2017 (en adelante CIRSOC 301-2017) basado en la “Specification for Structural Steel Buildings”, ANSI/AISC 2010 (en adelante AISC/2010). Estas recomendaciones no están destinadas a ser aplicadas a estructuras proyectadas utilizando reglamentaciones anteriores al CIRSOC 301-2017.

Estas recomendaciones modifican las especificaciones para elementos estructurales con almas de altura variable contenidas en el Reglamento CIRSOC 301-2005. El CIRSOC 301-2017 no contiene requerimientos específicos para miembros de altura variable.

Los métodos presentados en esta Recomendación cumplen con las especificaciones del CIRSOC 301-2017 y proporcionan información adicional necesaria para aplicarlo a miembros de alma de altura variable. En algunos casos, son proporcionados procedimientos para situaciones no contempladas por el CIRSOC 301-2017. Estos casos se indican específicamente donde ocurren.

Las recomendaciones contenidas en este documento no están destinadas a prohibir el uso de otros métodos y procedimientos que cumplan con el CIRSOC 301-2017.

### 1.1.- BASES PARA LAS RECOMENDACIONES

Las siguientes fuentes fueron extensivamente utilizadas en la preparación de esta Recomendación y deberán ser utilizadas en conjunto con sus recomendaciones para una completa comprensión de las mismas:

- (1) Reglamento CIRSOC 301-2017 “Reglamento Argentino de Estructuras de Acero para Edificios “ y sus Comentarios
- (2) Steel Design Guide N° 25 “Frame Design Guide using web-tapered members” de la AISC (AISC, 2011)
- (3) ANSI/AISC 360-10, “Specification for Structural Steel Buildings (AISC, 2010) y sus Comentarios
- (4) “A Prototype Application of the AISC (2005) Stability Analysis and Design Provisions to Metal Building Structural Systems” (White and Kim, 2006)

La Sección de Bibliografía de esta Recomendación proporciona referencias a otras publicaciones relevantes para el proyecto de miembros con alma de altura variable y pórticos compuestos de miembros con alma de altura variable.

Un importante programa de investigación fue llevado a cabo como parte del desarrollo de la Guía de Diseño N° 25 de la AISC. Esta investigación fue dirigida por White, Kim y otros en el Instituto Georgia de Tecnología de EEUU. El foco de este trabajo fue la verificación y adaptación de los requerimientos de la Especificación AISC para miembros de altura variable y pórticos compuestos de miembros de altura variable. Dentro de los temas investigados se incluyen estudios sobre lo siguiente:

- (a) Pandeo lateral-torsional de vigas (LTB)
- (b) Pandeo flexional de columnas en el plano y fuera del plano
- (c) Pandeo torsional y flexotorsional de columnas
- (d) Influencia del pandeo local en la resistencia del miembro
- (e) Influencia combinada del pandeo local y la plastificación de miembros sobre la rigidez y resistencia global de la estructura
- (f) Síntesis de los métodos para el cálculo de las fuerzas y momentos de Segundo Orden en sistemas aporticados en general
- (g) Chequeos de los software de análisis elásticos de Segundo Orden
- (h) Consideración de la restricción rotacional en bases de columnas nominalmente articuladas
- (i) Consideración de los efectos de las restricciones en los extremos de los miembros con almas de altura variable sobre la resistencia a pandeo lateral-torsional

Se puede consultar a Kim y White (2006a, 2006b, 2007a, 2007b); Kim (2010); Ozgur et al. (2007); y Guuney y White (2007) para una presentación detallada de los resultados de la investigación de estos temas.

## 1.2.- LIMITACIONES

Excepto cuando se indique lo contrario, estas recomendaciones son aplicables a miembros que satisfagan los siguientes límites:

- 1.- Tensión de fluencia mínima especificada,  $F_y \leq 360 \text{ MPa}$ .
- 2.- Miembros homogéneos únicamente (miembros híbridos no son considerados); es decir,  $F_{yf} = F_{yw}$ , donde  $F_{yf}$  y  $F_{yw}$  son respectivamente la tensión de fluencia mínima especificada del acero de alas y alma.
- 3.- El ángulo de variación de altura del alma es lineal o parcialmente lineal.
- 4.- El ángulo de variación de altura del alma está entre  $0^\circ$  y  $15^\circ$ .
- 5.- El espesor de cada ala es mayor o igual al espesor del alma.
- 6.- La relación de esbeltez del ala es tal que:

$$\frac{b_f}{2t_f} \leq 18$$

donde:

$b_f$  = ancho de ala (cm)

$t_f$  = espesor del ala (cm)

7.- El ancho del ala satisface:  $b_f \leq \frac{h}{7}$  a lo largo de la longitud no arriostrada  $L_b$

Excepción: Si  $L_b \leq 1,1r_t\sqrt{E/F_y}$  entonces  $b_f \leq \frac{h}{9}$  a lo largo de la longitud no arriostrada  $L_b$

En las ecuaciones anteriores:

$h$  = altura del alma (cm)

$r_t$  = radio de giro del ala comprimida mas un tercio del área comprimida del alma debido solamente al momento flector alrededor del eje fuerte, calculado usando la mayor altura de la sección dentro de la longitud no arriostrada considerada. (cm)

8.- La esbeltez del alma (sin rigidizadores transversales o con rigidizadores transversales con  $(a/h) > 1,5$ ) será tal que:

$$\frac{h}{t_w} \leq \frac{0,40E}{F_y} \leq 260$$

donde:

$E$  = módulo de Elasticidad transversal del acero (MPa)

$t_w$  = espesor del alma (cm)

9.- La esbeltez del alma (con rigidizadores transversales con  $(a/h) \leq 1,5$ ) será tal que:

$$\frac{h}{t_w} \leq 12\sqrt{E/F_y}$$

Se espera que estas recomendaciones puedan ser extendidas a miembros homogéneos de aceros con mayor tensión de fluencia. Sin embargo, la investigación realizada para estas recomendaciones se centró en aceros con  $F_y = 360 \text{ MPa}$ , porque el uso de aceros con mayores tensiones de fluencia no es común en la práctica actual.

Además, se espera que las recomendaciones puedan ser extendidas a miembros híbridos. La investigación para las recomendaciones de la Guía de Diseño N° 25 (AISC) fue enfocada en miembros homogéneos y la Especificación AISC(2010) no hace referencia a miembros híbridos. Amplias especificaciones para el Proyecto a flexión de miembros híbridos son proporcionadas en el AASHTO LRFD Bridge Design Specifications (AASHTO, 2004, 2007).

Además, se espera que las recomendaciones puedan ser aplicadas a miembros con almas con geometría con variación parabólica o con otras variaciones. Sin embargo, el cálculo de la resistencia para pandeo elástico de estos tipos de miembros está fuera del alcance de este documento. La aproximación general provista por este documento también se adapta a miembros con escalonamiento en la geometría de su sección trasversal en la zona de empalme o transiciones en las dimensiones de las placas de la sección transversal. Sin embargo, el foco principal de este documento es para miembros con variación lineal o prácticamente lineal de la altura del alma.

### 1.3.- BENEFICIOS DE LOS MIEMBROS CON ALMAS DE ALTURA VARIABLE

Los miembros con alma de altura variable han sido utilizados extensivamente en edificios y puentes por más de 50 años.

**Optimización del Proyecto:** Los miembros con alma de altura variable pueden ser fabricados para proporcionar máxima resistencia y rigidez con mínimo peso. Las alturas del alma se agrandan en zonas con importante esfuerzo de corte y mayor sollicitación por flexión. Zonas con menor requerimiento de momento y de corte pueden ser, respectivamente, de menor altura y con almas más delgadas, ahorrando significativas cantidades de material en comparación con los perfiles laminados.

**Flexibilidad de Fabricación:** Los talleres equipados para producir miembros con almas de altura variable pueden crear un amplio rango de miembros optimizados a partir de un stock mínimo de diferentes chapas y bobinas. Esto puede resultar en ahorro de tiempo y costos en comparación con la alternativa de ordenar o almacenar un abanico de perfiles laminados. En muchos casos, los ahorros en material pueden superar el costo de mano de obra e insumos utilizados en la fabricación de miembros con alma de altura variable.

#### 1.4.- FABRICACIÓN DE MIEMBROS CON ALMAS DE ALTURA VARIABLE

Los miembros de sección doble te con almas de altura variable son fabricados por la soldadura al alma de altura variable, de las placas de las alas exterior e interior. En la industria de la construcción metálica, esa soldadura es realizada generalmente por máquinas de soldado automático. Un proceso típico es el siguiente:

- 1.- Las alas y almas son cortadas del tamaño necesario desde chapas, bobinas o barras y son empalmadas para obtener la longitud requerida del miembro.
- 2.- Las alas y almas son punzonadas según lo requerido para sus uniones (agujeros de bulones para riostras, correas, cabios, etc).
- 3.- Las alas son soldadas al alma por puntos, con el alma en posición horizontal.
- 4.- Con el alma en posición horizontal, ambas alas son soldadas simultáneamente a las almas solamente desde la cara superior, usando un proceso automático a lo largo de la longitud del miembro de un extremo al otro. Como excepción puede ser necesaria la soldadura en ambas caras del alma en los extremos del miembro para pórticos rígidos intermedios y para pórticos rígidos especiales usados en estructuras sismo-resistentes.
- 5.- Si son necesarias placas extremas y rigidizadores, éstas son soldadas manualmente, para completar el miembro.

A pesar de que los espesores de las dos alas en cualquier sección transversal no necesariamente tienen que ser lo mismos, las restricciones de la mayoría de los equipamientos de soldadura automática requieren que las alas sean del mismo ancho a lo largo de la longitud total de un miembro. En consecuencia, los miembros con alma de altura variable usualmente tienen las alas exterior e interior del mismo ancho. Otros sistemas de soldadura permiten la soldadura automática de secciones transversales con diferente ancho de ala, pero ellos no son tan comunes. La fabricación de miembros con alas de ancho desigual es en consecuencia usualmente evitada. Miembros de sección doble Te con dimensiones de alas desiguales (espesor y/o ancho) son categorizados en el CIRSOC 301-2017 y en esta Recomendación como de simple simetría.

El equipamiento automático utilizado por los talleres de construcción metálica para unir el ala con el alma típicamente es capaz de soldar de un solo lado. Estas soldaduras de ala a alma deben poder transferir el flujo de corte local ( $VQ/I$ ) como también cualquier fuerza concentrada entre alas y alma.  $V$  es el esfuerzo de corte requerido,  $Q$  es el momento estático del área del ala respecto del eje neutro e  $I$  es el momento de inercia de la sección transversal completa. En la



mayoría de los casos, los requerimientos del flujo de corte calculado pueden ser fácilmente satisfechos con soldaduras de un solo lado. En casos especiales, como para aplicaciones sísmicas, y cuando sea necesario, se provee resistencia adicional para reforzar la soldadura automática con soldadura manual adicional en uno o ambos lados de la unión alma-ala.

Las soldaduras automáticas de un solo lado utilizadas en la fabricación de miembros de altura variable tienen una larga historia de desempeño satisfactorio. Soldaduras de ambos lados no son necesarias excepto si el flujo de corte requerido excede la resistencia de la soldadura de un solo lado. Investigaciones realizadas por Chen y otros. (2001) demuestran que soldaduras de un solo lado son aceptables para la transferencia de los flujos de corte.

#### **1.5.- NOTAS GENERALES SOBRE EL DOCUMENTO**

1.- Excepto cuando se especifica lo contrario, las referencias a una Sección o Capítulo son referencias a Secciones y Capítulos de esta Recomendación.

2.- Para conveniencia del usuario las referencias citadas en los Capítulos de esta Recomendación pueden ser encontradas en la Bibliografía incluida al final de la misma. Una Bibliografía mas amplia con extensas referencias a investigaciones y trabajos previos puede consultarse en el Capítulo 7 de la Steel Design Guide Nº 25, de la AISC. La misma está organizada cronológicamente de acuerdo con varias áreas temáticas.



## CAPÍTULO 2

### COMPORTAMIENTO Y MÉTODOS DE PROYECTO DE MIEMBROS CON ALMA DE ALTURA VARIABLE

El comportamiento de los miembros con alma de altura variable no es cualitativamente diferente al de los miembros prismáticos. Los miembros de altura variable están sometidos a los mismos Estados Límites que los miembros prismáticos, pero se requieren ajustes en el cálculo de las Resistencias de Diseño para algunos Estados Límites debido a la geometría continuamente variable.

Los Estados Límites de Resistencia que comprenden el comportamiento “local” de los miembros no difieren de los de los miembros prismáticos. Ellos incluyen los Estados Límite de:

- (1) Fluencia por Tracción
- (2) Fluencia por Compresión
- (3) Rotura por Tracción
- (4) Fluencia por Corte
- (5) Pandeo local
- (6) Pandeo por corte de paneles de alma no rigidizados

Las Resistencias de los miembros para estos Estados Límites pueden ser calculadas aplicando directamente las especificaciones del CIRSOC 301-2017 utilizando las propiedades de la sección transversal en el punto considerado del miembro.

El cálculo de las Resistencias relacionadas con el comportamiento global del miembro requiere ajustes a los procedimientos proporcionados en el CIRSOC 301-2017. Ello incluye los Estados Límites de:

- (1) Pandeo en el plano (pandeo flexional de la columna alrededor del eje fuerte)
- (2) Pandeo fuera del plano (pandeo flexional de la columna alrededor del eje débil, pandeo torsional o flexo-torsional, así como pandeo lateral-torsional de viga)
- (3) Resistencia bajo combinación de fuerza axial y flexión, donde el pandeo en el plano o fuera del plano es un Estado Límite que controla la falla
- (4) Resistencia al corte por pandeo o Resistencia al corte por acción del campo a tracción en paneles de alma rigidizados

Los cálculos de Resistencia en el CIRSOC 301-2017 para estos Estados Límites están basados en la hipótesis de que las propiedades de las secciones son constantes a lo largo de las longitudes no arriostradas del miembro. Cuando se proyectan miembros con alma de altura variable, es necesario realizar ajustes en los procedimientos, para tener en cuenta que las propiedades de las secciones son variables a lo largo de las longitudes no arriostradas del miembro. Estos ajustes están detallados en los Capítulos 4 y 5 de esta Recomendación.

#### 2.1.- INVESTIGACIÓN PREVIA

Las primeras investigaciones sobre la estabilidad de miembros con sección transversal variable pueden ser atribuidas al trabajo de Euler (Ostwald, 1910), quien derivó la ecuación diferencial de la deformada y analizó columnas de varias formas seccionales, incluyendo un cono truncado

o pirámide truncada. Lagrange (1770-1773) discutió la estabilidad de barras no prismáticas por una superficie de revolución de segundo grado. Timoshenko (1936) resumió varias soluciones analíticas y métodos de energía para el pandeo elástico de columnas no prismáticas, y citó trabajos anteriores relacionados, tales como los de Bairstow y Stedman (1914) y Dinnik (1914, 1916, 1929, 1932). También discutió un procedimiento llamado el método de aproximaciones sucesivas, el cual hace posible estimar la carga de pandeo con sus límites superior e inferior para cualquier variación de la geometría y/o carga axial a lo largo de la longitud del miembro. Timoshenko desarrolló una aplicación gráfica del método de aproximaciones sucesivas a una columna simplemente apoyada con una sección transversal escalonada sometida a una carga axial constante.

Bleich (1952) proporcionó soluciones analíticas para el pandeo elástico de columnas biarticuladas con una variación de altura lineal y parabólica entre sus cordones. Además, propuso una generalización del método de aproximaciones sucesivas en sus Secciones 27 y 28 (Bleich, 1952, p. 81-91), incluyendo una prueba de esta convergencia. Bleich también proveyó detalladas discusiones de procedimientos de soluciones numéricas utilizadas con el método de aproximaciones sucesivas para problemas de pandeo flexional de columnas y problemas de pandeo lateral-torsional de vigas de secciones abiertas con paredes delgadas. Estos desarrollos fueron basados en gran parte en las investigaciones de Newmark (1943) así como las de Salvadori (1951).

Timoshenko y Gere (1961) mantuvieron las soluciones presentadas en previos trabajos de Timoshenko (Timoshenko, 1936) y añadieron una solución numérica para la demostración original de columnas escalonadas con el método de aproximaciones sucesivas de Timoshenko (ver Timoshenko, 1936, p.116-125). Timoshenko y Gere atribuyeron a Newmark (1943), los detalles de implementaciones numéricas específicas que presentaron, y remitieron a Newmark para discusiones más extensas y aplicaciones adicionales. Discusiones más recientes del método de aproximaciones sucesivas son presentadas por Chen y Lui (1987) en su Sección 6.7, y por Bazant y Cedolin (1991) en su Sección 5.8. Timoshenko y Gere (1961) también analizaron el cálculo de resistencias inelásticas de barras con sección transversal variable usando curvas de columna basadas en el módulo tangente  $E_t$  en la sección transversal con la máxima tensión de compresión.

En 1966, el CRC y el WRC iniciaron el primer intento concertado de abordar en forma completa el comportamiento resistente de pórticos de construcciones metálicas, compuestos por miembros doble te de altura variable. Estudios experimentales previos realizados por Butler y Anderson (1963) y Butler (1966) abordaron el comportamiento de la estabilidad elástica de vigas doble te de dimensiones variables en alas y en almas, y ensayaron vigas-columnas en voladizo. Comenzando en 1966, investigadores de la Universidad Estatal de Nueva York en Búfalo trabajaron en numerosos aspectos del problema. Esta investigación concluye con el desarrollo de las especificaciones de la AISC (1978), así como una síntesis de estas especificaciones, más procedimientos y recomendaciones de diseño adicionales dadas por Lee y otros. (1981).

El primer conjunto de pruebas experimentales realizadas con el objetivo de entender el comportamiento inelástico de vigas-columnas de sección doble te con altura variable, fue dirigido bajo la guía técnica del comité de tareas de la CRC-WRC, y fue documentado por Prawel y otros. (1974). Estas pruebas y otros estudios analíticos proporcionaron los fundamentos para un abordaje global de diseño resumido por Lee y otros (1972). Estos avances apuntaron a miembros con altura de alma linealmente variable. Una característica

clave en el procedimiento de cálculo resultante para el diseño, era el uso de factores de modificación de la longitud del miembro. Los factores de modificación transforman el miembro de altura linealmente variable en un miembro prismático equivalente con una sección transversal igual a la de su extremo de menor altura. La longitud modificada para el miembro prismático equivalente fue seleccionada de tal forma que este miembro hipotético pandee elásticamente con la misma carga que el miembro de altura linealmente variable. Los factores de modificación de la longitud fueron desarrollados ajustando las curvas representativas de los resultados de ensayos realizados en miembros con cinco secciones transversales diferentes. Para el pandeo flexional en el plano bajo fuerza axial constante, el factor de modificación fue designado con el símbolo  $g$ . Para el pandeo lateral-torsional fuera del plano (LTB) bajo tensión de compresión en las alas aproximadamente constante, se desarrollaron dos factores de modificación que equiparan las idealizaciones utilizadas para el desarrollo de dos ecuaciones utilizadas en la Especificación AISC. Un factor de modificación  $h_s$  basado solamente en la consideración de la rigidez torsional de Saint Venant y un factor de modificación  $h_w$  basado solamente en la consideración de la rigidez al alabeo.

La longitud de columna equivalente,  $gL$  solo se aplica el pandeo flexional en el plano de columnas con extremos articulados. De esta manera, un segundo factor de modificación fue aplicado a esta longitud para tener en cuenta la restricción rotacional en los extremos de la columna provista por miembros adyacentes. Para elaborar nomogramas para los factores de longitud correspondientes  $k_g$  se utilizaron modelos ideales de pórticos rectangulares similares a aquellos empleados para el desarrollo de los nomogramas de la AISC. Se consideraron los casos de nomogramas para pórticos rectangulares a nudos desplazables y a nudos indesplazables. La longitud total de la columna prismática equivalente fue en consecuencia tomada como el producto de  $g$  y  $k_g$  por la longitud real del miembro de altura variable  $L$ , resultando así igual a  $k_g gL$ . De hecho, el parámetro  $g$  está incluido en los nomogramas elaborados para la determinación de  $k_g$  pero aquí son mostrados separadamente los dos factores para enfatizar los conceptos.

Una vez determinada la Longitud de la columna prismática equivalente  $k_g gL$ , las ecuaciones de la especificación AISC fueron utilizadas para determinar las Resistencias de Diseño elásticas e inelásticas de las columnas. Es importante notar que todos los pasos anteriores fueron simplemente un medio para estimar la máxima tensión axial a lo largo de la columna al iniciarse el pandeo elástico. Después de esto y a partir de la tensión de pandeo elástico se pasó a la tensión de diseño elástica o inelástica. En este último paso se utilizó la misma teoría usada para determinar la Resistencia de Diseño al pandeo de miembros prismáticos.

Los cálculos anteriores solo abarcan la resistencia al pandeo flexional en el plano de columnas de miembros de sección doble  $T_e$  con almas de altura linealmente variable. La resistencia de pandeo flexional fuera del plano fue abordada de la misma forma que para miembros prismáticos, porque el momento de inercia respecto del eje débil  $I_y$  es prácticamente constante a lo largo de la longitud para miembros con alas rectangulares.

La determinación de la resistencia a LTB resulta de la combinación de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las dos contribuciones elásticas a LTB (una correspondiente a la resistencia torsional de St. Venant y una correspondiente a la resistencia torsional al alabeo) para proporcionar una estimación de la resistencia a LTB elástica total teórica bajo condiciones de flexión uniforme y de apoyos articulados. Esta tensión fue entonces multiplicada por un parámetro adicional, denominado  $B$  en AISC (1978), que incrementó la resistencia al pandeo elástico calculada proveyendo una aproximación de la restricción extrema a flexión resultante

de los segmentos no arriostrados adyacentes y/o a los efectos de la variación de tensión a lo largo del miembro de altura variable. Las ecuaciones de parámetro **B** fueron desarrolladas por Lee y otros (1972), Morrell y Lee (1974), y Lee y Morrell (1975). La resistencia elástica básica modificada por **B** fue tomada como la máxima resistencia flexional estimada al iniciarse el LTB elástico del miembro de altura variable. Así como para la determinación de la resistencia de columna, esta resistencia elástica fue utilizada en el procedimiento de la AISC para miembros prismáticos para obtener la resistencia a LTB (LRFD).

Lee y otros (1972) recomendaron ecuaciones de interacción para la verificación de miembros de altura linealmente variable de sección doble te sometidos a fuerza axial y flexión combinadas, equivalentes a las ecuaciones de interacción de resistencia de vigas y columnas para miembros prismáticos de sección doble te. El único cambio en las ecuaciones de interacción implementado en la AISC (1978) fue una simplificación en el parámetro  $C_m$ , al cual se hace referencia para miembros de altura variable como  $C'_m$  en las especificaciones AISC citadas. Lee y otros (1972) desarrollaron una ecuación para  $C'_m$  relativamente general para aproximar la amplificación elástica de segundo orden de la máxima tensión de flexión alrededor del eje fuerte en miembros de altura linealmente variable, para los niveles de carga correspondientes a la condición nominal de inicio de la fluencia. La ecuación general toma en cuenta la influencia de la variación lineal de altura en el alma y la de una variación lineal de momento flector entre los extremos del miembro. Las ecuaciones para  $C'_m$  de la AISC (1978) son idénticas a la ecuación general para  $C_m$  pero corresponden a casos específicos de flexión con simple curvatura con igual tensión máxima por flexión en ambos extremos del miembro y de flexión con simple curvatura con momento (o tensión por flexión) nula en el extremo más pequeño del miembro.

Los procedimientos previos fueron los fundamentos principales para las especificaciones de proyecto de la AISC del Apéndice D de la ASD Specification for Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings (AISC, 1978); del Apéndice F, Sección F4 del Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings (AISC, 1986); del Apéndice F, Sección F7 de la Specification for Structural Steel Buildings – Allowable Stress and Plastic Design (AISD, 1989), y del **Apéndice F, Sección A-F.3** del Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings (AISC, 1993, 1999), **esta última adoptada por el Reglamento CIRSOC 301-2005.**

Estas aproximaciones no consideran los Estados Límites de pandeo torsional ni pandeo flexo-torsional en columnas y vigas-columnas de altura variable. El Estado Límite de pandeo flexo-torsional puede ser particularmente importante para miembros de altura variable con áreas de alas desiguales. Lee y Hsu (1981) abordaron este requerimiento de proyecto presentando una ecuación de interacción de resistencia de viga-columna alternativa que estimó la resistencia de pandeo flexo-torsional de miembros de altura variable sometidos a combinación de flexión y compresión axial, y nomogramas que proveen un coeficiente requerido en la ecuación alternativa de interacción de resistencias de viga-columna. Estos nomogramas fueron incluidos en Lee y otros (1981) pero no fueron adoptados por ninguna de las especificaciones AISC.

Además, estas aproximaciones no abordaron el problema de la estabilidad en el plano de miembros de sección doble Te formados por dos o más segmentos de altura linealmente variable. Estos tipos de miembros son comúnmente utilizados para vigas o correas de techo en pórticos de acero. Lee y otros (1979) desarrollaron otro extenso conjunto de nomogramas de diseño que permiten el cálculo de (1) la longitud equivalente de columnas prismáticas biarticuladas para secciones de doble simetría en miembros de altura doblemente variable y de

sección doble Te (análogos a la longitud  $gL$ ), y (2) la longitud efectiva equivalente de columna prismática que considere la influencia de las restricciones a flexión en los extremos para esos miembros (análogos a la longitud  $k_g gL$ ). La determinación del segundo de estos coeficientes fue basado nuevamente en modelos idealizados de pórticos rectangulares similares a aquellos asociados con los nomogramas de la AISC para miembros prismáticos. Los autores proporcionaron nomogramas y procedimientos para el cálculo de la rigidez a flexión equivalente provista por miembros de altura variable adyacentes, nuevamente utilizando el concepto de la longitud equivalente de un miembro prismático alternativo con sección transversal igual a la más pequeña a lo largo del miembro de altura variable. Estos nomogramas fueron incluidos en Lee y otros (1981) pero nunca fueron formalmente adoptados dentro de ninguna de las especificaciones de la AISC.

Las especificaciones contenidas en las Especificaciones AISC desde la AISC (1978) hasta la AISC (1999) se limitaron solo a considerar miembros de sección doble Te con alas de igual tamaño y almas de altura linealmente variable. Esto, combinado con la poca popularidad de los nomogramas de proyecto presentados sin las correspondientes ecuaciones para calcular los parámetros necesarios, llevó al uso limitado de esas especificaciones. En cambio, los constructores de edificios metálicos han buscado desarrollar sus propias herramientas de proyecto basadas en las ecuaciones de las AISC para miembros prismáticos, las que utilizaron para el proyecto de una amplia variedad de geometrías no prismáticas encontradas en la práctica. Dichas herramientas se basaron frecuentemente en investigaciones propias que justificaban sus criterios de proyecto. Como resultado, el Comité de Especificaciones de la AISC decidió eliminar la consideración explícita de miembros no prismáticos de sección doble Te de la Especificación AISC, para posteriormente desarrollar guías específicas y actualizadas para estos tipos de miembros. Se supuso que los desarrollos posteriores podrían obtener un significativo provecho de los vastos avances que habían sido implementados para el proyecto por consideraciones de estabilidad y resistencia de miembros y pórticos desde el trabajo elemental llevado a cabo por Lee y otros (1981).

A partir de la culminación del trabajo de Lee y otros (1981), otros numerosos estudios han sido llevados a cabo con el propósito de investigar el comportamiento de miembros no prismáticos de sección doble Te y pórticos compuestos de esos tipos de miembros. Salter y otros (1980), Shiomi (1983), y Shiomi y Kurata (1984) informaron acerca de pruebas experimentales adicionales de vigas-columnas aisladas doblemente simétricas con almas de altura linealmente variable. Sin embargo, estas pruebas se enfocaron únicamente en miembros con almas y alas compactas.

Los miembros de altura variable producidos en la práctica por la industria de EEUU tienen a menudo almas y alas no compactas o esbeltas. Forest y Murray (1982) con el auspicio de Star Building Systems, ensayaron ocho pórticos a dos aguas de grandes luces con dimensiones representativas de los proyectados por la industria de EEUU. Ellos realizaron en primer lugar un asesoramiento previo para determinar las reglas de diseño utilizadas por Star Building Systems, como así también consideraron los procedimientos recomendados por Lee y otros (1981). Forest y Murray concluyeron: "Ningún conjunto consistente de reglas de proyecto predijo adecuadamente las resistencias de los pórticos para todas las combinaciones de carga". Sin embargo, las reglas de proyecto utilizadas por Star Building Systems fueron consideradas como seguras.

Jenner y otros (1985a, 1985b) analizaron cuatro pórticos de un vano. Estas pruebas demostraron la importancia de que el panel nodal tenga un espesor suficiente para mantener la

rigidez del ángulo entre viga y columna del pórtico. Davis (1996) hizo comparaciones del proyecto resultante con las especificaciones de la AISC (1993) (LRFD) y los resultados de ensayos de pórticos a dos aguas de un solo vano a escala real, llevados a cabo en Virginia Tech. El pandeo local de las alas de las vigas fue determinante de las Resistencias de Diseño así como en los modos de falla experimentales. Los resultados de las resistencias experimentales fueron consistentemente conservadores por un pequeño margen.

Watwood (1985) trató el cálculo de la longitud efectiva apropiada de las vigas de un pórtico a dos aguas típico, para ser tomada en cuenta para la compresión axil de las vigas y su efecto en la estabilidad lateral global de la estructura. Watwood también investigó en un pórtico típico la sensibilidad sobre el proyecto, de las condiciones de vínculo de las fundaciones y de la asimetría de las cargas gravitatorias. Él sugirió un criterio para el proyecto de las vigas que en esencia iguala la carga de pandeo de esos miembros a la fuerza axil que inicia el pandeo lateral de la estructura total. Esto típicamente da como resultado un factor de longitud efectiva para las vigas significativamente mayor a uno. Muchos otros investigadores han considerado la influencia de la compresión axil en las vigas de pórticos a dos aguas de un vano en el cálculo de la carga de pandeo lateral global y en el dimensionamiento de las columnas de pórticos a dos aguas, [por ej. Lu (1965), Davies (1990), Silvestre y Camotim (2002), y White y Kim (2006)].

Estos resultados muestran una anomalía en el Método de la Longitud Efectiva (**MLE**) para el proyecto de la estructura por condiciones de estabilidad y resistencia. Miembros que tienen una tensión axil pequeña al inicio del pandeo del pórtico, generalmente tienen un gran Factor de Longitud Efectiva **k**. En algunos casos, estos factores **k** están justificados, mientras que en otros casos no lo están. Si el miembro realmente participa en el modo de pandeo predominante, un valor grande para **k** se justifica. Si el miembro no tiene influencia en el modo de pandeo predominante o si su carga axil es relativamente pequeña y si funciona predominantemente como restricción al pandeo de otros miembros, un valor grande de **k** algunas veces no se justifica. La distinción entre estas dos situaciones requiere un juicio de ingeniería (White y Kim, 2006). En cualquier caso, los procedimientos del **MLE** recomendados por Lee y otros (1981) se basan en la rigidez elástica de primer orden de los miembros adyacentes para determinar los valores de  $k_g$ . Desafortunadamente, si el miembro adyacente también está sometido a una compresión axil significativa, su rigidez efectiva se puede reducir considerablemente. En estos casos, los procedimientos de Lee y otros (1981) para determinar  $k_g$  en esencia se basan en un miembro para restringir el pandeo de su vecino, luego se invierte el procedimiento y se basa en el vecino para restringir el pandeo del primer miembro. Watwood (1985) muestra un claro ejemplo de la falacia en este procedimiento.

Cary y Murray (1997) desarrollaron una mejora significativa en el cálculo tradicional de los Factores de Longitud Efectiva con los nomogramas para pórticos a nudos desplazables. Su planteo se basa en el desarrollo de Lui (1992) de un método basado en la rigidez de piso para pórticos de miembros prismáticos. Un atributo común de los métodos basados en la rigidez de piso es que utilizan los resultados de un análisis elástico de primer orden del empuje lateral (generalmente utilizando las cargas laterales de servicio) para cuantificar la resistencia a pandeo global del piso. Además, uno de los atributos más significativos de estos métodos es el hecho de que toman en cuenta la influencia de las columnas sin rigidez lateral (solo toman cargas gravitatorias) en la resistencia al pandeo lateral del pórtico. A la inversa, los nomogramas tradicionales de la AISC y los métodos de Factores de Longitud Efectiva de Lee y otros (1981) no consideran esa influencia. Este hecho puede ser un factor muy importante en el proyecto por condiciones de estabilidad y resistencia de pórticos modulares con múltiples vanos y numerosas columnas sin rigidez lateral. Cary y Murray (1997) no abordaron la posible



degradación significativa de la resistencia al pandeo de piso debida a la compresión axil de las vigas de pórticos metálicos. Esta compresión axil es a menudo despreciable en pórticos modulares de edificios, pero puede ser bastante significativa en algunos pórticos a dos aguas de un vano, como es el caso del pórtico considerado por Watwood (1985). Además, estos investigadores no consideraron la influencia de las columnas con diferente altura. Esta característica generalmente debe ser considerada en pórticos modulares de edificios así como en pórticos de una planta con techos a una sola agua. White y Kim (2006) analizan cómo las ecuaciones de rigidez de piso del Comentario de la Especificación AISC (AISC, 2010) (también adoptado por el CIRSOC 301-2017) pueden ser extendidas para tomar en cuenta la influencia de la compresión axil en las vigas del techo así como de las columnas de altura variable. El EuroCode3 (CEN, 2005) presenta recomendaciones sobre cuándo estas aproximaciones son apropiadas para ser aplicadas a pórticos a dos aguas, aunque los orígenes y fundamentos para las recomendaciones del EuroCode3 son desconocidas.

White y Kim (2006) consideran que todos los precedentes desarrollos de análisis de pandeo lateral se enfocan en partes erróneas del problema de diseño por condiciones de estabilidad, porque el comportamiento de los pórticos en estructuras metálicas es casi siempre un problema de amplificación de momentos (por desplazamiento de carga) más que un problema de pandeo lateral (de bifurcación). El comportamiento de los pórticos en estructuras metálicas es típicamente dominado por los términos del momento flector. En consecuencia, el cálculo apropiado del momento amplificado desde un análisis del desplazamiento de la carga es el factor clave, y no la determinación de una carga de pandeo que es típicamente muchas veces más grande que la resistencia última de la estructura. El Método de Análisis Directo (**MAD**) de la Especificación AISC-2010, adoptado por el CIRSOC 301-2017, permite al Proyectista enfocarse más apropiadamente en la parte más importante del problema de proyecto de estructuras metálicas, o sea el cálculo de los momentos internos amplificados (o resistencia requeridas a flexión) bajo cargas axiles (o resistencias requeridas axiles) relativamente bajas, y el correspondiente dimensionamiento del sistema estructural para resistir esas solicitaciones.

Los miembros de pórticos metálicos de edificios son generalmente dimensionados de tal forma que se produzca alguna fluencia antes de alcanzar la máxima resistencia. Otros estudios de investigación posteriores a los de Lee y otros (1981), se han enfocado en la evaluación de las resistencias inelásticas de vigas y de vigas-columnas y en el proyecto de pórticos. Jimenez (1998, 2005, 2006) y Jimenez y Galambos (2001) llevaron a cabo numerosos estudios de estabilidad inelástica de miembros de altura linealmente variable de sección doble Te, considerando una deformación inicial nominal (falta de rectitud), el modelo de tensiones residuales de Lehigh (Galambos y Ketter, 1959) comúnmente usado en la literatura para miembros laminados de alas anchas, y asumiendo el comportamiento de secciones transversales como compactas (es decir, sin considerar los efectos de la esbeltez de las placas de alas y almas). Jimenez demostró que las especificaciones de la AISC (1999) predijeron la resistencia a pandeo inelástico de la columna con una leve tendencia no conservadora para estos tipos de miembros. Además, observó que la curva inelástica de **LTB** para estos tipos de miembros, predicha por análisis del pandeo inelástico, exhibió una forma con concavidad hacia arriba en vez de una variación lineal como la curva de transición supuesta por la AISC (1999) para el rango inelástico del **LTB**. Además, observó que se necesitaban longitudes no arriostradas muy cortas para que los miembros compactos de sección doble Te considerados en este estudio alcanzaran su capacidad de momento plástico. Sin embargo, es importante notar que este tipo de comportamiento ha sido observado también en algunos estudios inelásticos de miembros prismáticos de sección doble Te. White y Jung (2008) y White y Kim (2008) muestran que la curva de transición lineal para el rango inelástico **LTB** de la AISC (2010) (asumida por el

CIRSOC 301-2017) se corresponde razonablemente con las resistencias medias de la información experimental para todos los tipos de miembros prismáticos de sección doble Te y justifican el factor de resistencia adoptado por las especificaciones citadas [AISC (2010) y CIRSOC 301-2017]  $\phi = 0.90$ .

Otros investigadores han sugerido formas más simples e intuitivas de determinar la resistencia a pandeo elástico de miembros de sección doble Te que el concepto de miembro prismático equivalente (con una longitud modificada). Polyzois y Raftoyannis (1998) reexaminaron las ecuaciones de factor **B** de las AISC (1978, 1986, 1989, 1993 y 1999) y sugirieron cambios que cubrieran un rango más amplio de casos de geometría y de carga. Cuestionaron el uso del Factor de Modificación único **B**, para tomar en cuenta tanto los efectos de la variación de tensiones como la influencia de las restricciones a pandeo lateral en los extremos producidas por los segmentos adyacentes. Además desarrollaron factores de modificación separados para cada una de estas contribuciones a la resistencia elástica a **LTB**. En otros estudios, Yura y Helwig (1996) sugirieron un método de determinación de la resistencia elástica a **LTB** de miembros de altura linealmente variable y sección doble Te basado en (1) el uso de las ecuaciones para **C<sub>b</sub>** contenidas en la AISC (2010) (y en el CIRSOC 301-2017) pero escritas en términos de tensiones de compresión de las alas en lugar de los momentos de los miembros, y (2) el uso de secciones transversales de miembros de altura variable ubicadas a la mitad de la longitud del segmento lateralmente no arriostrado. Kim y White (2007a) han validado los análisis de Yura y Helwig (1996) y han generalizado este esquema de análisis a otros cálculos de pandeo elástico de miembros metálicos.

En los últimos años numerosos investigadores han trabajado en cálculos refinados de resistencias elásticas a **LTB** para miembros de sección doble Te de altura variable. Andrade y otros (2005) y Boissonnade y Maquoi (2005) muestran que el uso de elementos prismáticos de vigas para el análisis de vigas de altura variable (o sea, la subdivisión del miembro en un número de elementos prismáticos de pequeñas longitudes) puede llevar a errores significativos cuando el comportamiento tiene que ver con efectos de torsión. Kim y White (2007a) usan una formulación de elementos finitos de viga tridimensionales similar a las formulaciones propuestas por Andrade y otros (2005) y Boissonnade y Maquoi (2005) para sus estudios de pandeo elástico. Más recientemente, Andrade y otros (2007) presentan más comprobaciones de su modelo de viga unidimensional para determinar el **LTB** elástico de vigas de almas de altura variable en voladizo y en vigas simplemente apoyadas.

Kim (2010) demuestra que los procedimientos presentados en esta Recomendación para calcular las resistencias a **LTB** pueden ser aplicados equivalentemente tanto a miembros de altura variable como a miembros prismáticos de sección doble Te. Esto significa que dado el cálculo de la resistencia a pandeo elástico y el parámetro de variación de momento, **C<sub>b</sub>**, la resistencia flexional física es efectivamente la misma en la sección de mayor resistencia independientemente de si el miembro es de altura variable o prismático. Kim (2010) también explica el hecho de que estudios de simulación virtual de ensayos por refinados análisis de elementos finitos no lineales, típicamente llevan a estimaciones de resistencias nominales menores que las obtenidas por análisis de datos experimentales de ensayos. Estas diferencias parecen estar altamente relacionadas con las imperfecciones geométricas y las tensiones residuales internas, menores en promedio en las pruebas físicas, en comparación con los valores estadísticos supuestos en los estudios de simulación virtuales. Las resistencias nominales flexionales calculadas utilizando las especificaciones de la AISC 2010, del CIRSOC 301-2017 y de esta Recomendación dan esencialmente el promedio de las resistencias obtenidas en ensayos experimentales (White y Jung, 2008; White y Kim, 2008; Kim, 2010).

Davies y Brown (1996), King (2001a, 2001b), y Silvestre y Camotim (2002) han presentado información sustancial acerca del diseño global de sistemas de pórticos a dos aguas, incluyendo pórticos de un vano y pórticos a dos aguas de múltiples vanos con la continuidad del momento a lo largo y columnas interiores con muy poca carga. Muchos de sus tratados están orientados hacia prácticas y patrones de diseño europeos, incluyendo análisis plástico y diseño de pórticos a dos aguas de una sola planta utilizando miembros laminados compactos de sección doble Te y con cartela en las esquinas del pórtico. Sin embargo, estos estudios también proveen análisis muy útiles para las prácticas de EEUU, que comprenden típicamente secciones doble Te soldadas con chapas de almas y alas más delgadas.

Hay otros numerosos estudios previos que merecen mención, pero debido a la brevedad de esta sección, no están mencionados aquí. Ver en el Capítulo 7 una extensa bibliografía sobre el proyecto por condiciones de estabilidad de pórticos formados por miembros de sección doble te de altura linealmente variable y no prismáticos en general.

## **2.2.- RELACIÓN CON ESPECIFICACIONES PARA MIEMBROS CON ALMAS DE ALTURA VARIABLE CONTENIDAS EN VERSIONES DE LA AISC PREVIAS A LA AISC-2010 Y EN EL CIRSOC 301-2005**

Las recomendaciones para el proyecto por resistencia de los miembros especificadas en esta Recomendación difieren bastante de las contenidas en la Sección A-F.3 del Apéndice F de la AISC (1999) y del CIRSOC 301-2005. Sin embargo, los conceptos fundamentales son básicamente los mismos. Las diferencias principales son las siguientes:

**(1)** En el CIRSOC 301-2005 se especificaba que " las alas deberán ser de igual área y tener el área constante en toda la longitud del miembro". Las presentes recomendaciones son más amplias y pueden aplicarse a miembros con secciones de simple simetría y a segmentos no arriostrados que presentan transiciones de su sección transversal.

**(2)** El CIRSOC 301-2005 planteaba que "la altura de la sección deberá variar linealmente" entre los extremos de las longitudes no arriostradas. Las presentes recomendaciones se aplican a todos los casos comprendidos en sus alcances, incluyendo longitudes no arriostradas con transiciones de la sección transversal y/o segmentos de múltiple variación en altura.

**(3)** Estas recomendaciones definen un conjunto de resistencias de vigas y columnas que va desde un valor teórico de pandeo elástico hasta una resistencia elástica o inelástica utilizando como base las ecuaciones de resistencia de vigas y columnas del CIRSOC 301-2005 (y AISC-2010). Las especificaciones del Apéndice F del CIRSOC 301-2005 también definen las resistencias a compresión y tracción axial utilizando como base las ecuaciones del CIRSOC 301-2005. La resistencia a pandeo lateral-torsional se define con expresiones particulares distintas de las generales para miembros prismáticos.

**(4)** Las ecuaciones de resistencia de columnas del CIRSOC 301-2005 (y de la AISC-1999) para miembros de altura variable se basan en el cálculo de un Factor de Longitud Efectiva elástico  $k_g g$  (designado en el CIRSOC 301-2005 por  $k_g$ ). La longitud efectiva  $k_g g L$  es la longitud a la cual un miembro prismático equivalente, con sección transversal igual a la más pequeña del miembro de altura variable, pandearía elásticamente con la misma carga axial constante que la columna de altura variable de longitud  $L$ . Tal como se indicó en la sección 2.1, el parámetro  $g$ , que por separado da la longitud equivalente para extremos articulados, fue absorbido en los

nomogramas que consideran además los efectos de las restricciones rotacionales de los extremos del miembro. Por ello el CIRSOC 301-2005 indica un solo factor, denominado  $k_g$  que es el mismo designado por  $k_g g$  en la discusión de la Sección 2.1. El CIRSOC 301-2005 (y la AISC-1999) especifican que  $k_g$  será determinado por análisis racional. Para ello se podían utilizar los nomogramas indicados en la Sección 2.1 u otro procedimiento racional. Ello resulta en un proceso muchas veces lento y propenso a presentar errores lo que dificultaba la aplicación práctica de las especificaciones del Apéndice F para determinar la resistencia axial de columnas. Determinado  $k_g$  se puede calcular una esbeltez efectiva  $l_{eff}$ , para utilizar en las ecuaciones de resistencia de columnas.

Las especificaciones de esta Recomendación se enfocan directamente en el cálculo de la relación de resistencia (o tensión) de pandeo elástico  $g_e$ :

$$g_e = \frac{P_e}{P_u} = \frac{F_e}{f_u} \quad (2.2-1)$$

donde

$F_e$  = tensión axial **elástica máxima posible** correspondiente a la sección transversal mas solicitada (la sección transversal más pequeña si la fuerza axial es constante a lo largo del miembro) (MPa)

$P_e$  = menor resistencia elástica a carga axial del miembro para pandeo flexional alrededor del eje fuerte (o débil, para pandeo torsional, o para pandeo flexo-torsional) (kN)

$P_u$  = Resistencia Requerida a carga axial del miembro (kN)

$f_u$  =  $10 P_u/A_g$  en la sección transversal mayormente tensionada (MPa)

$A_g$  = área bruta de miembro en la sección mayormente tensionada (cm<sup>2</sup>)

El cálculo de  $g_e$ , que es el mismo para todas las secciones transversales a lo largo del miembro (porque es una relación de carga de pandeo global del miembro), es generalmente más fácil de realizar, para todos los potenciales Estados Límites de pandeo de la columna y para todos los tipos de geometrías de miembros, que el procedimiento de longitud equivalente del CIRSOC 301-2005 (y de la AISC-1999). Además, se adapta para ser usado en los tres métodos globales de análisis y proyecto por condiciones de estabilidad y resistencia del CIRSOC 301-2017 (y de la AISC-2010), o sea, el Método de Análisis Directo (**MAD**), el Método de la Longitud Efectiva (**MLE**) y el Método de Análisis de Primer Orden (**MAPO**). En esta Recomendación se dan procesos simplificados para el cálculo de  $g_e$ . Además, la relación  $g_e = P_e/P_u = F_e/f_u$  puede ser obtenida directamente por métodos generales de análisis de pandeo. Sin embargo, tanto el cálculo previo de  $k_g g L$  como el actual cálculo de  $g_e$ , se enfocan en la respuesta a la misma pregunta fundamental: ¿cuál es la fuerza (o tensión) elástica de pandeo para la longitud no arriostrada en consideración?

(5) Las ecuaciones para determinar la resistencia flexional del CIRSOC 301-2005 (y de la AISC-1999) también se enfocaron en una modificación de la longitud del miembro de altura variable  $L$ . El concepto básico era reemplazar la viga de altura variable por una viga “equivalente” prismática con una longitud diferente, y con una sección transversal idéntica a la ubicada en el extremo del miembro de menor altura. La condición de equivalencia era que tanto el miembro de altura variable real como el miembro prismático equivalente pandearan elásticamente a la misma tensión normal si el ala comprimida está sometida a compresión por flexión uniforme. Esto dio lugar a dos factores modificadores de la longitud diferentes, denominados  $h_s$  y  $h_w$ , que son utilizados con las ecuaciones de resistencia a pandeo lateral-torsional (**LTB**) dependiendo

de si la resistencia **LTB** es dominada por la rigidez de torsión de St. Venant o por la rigidez de torsión al alabeo. En lugar de tomar la tensión elástica de pandeo como la mayor de estas estimaciones  $F_{sg}$  y  $F_{wg}$ , se utilizó una estimación más aproximada de  $(F_{sg}^2 + F_{wg}^2)^{0.5}$  para determinar la tensión **LTB** elástica base. Un factor de modificación diferente, denominado **B**, fue aplicado a esta estimación de pandeo elástico para tomar en cuenta los efectos de la variación de momento flector y la restricción lateral provista por los segmentos no arriostrados adyacentes. Finalmente, para  $B(F_{sg}^2 + F_{wg}^2)^{0.5} > F_y/3$ , las ecuaciones de resistencia flexional inelástica **LTB** incluyen la mayor estimación de tensión elástica de pandeo,  $B(F_{sy}^2 + F_{wy}^2)^{0.5}$ , en las ecuaciones de miembros prismáticos [para  $F_{bg} \leq F_y/3$ , la resistencia **LTB** nominal en términos de tensión, fue considerada igual a la resistencia **LTB** elástica teórica]. Con la tensión nominal **LTB** determinada se calcula la Resistencia de Diseño a pandeo lateral-torsional.

En contraste con el enfoque utilizado en el CIRSOC 301-2005, en esta Recomendación la determinación de la resistencia a **LTB** se enfocan en el cálculo de:

(1) la relación de momentos  $(g_{e.LTB})_{Cb=1} = (M_{e.LTB})_{Cb=1}/M_u$  y el factor modificador por diagrama de momento  $C_b$ , o más generalmente, la relación de momentos de pandeo,  $(g_{e.LTB}) = (M_{e.LTB})/M_u$ , incluyendo los efectos de la variación del diagrama de momento en la longitud no arriostrada en consideración.  $M_{e.LTB}$  es la resistencia elástica a pandeo lateral-torsional y  $M_u$  es la Resistencia Requerida a flexión), y

(2) la relación de tensiones calculada,  $f_u/F_y$ , en ubicaciones clave a lo largo de la longitud no arriostrada. Se presentan procedimientos simplificados para el cálculo de  $C_b$  y de  $(g_{e.LTB})_{Cb=1}$  para miembros de altura linealmente variable. Los parámetros  $C_b, (g_{e.LTB})_{Cb=1}$  y  $f_u/F_y$  se utilizan en las ecuaciones que determinan la Resistencia Nominal a flexión del CIRSOC 301-2017 para el rango inelástico y elástico.

(6) El pandeo local de las alas comprimidas es tratado en esta Recomendación de la misma forma que en el CIRSOC 301-2005 y en el CIRSOC 301-2017 para miembros prismáticos.

(7) En esta Recomendación se presenta un procedimiento mas racional para la verificación de la fluencia del ala traccionada en miembros doble te de simple simetría con un ala traccionada mas pequeña y una mayor altura de alma traccionada.

(8) El CIRSOC 301-2005 en la Sección A-F.3.6 utiliza las ecuaciones de interacción generales para combinación de fuerza axil y flexión para miembros prismáticos pero con algunas modificaciones. Se define un factor modificador por variación del diagrama de momentos  $C'_m$  en reemplazo de  $C_m$  definido para dos casos específicos: (1) flexión de simple curvatura y momentos extremos aproximadamente iguales y (2) momento flector igual a cero en el extremo del miembro de menor altura. En esta Recomendación se utilizan las ecuaciones de interacción de resistencia de columnas y vigas prismáticas del CIRSOC 301-2017. Estas ecuaciones son usadas para definir la interacción de resistencia para todos los tipos de geometrías de columnas y vigas y para todas las combinaciones de Estados Limites Últimos de columnas y vigas.

(9) Las especificaciones del CIRSOC 301-2005 requerían un uso intensivo de nomogramas para determinar la Resistencia a compresión axil para pandeo en el plano (es decir, para la determinación de  $k_g$ ). Las recomendaciones aquí incorporadas no requieren la utilización de ningún nomograma.

Las especificaciones de esta Recomendación en relación a las contenidas en el CIRSOC 301-2005 (y en la AISC-1999) representan un progreso natural en términos de simplificación, de mejoras en la precisión, así como en amplitud de aplicabilidad de las especificaciones.

# CAPÍTULO 3

## BASES DEL PROYECTO

La base principal para esta Recomendación es el CIRSOC 301-2017. En casos en los cuales se plantean recomendaciones suplementarias para tener en cuenta la naturaleza particular de los miembros con alma de altura variable, estos procedimientos son compatibles con las bases y fundamentos del CIRSOC 301-2017.

Las estructuras deben ser proyectadas utilizando las especificaciones del CIRSOC 301-2017 por el Método de Proyecto por Estados Límites (o Método de Proyecto por Factores de Carga y Resistencia).

El Método de Proyecto por Estados Límites tiene por objetivo proveer un nivel de confianza matemáticamente predecible, es decir, una probabilidad conocida de que la resistencia de la estructura va a exceder las demandas impuestas sobre ella, a lo largo del tiempo.

### 3.1.- GLOSARIO Y SIMBOLOGÍA BÁSICA

Los siguientes cinco términos son utilizados a lo largo del CIRSOC 301-2017 y de esta Recomendación:

**(1) Resistencia Requerida:** efectos de las acciones (fuerza axial, fuerza de corte, momento flector, momento torsor, tensiones, etc.) en los miembros o uniones determinadas por Análisis Estructural cuando en la estructura actúan las acciones mayoradas. Se deberá usar la Combinación de Acciones crítica. La Resistencia Requerida se representa por los siguientes símbolos:

$R_u$  = Resistencia Requerida generalizada que puede referirse a fuerzas o a momentos. Las fuerzas y los momentos específicos requeridos y las unidades utilizadas para cada uno son designados por:

$P_u$  = resistencia axial requerida (kN)  
 $V_u$  = resistencia a corte requerida (kN)  
 $M_u$  = resistencia a flexión requerida (kNm)

**(2) Resistencia Nominal:** capacidad de la estructura, elemento estructural o miembro para resistir los efectos de las acciones. Se determina mediante un proceso de cálculo usando resistencias especificadas del material, dimensiones de los miembros y fórmulas derivadas de principios aceptados de mecánica estructural, o por ensayos de campo o laboratorio normalizados. La Resistencia Nominal se representa por los siguientes símbolos:

$R_n$  = resistencia nominal generalizada. Las fuerzas y los momentos específicos nominales y las unidades utilizadas para cada uno son designados por:

$P_n$  = resistencia nominal a fuerza axial (kN)  
 $V_n$  = resistencia nominal a corte (kN)  
 $M_n$  = resistencia nominal a flexión (kNm)

**(3) Resistencia de Diseño:** es la resistencia a determinada solicitación (fuerza, momento, tensión u otra resistencia) provista por el miembro o unión; es el producto de la Resistencia Nominal por el Factor de Resistencia. La Resistencia de Diseño es representada por los siguientes símbolos:

$R_d =$  resistencia de diseño generalizada.  $R_d = f R_n$   $f =$  factor de resistencia  
Las fuerzas y los momentos específicos de diseño y las unidades utilizadas para cada uno son designados por

$P_d =$  resistencia de diseño a fuerza axil (kN)

$V_d =$  resistencia de diseño a corte (kN)

$M_d =$  resistencia de diseño a flexión (kNm)

### 3.2.- PROYECTO POR ESTADOS LÍMITES

El método por Estados Límites es un método de proyecto y dimensionamiento de estructuras en el cual la condición de Proyecto es que ningún Estado Límite sea superado cuando la estructura es sometida a todas las apropiadas combinaciones de acciones.

**Todo Estado Límite relevante** deberá ser investigado.

Un **Estado Límite** es aquél mas allá del cual la estructura, o una parte de ella, no logra satisfacer los comportamientos requeridos por el proyecto.

Los Estados Límites se clasifican en :

- **Estados Límites Últimos.**
- **Estados Límites de Servicio.**

Los **Estados Límites Últimos** son establecidos para dar seguridad y definir una capacidad máxima de transferencia de carga.

Los **Estados Límites de Servicio** se establecen a fin de que la estructura presente un comportamiento normal y aceptable bajo condiciones de servicio.

En el Dimensionamiento para Estados Límites Últimos o Proyecto por Resistencia se deberá cumplir que la Resistencia de Diseño ( $R_d$ ) de cada elemento estructural, de sus uniones, o de la estructura en su conjunto, sea igual o mayor a la Resistencia Requerida ( $R_u$ )

$$R_u \leq R_d = f \cdot R_n \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(B.3-1)}] \quad (3.2-1)$$



## CAPÍTULO 4

### PROYECTO POR CONSIDERACIONES DE ESTABILIDAD Y RESISTENCIA

Los cambios más significativos del CIRSOC 301-2017 en relación al CIRSOC 301-2005 se dan en el área del Análisis Estructural, fundamentalmente en el análisis de sistemas de pórticos y en la aplicación de reglas de dimensionamiento de los componentes de pórticos responsables de la estabilidad de la estructura. Se incorporan elementos para la consideración en el Análisis Estructural de los efectos de Segundo Orden en forma más precisa, de las imperfecciones geométricas iniciales, de las tensiones residuales y de otras condiciones reales que difieren de las ideales.

#### 4.1.- GLOSARIO Y SIMBOLOGÍA BÁSICAS

Los siguientes términos son utilizados a lo largo de esta Recomendación y del Reglamento CIRSOC 301-2017:

**Efecto P-D** : Fuerza o Momento flector adicionales debidos a la fuerza axial actuando en la estructura deformada, a través del desplazamiento lateral relativo de los extremos del miembro (o segmento del miembro) (ver Figura 4-1).

**Efecto P-d**: Momento flector adicional debido a la fuerza axial actuante por el desplazamiento del centro de gravedad de la sección transversal respecto de la recta que une los extremos del miembro (o segmento del miembro) (ver Figura 4-2). En miembros doble te simplemente simétricos con almas de altura variable, y en miembros con escalones en la geometría de la sección transversal a lo largo de su longitud, este desplazamiento incluye tanto la desviación relativa respecto de la recta que une los extremos del miembro (o segmentos del miembro) debida a las cargas aplicadas, así como la no rectitud del eje de gravedad de la sección transversal. Cuando los miembros son subdivididos en elementos de longitud más corta en el modelo de Análisis de Segundo Orden, los efectos P-d en el miembro son parcialmente tomados por los efectos P-D en el miembro o en los segmentos (ver Figura 4-3).

**Análisis de Segundo Orden**: Análisis Estructural en el cual las condiciones de equilibrio son formuladas sobre la estructura deformada. Son incluidos todos los efectos de Segundo Orden (tanto P-d como P-D, salvo cuando se especifique de otra manera). Un Análisis elástico de Primer Orden con la utilización de apropiados Factores de Amplificación se considera un Análisis de Segundo Orden. Otros métodos de Análisis Elástico de Segundo Orden incluyen formulaciones matriciales basadas en la geometría deformada y procedimientos de análisis P-D aplicados sobre un modelo con un número suficiente de elementos por miembro. Véase en el Capítulo 6, Sección 6.2, un breve resumen y la evaluación de diferentes métodos de Análisis de Segundo Orden. Véase en el Capítulo 6, Sección 6.2.1, una discusión sobre el número requerido de elementos por miembro para varios tipos de Análisis matricial de Segundo Orden.

**Efecto de Segundo Orden:** Efecto de las cargas actuando sobre la configuración deformada de una estructura; incluye el efecto **P-d** y el efecto **P-D**.

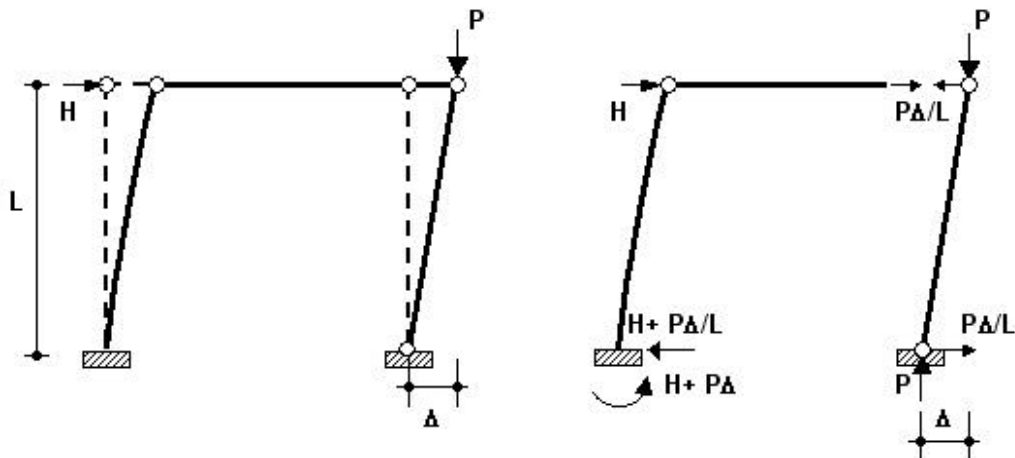
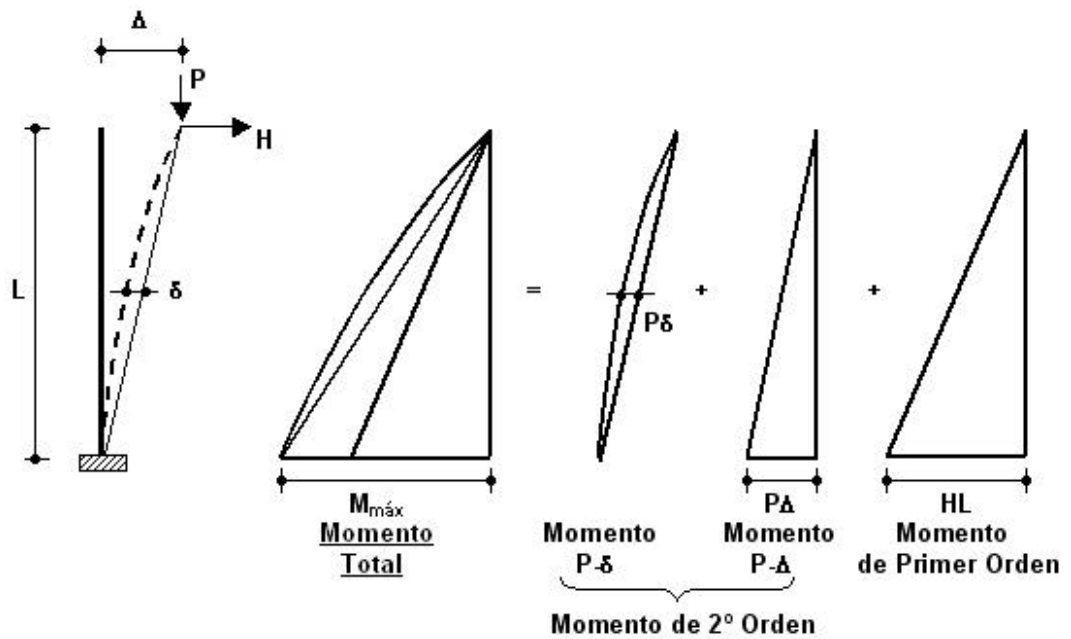
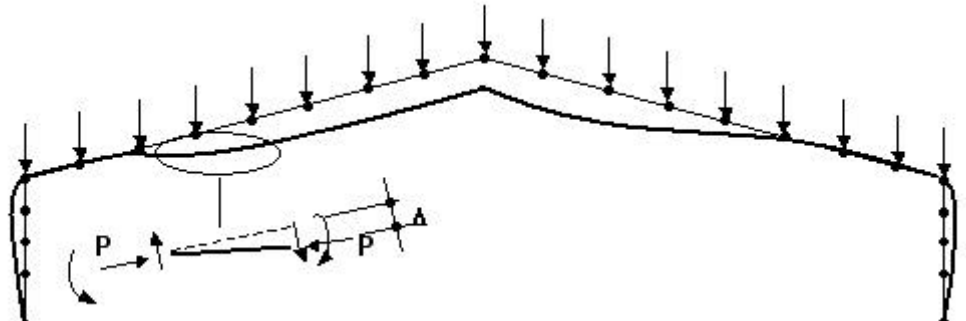


Figura 4-1. Ilustración del efecto P-D



$\Delta = \Delta_{2do}$  = Desplazamiento lateral máximo incluyendo efectos de 2º Orden (causados por **P- $\delta$** , **P- $\Delta$**  y Momento de Primer Orden)

Figura 4-2. Combinación de efectos P-d y P-D sobre los momentos y los desplazamientos laterales



**Figura 4-3. Captación de los efectos P-d en un miembro por subdivisión en elementos cortos**

#### **4.3.- ESPECIFICACIONES PARA LA ESTABILIDAD DE LA ESTRUCTURA Y PARA EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL**

La Sección **C.1** del **Reglamento CIRSOC 301-2017** requiere que “Deberá asegurarse la estabilidad global y la resistencia de la estructura como la de todos y cada uno de sus elementos componentes”. Además se especifica que “la estructura debe tener suficiente rigidez lateral que limite los desplazamientos laterales”. Para ello se deberán seleccionar adecuadamente la conformación de la estructura y la forma y dimensiones de los elementos componentes y sus uniones satisfaciendo las especificaciones de los Capítulos **D, E, F, G, H** y **J**, como así también las especificaciones sobre arriostramientos del **Apéndice 6**.

Se especifica también en la Sección **C.1** que los efectos de las acciones sobre la estructura y sus elementos componentes serán determinados por Análisis Estructural. Todo método de Análisis Estructural deberá considerar:

- (1) Efectos de segundo orden ( $P-\Delta$  y  $P-\delta$ )
- (2) Imperfecciones geométricas
  - Sistema fuera de plomo
  - Miembros faltos de rectitud
- (3) Reducciones de rigidez de miembros debido a la tensión residual
- (4) Deformaciones de miembros por flexión, por corte y por fuerza axial
- (5) Flexibilidad de uniones

Los efectos de Segundo Orden necesarios para el cálculo de las solicitaciones requeridas son aquellos resultantes de la no linealidad geométrica de la estructura elástica. En esencia, esto significa que el equilibrio debe ser considerado en la configuración elástica deformada de la estructura y no en la geometría inicial, como es el caso del Análisis de Primer Orden. Está disponible una amplia variedad de software para considerar la no linealidad geométrica elástica, algunos de los cuales son discutidos en el Capítulo 6. Varios métodos manuales aproximados están también disponibles y son satisfactorios en ciertos casos.

Las imperfecciones geométricas globales en un pórtico pueden ser consideradas en el análisis elástico precedente en dos formas. El enfoque más obvio es incorporar el desplome máximo esperado o permitido de la estructura en el modelo inicial de la geometría de la misma. Un enfoque alternativo es incluir cargas ficticias, que son cargas laterales calibradas para producir el mismo desplazamiento lateral que el desplome esperado. La falta de linealidad del miembro tradicionalmente ha sido considerada en las curvas de pandeo de la columna, pero alternativamente puede ser considerada por un explícito modelado de la falta de linealidad entre los extremos de los miembros. Para miembros y pórticos predominantemente sometidos a flexión en el plano, las imperfecciones geométricas representadas por el modelado explícito o por las cargas ficticias, son aquellas que se producen en el plano del miembro y/o pórtico.

El efecto de la reducción de la rigidez del miembro debido a las tensiones residuales ha sido tradicionalmente incorporado en las ecuaciones de resistencia de la columna en conjunción con el uso de longitudes efectivas del miembro, en vez de ser considerados directamente en el Análisis. Este enfoque todavía es permitido en el Método de la Longitud Efectiva (**MLE**). Sin embargo, es posible ahora considerar este efecto directamente en el Análisis. Este es el enfoque adoptado en el Método de Análisis Directo (**MAD**) y en el Método de Análisis de Primer Orden (**MAPO**) indicado en la Sección **C.1.2** del CIRSOC 301-2017, los cuales no requieren calcular los Factores de Longitud efectiva **k**, adoptándose **k = 1**.

El cálculo de las deformaciones axiales y por flexión es un componente básico del enfoque de rigidez utilizado en la mayoría de los software modernos de análisis elástico de pórticos. Las deformaciones por corte son a menudo no incluidas en el Análisis porque su influencia en los resultados es generalmente pequeña, y en consecuencia, no se justifica la realización de cálculos adicionales. Para los casos en los cuales las deformaciones por corte son significativas, éstas son una opción para incluir en programas de análisis más generales y pueden ser incorporadas en software caseros.

La flexibilidad de las uniones es rutinariamente considerada en los software para análisis elástico en los casos en los que las uniones son de momento totalmente restringidas (**TR**) o uniones simples (**US**), especificando uniones idealmente rígidas o idealmente articuladas, respectivamente. Para miembros prismáticos, en los Comentarios al CIRSOC 301-2017 en la Sección C-B.3.4 se recomienda que una unión con rigidez secante **K<sub>s</sub>** mayor o igual **20EI/L** a nivel de cargas de servicio puede ser considerada rígida y una con rigidez secante **K<sub>s</sub>** menor o igual a **2EI/L** pueden ser consideradas articuladas. Sin embargo, la resistencia de la unión debe ser también considerada cuando se evalúa si las uniones deben ser consideradas como idealmente rígidas o idealmente articuladas.

Bjorhovde, Colson y Brossetti (1990) proponen un sistema de clasificación de uniones que puede ser interpretado como sigue: Las uniones se pueden considerar rígidas cuando tienen una rigidez rotacional secante mayor que **0,5 EI/d** a **0,7 M<sub>p</sub>** del miembro unido, donde **d** es la altura del miembro. Las uniones con una rigidez rotacional secante menor que **0,1EI/d** a **0,2M<sub>p</sub>** del miembro unido, podrán ser consideradas como articuladas. A pesar de que el sistema de Bjorhovde y otros (1990) fue originalmente desarrollado para miembros prismáticos, puede ser aplicado como un enfoque de clasificación aproximado en pórticos compuestos de miembros de alma de altura variable, utilizando como **d** la altura del miembro en la unión. Las uniones con rigideces entre los límites indicados son clasificadas como parcialmente restringidas (**PR**). La inclusión en el Análisis de la rigidez y resistencia de una unión **PR** se especifica en la Sección

**B.3.4(b)** del Reglamento CIRSOC 301-2017. Incluir las rigideces elásticas **PR** en muchos software es técnicamente posible, pero su utilización es algo complicada debido a su comportamiento provisorio y al hecho de que las uniones no puedan ser proyectadas hasta después de que los miembros son seleccionados. Actualmente, existen programas de software comercial que permiten al proyectista abordar el tema de la resistencia de la unión definiendo la respuesta momento-rotación de la unión. La Sección **B.3.4** del CIRSOC 301-2017 también requiere que sea verificada la ductilidad de las uniones **US** y **PR**.

#### 4.4.- METODOS PARA REALIZAR EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL

El CIRSOC 301-2017 define tres métodos para realizar el Análisis Estructural que consideran los requerimientos indicados en los ítems (1) a (3) de la Sección 4.3. Estos métodos son denominados como:

- (1) El Método de Análisis Directo (**MAD**) definido en las Secciones **C.2** y **C.3**.
- (2) El Método de la Longitud Efectiva (**MLE**) definido en el Apéndice 7.
- (3) El Método de Análisis de Primer Orden (**MAPO**), definido en el Apéndice 7.

Cada uno de estos métodos presenta ventajas relativas. El CIRSOC 301-2017 también permite el uso de cualquier otro Método de Análisis Estructural que considere todos los efectos indicados en la Sección **C.1**. Sin embargo, la utilización de alguno de los tres métodos incluidos en el CIRSOC 301-2017, resulta lo más práctico en la mayoría de los casos.

La principal ventaja del **MLE** es que los proyectistas están familiarizados con muchos de sus elementos, pero para muchas estructuras presenta la dificultad de la correcta determinación de los Factores de Longitud efectiva **k**.

El **MAD** tiene las siguientes ventajas: (1) puede ser utilizado para todas las estructuras y combinaciones de cargas, (2) provee la evaluación más precisa de fuerzas y momentos requeridos, y (3) las columnas pueden ser proyectadas sin necesidad de calcular los Factores **k** adoptando **k = 1,0**.

Las ventajas del **MAPO** son que (1) permite no realizar un Análisis de Segundo Orden (una amplificación de las fuerzas y momentos de Primer Orden está incluida en este método a través de las cargas ficticias y el Factor **B<sub>1</sub>**), y (2) permite el proyecto de columnas sin necesidad de calcular los Factores de Longitud efectiva **k**, adoptando **k = 1,0**. Como desventaja en algunas estructuras presenta la complejidad de determinar el Factor **B<sub>1</sub>** de Amplificación de Momentos.

En los Comentarios al CIRSOC 301-2017 así como en numerosos estudios (Maleck y White, 2003; Deierlein, 2003, 2004; Kuchenbecker y otros, 2004; Surovek-Maleck y White, 2004a, 2004b; Nair, 2005; Martínez-García y Ziemian, 2006; White y otros, 2007a; y White y otros 2007b), se abordan los detalles teóricos acerca de las diferencias entre los Métodos incluidos en el Reglamento. Desde el punto de vista de la implementación de los Métodos, las diferencias entre ellos aparecen en las áreas de:

- (1) Límites en las características estructurales que establecen la aplicabilidad de los Métodos
- (2) El tipo de Análisis Estructural a ser empleado (de Primero o de Segundo orden)

- (3) La forma de considerar la falta de rectitud y el desplome nominal (uso de cargas ficticias o modelado explícito de las imperfecciones en el análisis, o inclusión implícita en las ecuaciones de resistencia de columna a través de la longitud efectiva)
- (4) El método para considerar la reducción de rigidez generada por los efectos de las tensiones residuales (directamente en el análisis o implícito en ecuaciones de resistencia de columnas a través de la longitud efectiva)
- (5) Correspondientes restricciones de proyecto.

Los tres métodos difieren en sus procedimientos (en detalles del Análisis, cargas ficticias y reducciones de rigidez, por ejemplo) y por ello resultan Resistencias Requeridas diferentes. En general, para estructuras con efectos de Segundo Orden significativos, el **MAD** y el **MAPO** van a generar momentos por desplazamiento lateral mayores y más realistas, que aquellos determinados utilizando el **MLE**. Por otro lado, la Resistencia de Diseño a compresión para pandeo en el plano es mayor y se determina más fácilmente usando el **MAD** o el **MAPO**. Esto es porque estos últimos métodos incrementan las Resistencias Requeridas a flexión del miembro,  $M_u$ , en lugar de reducir las Resistencias de Diseño axiales  $P_d$  para tomar en cuenta los efectos de inestabilidad lateral. Inversamente, el **MLE** toma en cuenta los efectos de estabilidad lateral, reduciendo  $P_d$  ya sea a través del uso de  $k > 1$  en pórticos a nudos desplazables, donde  $k$  es el Factor de longitud efectiva, o por el uso explícito del análisis de pandeo para determinar las cargas de pandeo teóricas de la columna.

Las siguientes Secciones proveen una mirada global de las diferencias más importantes de implementación entre los tres métodos.

#### 4.4.1. Límites de aplicabilidad

El **MAD** está permitido para todas las estructuras y combinaciones de carga. El uso de los otros dos métodos está restringido a aquellas combinaciones de carga para las cuales resulta  $D_{2do}/D_{1ro} = 1,5$ , donde  $D_{2do}$  es el desplazamiento lateral de Segundo Orden y  $D_{1ro}$  es el desplazamiento lateral de Primer Orden para la combinación de carga en consideración. El límite de  $D_{2do}/D_{1ro} = 1,5$  es aplicable a un Análisis Estructural realizado utilizando las rigideces no reducidas, **EA** y **EI**. Si se utiliza para el Análisis la rigidez reducida del miembro tal como se discute en la Sección 4.4.4, este límite es  $D_{2do}/D_{1ro} = 1,7$ . Los pórticos de un solo vano a menudo se encuentran con esta restricción para todas las combinaciones de carga, pero los pórticos de varios vanos a menudo solo excederán este número límite bajo las combinaciones de carga con las máximas cargas gravitatorias. Como resultado, el **MAD** es el único método apropiado para cualquier combinación de carga para muchos pórticos de construcciones de acero, salvo que el Proyectista adopte como criterio de Proyecto que  $D_{2do}/D_{1ro} = 1,5$  para toda combinación de carga.

#### 4.4.2.- Tipo de Análisis Estructural

Tanto el **MLE** como el **MAD** requieren que se realice un Análisis de Segundo Orden. Como el nombre implica, el **MAPO** no requiere de un Análisis de Segundo Orden. Incluye una amplificación de los momentos y fuerzas de Primer Orden indirectamente a través del uso de cargas ficticias mayores. Los requerimientos especificados para la realización del Análisis de Segundo Orden requeridas por el **MLE** y el **MAD** difieren de alguna forma y son abordados más adelante en las Secciones que describen cada método en detalle.

#### 4.4.3.- Consideración de las imperfecciones iniciales (desplome inicial)

Cada uno de los tres métodos requiere para el Análisis Estructural la aplicación de cargas ficticias, o el modelado explícito del desplome inicial en el cual se basan las cargas ficticias, para al menos algunas combinaciones de carga. Las cargas ficticias son cargas laterales no reales aplicadas a la estructura para tener en cuenta de imperfecciones geométricas y las condiciones no ideales que pueden inducir o incrementar la inclinación de una estructura.

##### Cargas ficticias

En todos los métodos especificados en el CIRSOC 301-2017, las expresiones para calcular las cargas ficticias están basadas en un desplome inicial supuesto de **H/500**. Sin embargo, en el Capítulo **C**, Sección **C.2.2(b)(3)**, se establece que cuando se suponga justificadamente un desplome inicial menor al antedicho, las expresiones pueden ser ajustadas por la relación entre el desplome inicial supuesto y el **H/500**.

Las cargas ficticias se calculan para cada combinación de carga como un porcentaje de la carga vertical que actúa en cada nivel para esa combinación de carga. A pesar de que el texto del CIRSOC 301-2017 define las cargas ficticias como un porcentaje de las cargas gravitatorias, ellas son más precisamente definidas como porcentaje de la carga **vertical**, sin importar su origen. Esto es así basado en la correspondencia directa entre las cargas ficticias y el modelado explícito del desplome inicial.

Las imperfecciones geométricas pueden producirse lateralmente en cualquier sentido. Sin embargo, el sentido de aplicación de la carga ficticia es seleccionada para incrementar el efecto desestabilizador global para la combinación considerada. Para combinaciones de carga solo gravitatorias, que causen un desplazamiento lateral debido tanto a la no simetría de las cargas o de la geometría, las cargas ficticias deberán ser aplicadas en el sentido que incrementa el desplazamiento lateral producido por aquellas.

Para estructuras con múltiples pisos o niveles, y en las cuales las deformaciones laterales son de diferentes sentidos en diferentes pisos o niveles, es necesario incluir un par de combinaciones de carga, considerando separadamente las cargas ficticias asociadas a un desplome uniforme en cada sentido. Para combinaciones de carga con cargas laterales, las cargas ficticias deberán ser aplicadas solo en el sentido en que aumentan el efecto de las cargas laterales. No es necesario aplicar cargas ficticias en un sentido opuesto al de las cargas laterales totales para minimizar la reducción de solicitaciones internas en ciertos componentes, debida a la carga lateral. Para combinaciones de cargas gravitatorias sin desplazamiento lateral, es necesario incluir un par de combinaciones de carga, considerando separadamente cargas ficticias en cada sentido, salvo que la simetría del pórtico sea reforzada por otros medios.

Las cargas ficticias deberán ser aplicadas en el extremo superior de cada columna en proporción a las cargas verticales transferidas por cada columna. En columnas con fuerzas axiales aplicadas en una ubicación intermedia de su longitud, una carga ficticia proporcional deberá ser colocada en la columna en esa ubicación. Para cualquier instancia en la cual surjan dudas acerca del cálculo y aplicación de cargas ficticias, la duda podrá ser resuelta

determinando las fuerzas laterales equivalentes al efecto del desplome uniforme supuesto o esperado.

### **Modelado directo de las imperfecciones**

El CIRSOC 301-2017 permite para el **MAD** el modelado directo de las imperfecciones en el Análisis Estructural en lugar del uso de cargas ficticias. Esto evita la necesidad de determinar cómo se aplican las cargas ficticias en construcciones con techos o pisos escalonados, donde la geometría del edificio es no rectangular o no regular, o en estructuras donde las cargas axiales son aplicadas en posiciones intermedias a lo largo de la longitud del miembro. Este enfoque es fácil de automatizar en el proyecto computarizado, y permite al proyectista entender mejor la real naturaleza de las solicitaciones internas producidas en la estructura por los efectos del desplome inicial. Sin embargo, salvo que la automatización de los desplomes iniciales especificados estén disponibles en el software utilizado para el análisis, a menudo es más fácil aplicar a la estructura cargas ficticias junto con las otras cargas aplicadas, en lugar de modificar la geometría de la estructura.

El desplome modelado deberá ser consistente con las tolerancias de montaje especificadas para la estructura. De esta forma, si las tolerancias de montaje son menores a **H/500**, debe ser incorporado un desplome uniforme reducido igual a la tolerancia de montaje especificada. Además, donde se permite una tolerancia de montaje mayor, esta tolerancia mayor debe ser utilizada como el desplome uniforme modelado en el Análisis Estructural.

Las imperfecciones iniciales de la estructura pueden tener lateralmente cualquier sentido. Sin embargo, el sentido del desplome uniforme modelado para cada combinación de carga debe ser seleccionado para incrementar el efecto desestabilizante global para esa combinación. Para combinaciones de carga solo gravitatorias que produzcan un desplazamiento lateral, el desplome modelado deberá tener el sentido de dicha deformación lateral. Para estructuras con múltiples pisos o niveles y en los cuales las deformaciones laterales sean en diferentes sentidos en diferentes pisos o niveles, será necesario considerar dos desplomes uniformes diferentes para reconocer el potencial efecto desestabilizador global en ambos sentidos. Para combinaciones de carga con cargas laterales, el desplome inicial deberá tener el sentido de las cargas laterales. Para combinaciones de carga gravitatorias que no produzcan desplazamiento lateral, es necesario considerar un desplome uniforme en ambos sentidos, salvo que cualquier simetría del proyecto sea reforzada por otros medios.

Típicamente solo dos geometrías diferentes de desplome son necesarias para cubrir el efecto desestabilizador global para todas las combinaciones de carga. En contraste, las cargas ficticias correspondientes discutidas en la Sección previa son, en general, diferentes para cada combinación de carga (a pesar de que las cargas ficticias pueden ser tomadas conservadoramente como los máximos valores de todas las combinaciones de carga).

Para el **MLE** en todos los casos, y el **MAD** en algunos casos, las cargas ficticias son especificadas como cargas laterales mínimas en las combinaciones de cargas únicamente gravitatorias. Esto es, no son utilizadas en combinación con ninguna otra carga lateral. Consecuentemente, el desplome inicial no necesita ser incluido en el modelo para estas combinaciones de carga. Se permite modelar el desplome inicial para todas las combinaciones de carga, pero ello va a dar resultados conservadores para combinaciones de carga en las



cuales las cargas ficticias no sean requeridas. En casos en los que las cargas ficticias sean especificadas como adicionales en vez de mínimas, el modelo debe incluir el desplome inicial (o los efectos del desplome a través de las cargas ficticias) sin importar la intensidad de las cargas laterales.

#### 4.4.4.- Reducción de Rigidez

Solo el **MAD** requiere en el Análisis Estructural la explícita reducción de rigidez de los miembros debido a los efectos combinados de las tensiones residuales y la distribución de la fluencia en miembros con fuerzas axiales y momentos. Ello es considerado reduciendo en el Análisis de Segundo Orden la rigidez flexional en pórticos a nudos desplazables y la rigidez axial en pórticos arriostrados hasta el **80%** de sus valores elásticos nominales. Donde la carga de compresión axial en un miembro flexado que contribuya a la estabilidad lateral exceda el **50%** de la carga axial de fluencia, la rigidez flexional es reducida aún más. Esto se discute en detalle más adelante. Los otros dos métodos consideran ambas reducciones en rigidez del miembro solo implícitamente, ya sea a través del cálculo de las resistencias de la columna utilizando longitudes efectivas o a través de una carga ficticia lateral mayor.

#### 4.4.5.- Limitaciones del Proyecto

El **MAD** y el **MAPO** permiten el proyecto de columnas para pandeo en el plano utilizando una longitud igual a la longitud lateralmente no arriostrada real ( $k = 1$ ), o una longitud menor en algunos casos. Para pórticos a nudos desplazables, el **MLE** requiere el cálculo y el uso de los valores de la carga de pandeo elástico (o los correspondientes valores de  $k$ ) determinados utilizando un análisis de pandeo lateral de la estructura, salvo que  $D_{2do}/D_{1ro} \leq 1,1$ . Si  $D_{2do}/D_{1ro} > 1,1$ , la carga de pandeo flexional en el plano puede ser calculada en base a la longitud real del miembro con sus extremos articulados (es decir,  $k = 1$ ).

### 4.5.- PARÁMETROS COMUNES DEL ANÁLISIS

Diversos parámetros son utilizados en el CIRSOC 301-2017 y en esta Recomendación para establecer límites de aplicabilidad de varias especificaciones y en otros procedimientos de aplicación. Estos se definen de la siguiente manera:

#### 4.5.1.- $P_u$

$P_u$  es la Resistencia Requerida a compresión axial determinada utilizando los factores de carga correspondientes para la Combinaciones de Acciones en consideración.

$P_u$  es utilizado en el **MAPO** para determinar si el método puede ser usado. También en el **MAD** para calcular la reducción de rigidez requerida y es también utilizado en técnicas aproximadas de Análisis de Segundo Orden tales como el método de amplificación **B<sub>1</sub>-B<sub>2</sub>**.

#### 4.5.2.- $P_{eL}$ ó $g_e P_u$

$P_{eL}$  es la carga de Euler de pandeo flexional elástico en el plano de un miembro de longitud  $L$ , sometido a fuerza de compresión axial y con los extremos articulados. Este parámetro es utilizado ampliamente en esta Recomendación tanto para el **MLE** como para el **MAD** así como en las especificaciones para el proyecto de los miembros. Especificaciones sobre las

condiciones reales de restricción al giro de los apoyos y al desplazamiento lateral del miembro se dan en el CIRSOC 301-2017, a través de la determinación de otras cargas de pandeo o de factores de longitud efectiva en el **MLE**, y a través del modelado de la estructura para el Análisis Estructural.

En muchos casos es más conveniente trabajar con el parámetro equivalente  $g_{eL}P_u$ , que es la Resistencia Requerida  $P_u$ , multiplicada por la relación de carga de pandeo elástico  $g_{eL} = P_{eL}/P_u$ . Resulta

$$P_{eL} = g_{eL}P_u \quad (4.5-1)$$

donde:

$P_{eL}$  = Carga de pandeo de Euler, para flexión en el plano (kN). Esta es la fuerza axial de pandeo elástico del miembro de longitud L, suponiendo los extremos articulados.

$P_u$  = Resistencia Requerida a compresión axial para la columna (kN).

$g_{eL}$  = relación escalar

Sin importar la complejidad de las cargas (por ej., carga escalonada o carga axial distribuida) o la geometría del miembro (por ej., geometría de altura variable y/o escalonada), hay solo una  $g_{eL}$  correspondiente a la resistencia del miembro a pandeo flexional elástico. Sin embargo, para carga axial escalonada o distribuida  $P_u$  y  $P_{eL}$  varían a lo largo de la longitud del miembro.

La resistencia a pandeo flexional elástico se puede expresar también como:

$$F_{eL} = g_{eL}f_u \quad (4.5-2)$$

donde:

$F_{eL}$  = tensión axial de pandeo elástico del miembro de longitud L, para extremos articulados (MPa)

$f_u$  = tensión requerida de compresión axial para la columna (MPa)

Para una columna prismática de eje recto de longitud L, geoméricamente perfecta, con extremos articulados y con una carga de compresión axial constante, resulta:

$$P_{eL} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} (10)^{-1} \quad (\text{kN}) \quad I \text{ (cm}^4\text{); } E \text{ (MPa); } L \text{ (cm)} \quad (4.5-3)$$

Para un miembro doble Te de altura variable, no hay soluciones exactas para  $P_{eL}$ . Sin embargo, existen muchas aproximaciones a una solución:

- (1)  $P_{eL}$  puede ser determinado por análisis de pandeo elástico por valores propios. Muchos programas avanzados de análisis de elementos finitos y/o de pórticos pueden ser utilizados para calcular factores de pandeo elástico  $g_{eL}$ , correspondientes a una dada Resistencia Requerida axial utilizando técnicas de soluciones numéricas de valores propios.  $P_{eL}$  es entonces determinado como la Resistencia Requerida a compresión axial, utilizada en el análisis, multiplicada por  $g_{eL}$ . La calidad de esas soluciones depende de la precisión en el modelado de los miembros de altura variable, la selección de los elementos y la adopción de la malla. El Proyectista debería revisar los problemas típicos listados en el Apéndice C para establecer antes de su uso la aptitud del programa de computación y de las técnicas de modelado. A pesar de que este procedimiento para determinar  $P_{eL}$  tiene la ventaja de poder utilizarlo para cualquier

geometría y diagrama de carga, puede no ser práctico su uso salvo que el modelado de elementos finitos sea automático e integrado dentro del software de análisis.

- (2)  $P_{eL}$  puede ser determinado por el método de aproximaciones sucesivas (Timoshenko y Gere, 1961). Esta técnica usa un análisis iterativo de flexión de viga para encontrar la carga axial  $g_{eL}P_u$ , para la cual las deformaciones por flexión resultantes de momentos  $P-d$  aplicados son un múltiplo uniforme de las deformaciones supuestas para calcular los momentos  $P-d$ . Esto es un proceso iterativo en el cual (1) son supuestos una carga  $P_u$  y una deformada de pandeo flexional; (2) son calculados los momentos  $P-d$  a partir de las deformaciones y la carga axial supuestas; (3) son aplicados los momentos  $P-d$  calculados en el análisis de viga del miembro para determinar una nueva deformada; y (4) la nueva deformada es tomada como la nueva aproximación a la geometría de pandeo. El proceso continúa iterativamente hasta que las deformaciones calculadas en todas las secciones a lo largo de la columna sean un múltiplo uniforme,  $g_{eL}$ , de las deformaciones adoptadas.  $P_{eL}$  es determinado como la carga axial supuesta  $P_u$  multiplicada por  $g_{eL}$ .

El método de aproximaciones sucesivas requiere relativamente pocos cálculos comparado con las técnicas de solución por valores propios, se programa fácilmente y es adaptable para analizar varias pendientes y escalonamientos en la carga y en la geometría del miembro. El método se ilustra en Timoshenko y Gere (1961) con un ejemplo de un formato fácilmente adaptable a una Hoja de Cálculo o programa informático. Véase el Apéndice C de esta Recomendación para ejemplos típicos de miembros de altura variable.

- (3)  $P_{eL}$  puede ser aproximado con buena precisión para un miembro de altura linealmente variable con extremos articulados, sometido a compresión axial constante, y sin cambios de pendiente como:

$$P_{eL} = \frac{p^2 EI'}{L^2} (10)^{-1} \quad (4.5-4)$$

donde

$I'$  = momento de inercia calculado utilizando la altura a una distancia desde el extremo pequeño igual a  $0,5 L (I_{menor}/I_{mayor})^{0.0732}$  (cm<sup>4</sup>)

Esta expresión empírica da resultados bastante precisos para el rango de miembros abordados en esta Recomendación. La aproximación anterior no deberá ser usada para ningún otro caso de pandeo de miembros con otra condición de apoyo que la arriba indicada. Esto es, la expresión precedente para  $I'$  es válida solamente para extremos articulados.

- (4) Para miembros de altura linealmente variable sometidos a compresión axial no constante,  $g_{eL}$  puede ser calculado conservadoramente como  $P_{eL}/(P_u)_{max}$ , donde  $P_{eL}$  es calculado utilizando la ecuación (4.5-4) y  $(P_u)_{max}$  es la máxima compresión axial a lo largo del miembro.

#### 4.5.3.- $D_{2do}/D_{1ro}$

$D_{2do}/D_{1ro}$  es la relación de los desplazamientos laterales de piso calculados por un Análisis de Segundo Orden y un Análisis de Primer Orden, respectivamente. Esta relación es usada para establecer la aplicabilidad de los métodos de proyecto aprobados, para establecer la condición

para adoptar  $k = 1$  en el **MLE** [CIRSOC 301-2017 Sección 7.2.3], para determinar si las cargas ficticias se adicionan a las cargas laterales en el **MAD**, y también en el método de amplificación **B<sub>1</sub>-B<sub>2</sub>**.

Salvo cuando está específicamente indicado en el CIRSOC 301-2017, esta relación es calculada por un Análisis Estructural utilizando rigideces no reducidas de miembro. Para información acerca de cómo calcular  $D_{2do}/D_{1ro}$  para pórticos a dos aguas, véase la Sección 6.3.3.

$D_{2do}/D_{1ro}$  se calcula separadamente para cada combinación de acciones. Este parámetro indica la importancia de los efectos de Segundo Orden para una determinada combinación de acciones. Los valores inferiores o iguales a **1,1** son considerados efectos de Segundo Orden insignificantes. Valores por encima de **1,5** son considerados grandes efectos de Segundo Orden. En este caso el proyecto debe ser realizado por el **MAD**. Valores entre **1,1** y **1,5** son efectos de Segundo Orden moderados. El proyecto puede en este caso, ser realizado por el **MAD** o el **MLE** o el **MAPO**. Para utilizar el **MAD** no se fija ningún límite a la relación.

De hecho, los valores límites establecidos en el Capítulo L del Reglamento para los desplazamientos laterales establecen indirectamente para muchas estructuras un límite para la relación  $D_{2do}/D_{1ro}$ .

En general puede no haber correspondencia entre la relación  $M_{2do}/M_{1ro}$  y  $D_{2do}/D_{1ro}$ . Los momentos generalmente incluyen componentes generados por importantes cargas gravitatorias de Primer Orden que distorsionan la magnitud de los efectos de Segundo Orden. Por ello no es conveniente utilizar la relación de momentos para valorar la relación de deformaciones.

#### 4.6.- ESPECIFICACIONES DE LOS MÉTODOS DE PROYECTO DEL CIRSOC 301-2017

Las siguientes Secciones resumen las especificaciones reglamentarias para cada uno de los tres métodos de proyecto por consideraciones de estabilidad y resistencia desarrollados en el CIRSOC 301-2017. Información adicional para el análisis de Primero y de Segundo Orden de pórticos se dan en el Capítulo 6.

##### 4.6.1.- El Método de la Longitud Efectiva (MLE)

- (1) El **MLE** es permitido únicamente para combinaciones de carga donde  $D_{2do}/D_{1ro} \leq 1,5$ .
- (2) Se requiere un Análisis de Segundo Orden, considerando tanto los efectos **P-D** como **P-d**, según se detalla a continuación:
  - (a) Los efectos **P-D** sobre los desplazamientos nodales deberán ser considerados. Los efectos **P-d** sobre los desplazamientos nodales pueden ser ignorados en la determinación de las Resistencias Requeridas porque en la verificación de las vigas-columnas en el **MLE** no se reflejan esos efectos.
  - (b) Los efectos **P-d** en los momentos de los elementos entre los nudos, pueden ser ignorados en aquellas combinaciones de carga donde  $P_u \leq 0,02P_{ei}$  para el elemento considerado,

donde:

$P_{el}$  = carga de pandeo flexional de columna basada en la geometría de la sección transversal y la longitud del elemento entre los nudos con extremos articulados, (kN)

Si no se cumple la condición antedicha los efectos deben ser considerados.

(c) Los momentos **P-d** entre nudos pueden ser determinados llevando a cabo un Análisis de Segundo Orden para determinar los desplazamientos, fuerzas y momentos nodales, y luego calculando los momentos de Segundo Orden en cada elemento como sigue (Guney y White, 2007):

- (i) Calcular el desplazamiento de primer orden perpendicular al eje del elemento  $d_{1ro}$ , causado por las fuerzas nodales de Segundo Orden y cualquier carga aplicada dentro de la longitud del elemento, en cualquier ubicación de interés.
- (ii) Calcular el desplazamiento de Segundo Orden en cada una de las ubicaciones consideradas como:

$$d_{2do} = \frac{d_{1ro}}{1 - P_u / P_{el}} \quad (4.6-1)$$

donde  $P_{el}$  puede ser estimada para los segmentos de altura linealmente variable usando  $P_{eL}$  de la Ecuación (4.5-4) utilizando la longitud del elemento  $l$ .

- (iii) Calcular el momento requerido de Segundo Orden en cada una de las ubicaciones consideradas como:

$$M_u = M_{1st} + P_u d_{2do} \quad (4.6-2)$$

donde

$M_{1st}$  = momento de primer orden en una sección dada a lo largo de la longitud del elemento, causado por las fuerzas nodales de Segundo Orden y cualquier carga aplicada dentro de la longitud del elemento, (kNm).

Este procedimiento provee buena precisión para casos generales que incluyen geometrías de miembros prismáticos o no prismáticos para valores de  $P_u/P_{el} \leq 0,7$ . Este límite es satisfecho en todos los casos cuando (1) se utiliza un Análisis únicamente **P-D** o un Análisis de Segundo Orden utilizando **una rigidez geométrica del elemento basada en los desplazamientos transversales del elemento cúbico**, y (2) el número de elementos por miembro es mayor o igual al que se especifica en las guías discutidas mas adelante en la Sección **6.2**.

Alternativamente, puede usarse el factor amplificador para pórticos no desplazables  $B_1$  aplicado a todos los momentos  $M_{1st}$  a lo largo de la longitud del elemento dado, excepto aquellos ubicados en los extremos del elemento.

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - P_u / P_{el}} \approx 1,0 \quad (4.6-3a)$$

La Ecuación (4.6-3a) es útil para elementos en miembros de altura linealmente variable que no tengan cargas transversales aplicadas. En este caso, el factor de momento uniforme equivalente  $C_m$ , puede ser expresado aproximadamente como:

$$C_m = 0,6 + 0,4(f_1 / f_2) \quad (4.6-3b)$$

donde:

$f_2$  = el valor absoluto de la mayor tensión de compresión por flexión en cualquier nudo del elemento (MPa)

$$f_1 = 2f_{\text{medio}} - f_2, \text{ (MPa)} \quad (4.6-3c)$$

$f_{\text{medio}}$  = tensión normal debido a  $M_{1st}$  en sección ubicada en la mitad de la longitud del elemento y en el ala con la tensión  $f_2$ , tomada como positiva para compresión y negativa para tracción, (MPa)

La Ecuación (4.6-3b) tiene en cuenta el hecho de que una variación lineal de  $M_{1st}$  produce una variación no lineal en la correspondiente tensión normal por flexión a lo largo del miembro de altura linealmente variable. El valor  $f_1$  es la tensión en el ala obtenida extendiendo una línea que una  $f_2$  y  $f_{\text{medio}}$  hacia el nudo extremo opuesto.

En muchos casos, la Ecuación (4.6-3a) da como resultado  $B_1 = 1,0$ , lo que indica que la amplificación de Segundo Orden de los momentos a lo largo del miembro puede ser ignorada. Las Ecuaciones (4.6-1) y (4.6-2) generalmente proveen mejor precisión para miembros tanto prismáticos como no prismáticos comparadas con los momentos amplificados determinados utilizando la Ecuación (4.6-3a). Esto es particularmente cierto para elementos con cargas transversales aplicadas, donde el CIRSOC 301-2017 (Sección 8.2.1(b)) da un valor conservador de  $C_m = 1,0$  y la Tabla C-A-8-1 en los Comentarios al CIRSOC 301-2017 da expresiones mas refinadas para  $C_m$  que son aplicables solamente para miembros prismáticos con apoyos idealmente articulados o idealmente empotrados. El uso de  $C_m = 1,0$  está recomendado para los casos generales con cargas transversales.

(d) Los efectos P-d pueden ser incluidos en el cálculo de las resistencias a pandeo elástico de columnas  $P_{eL}$ , cuando se utilizan tanto el método de la matriz de rigidez como el enfoque de aproximaciones sucesivas. Véase en Apéndice B.1.2 para una guía sobre cómo subdividir los miembros en un número suficiente de elementos de menor longitud para el análisis de la matriz de rigidez.

(e) La precisión de un programa de Análisis de Segundo Orden debe ser verificada utilizando problemas típicos apropiados tales como aquellos provistos en el Apéndice C. Se debe tener un especial cuidado para establecer si los efectos P-d están correctamente incluidos en el Análisis. Las Secciones 6.2.1 y 6.2.2 proveen guías para la subdivisión de miembros para asegurar una suficiente precisión con respecto a estos efectos.

El Método de Análisis Aproximado de Segundo Orden por Amplificación de las fuerzas y momentos obtenidos por Análisis Elástico de Primer Orden (método  $B_1$ - $B_2$ ) es un

método aceptable de Análisis de Segundo Orden. El mismo está definido en el Apéndice **8** del CIRSOC 301-2017 y su aplicación está limitada a las estructuras donde el Factor Amplificador **B<sub>2</sub>** de cualquiera de sus pisos y en cualquier dirección de traslación sea **menor o igual a 1,5**.

La implementación del método **B<sub>1</sub>-B<sub>2</sub>** puede insumir más trabajo comparado con otros métodos alternativos [por ej., un Análisis general **P-D** discutido previamente, o el método alternativo basado en el amplificador definido por White y otros (2007a, 2007b)]. Los métodos basados en amplificadores son particularmente difíciles de implementar y pierden precisión para pórticos a dos aguas, donde los desplazamientos laterales de columna no son generalmente los mismos y para pórticos con columnas de altura desigual, donde los métodos deben ser modificados para tomar en consideración las diferentes alturas de las columnas (White y Kim, 2006).

Es de hacer notar que el término Amplificación de las fuerzas y momentos obtenidos por Análisis Elástico de Primer Orden es típicamente utilizado para hacer referencia al método de amplificación **B<sub>1</sub>-B<sub>2</sub>** específico para calcular las fuerzas y momentos de Segundo Orden. Es importante distinguir este término de los términos utilizados para los diferentes métodos de proyecto, es decir, el **MLE**, el **MAD** y el **MAPO**. El método de Análisis de Segundo Orden **B<sub>1</sub>-B<sub>2</sub>** es uno de los muchos métodos de Análisis de Segundo Orden que pueden ser utilizados para la determinación de fuerzas y momentos requeridos en cualquiera de los métodos de proyecto que requieren Análisis de Segundo Orden (el **MLE** y el **MAD**).

- (3) Satisfechos los requerimientos precedentes para realizar el Análisis Elástico de Segundo Orden, el modelo de Análisis Estructural para el **MLE** debe incluir lo siguiente:
- (a) El Análisis será realizado con las rigideces elásticas nominales, es decir, sin reducciones de rigideces de los miembros.
  - (b) Serán aplicadas cargas laterales ficticias mínimas de **0,002** veces la carga vertical **Y<sub>i</sub>** en cada nivel, en todas las combinaciones de carga que incluyan solo cargas gravitatorias. Para pórticos a dos aguas y para pórticos con pisos con columnas de alturas desiguales, es recomendable que las cargas laterales ficticias individuales iguales a **0,002y<sub>i</sub>**, sean aplicadas al extremo superior de cada columna, donde **y<sub>i</sub>** es la carga vertical transferida a la columna en su extremo superior. También, para columnas con cargas verticales intermedias a lo largo de su longitud, una carga lateral ficticia de **0,002y<sub>i</sub>** deberá ser aplicada en la ubicación de las cargas verticales intermedias, donde **y<sub>i</sub>** es la carga vertical intermedia aplicada a la columna. Esto es necesario para capturar los efectos de las imperfecciones geométricas sobre las diferentes alturas de columnas, así como capturar el comportamiento real en casos donde los desplazamientos laterales son generalmente diferentes en las diferentes ubicaciones de la columna.

En vez de aplicar las cargas ficticias, se puede imponer un desplome en la estructura de **0,002H** para el Análisis de las combinaciones de carga que incluyan solo cargas gravitatorias, donde **H** es la altura vertical sobre la base, o en general, sobre el nudo que tiene la mínima coordenada vertical. Esto puede ser implementado trasladando

horizontalmente todos los nudos del modelo de análisis en **0,002H** con relación a los nudos ubicados en la base de la estructura. Para casos en los cuales surjan dudas acerca de la apropiada aplicación de las cargas ficticias laterales, es conveniente siempre volver al modelo donde el desplome uniforme es representado explícitamente en el modelo estructural. Las cargas ficticias adecuadas son aquellas que son equivalentes al efecto de dicho desplome. Tanto para las cargas ficticias como para un modelo de desplome explícito, el factor **0,002** está basado en una tolerancia de montaje asumida de **L/500**. Para ajustes de este factor para tomar en cuenta la situación de las estructuras construidas en diferentes tolerancias, ver la Sección 4.4.3.

(4) La Resistencia Nominal a pandeo flexional en el plano de columnas y vigas-columnas  $P_{ni}$ , será determinada de la siguiente manera:

(a) Para miembros en combinaciones de carga donde  $D_{2do}/D_{1ro} \leq 1,1$ , se puede determinar  $P_{ni}$  en base a la longitud no arriostrada real o sea con  $k = 1,0$ , es decir, asumiendo extremos articulados para la longitud real no arriostrada.

(b) Para otros casos,  $P_{ni}$  deberá ser determinado utilizando el factor de longitud efectiva  $k$  o la tensión de pandeo de columna correspondiente  $F_e$ , determinado por un análisis de pandeo lateral de la estructura. Debido a que la altura variable de los miembros viola una de los presupuestos esenciales de los nomogramas, se requieren normalmente métodos más avanzados para determinar  $k$  o  $F_e$ . Véase el Apéndice B para más información acerca de la determinación de resistencias a pandeo elástico de columnas y pórticos de altura variable.

#### 4.6.2.- El Método de Análisis Directo (MAD)

(1) El **MAD** puede ser utilizado para el proyecto de todas las estructuras y todas las combinaciones de cargas.

(2) Se requiere un Análisis Global de Segundo Orden que considere los efectos **P-D** y **P-d** con las siguientes consideraciones:

(a) En el **MAD** generalmente deben ser considerados tanto los efectos **P-D** como los **P-d** generados por los desplazamientos nodales. En la Sección **C.2.1(3)** del Reglamento se permite **no considerar** los efectos **P-d** en los desplazamientos laterales (o **sea en la respuesta de la estructura**) cuando:

(a1) La estructura soporta cargas gravitatorias principalmente a través de columnas nominalmente verticales, tabiques o pórticos arriostrados o no arriostrados nominalmente verticales

(a2) La relación entre el máximo desplazamiento lateral relativo de piso de segundo orden y el de primer orden (ambos determinados con las combinaciones de acciones mayoradas y considerando las rigideces reducidas según la Sección **C.2.3.**) en todos los pisos en menor o igual a **1,7**.

(a3) No más de un tercio de la carga gravitatoria de la estructura es soportada por columnas que son parte de pórticos rígidos (pórticos no arriostrados o a nudos desplazables) en la dirección de traslación considerada.



Para estructuras no rectangulares como pórticos a dos aguas, el término “desplazamiento lateral” puede ser interpretado como los desplazamientos nodales generales en el modelo de análisis.

Para columnas con nudos desplazables y articulados en su base y miembros con nudos indesplazables, **todos sin cargas transversales entre sus nudos**, y cuando  $P_u \leq 0,05 P_{eL}$ , puede ser realizado un Análisis que considere solamente los efectos P-D tomando el miembro **como un solo elemento**. En ese caso el error cometido en los momentos flectores y en los desplazamientos son generalmente menores a un 3% y a un 5% respectivamente.

Para columnas con nudos desplazables y giros restringidos en ambos extremos de al menos  $1,5(EI/L)$  si el Análisis usa la rigidez nominal, o de al menos  $1,5(0,8t_bEI/L)$  si el análisis usa la rigidez reducida, y **sin cargas transversales entre sus nudos**, puede ser realizado un Análisis que considere solamente los efectos P-D tomando el miembro **como un solo elemento** cuando  $P_u \leq 0,12 P_{eL}$ . En ese caso el error cometido en los momentos flectores y en los desplazamientos son generalmente menores a un 3% y a un 5% respectivamente.

$P_{eL}$  o  $\overline{P_{eL}}$  es la carga de pandeo elástico.  $P_{eL} = (0,1p^2EI/L^2)$  si el Análisis usa la rigidez nominal;  $\overline{P_{eL}} = (0,08p^2EI/L^2)$  si el Análisis usa la rigidez reducida. (con unidades del Reglamento)

**En todos los casos cuando se utilice un Análisis que considere solamente los efectos P-D y cuando se superan los límites arriba indicados, se deberá subdividir el elemento con nudos intermedios a lo largo de su longitud** para no cometer errores significativos en la determinación de los momentos flectores y desplazamientos.

En general los procedimientos de Análisis de Segundo Orden que incluyen tanto los efectos P-D como P-d requieren menos elementos en su modelación.

En las Secciones 6.2.1 y 6.2.2 de esta Recomendación se presenta una guía detallada para determinar el número necesario de elementos. Estas guías y las recomendaciones arriba detalladas están basadas en Guney y White (2007). En muchos casos una suficiente subdivisión va a ocurrir naturalmente en miembros de altura variable por las frecuentes modificaciones que presentan en su geometría o en las dimensiones de sus placas. Sin embargo, para miembros prismáticos y miembros de altura variable largos y que no presenten modificaciones de placas o variación en la pendiente del alma, será necesario la inclusión de nudos adicionales.

**(b)** Los efectos P-d en los momentos de elementos internos (entre los nudos) pueden ser ignorados en elementos individuales en combinaciones de carga donde  $P_u \leq 0,02 \overline{P_{el}}$  para el elemento analizado. (Guney y White, 2007), siendo:

$\overline{P_{el}}$  = carga de pandeo flexional basada en la geometría de la sección transversal y la longitud del elemento de longitud  $I$  entre los nudos con extremos articulados, determinada utilizando las rigideces elásticas reducidas del modelo de análisis MAD analizado previamente (kN).

(c) Los momentos  $P$ -d en los elementos internos deben ser incluidos en un Análisis de Segundo Orden para determinar los desplazamientos, fuerzas y momentos nodales. Luego se calculan los momentos internos de Segundo Orden en cada elemento usando las fuerzas, momentos y desplazamientos calculados con la rigidez reducida del Análisis del **MAD** de la siguiente manera:

(c.1) En cualquier ubicación de interés se determina  $d_{1ro}$ , el desplazamiento de Primer Orden perpendicular al eje del elemento causado por las fuerzas nodales de Segundo Orden y por cualquier carga aplicada dentro de la longitud del elemento.

(c.2) Se calcula el desplazamiento de Segundo Orden en cada una de las ubicaciones analizadas con:

$$d_{2do} = \frac{d_{1ro}}{1 - P_u / \overline{P_{el}}} \quad (4.6-4)$$

donde  $\overline{P_{el}}$  deberá ser estimado para segmentos de altura linealmente variable calculando  $P_{eL}$  con la Ecuación (4.5-4), pero aplicada al elemento de longitud  $l$  y usando la rigidez elástica reducida del modelo de Análisis del **MAD**.

(c.3) Se calcula el momento requerido de Segundo Orden interno en cada una de las ubicaciones analizadas con:

$$M_u = M_{1ro} + P_u d_{2do} \quad (4.6-5)$$

donde:

$M_{1ro}$  = el momento de Primer Orden en una ubicación dada a lo largo de la longitud del elemento, causada por las fuerzas nodales de Segundo Orden y cualquier carga aplicada dentro de la longitud del elemento (kNm).

Este procedimiento provee una buena precisión para casos generales que incluyan miembros de geometría prismática y no prismática para valores de  $P_u / \overline{P_{el}} \leq 0,7$  (Guney y White, 2007). Este límite es satisfecho en todos los casos cuando (1) se utiliza un Análisis únicamente **P-D** o un Análisis de Segundo Orden utilizando **una rigidez geométrica del elemento basada en los desplazamientos transversales del elemento cúbico**, y (2) el número de elementos por miembro es mayor o igual al que se especifica en las guías discutidas mas adelante en la Sección 6.2.

- Alternativamente, puede usarse el factor amplificador para pórticos no desplazables  $B_1$  aplicado a todos los momentos  $M_{1st}$  a lo largo de la longitud del elemento dado, excepto aquellos ubicados en los extremos del elemento.

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - P_u / \overline{P_{el}}} \approx 1,0 \quad (4.6-6a)$$

La Ecuación 4.6-6a [Ecuación (A-8-3) del CIRSOC 301/2017] es útil para elementos en miembros de altura linealmente variable que no tengan cargas transversales aplicadas.

En este caso, el factor de momento equivalente  $C_m$ , puede ser expresado aproximadamente como:

$$C_m = 0,6 + 0,4(f_1 / f_2) \quad (4.6-6b)$$

donde:

$f_2$  = el valor absoluto de la mayor tensión de compresión por flexión en cualquier nudo extremo del elemento(MPa)

$$f_1 = 2f_{\text{medio}} - f_2, \text{ (MPa)} \quad (4.6-3c)$$

$f_{\text{medio}}$  = tensión normal debida a  $M_{1st}$  en la sección ubicada en la mitad de la longitud del elemento y en el ala con la tensión  $f_2$ , tomada como positiva para compresión y negativa para tracción, (MPa)

La ecuación (4.6-6b) tiene en cuenta el hecho de que una variación lineal de  $M_{1st}$  produce una variación no lineal en la correspondiente tensión normal por flexión a lo largo del miembro de altura linealmente variable. El valor  $f_1$  es la tensión en el ala obtenida extendiendo una línea que una  $f_2$  y  $f_{\text{medio}}$  hacia el nudo extremo opuesto.

En muchos casos, la Ecuación (4.6-6a) da como resultado  $B_1 = 1,0$ , lo que indica que la amplificación de Segundo Orden de los momentos a lo largo del miembro puede ser ignorada. Las Ecuaciones (4.6-4) y (4.6-5) generalmente proveen mejor precisión para miembros tanto prismáticos como no prismáticos comparadas con los momentos amplificados determinados utilizando la Ecuación (4.6-6a). Esto es particularmente cierto para elementos con cargas transversales aplicadas, donde el CIRSOC 301-2017 (Sección 8.2.1(b)) da un valor conservador de  $C_m = 1,0$  y la Tabla C-A-8-1 en los Comentarios al CIRSOC 301-2017 da expresiones mas refinadas para  $C_m$  que son aplicables solamente para miembros prismáticos con apoyos idealmente articulados o idealmente empotrados. El uso de  $C_m = 1,0$  está recomendado para los casos generales con cargas transversales.

- (d) La precisión de un programa de Análisis de Segundo Orden debe ser verificada utilizando problemas típicos apropiados tales como aquellos provistos en el **Apéndice C**. Si la verificación de los problemas típicos satisface, se debe suponer que el software provee resultados adecuados sin subdividir los miembros en elementos múltiples como se recomienda en el ítem 2(a).
- (3) Satisfechos los requerimientos precedentes para realizar el Análisis Elástico de Segundo Orden, el modelo de Análisis Estructural para el **MAD** debe incluir lo siguiente:
- (a) El análisis debe ser llevado a cabo con reducciones de rigideces elásticas para todos los miembros cuyas rigideces flexionales contribuyan a la estabilidad lateral de la estructura. Aunque no está específicamente definido en el CIRSOC 301-2017 (En Sección C.2.3) cuales son los “miembros cuya rigidez flexional contribuye a la estabilidad lateral”, en este contexto se entiende que deberá aplicarse sólo a las columnas de pórticos no arriostrados. La reducción de rigidez se logra reduciendo el valor de **EI** y/o **EA** en la formulación de las rigideces de los miembros.

Para miembros cuyas rigideces flexionales contribuyan a la estabilidad lateral:

- Si  $P_u/P_y \leq 0,5$ , se deberá usar **0,8EI** en los términos de la rigidez flexional para el Análisis de Segundo Orden.

- Si  $P_u/P_y > 0,5$ , se deberá usar  **$0,8t_bEI$**  en los términos de la rigidez flexional para el Análisis de Segundo Orden, donde:

$$t_b = 4 \frac{P_u}{P_y} \frac{\alpha}{\zeta} \left( 1 - \frac{P_u}{P_y} \frac{\beta}{\theta} \right) \quad (4.6-7)$$

$P_y$  = el menor valor de  $A_g F_y (10)^{-1}$  a lo largo del miembro (kN)

Esta reducción necesita sólo ser aplicada a la porción del miembro donde  $P_u/P_y > 0,5$ .

Alternativamente, se puede utilizar una rigidez de **0,8EI** en vez de reducir la rigidez a  **$0,8t_bEI$**  adicionando cargas ficticias laterales de  **$0,001Y_i$** , a aquellas requeridas por el ítem **3(b)** (siguiente).

Para miembros cuyas rigideces axiales contribuyen a la estabilidad lateral (fundamentalmente miembros de pórticos arriostrados), se deberá usar **0,8EA** en los términos de rigidez axial para el Análisis de Segundo Orden.

En lugar de modificar las propiedades de la sección transversal (**A** e **I**, por **0,8**), es aceptable (y recomendable) reducir el Módulo de Elasticidad longitudinal **E**, por el factor **0,8** para todos los miembros en el Análisis de Segundo Orden. Esto evita problemas menores que pueden ocurrir en algunos casos, como un desplazamiento adicional de un pórtico debido a un acortamiento axial diferencial entre sus columnas que resisten cargas laterales y las que solo toman cargas verticales, cuando las vigas del sistema resistente a cargas laterales apoyan en las columnas que solo toman cargas gravitatorias. Este enfoque también da resultados mas cercanos a aquellos obtenidos por métodos más avanzados con los cuales el **MAD** fue calibrado. Es de hacer notar que el valor de **E** no debe ser reducido cuando se lo aplica en otras especificaciones del CIRSOC 301-2017, tales como la verificación de los límites de esbeltez local (CIRSOC 301-2017, Tablas B4-1a y B.4-1b)) o las ecuaciones para determinar las resistencias de columnas.

**(b)** Se requieren cargas laterales mínimas de **0,002** veces la carga vertical  $Y_i$ , aplicadas en cada nivel para combinaciones de carga que incluyan solamente cargas verticales cuando  $D_{2do}/D_{1ro} \leq 1,7$  calculados con las rigideces reducidas.

Para combinaciones de carga donde  $D_{2do} / D_{1ro} > 1,7$  calculados con las rigideces reducidas, las cargas laterales ficticias de **0,002** veces la carga vertical  $Y_i$ , deberán ser agregadas a cualquier carga lateral actuante en la combinación de carga considerada.

Alternativamente, en lugar de la aplicación de cargas laterales ficticias, puede incluirse en el modelo de la estructura un desplome inicial explícito equivalente a aquellas..

Para pórticos a dos aguas y para pórticos con pisos que tienen columnas de distinta altura, se recomienda que las cargas laterales ficticias individuales iguales a  $0,002y_i$  sean aplicadas en la parte superior de cada columna, siendo  $y_i$  la carga vertical transferida a la columna en su parte superior. También, para columnas con cargas verticales intermedias a lo largo de su longitud, se debe aplicar una carga lateral ficticia de  $0,002y_i$  en la ubicación de las cargas verticales intermedias, siendo  $y_i$  la carga vertical intermedia aplicada.

- (c) Las intensidades indicadas para las cargas ficticias y el desplome inicial se basan en un desplome máximo especificado de  $L/500$ . Para aquellas estructuras donde se especifica un desplome diferente, las cargas ficticias deben ser determinadas proporcionalmente. Otras consideraciones sobre la implementación de las cargas laterales ficticias se incluyen en el punto 3 (b) de la Sección 4.6.1 y en la Sección 4.4.3.
- (4) La resistencia a padeo flexional en el plano de columnas y vigas-columnas  $P_{ni}$  se calcula basándose en la longitud no arriostrada real con  $k = 1,0$ . Se deben utilizar las rigideces nominales del miembro o sea no se aplicará para la determinación de la Resistencia la reducción de rigidez indicada en el punto 3(a).  
Para los casos siguientes se pueden realizar las siguientes simplificaciones respecto de las especificaciones del CIRSOC 301-2017
- (a) Para los miembros con  $P_u \leq 0,10P_{eL}$ , o más simplemente para  $g_{eL} \leq 0,10$  en todas las secciones a lo largo de su longitud,  $P_{ni}$  puede tomarse como la resistencia axil de fluencia de la sección transversal tomando en cuenta los efectos del pandeo local,  $QP_y$ . Esta simplificación es admisible porque los efectos del pandeo en el plano son mucho menores para columnas o vigas-columnas que satisfacen el límite anterior. Muchos miembros en un pórtico típico de acero de una sola planta satisfacen el límite citado. Estos límites se comprueban mediante la rigidez elástica nominal.
- (b) Si los efectos  $P-d$  están incluidos en el modelo de análisis y también se incluye en el modelo un miembro con una apropiada falta de rectitud entre nudos,  $P_{ni}$  puede tomarse como  $QP_y$ , incluso cuando  $g_{eL} > 0,10$ . Esto es admisible porque la rigidez reducida y la falta de rectitud representan suficientemente en el análisis los efectos de pandeo en el plano del miembro. La falta de rectitud del miembro se considera apropiada con una deformación de  $0,001L$  en la dirección en que se deforma el miembro, con respecto a un eje recto que una los puntos de apoyo o de unión con otros miembros. Se considera suficiente representar el eje del miembro con una deformación máxima en la mitad de la longitud no arriostrada

#### 4.6.3.- El Método de Análisis de Primer Orden (MAPO)

- (1) El MAPO sólo está permitido para combinaciones de carga donde  $D_{2do} / D_{1ro} \leq 1,5$ . Dado que el objetivo de utilizar el MAPO es probable que sea evitar la realización de un Análisis de Segundo Orden, es conveniente que la relación ( $D_{2do} / D_{1ro}$ ) se determine utilizando el Factor Amplificador  $B_2$  de la Sección 8.2.2 del CIRSOC 301-2017.

Además, para todos los miembros cuya rigidez a flexión contribuye a la estabilidad lateral,  $P_u$  debe ser menor o igual a  $0,5P_y$ , donde  $P_y$  es la menor resistencia axial de fluencia del miembro.

(2) Un Análisis de Primer Orden se realiza como sigue:

- (a) El Análisis se realiza sin reducciones de rigidez de miembros.
- (b) Las cargas ficticias deben aplicarse adicionalmente a las demás cargas laterales en cada combinación de carga. Ellas se calculan como:

$$N_i = 2,1(D/L) Y_i \approx 0.0042Y_i \quad [\text{CIRSOC 301-2017 Ec. (A-7-2)}](4.6-8)$$

donde

$D/L$  = máxima relación entre  $D$  y  $L$  entre todos los pisos de la estructura

$D$  = desplazamiento relativo de piso de primer orden debido a las combinaciones de carga mayoradas (cm)

$L$  = altura de piso correspondiente al  $D$  analizado (cm)

$Y_i$  = carga vertical aplicada en el nivel  $i$  para las combinaciones de carga mayoradas (kN)

Para pórticos a dos aguas o pórticos con pisos con columnas de alturas desiguales, se debe utilizar la ecuación (4.6-8) para determinar una carga lateral ficticia  $N_i$ , aplicada en la parte superior de cada columna; para esto  $Y_i$  se define como la carga gravitatoria transferida a cada columna en su parte superior; y  $D/L$  es la máxima relación entre los valores individuales  $D$  de la columna y las alturas  $L$  de las columnas individuales, a lo largo de toda la estructura. Para las columnas con cargas gravitatorias intermedias a lo largo de su longitud, la ecuación se debe utilizar para determinar una carga lateral ficticia  $N_i$ , aplicada en el lugar de las cargas gravitatorias intermedias, donde  $Y_i$  es la carga gravitatoria intermedia aplicada a la columna.

- (c) El Análisis de Primer Orden se realiza utilizando las combinaciones de acciones mayoradas
  - (d) Todos los momentos del Análisis de Primer Orden se deben multiplicar por  $B_1$ . Para los miembros con alma de altura linealmente variable, se recomienda utilizar para el cálculo de  $B_1$ , el factor de amplificación de la Ecuación 4.6-1  $[(1-P_u/P_{el})]$
- (3) La Resistencia a pandeo flexional en el plano de columnas y vigas-columnas  $P_{ni}$ , se determinará en base a la longitud no arriostrada real entre pisos y con extremos articulados ( $k = 1,0$ ).

# CAPÍTULO 5

## PROYECTO DE MIEMBROS

Las siguientes Secciones presentan las especificaciones para el proyecto de miembros del Reglamento CIRSOC 301-2017 adaptadas a los miembros de altura variable. Para los miembros de altura variable, algunos cálculos, Estados Límites y relaciones de resistencia se expresan mejor en términos de tensiones en lugar de fuerzas o momentos; por lo tanto, las expresiones de tensión se utilizan a veces en las siguientes presentaciones, incluso cuando se realiza en última instancia un proyecto basado en fuerzas y momentos.

Como la mayoría de los miembros empleados en las estructuras aporticadas son vigas-columnas, los resultados de la verificación de Fuerzas o Momentos se presentan en términos de relaciones de resistencia para su posterior uso en las ecuaciones de interacción.

En todos los ejemplos siguientes, se supone que las Resistencias Requeridas  $P_u$  y  $M_u$ , incluyen todos los efectos de Segundo Orden que deben ser determinados a partir del Análisis Estructural (Ver sección 4.6).

### 5.1.- GLOSARIO Y SIMBOLOGÍA BÁSICAS

La siguiente terminología es utilizada extensivamente en esta sección:

$g_e$  = la relación entre la fuerza o momento de pandeo elástico del miembro y la Resistencia Requerida. Este término es conveniente para expresar la resistencia de pandeo elástico para los varios Estados Límites de pandeo. Su significado es discutido en detalle en la Sección 5.3.

### 5.2.- TRACCIÓN AXIL

La tracción axil en miembros de altura variable se analiza con las especificaciones del Capítulo D del Reglamento CIRSOC 301-2017 sin modificaciones. Al igual que los miembros prismáticos, los miembros traccionados de altura variable están sometidos a los Estados Límites de Fluencia en la sección bruta y Rotura en la sección neta. La Resistencia de Diseño es la más baja de las Resistencias de Diseño calculadas para los dos Estados Límites.

Para los miembros de altura linealmente variable, la Resistencia de Diseño varía a lo largo de la longitud del miembro debido a la variación de altura, por lo que la selección de las secciones transversales para evaluar depende tanto del cambio en la carga axil como en la geometría a lo largo de la longitud del miembro. Para un elemento sometido solo a tracción por una carga de tracción constante, tal como un tensor, la Resistencia de Diseño se determina en las ubicaciones de área bruta o área neta mínima, según corresponda. Para los miembros sometidos a tracción combinada con flexión o miembros con tracción variable a lo largo de su longitud, normalmente se necesitará verificar la Resistencia a tracción en otros posibles lugares críticos.

### 5.2.1.- Estado Límite de Fluencia en la sección bruta

La Resistencia Nominal y el Factor de Resistencia para el Estado Límite de Fluencia en la sección bruta son::

$$f_t = 0,90 \quad P_n = F_y \cdot A_g \cdot (10^{-1}) \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (D.2-1)}] \quad (5.2-1)$$

siendo:

$$A_g = \text{área bruta de la sección transversal (cm}^2\text{)}$$

$$F_y = \text{tensión de fluencia especificada (MPa)}$$

Expresada como relación de resistencias o de tensiones para el uso en las ecuaciones de interacción:

$$\frac{P_u}{P_d} = \frac{f_u}{F_d} = \frac{P_u}{f_t P_n} = \frac{f_u}{f_t F_y} \quad (5.2-2)$$

### 5.2.2.- Estado Límite de rotura en la sección neta:

La Resistencia Nominal y el Factor de Resistencia para el Estado Límite de Rotura en la sección neta son::

$$f_t = 0,75 \quad P_n = F_u \cdot A_e \cdot (10^{-1}) \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (D.2-2)}] \quad (5.2-3)$$

siendo:

$$A_e = \text{área neta efectiva de la sección transversal (cm}^2\text{)}$$

$$F_u = \text{tensión de rotura a tracción especificada (MPa)}$$

Expresada como relación de resistencias o de tensiones para el uso en las ecuaciones de interacción:

$$\frac{P_u}{P_d} = \frac{f_u}{F_d} = \frac{P_u}{f_t P_n} = \frac{f_u}{f_t F_u} \quad (5.2-4)$$

Cuando la fuerza de tracción se transmite directamente por cada uno de los elementos de la sección transversal a través de bulones, el área neta efectiva  $A_e$  es igual al área neta y se toma como el área bruta menos el área de los agujeros de la sección transversal calculadas usando un diámetro 2mm. mayor que el diámetro nominal del agujero. En otros casos, cuando la fuerza de tracción se transmite por medio de pasadores o soldaduras por algunos, pero no todos, los elementos de la sección transversal,  $A_e$  debe ser calculada con las especificaciones de la Sección D.3(2) del Reglamento CIRSOC 301-2017.



### EJEMPLO 5.1.- Miembro con alma de altura linealmente variable traccionado y con agujeros para bulones

**Enunciado:** Determinar la Resistencia de Diseño a tracción axial del miembro de sección doble te indicado en la Figura 5-1. Se suponen dos agujeros para bulones de 16 mm de diámetro en cada ala. Se ubican a 30cm del extremo mas pequeño y se preveen para unir otros elementos.

**Material:** Acero F36 :  $F_y = 355 \text{ MPa}$   $F_u = 510 \text{ MPa}$

**Dimensiones:** Ambas alas : # 152x6,35 (mm) (6"x1/4")

Espesor del alma: 3,2 mm (1/8")

Altura del alma: linealmente variable de 30 cm a 45 cm

Se verifican las limitaciones indicadas en la Sección 1.2 (Página 2)

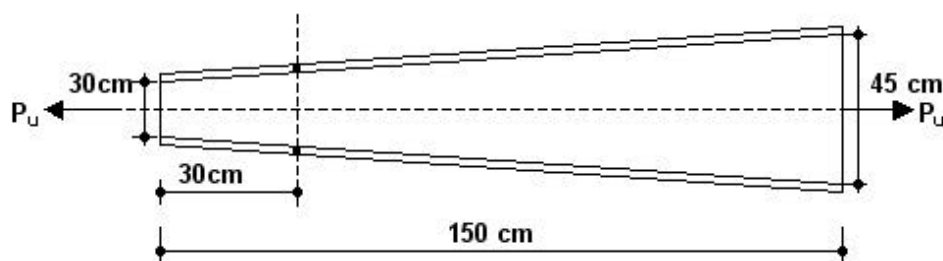


Figura 5-1

La Resistencia de Diseño a Tracción será el menor valor obtenido entre los Estados Límites de Fluencia en la Sección Bruta y Rotura en la Sección Neta

#### (1) Estado Límite de Fluencia en la sección bruta (Sección D.2(a))

Se determina para la sección del extremo mas pequeño del miembro

$$A_g = \text{área bruta} = 30 \times 0,32 + 2 \times 15,2 \times 0,635 = 28,904 \text{ cm}^2$$

$$\text{De Ecuación (D.2-1)} \quad P_n = F_y \cdot A_g \cdot (10)^{-1} = 355 \times 28,904 \times 0,1 = 1026 \text{ kN}$$

$$\text{La Resistencia de Diseño } P_d = f_t P_n = 0,9 \times 1026 = 923,4 \text{ kN}$$

(Ej 5.1-1)

#### (2) Estado Límite de Rotura en la sección neta (Sección D.2(b))

La sección crítica es aquella donde se encuentran los agujeros para bulones.

$$\text{La altura del alma en esa sección es: } h_1 = 30 + (45 - 30) \times (30/150) = 33 \text{ cm}$$

De Tabla J.3-3 la dimensión del agujero normal para un bulón de diámetro 16 mm es : **18mm = 1,8 cm**

Dado que las uniones abulonadas unirán otros elementos al tensor, y la fuerza de tracción no debe pasar por ellas resulta **U = 1,0**

El área neta efectiva  $A_e$  resulta (Sección D.3(1))  $A_e = UA_n = A_n$

Luego:

$$A_e = [(2 \times 15,2 \times 0,635) + (33 \times 0,32) - (4 \times 1,8 \times 0,635)] = 25,29 \text{ cm}^2$$

De Ecuación (D.2-2)  $P_n = F_u \cdot A_e \cdot (10)^{-1} = 510 \times 25,29 \times 0,1 = 1289,8 \text{ kN}$

La Resistencia de Diseño  $P_d = f_t P_n = 0,75 \times 1289,8 = 967,3 \text{ kN}$  (Ej 5.1-2)

De (Ej 5.1-1) y (Ej 5.1-2) el Estado Límite Crítico es la Fluencia en la Sección Bruta y la Resistencia de Diseño a tracción axial del Tensor es:

$$P_d = 923,4 \text{ kN}$$

### 5.3.- COMPRESIÓN AXIL.

Las columnas de altura variable están sometidas a los mismos Estados Límite que las columnas prismáticas, pero son más propensas a que su proyecto sea gobernado por Estados Límites que no controlan el proyecto de miembros de sección doble te de ala ancha laminados en caliente. Los miembros de altura variable utilizados en estructuras de acero tienen con frecuencia alas y/o almas esbeltas respecto a la compresión axial. Por esta razón, las siguientes especificaciones para el proyecto de columnas se basan en la Sección E.7 del Reglamento CIRSOC 301-2017, que incorpora los efectos de elementos esbeltos sobre la resistencia a compresión axial. Cuando todos los elementos no son esbeltos, estas especificaciones son una extensión de las Secciones E.3 y E.4, que se refieren a miembros con elementos no esbeltos.

El procedimiento para el cálculo de la Resistencia de Diseño de columnas prismáticas de sección doble Te con elementos esbeltos en el Reglamento CIRSOC 301-2017 es el siguiente:

(1) Para cada longitud lateralmente no arriostrada, se calcula la tensión de pandeo elástico  $F_e$ , para cada Estado Límite de pandeo aplicable, lo cual varía de acuerdo al Estado Límite. Para los miembros prismáticos de sección doble Te, el CIRSOC 301-2017 proporciona las ecuaciones siguientes para el cálculo de la tensión de pandeo elástico  $F_e$ , para los Estados Límites indicados en cada caso:

(a) Para Pandeo Flexional de todos los miembros de doble o simple simetría, independientemente del eje de pandeo,

$$F_e = \frac{p^2 E}{\frac{\pi^2 I}{C r^2}} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (E.3-4a)}] \quad (5.3-1)$$

(b) Para Pandeo Torsional de secciones de doble simetría o simetría puntual

$$F_e = \frac{p^2 E \times C_w}{(k_z \times L)^2} + G \times J_u \frac{1}{I_x + I_y} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (E.4-4)}] \quad (5.3-2)$$

(c) Para Pandeo Flexo-torsional de secciones de simple simetría,

$$F_e = \frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times F_{ey} \times F_{ez} \times H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right] \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (E.4-5)}] \quad (5.3-3)$$

(2) Se utiliza la menor de estas tensiones elásticas en las Ecuaciones (E7-2) o (E7-3) del CIRSOC 301-2017, la que sea aplicable, con  $Q = 1,0$  para calcular la tensión de pandeo nominal  $F_{cr}$ ,

$$\text{Para } \frac{\pi^2 EI}{L^2} < 4,71 \sqrt{\frac{E}{Q F_y}} \quad \text{o equivalentemente } F_e > 0,444 Q F_y$$

$$F_{cr} = Q \left[ 0,658 F_e + F_y \right] \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (E.7-2a)}] \quad (5.3-4)$$

$$\text{Para } \frac{\pi^2 EI}{L^2} > 4,71 \sqrt{\frac{E}{Q F_y}} \quad \text{o equivalentemente } F_e < 0,444 Q F_y$$

$$F_{cr} = 0,877 F_e \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. E.7-3a)}] \quad (5.3-5)$$

(3) Se verifica la esbeltez del alma y de ambas alas para determinar un factor de reducción global de esbeltez,  $Q$ . Para verificar la esbeltez del alma, se calcula  $Q_a$  utilizando el  $f = F_{cr}$  calculado en el paso (2) con  $Q=1,0$  (ver CIRSOC 301-2017 Sección E.7.2). Para verificar la esbeltez de las alas, se calcula  $Q_s$  para cada ala que resulte comprimida con la fuerza axil combinada con cualquier momento flector actuante en la combinación de carga en consideración (ver CIRSOC 301-2017, Sección E.7.1). Si ambas **alas** resultan comprimidas bajo la fuerza axil y flexión combinadas, se utilizará el más pequeño de los dos valores  $Q_s$  calculados; en caso contrario, se utilizará el  $Q_s$  determinado para el ala comprimida. Luego se calcula  $Q = Q_s Q_a$ .

(4) Si resulta  $Q = 1,0$ , la tensión nominal de pandeo  $F_{cr}$  será la calculada en el Paso (2). Si resulta  $Q < 1,0$ , se debe recalculer  $F_{cr}$  utilizando el  $F_e$  resultante con el valor de  $Q$  calculado en el Paso (3).

(5) La Resistencia Nominal a compresión  $P_n$  se obtiene multiplicando la Tensión crítica  $F_{cr}$  por el área bruta de la sección transversal  $A_g$

$$P_n = F_{cr} \times A_g \times (10^{-1}) \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (E.7-1)}] \quad (5.3.6)$$

Expresada como relación de Resistencias o de tensiones para el uso en las ecuaciones de interacción (H1-1a) o (H1-1b):

$$\frac{P_u}{P_d} = \frac{f_u}{F_d} = \frac{P_u}{f_c P_n} = \frac{f_u}{f_c F_{cr}} \quad (5.3-7)$$

Para las columnas de altura de alma variable los pasos básicos son los mismos; sin embargo, el procedimiento anterior debe ser modificado de cierta forma para representar la variación de la Tensión Requerida  $f_u$ , y de la tensión de pandeo elástico  $F_e$ , que se producen a lo largo de la longitud del miembro en una columna de altura de alma variable.

Los siguientes procedimientos hacen amplio uso del término  $g_e$ . Para cualquier columna bajo carga de compresión axial hay un multiplicador de pandeo  $g_e$ , por el cual se multiplica la Resistencia Requerida en términos de tensión  $f_u$  para obtener la tensión de pandeo elástico de la columna ( $F_e = g_e \cdot f_u$ ).  $g_e$  también es algebraicamente equivalente al factor por el cual se multiplica la tensión requerida  $f_u$  en cada punto de la columna para obtener la tensión existente en ese punto cuando se alcanza el pandeo elástico; es decir,  $f_u \cdot g_e$  es la tensión de pandeo elástico  $F_e$ , en cada punto en la columna.  $g_e$  puede calcularse usando una serie de métodos que se describen en el Apéndice A, incluyendo soluciones por elementos finitos de los valores propios de pandeo, el método de aproximaciones sucesivas o, para casos sencillos, un método aproximado con el uso de determinadas ecuaciones.

El uso del término  $g_e$  proporciona varias ventajas. En primer lugar, hace que sea posible describir la resistencia al pandeo elástico de miembros que van desde un miembro prismático con una carga axial uniforme a un miembro no prismático geoméricamente complejo sometido a una carga axial no uniforme. Además, tanto el método por elementos finitos como el método de aproximaciones sucesivas proporcionan sus resultados de Resistencias de pandeo directamente como  $g_e$ , un multiplicador de la carga aplicada utilizada en el análisis.

Debido a que  $F_e = g_e f_u$ , las Ecuaciones (E7-2a) y E7-3a) del CIRSOC 301-2017 se pueden reescribir en la forma equivalente siguiente:

$$\text{Para } \frac{\pi^2 K L^2}{r^2} \leq 4,71 \sqrt{\frac{E}{Q F_y}} \text{ o equivalentemente } g_e f_u \geq 0,444 Q F_y$$

$$F_{cr} = Q \frac{\pi^2 K L^2}{r^2} \frac{Q F_y}{g_e f_u} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (E.7-2a)}] \quad (5.3-9)$$

$$\text{Para } \frac{\pi^2 K L^2}{r^2} > 4,71 \sqrt{\frac{E}{Q F_y}} \text{ o equivalentemente } g_e f_u < 0,444 Q F_y$$

$$F_{cr} = 0,877 g_e f_u \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (E.7-3a)}] \quad (5.3-10)$$

El método para calcular la resistencia de una columna de altura variable sigue los cinco pasos básicos descritos anteriormente, con algunas modificaciones. En la siguiente discusión, se asume por conveniencia que las columnas están orientadas con el plano del alma en el plano del pórtico. El pandeo en el plano del alma del miembro es designado por el subíndice  $x$  (pandeo alrededor del eje  $x$ ). En los miembros de altura variable de sección doble  $T_e$ , la esbeltez del alma varía a lo largo de la longitud del miembro. Además, la esbeltez del alma y las alas puede variar a lo largo de la longitud debido a cambios en la sección transversal de las placas en lugares específicos. Para miembros prismáticos de sección doble  $T_e$  sometidos a compresión axial uniforme, se puede determinar el valor  $g_e$  más pequeño de cada uno de los modos potenciales de pandeo y cada una de las longitudes lateralmente no arriostradas

aplicables. Dado este  $g_e$  mínimo, o el correspondiente  $F_e$ , la resistencia de la columna puede ser determinada mediante la sustitución de este valor único en las ecuaciones (5.3-9) o (5.3-10). Sin embargo, debido a que tanto  $g_e$  como los valores de esbeltez de los elementos de la sección transversal afectan la resistencia de la columna, cuando los valores de esbeltez de la sección transversal no son constantes a lo largo de la longitud del miembro no se pueden determinar la longitud no arriostrada y el Estado Límite de pandeo gobernantes simplemente por encontrar el valor  $g_e$  más pequeño. Para los miembros no prismáticos, es necesario, en general, calcular y comparar las Resistencias Nominales para cada Estado Límite de pandeo en cada longitud no arriostrada aplicable.

En la siguiente discusión, se supone que cada miembro está orientado con su eje fuerte ( $x$ ) normal al plano del pórtico y su eje débil ( $y$ ) paralelo al plano del pórtico. En los casos en que los miembros se rotan  $90^\circ$ , los subíndices  $x$  e  $y$  continuarán refiriéndose a los ejes de pandeo en el plano y fuera de plano, respectivamente.

Se encuentra el Estado Límite y la longitud no arriostrada gobernantes mediante la determinación de la mayor relación entre la Resistencia Requerida y la Resistencia de Diseño ( $P_u / P_d$ ) para la columna, teniendo en cuenta tanto el comportamiento en el plano como fuera del plano y los Estados Límites de pandeo aplicables.

Las columnas con alas iguales deberán ser verificadas para pandeo flexional alrededor de ambos ejes. Las columnas con alas iguales también deberán ser verificadas para pandeo torsional cuando la longitud no arriostrada para torsión  $k_z L$ , es mayor que la longitud no arriostrada para el pandeo flexional alrededor del eje débil  $k_y L_b$  ( $k_z L$  y  $k_y L_b$  se definen en las secciones siguientes).

Las columnas con alas desiguales se clasifican como secciones de simple simetría. Estas deben ser verificadas para pandeo flexo-torsional que implique flexión en torno al eje de simetría y para pandeo flexional de la sección transversal alrededor del otro eje principal.

Las columnas con alas con diferentes distancias de arriostramiento fuera de plano también deberán ser verificadas para pandeo torsional **con giro restringido**.

En el caso usual en el cual el arriostramiento fuera del plano es provisto por vigas y correas y arriostramientos diagonales de las alas unidos a aquellas, hay una única longitud no arriostrada en el plano para el miembro, la longitud entre apoyos del miembro o entre la/s unión/es con otros miembros en el plano de flexión. Sin embargo, usualmente hay una serie de longitudes no arriostradas fuera del plano para considerar. Se debe encontrar la relación más grande de Resistencia Requerida a Resistencia de Diseño,  $P_u / P_d$ , para la longitud no arriostrada en el plano,  $(P_u / P_d)_i$ , y una o mas longitudes no arriostradas fuera del plano  $(P_u / P_d)_o$ .

Para cada Estado Límite de pandeo de columna aplicable y para cada una de las longitudes no arriostradas correspondientes, se llevará a cabo el siguiente procedimiento:

### 5.3.1.- Cálculo de la Resistencia a Pandeo Elástico

Para todos los modos de pandeo elástico dados hasta aquí, con excepción del pandeo flexional en el plano, se supone que la Resistencia axial Requerida  $P_u$  dentro de la longitud no arriostrada, es esencialmente constante. Para  $P_u$  constante,  $g_e$  es calculada como  $P_e / P_u$ . Para pandeo en el

plano en casos en los cuales la fuerza interna axial varíe a lo largo de la longitud del miembro, el método de aproximaciones sucesivas y análisis de valores propios son herramientas útiles para determinar el multiplicador de las fuerzas internas  $P_u$ , o tensiones internas  $f_u$ , para las cuales ocurre el teórico pandeo flexional elástico del miembro. Para las longitudes no arriostradas asociadas con otros modos de pandeo, la variación en  $P_u$  a lo largo de la longitud no arriostrada es usualmente menor. En estos casos  $P_u$  deberá tomarse como la fuerza axial más grande dentro de la longitud no arriostrada aplicable. No se asegura una precisión aceptable usando para  $P_u$  un valor promedio o un valor promedio ponderado.

### Pandeo flexional en el plano

Para el pandeo flexional en el plano, se calculará la relación de pandeo elástico  $g_{ex}$  o  $P_{ex}$  utilizando las condiciones de vínculo apropiadas (véase la Ecuación 2.2-1). Para los miembros proyectados utilizando el **MAD** o el **MAPO** se asume extremos articulados. Para los miembros proyectados utilizando el **MLE** con  $D_{2do} / D_{1ro} > 1,1$ , la restricción de vínculo real debe estar incluida en un análisis de pandeo ya sea explícita o implícitamente a través del uso de un factor **k**. Se debe tener en cuenta que  $g_{ex}$  es una función de la intensidad y la distribución de la carga axial y por lo tanto es potencialmente diferente para cada combinación de carga. Este paso no es necesario si se utiliza el **MAD** y se incluye explícitamente un miembro con deformación inicial y se utiliza un modelo de análisis que tenga en cuenta tanto los efectos **P-D** como **P-d** (la posibilidad de pandeo elástico en el plano del miembro es en este caso capturada por el modelo de análisis). Tampoco el paso es necesario si se utiliza el **MAD** y  $1/g_{eL} \leq 0,10$  (la influencia de consideraciones de estabilidad en el plano en  $P_n$  es despreciable en este caso). Varias técnicas para el cálculo de  $g_{ex}$  y  $P_{ex}$  se dan en el Apéndice A.

### Pandeo flexional fuera del plano

Los miembros doble Te con doble simetría deben ser verificados para el pandeo flexional fuera del plano. Se calcula la resistencia al pandeo elástico utilizando la siguiente ecuación, que es algebraicamente equivalente a la ecuación (E.3-4 a) del CIRSOC 301-2017:

$$P_{ey} = \frac{p^2 E I_y}{(k_y L_b)^2} (10)^{-1} \quad (5.3-11)$$

Se utilizarán las propiedades de la sección en el punto medio de la longitud no arriostrada.  $k_y$  se toma normalmente como igual a **1,0**, con la excepción de los miembros proyectados por el **MLE** y donde el desplazamiento lateral no está restringido en la dirección normal al eje **y** de la sección transversal.  $k_y$  se puede tomar menor a **1,0** si un análisis muestra que un valor más pequeño puede ser utilizado. Sin embargo, en este caso, si se supone que una longitud adyacente no arriostrada es la que proporciona la restricción tal que resulta  $k_y < 1,0$ , la longitud no arriostrada adyacente deberá verificarse con el correspondiente  $k_y > 1,0$  para la combinación de carga considerada. Se calcula  $g_{ey}$  como  $(P_{ey} / P_u)$ .

Para secciones con un cambio de las placas del ala a no más del 20% de la distancia desde el extremo más pequeño de la longitud no arriostrada, y si el cambio en el momento de inercia lateral de las alas es inferior a un factor de **2,0**, el cambio en las placas de las alas puede ser ignorado. Se utiliza el  $I_y$  de la sección transversal dentro de la porción más larga de la longitud

no arriostrada. Para otros casos, tales como longitudes no arriostradas con más de un cambio de placas de alas, con los cambios de alas más allá de los extremos de la longitud no arriostrada o con cargas axiales significativamente escalonadas,  $P_{ey}$  deberá ser determinada usando métodos analíticos similares a los que se usaron para determinar la Resistencia para pandeo flexional. El método de aproximaciones sucesivas es muy útil para estos casos.

Para miembros de doble o simple simetría con espaciado de arriostramiento diferente en las dos alas, se verificarán las longitudes no arriostradas más cortas usando estas recomendaciones, y las longitudes no arriostradas más largas entre las ubicaciones donde ambas alas son arriostradas se verificarán usando las especificaciones para pandeo torsional con giro restringido que se indican mas adelante.

### Pandeo torsional

Los miembros de sección doble Te con doble simetría con arriostramientos en ambas alas en los mismos lugares a lo largo de la longitud de la columna, son potencialmente sujetos a pandeo torsional. Sin embargo, para todas las geometrías prácticas, la Resistencia Nominal del miembro a pandeo torsional nunca es menor que la Resistencia al pandeo flexional fuera del plano menos un pequeño porcentaje (y generalmente es mayor y gobierna el pandeo flexional fuera del plano). Es decir, para  $k_z L = k_y L_b$ , el pandeo torsional de miembros de sección doble Te doblemente simétricos no tiene por que ser considerado (White y Kim, 2006).

Para los casos en que  $k_z L > k_y L_b$ , se determina la Resistencia al pandeo elástico torsional a partir de la siguiente ecuación, que es algebraicamente equivalente a la Ecuación (E.4-4) del CIRSOC 301-2017:

$$P_{ez} = \frac{e^2 p^2 \times E \times C_w}{e (k_z \times L)^2} + G \times J \frac{10^{-1}}{r_x^2 + r_y^2} \quad (5.3-12)$$

y usando las propiedades de la sección en el punto intermedio de la longitud no arriostrada para torsión. La longitud  $k_z L$ , es usualmente tomada como la distancia entre las ubicaciones donde el miembro está restringido contra el giro. Para el caso de una columna con voladizo completamente restringida contra giro y alabeo en un extremo y con el otro extremo libre, se toma  $k_z L = 2L$ , donde  $L$  es la longitud entre el extremo restringido y el extremo libre. Se calcula  $g_{ez}$  como  $(P_{ez}/P_u)$ .

Aunque para secciones doble Te  $J$  es frecuentemente tomado como  $\frac{bt^3}{3}$ , se recomienda una expresión más precisa para miembros de sección doble Te de proporciones normales:

$$J = \frac{ht_w^3}{3} + \frac{b_{tf} t_{tf}^3}{3} \xi - 0,63 \frac{t_{tf} \ddot{\theta}}{b_{tf} \theta} + \frac{b_{cf} t_{cf}^3}{3} \xi - 0,63 \frac{t_{cf} \ddot{\theta}}{b_{cf} \theta} \quad (5.3-13)$$

donde:

- $b_{cf}$  = ancho del ala comprimida (cm)
- $b_{tf}$  = ancho del ala traccionada (cm)
- $t_{cf}$  = espesor del ala comprimida (cm)

$t_{ff}$  = espesor del ala traccionada (cm)

$h_w$  = altura del alma (cm)

$t_w$  = espesor del alma (cm)

### Pandeo flexo-torsional

Miembros de simple simetría con alas significativamente diferentes y con los arriostramientos en ambas alas en las mismas ubicaciones a lo largo de la longitud de la columna están sujetos a pandeo flexional-torsional. Este Estado Límite no necesita ser verificado salvo en caso de que los anchos de las alas sean diferentes, o en casos en los que la relación entre el espesor de las alas exceda 1,5 (White y Kim, 2006). Se calcula la Resistencia elástica a pandeo flexo-torsional con la siguiente Ecuación algebraicamente equivalente a la Ecuación (E.4-5) del CIRSOC 301-2017 y usando las propiedades de la sección transversal en el punto medio de la longitud no arriostrada:

$$P_{eFT} = \frac{P_{ey} + P_{ez}}{2H} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times P_{ey} \times P_{ez} \times H}{(P_{ey} + P_{ez})^2}} \right] \quad (5.13-14)$$

donde

$P_{ey}$  = Resistencia elástica a pandeo flexional alrededor del eje débil =  $F_{ey} A_g (10)^{-1}$  (kN)

$P_{ez}$  = Resistencia elástica a pandeo torsional =  $F_{ez} A_g (10)^{-1}$  (kN)

$A_g$  = área bruta de la sección transversal (cm<sup>2</sup>)

$$H = 1 - \frac{x_o^2 + y_o^2}{r_o^2} \quad [\text{CIRSOC 301-2017 Ec. (E.4-10)}]$$

$r_o$  = radio de giro polar alrededor del centro de corte (cm)

$$r_o^2 = x_o^2 + y_o^2 + \frac{(I_x + I_y)}{A_g} \quad [\text{CIRSOC 301-2017 Ec. (E.4-11)}]$$

$I_x, I_y$  = Momentos de inercia respecto de los ejes principales. (cm<sup>4</sup>)

$x_o, y_o$  = coordenadas del centro de corte con respecto al centro de gravedad. (cm)

Se calcula  $g_{eFT}$  como ( $P_{eFT} / P_u$ )

### Pandeo torsional con giro restringido

Si la separación del arriostramiento del ala interior es mayor a la separación de las vigas o correas exteriores, se calcula la resistencia elástica de pandeo torsional con giro restringido con (Timoshenko y Gere, 1961):

$$P_{eCAT} = \frac{E (C_w + I_y a_s^2)}{(k_z L_{binterior})^2} + G J \frac{(10)^{-1}}{r_x^2 + r_y^2 + a_c^2} \quad (5.3-15)$$

siendo:

$$C_w = \frac{h_o^2 I_{y1}}{(I_{y1} / I_{y2}) + 1} \quad (\text{cm}^6) \quad (5.3-16)$$



$h_o$  = distancia entre centros de gravedad de las alas (cm)

$$I_{y1} = \frac{t_{f1} b_{f1}^3}{12} \quad (\text{ala exterior}) \quad (5.3-17)$$

$$I_{y2} = \frac{t_{f2} b_{f2}^3}{12} \quad (\text{ala interior}) \quad (5.3-18)$$

$a_c$  = distancia desde el centro de gravedad de la viga o correa al centro de gravedad de la columna (ver Figura 5-2) (cm)

$a_s$  = distancia desde el centro de gravedad de la viga o correa al centro de corte de la columna (ver Figura 5-2) (cm)

$$y_o = \frac{t_{f1}}{2} + \frac{h_o I_{y2}}{I_y} - \bar{y} \quad (\text{cm}) \quad (\text{ver Figura 5-2}) \quad (5.3-19)$$

Para los casos usuales  $L_{b \text{ interior}}$  es la distancia entre los puntos arriostrados del ala interior.

Se deben usar las propiedades de la sección transversal en el punto medio de la longitud no arriostrada del ala interior,  $L_{b \text{ interior}} > L_{b \text{ exterior}}$ .

Se calcula  $g_{eCAT}$  como  $(P_{eCAT} / P_u)$

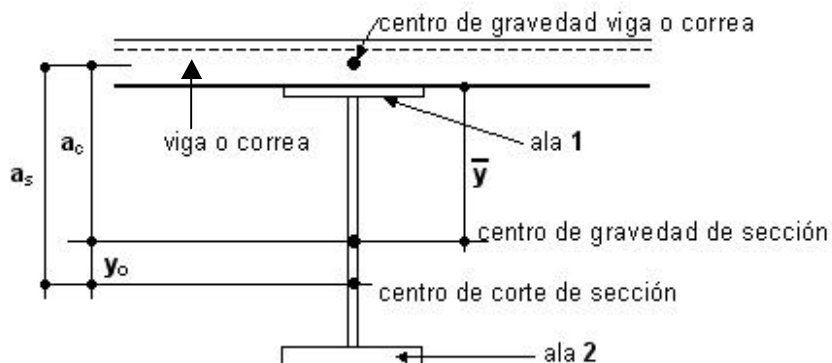


Figura 5-2. Parámetros de pandeo torsional con giro restringido

### 5.3.2.- Cálculo de la Resistencia Nominal a pandeo en términos de Tensión sin los efectos de la esbeltez de elementos ( $F_{n1}$ )

La Resistencia Nominal a pandeo crítica sin los efectos de la esbeltez de elementos  $F_{n1}$ , se calcula en la sección ubicada dentro de la longitud no arriostrada que tenga la mayor relación de Tensión Requerida a Tensión de fluencia ( $f_{u \text{ max}} / F_y$ ).  $F_{n1}$  se usa para establecer las tensiones a utilizar para calcular el factor de reducción de esbeltez para el alma  $Q_a$ , a lo largo de toda la longitud no arriostrada del miembro.

Se ubica la mayor relación ( $f_u / F_y$ ) en la longitud no arriostrada. Ella estará en el extremo más pequeño de la longitud no arriostrada bajo análisis o en la ubicación donde cambien las placas de alas o alma. Con el máximo valor de ( $f_{u \text{ max}} / F_y$ ) y con  $g_e$  del Estado Límite de pandeo considerado, se calcula  $F_{n1}$  a partir de las ecuaciones (5.3-20) o (5.3-21), la que sea apropiada.

- Para  $\frac{F_y}{g_e f_{um\acute{a}x}} \leq 2,25$  o equivalentemente  $g_e f_{um\acute{a}x} \geq 0,444 F_y$

$$F_{n1} = \frac{0,658 F_y \ddot{\theta}}{g_e f_{um\acute{a}x}} \quad (5.3-20a)$$

- Para  $\frac{F_y}{g_e f_{um\acute{a}x}} > 2,25$  o equivalentemente  $g_e f_{um\acute{a}x} < 0,444 F_y$

$$F_{n1} = 0,877 g_e f_{um\acute{a}x} \quad (5.3-21a)$$

- alternativamente las anteriores ecuaciones pueden expresarse como:

- Para  $\frac{F_y}{F_e} \leq 2,25$  o equivalentemente  $F_e \geq 0,444 F_y$

$$F_{n1} = \frac{0,658 F_y \ddot{\theta}}{F_e} \quad (5.3-20b)$$

- Para  $\frac{F_y}{F_e} > 2,25$  o equivalentemente  $F_e < 0,444 F_y$

$$F_{n1} = 0,877 F_e \quad (5.3-21b)$$

- alternativamente :

- Para  $\frac{P_y}{P_e} \leq 2,25$  o equivalentemente  $P_e \geq 0,444 P_y$

$$F_{n1} = \frac{0,658 P_y \ddot{\theta}}{P_e} \quad (5.3-20c)$$

- Para  $\frac{P_y}{P_e} > 2,25$  o equivalentemente  $P_e < 0,444 P_y$

$$F_{n1} = 0,877 \frac{P_e(10)}{A_g} \quad (5.3-21c)$$

Se calcula el factor de Resistencia nominal a pandeo  $g_{n1}$  como:

$$g_{n1} = (F_{n1} / f_{um\acute{a}x}) \quad (5.3-22)$$

siendo  $f_{um\acute{a}x}$  la tensión requerida en la sección donde se determinó  $F_{n1}$

### 5.3.3.- Cálculo del Factor de Reducción por Esbeltez Q y de la ubicación de la sección crítica

Se deberá determinar el máximo valor de  $f_u/QF_y$  entre las diversas secciones ubicadas a lo largo de toda la longitud no arriostrada. Q se determina con las especificaciones de la Sección E.7 del CIRSOC 301-2017 con las siguientes modificaciones. Para calcular el factor de reducción para el alma,  $Q_a$ , se usará  $f = g_{n1}f_u$  en cada ubicación a lo largo de la columna a verificar. Para determinar  $Q_s$ , se usará el menor valor de los calculados para las dos alas. Para una combinación de carga en particular, si no hay compresión resultante en una de las alas debido a la combinación con una tracción mayor producida por una flexión actuante, no es necesario para esa combinación calcular el  $Q_s$  para esa ala.

Para miembros con alas no esbeltas sobre la longitud no arriostrada, la sección crítica siempre estará en el extremo menor de la longitud no arriostrada bajo consideración o en una placa de transición, excepto que haya un escalón en la carga entre las ubicaciones de cambios de placas. En muchos casos, este estará en la misma sección en la cual sean calculados  $F_{n1}$  y  $g_{n1}$ .

Para longitudes no arriostradas con alas esbeltas, el extremo superior puede ser la ubicación crítica; sin embargo, también hay un mínimo local para el área efectiva en la sección donde la esbeltez  $h/t_w = 131$ . Esta es la esbeltez límite para la cual no hay más disminución del factor de reducción de ala  $Q_s$ , aunque la altura del alma aumente [ver CIRSOC 301-2017 Sección E.7.1 (b),  $k_c \geq 0,35$ ]. Si  $h/t_w = 131$  en algunas secciones a lo largo de la longitud no arriostrada, esas ubicaciones también deben ser verificadas. Si  $h/t_w < 131$  en todas las secciones a lo largo de la longitud no arriostrada, el extremo con mayor altura del alma también debe ser verificado. Estas reglas pueden ser aún más simplificadas verificando ambos extremos, la sección con el alma más alta si no está en el extremo, y cualquier sección donde  $h/t_w = 131$ .

Si la carga axil varía significativamente a lo largo del miembro, puede ser necesario verificar mas secciones para identificar la ubicación crítica.

### 5.3.4.- Cálculo de la Resistencia Nominal a pandeo en términos de Tensión con los efectos de la esbeltez de elementos ( $F_{cr}$ )

Se calcula la Resistencia Nominal a pandeo  $F_{cr}$ , en la sección crítica determinada por lo dicho en la Sección 5.3.3, usando  $g_e$  para el Estado Límite de pandeo en consideración con Q y  $f_u$  determiniido para la sección crítica (es decir, la sección con el máximo  $f_u/QF_y$ ).

- Para  $\frac{QF_y}{g_e f_u} \leq 2,25$  o equivalentemente  $g_e f_u \geq 0,444 Q F_y$

$$F_{cr} = Q \left( \frac{QF_y}{g_e f_u} \right)^{0,658} F_y \quad (5.3-23a)$$

- Para  $Q = 1,0$  o  $\frac{QF_y}{g_e f_u} > 2,25$  o equivalentemente  $g_e f_u < 0,444 F_y$

$$F_{cr} = F_{n1} \quad (5.3-24a)$$

- equivalentemente:

$$\text{Para } \frac{QF_y}{F_e} \leq 2,25 \text{ o equivalentemente } F_e \geq 0,444 Q F_y$$

$$F_{cr} = Q_c \cdot 0,658 \cdot \frac{QF_y}{F_e} \cdot F_y \quad (5.3-23b)$$

$$\text{Para } Q = 1,0 \text{ o } \frac{QF_y}{F_e} > 2,25 \text{ o equivalentemente } F_e < 0,444 F_y$$

$$F_{cr} = F_{n1} \quad (5.3-24b)$$

Si  $Q = 1,0$  o si  $\frac{QF_y}{g_e f_u} > 2,25$ , no hay influencia del pandeo local de los elementos esbeltos en la resistencia de la columna. En este caso, la sección crítica será la misma que aquella en la cual  $F_{n1}$  fue calculada y  $F_{cr} = F_{n1}$ .

### 5.3.5.- Relación de Resistencias

Se calcula la relación de Resistencias o de Tensiones para el Estado Límite de pandeo analizado utilizando la Resistencia Requerida  $f_u$ , y la Resistencia Nominal de pandeo  $F_{cr}$ , en la sección crítica determinada en la Sección 5.3.3:

$$\frac{P_u}{P_d} = \frac{f_u}{F_d} = \frac{P_u}{f_c P_n} = \frac{f_u}{f_c F_{cr}} \quad (5.3-26)$$

### 5.3.6.- Otras consideraciones

La resistencia de una columna cargada sólo axialmente es la menor de las resistencias en el plano para la columna y la resistencia para cada Estado Límite de pandeo fuera del plano para cada longitud no arriostrada. En el caso de vigas-columnas, generalmente es necesario evaluar la combinación de fuerza axial y de flexión separadamente para cada longitud no arriostrada. En este caso, por cada longitud no arriostrada, la resistencia axial es la menor de las resistencias en el plano para la columna total y la resistencia fuera del plano gobernante determinada para esa longitud no arriostrada.

Como una simplificación, se acostumbra conservadoramente calcular  $Q_a$  usando  $F_{n1} = F_y$ , en vez de calcular un  $F_{n1}$  más preciso tal como se indica en la Sección 5.3.2. Además, también se acostumbra conservadoramente saltar la Sección 5.3.2 completa y simplemente usar  $f = F_y$  en todas las secciones transversales de miembros en la determinación de  $Q$  en la Sección 5.3.3.

En algunos casos, el procedimiento precedente puede ser simplificado aún más para el cálculo de la resistencia en el plano. Cuando se está usando el **MAD**, si la resistencia al pandeo elástico en el plano es suficientemente grande o el Análisis de Segundo Orden es

suficientemente refinado, la resistencia en el plano puede ser determinada de la siguiente manera:

(1) Para la aplicación de lo especificado en la Sección 5.3.3, usar  $f$  basado en  $F_{n1} = F_y$ , o más simplemente,  $f = F_y$  en todas las secciones transversales del miembro para determinar el valor de  $Q$  para esas secciones.

(2) Calcular  $P_u/P_{ni}$  como el mayor valor de  $f_u/QF_y$  a lo largo de la longitud del miembro.

Este procedimiento puede ser usado cuando cualquiera de las siguientes condiciones se cumpla:

(a) Cuando  $1/g_e \leq 0,10$

(b) Cuando se realice un Análisis que incluya tanto los efectos  $P-D$  como los  $P-d$  junto con la inclusión en el Análisis de una deformación inicial explícita del eje del miembro (además del desplome inicial de la estructura en conjunto)

Estas condiciones fueron discutidas previamente en los ítems 4(a) y 4(b) de la Sección 4.6.2.

### **EJEMPLO 5.2.- Columna de altura linealmente variable axialmente comprimida con arriostramiento simple**

**Enunciado:** Determinar la Resistencia de Diseño a compresión axial del miembro de sección doble te indicado en la Figura 5-3. La Resistencia Requerida a compresión axial incluyendo todos los efectos de Segundo Orden, es constante a lo largo de toda la longitud de la columna, despreciando el peso propio acumulado. Se supone  $k_x = k_y = k_z = 1,0$ .

**Material:** Acero F36 :  $F_y = 355 \text{ MPa}$   $F_u = 510 \text{ MPa}$

**Dimensiones:** Ambas alas : # 152x6,35 (mm) (6"x1/4")

**Espesor del alma:** 3,2 mm (1/8")

**Altura del alma:** linealmente variable de 30 cm a 60 cm

**Longitud total de la columna:** 365 cm

**Arriostramientos:** Ambas alas están arriostradas a 230cm del extremo inferior

**Análisis:** Se analizan los siguientes Estados Límites:

- (1) Pandeo flexional en el plano (alrededor del eje  $x-x$ )  
(una sola Resistencia para toda la columna)
- (2) Pandeo flexional fuera del plano en la mayor longitud no arriostrada
- (3) Pandeo flexional fuera del plano en la menor longitud no arriostrada

**No es necesario verificar el pandeo torsional** porque la sección es doblemente simétrica y la longitud de pandeo torsional no supera la mayor longitud de pandeo fuera del plano.

El **pandeo flexo-torsional no es aplicable** por ser la sección doblemente simétrica.

**No es necesario verificar el pandeo torsional con giro restringido** porque la distancia entre riostras es la misma para ambas alas.

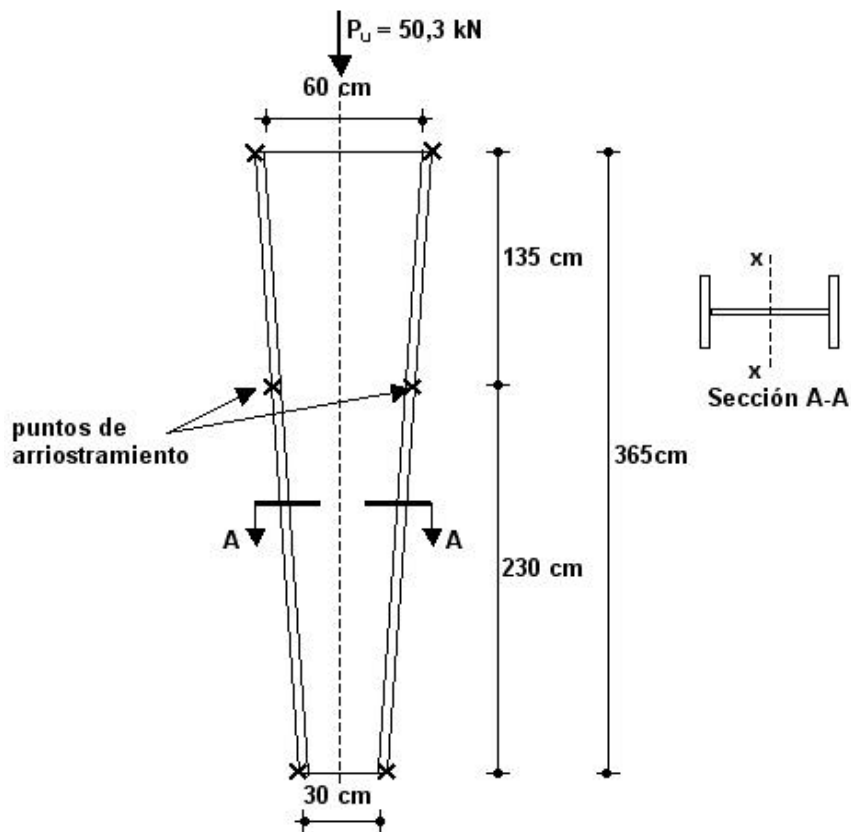


Figura 5-3. Columna

- Propiedades de las secciones transversales

Tabla 5-1. Propiedades de las secciones		
En extremo superior	h	60 cm
	h/t <sub>w</sub>	187,5
	A <sub>g</sub>	38,51 cm <sup>2</sup>
	I <sub>x</sub>	23.504 cm <sup>4</sup>
en la sección arriostrada	h	48,90 cm
	h/t <sub>w</sub>	153
	A <sub>g</sub>	34,95 cm <sup>2</sup>
en sección con h/t <sub>w</sub> = 131	h	42 cm
	h/t <sub>w</sub>	131
	A <sub>g</sub>	32,72 cm <sup>2</sup>
En extremo inferior	h	30 cm
	h/t <sub>w</sub>	94
	A <sub>g</sub>	28,90 cm <sup>2</sup>
	I <sub>x</sub>	5.250 cm <sup>4</sup>

- Solución

**(A) RESISTENCIA A PANDEO FLEXIONAL EN EL PLANO**

**Cálculo de  $P_{ex}$**

Como el miembro es un miembro con alma de altura variable simple, con las alas iguales se usa la Expresión (4.5-4)

$$\begin{aligned} \text{En extremo inferior} \quad h_w &= 30 \text{ cm} & ; & \quad I_{xmenor} = 5.250 \text{ cm}^4 \\ \text{En extremo superior} \quad h_w &= 60 \text{ cm} & ; & \quad I_{xmayor} = 23.504 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Según lo establecido en la Sección 4.5.2 se calcula el momento de inercia  $I'_x$  de una sección ubicada a la distancia  $x$  del extremo inferior:

$$x = 0,5L \sqrt[0,0732]{\frac{I_{xmenor}}{I_{xmayor}}} = 0,5 \times 365 \sqrt[0,0732]{\frac{5.250}{23.504}} = 163,5 \text{ cm}$$

La altura del alma en esa sección es:

$$\begin{aligned} h_w &= 30 + (163,5/365)60 - 30 = 43,5 \text{ cm} \\ I'_x &= 11.596 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$P_{ex} = \frac{P^2 E I'_x}{L^2} (10)^{-1} = \frac{P^2 \times 200.000 \times 11.596}{365^2} \times (10)^{-1} = 17.181 \text{ kN}$$

**Cálculo de la Tensión Nominal de pandeo flexional para secciones sin elementos esbeltos ( $F_{n1}$ )**

Con la columna sometida a fuerza axial constante la mayor relación  $f_u/F_y$  se ubica en la sección ubicada en el extremo inferior. siendo  $f_{u1}$  la tensión media requerida  $f_{u1} = P_u/A_{gi}$

$$F_e = \frac{P_e}{A_{gi}} (10) = \frac{17.181}{28,9} \times 10 = 5.945 \text{ MPa} \quad (F_y/F_e) = (355/5.945) = 0,06 < 1^2_{clim} = 1,5^2 = 2,25$$

luego corresponde usar expresión (5.3-20b) ( Expresión (E.3-2a) del CIRSOC 301-2017)

$$F_{n1} = F_{cr} = 0,658 F_e = (0,658^{0,06}) \times 355 = 346,2 \text{ MPa}$$

**Cálculo del factor multiplicador de la tensión nominal de pandeo  $g_{n1}$**

Se determina  $g_{n1}$  con la tensión requerida  $f_{umax}$  en la ubicación de la sección donde se determinó  $F_{n1}$

$$f_{um\acute{a}x} = (P_u / A_{g1}) 10 = (50,3 / 28,9) \times 10 = 17,40 \text{ MPa}$$

$$g_{n1} = (F_{n1} / f_{um\acute{a}x}) = (346,2 / 17,40) = \underline{19,90}$$

### Ubicaci3n de la secci3n crtica y c3lculo del factor de reducci3n por pandeo local Q

#### (a) Determinaci3n de ( $f_u / Q F_y$ ) en el extremo inferior de la columna

$$Q = Q_s \cdot Q_a \text{ (Secci3n E.7, CIRSOC 301-2017)}$$

-  $Q_s$  se determina en funci3n de la esbeltez del ala  $l_f$

$$\text{Para ala de secci3n doble te } l_f = b_f / 2t_f = 152 / 2 \times 6,35 = 12$$

De Tabla 5-1 en la secci3n del extremo inferior de la columna  $h/t_w = 94$

De Tabla B.4-1a (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y} \quad \text{con } k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{94} = 0,41$$

$$l_r = 0,64 \sqrt{0,41 \times 200.000 / 355} = 9,73 < l_f = 12 \text{ luego el ala es esbelta}$$

Seg3n Secci3n E.7.1(b) del CIRSOC 301-2017 se compara la esbeltez del ala con:

$$1,17 \sqrt{k_c E / F_y} = 1,17 \sqrt{0,41 \times 200.000 / 355} = 17,8$$

siendo  $l_r = 9,73 < l_f = 12 < 17,8$  resulta de Expresi3n (E.7-8) del CIRSOC 301-2017

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b_f}{t_f} \sqrt{\frac{F_y}{E k_c}} = 1,415 - 0,65 (12) \sqrt{\frac{355}{200.000 \times 0,41}} = 0,90$$

$$\underline{Q_s = 0,90}$$

-  $Q_a$  se determina en funci3n de la esbeltez del alma

$$\text{Para alma de secci3n doble te } l_w = h/t_w = 300 / 3,2 = 94$$

De Tabla B.4-1a (Caso 5) para alma de columna armada ] comprimida

$$l_r = 1,49 \sqrt{E / F_y} \quad l_r = 1,49 \sqrt{200.000 / 355} = 35,4 < l_w = 94 \text{ luego el alma es esbelta}$$

Seg3n Secci3n E.7.2 de CIRSOC 301-2017 (Expresi3n (E.7-16))  $Q_a = A_{eff} / A_g$

$$A_{g1} = 28,90 \text{ cm}^2 \text{ (seg3n Tabla 5-1)}$$

$$A_{eff} = 2 A_f + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91 t \sqrt{\frac{E}{F_y}} - \frac{0,34}{t} \sqrt{\frac{E}{F_y}} b$$

[CIRSOC 301-2017 Ec.(E.7-17)]



$$f = F_{cr} \text{ con } Q = 1 = F_{nt} = 346,2 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{346,2}} - \frac{0,34}{94} \sqrt{\frac{200.000}{346,2}} = 13,50 \text{ cm } \text{ y } b = 30 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 2 \times 15,2 \times 0,635 + 13,50 \times 0,32 = 23,62 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{ef}/A_{g1} = 23,62/28,90 = 0,82 \quad \underline{Q_a = 0,82}$$

- Determinación de Q

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,90 \times 0,82 = 0,736 \quad \underline{Q = 0,736}$$

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en el extremo inferior de la columna

$$(f_{um\acute{a}x} / Q F_y) = 17,40 / (0,736 \times 355) = \underline{0,0666}$$

**(b) Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en el extremo superior de la columna**

$$Q = Q_s \cdot Q_a \text{ (Sección E.7, CIRSOC 301-2017)}$$

-  $Q_s$  se determina en función de la esbeltez del ala  $l_f$

$$\text{Para ala de sección doble te } l_f = b_f / 2t_f = 152 / (2 \times 6,35) = 12$$

De Tabla 5-1 en la sección del extremo superior de la columna  $h/t_w = 187,5$

De Tabla B.4-1a (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y} \quad \text{con } k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{187,5} = 0,292 < 0,35 \quad \text{se adopta } k_c = 0,35$$

$$l_r = 0,64 \sqrt{0,35 \times 200.000 / 355} = 9,0 < l_f = 12 \quad \text{luego el ala es esbelta}$$

Según Sección E.7.1(b) del CIRSOC 301-2017 se compara la esbeltez del ala con:

$$1,17 \sqrt{k_c E / F_y} = 1,17 \sqrt{0,35 \times 200.000 / 355} = 16,4$$

siendo  $l_r = 9,0 < l_f = 12 < 16,4$  resulta de Expresión (E.7-8) del CIRSOC 301-2017

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b_f}{t_f} \sqrt{\frac{F_y}{E k_c}} = 1,415 - 0,65(12) \sqrt{\frac{355}{200.000 \times 0,35}} = 0,86$$

$$\underline{Q_s = 0,86}$$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

$$\text{Para alma de sección doble te } l_w = h/t_w = 600/3,2 = 187,5$$

De Tabla B.4-1a (Caso 5) para alma de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 1,49\sqrt{E/F_y} \quad l_r = 1,49\sqrt{200.000/355} = 35,4 < l_w = 187,5 \text{ luego el alma es esbelta}$$

Según Sección E.7.2 de CIRSOC 301-2017 (Expresión (E.7-16))  $Q_a = A_{ef}/A_g$

$$A_{g2} = 38,51 \text{ cm}^2 \text{ (según Tabla 5-1)}$$

$$A_{eff} = 2 A_f + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91t \sqrt{\frac{E}{f}} \left[ 1 - \frac{0,34}{\frac{C}{t}} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \right] \leq b \quad \text{[CIRSOC 301-2017 Ec. (E.7-17)]}$$

$$f = F_{cr} = g_{n1} \cdot f_{u2} = g_{n1} (P_u / A_{g2}) = 19,90 \times (50,3 \times 10 / 38,51) = 260 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{260}} \left[ 1 - \frac{0,34}{187,5} \sqrt{\frac{200.000}{260}} \right] = 16,10 \text{ cm} \leq b = 60 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 2 \times 15,2 \times 0,635 + 16,10 \times 0,32 = 24,46 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{ef}/A_g = 24,46/38,51 = 0,635 \quad \underline{Q_a = 0,635}$$

- Determinación de Q

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,86 \times 0,635 = 0,546 \quad \underline{Q = 0,546}$$

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en el extremo superior de la columna

$$(f_u / Q F_y) = (50,3 \times 10 / 38,51) / (0,546 \times 355) = \underline{0,0674}$$

(c) Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en la sección donde  $(h/t_w) = 131$  (sección donde  $k_c$  es cercano al valor límite inferior de 0,35)

-  $Q_s$  se determina en función de la esbeltez del ala  $l_f$

$$\text{Para ala de sección doble te } l_f = b_f / 2t_f = 152 / 2 \times 6,35 = 12$$

En la sección considerada  $h/t_w = 131$

De Tabla B.4-1a (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y} \quad \text{con } k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{131} = 0,3495 \quad \text{se adopta } k_c = 0,35$$

El valor de  $Q_s$  resulta el mismo que para la sección en el extremo superior de la columna. Según la subsección anterior

$$\underline{Q_s = 0,86}$$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

En la sección considerada  $h/t_w = 131$

De Tabla **B.4-1a** (Caso 5) para alma de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 1,49\sqrt{E/F_y} \quad l_r = 1,49\sqrt{200.000/355} = 35,4 < l_w = 131 \text{ luego el alma es esbelta}$$

Según Sección **E.7.2** de CIRSOC 301-2017 (Expresión **(E.7-16)**)  $Q_a = A_{ef}/A_g$

$$A_{g3} = 32,72 \text{ cm}^2 \text{ (según Tabla 5-1)}$$

$$A_{eff} = 2 A_f + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91 t_w \sqrt{\frac{E}{f_c}} - \frac{0,34}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \leq b \quad \text{[CIRSOC 301-2017 Ec. (E.7-17)]}$$

$$f = F_{cr} = g_{n1} \cdot f_{u2} = g_{n1} (P_u / A_{g2}) = 19,90 \times (50,3 \times 10 / 32,72) = 305,9 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{305,9}} - \frac{0,34}{131} \sqrt{\frac{200.000}{305,9}} = 14,59 \text{ cm} \quad b = 42 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 2 \times 15,2 \times 0,635 + 14,59 \times 0,32 = 23,97 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{ef}/A_g = 23,97/32,72 = 0,733 \quad \underline{Q_a = 0,733}$$

- Determinación de  $Q$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,86 \times 0,733 = 0,630 \quad \underline{Q = 0,630}$$

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en la sección con  $(h/t_w) = 131$

$$(f_u / Q F_y) = (50,3 \times 10 / 32,72) / (0,63 \times 355) = \underline{0,0687}$$

#### Resumen de valores de $(f_u / Q F_y)$

extremo inferior de la columna = 0,0666

extremo superior de la columna = 0,0674

sección con  $(h/t_w) = 131$  = 0,0687

La sección crítica para la Resistencia Nominal a Pandeo flexional en el plano es la sección donde  $(h/t_w) = 131$  por tener la mayor relación  $(f_u / Q F_y)$

### Determinación de la Resistencia Nominal a Pandeo Flexional en el plano

En la sección crítica  $Q = 0,630$   $A_g = 32,72 \text{ cm}^2$

$$F_e = \frac{p^2 E}{\frac{\pi^2 I_x}{L^2}} = 10 P_{ex} / A_g = 10 \times 17.181 / 32,72 = 5251 \text{ MPa}$$

$$l_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} = \sqrt{\frac{355}{5251}} = 0,26$$

Para determinar la tensión crítica de pandeo flexional se aplica Sección E.7 del CIRSOC 301-2017

$$l_e \sqrt{Q} = 0,26 \sqrt{0,630} = 0,206 < 1,5 \quad Q(F_y / F_e) = 0,630 \times 0,26^2 = 0,0426$$

corresponde Expresión (E.7-2a) CIRSOC 301-2017

$$F_{cr} = Q_c \frac{F_y}{F_e} = 0,630 \times \left( 0,658^{0,0426} \right) \times 355 = 219,7 \text{ MPa}$$

$$P_n = F_{cr} A_{g(10)} = 219,7 \times 32,72 \times 0,1 = \underline{718,9 \text{ kN}}$$

### Relación Resistencia Requerida/Resistencia de Diseño para Pandeo flexional en el plano

$$(P_u / \phi P_n) = (50,3 / 0,85 \times 718,9) = \underline{0,0823}$$

### **(B) RESISTENCIA A PANDEO FLEXIONAL FUERA DEL PLANO para la MAYOR longitud no arriostrada**

#### Cálculo de $P_{ey}$

Se determina la Resistencia a Pandeo elástico fuera del plano usando las propiedades de la sección ubicada a la mitad de la mayor longitud lateralmente no arriostrada (**230 cm**). Las alturas del alma de la viga son:

En el extremo inferior de la mayor longitud lateralmente no arriostrada  $h_w = 30 \text{ cm}$

En el extremo superior de la mayor longitud lateralmente no arriostrada  $h_w = 48,9 \text{ cm}$

En la mitad de la la mayor longitud lateralmente no arriostrada  $h_w = 39,45 \text{ cm}$

El momento de inercia  $I_y$  de la sección ubicada a la mitad del tramo analizado es:

$$I_y = \frac{2 \times 0,635 \times 15,2^3}{12} + \frac{39,45 \times 0,32^3}{12} = 371,8 \text{ cm}^4$$

La Resistencia Nominal a pandeo elástico  $P_{ey}$  en la sección a la mitad de la longitud lateralmente no arriostrada de **230 cm** es: (de Expresión (5.3-11))

$$P_{ey} = \frac{p^2 E I_y}{(kL_b)^2} (10)^{-1} = \frac{p^2 \times 200.000 \times 371,8}{(1 \times 230)^2} \times 0,1 = 1.387,3 \text{ kN}$$

### Cálculo de la Tensión Nominal de pandeo flexional para secciones sin elementos esbeltos ( $F_{n1}$ )

Con la columna sometida a fuerza axial constante la mayor relación  $f_u/F_y$  se ubica en la sección ubicada en el extremo inferior de la longitud lateralmente arriostrada considerada, siendo  $f_{u1}$  la tensión media requerida  $f_{u1} = P_u/A_{g1}$

$$F_e = \frac{P_e}{A_{g1}} (10) = \frac{1.387,3}{28,9} \times 10 = 480 \text{ MPa} \quad (F_y/F_e) = (355/480) = 0,74 < 1_{clim}^2 = 1,5^2 = 2,25$$

luego corresponde usar expresión (5.3-20b) ( Expresión (E.3-2a) del CIRSOC 301-2017)

$$F_{n1} = F_{cr} = \zeta_c \zeta_e \frac{F_y}{F_e} \zeta_b = (0,658^{0,74}) \times 355 = 260,45 \text{ MPa}$$

### Cálculo del factor multiplicador de la tensión nominal de pandeo $g_{n1}$

Se determina  $g_{n1}$  con la tensión requerida  $f_{umax}$  en la ubicación de la sección donde se determinó  $F_{n1}$

$$f_{umax} = (P_u / A_{g1}) 10 = (50,3 / 28,9) \times 10 = 17,40 \text{ MPa}$$

$$g_{n1} = (F_{n1} / f_{umax}) = (260,45 / 17,40) = \underline{14,96}$$

### Ubicación de la sección crítica y cálculo del factor de reducción por pandeo local Q

(a) Determinación de ( $f_u / Q F_y$ ) en el extremo inferior de la mayor longitud lateralmente no arriostrada de la columna

$$Q = Q_s \cdot Q_a \text{ (Sección E.7, CIRSOC 301-2017)}$$

-  $Q_s$  se determina en función de la esbeltez del ala  $l_f$

Según el cálculo realizado para el pandeo en el plano resulta  $Q_s = \underline{0,90}$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

Según la verificación realizada para el pandeo en el plano el alma es **esbelta**

Según Sección E.7.2 de CIRSOC 301-2017 (Expresión (E.7-16))  $Q_a = A_{ef}/A_g$

$$A_{g1} = 28,90 \text{ cm}^2 \text{ (según Tabla 5-1)}$$

$$A_{eff} = 2 A_f + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91t \sqrt{\frac{E}{f}} - \frac{0,34}{\frac{b}{t}} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \quad (\text{Expresión (E.7-17) CIRSOC 301-2017})$$

$$f = F_{cr} \text{ con } Q = 1 = F_{n1} = 260,45 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{260,45}} - \frac{0,34}{94} \sqrt{\frac{200.000}{260,45}} = 15,24 \text{ cm} \quad b = 30 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 2 \times 15,24 \times 0,635 + 15,24 \times 0,32 = 24,18 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{eff}/A_{g1} = 24,18/28,90 = 0,837 \quad \underline{Q_a = 0,837}$$

- Determinación de  $Q$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,90 \times 0,837 = 0,753 \quad \underline{Q = 0,753}$$

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en el extremo inferior de la longitud lateralmente no arriostrada mayor

$$(f_{umax} / Q F_y) = 17,40 / 0,753 \times 355 = \underline{0,0651}$$

(b) Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en la sección ubicada en el extremo superior de la longitud lateralmente no arriostrada mayor

-  $Q_s$  se determina en función de la esbeltez del ala  $l_f$

$$\text{Para ala de sección doble te } l_f = b_f / 2t_f = 152 / 2 \times 6,35 = 12$$

$$\text{En la sección considerada } h/t_w = 48,9 / 0,32 = 152,8$$

De Tabla B.4-1a (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y} \quad \text{con } k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{152,8} = 0,324 < 0,35 \quad \text{se adopta } k_c = 0,35$$

Siendo  $k_c$  el mismo el valor de  $Q_s$  resulta el mismo que para la sección en el extremo superior de la columna.

$$\underline{Q_s = 0,86}$$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

$$\text{En la sección considerada } h/t_w = 152,8$$

De Tabla B.4-1a (Caso 5) para alma de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 1,49\sqrt{E/F_y} \quad l_r = 1,49\sqrt{200.000/355} = 35,4 < l_w = 152,8 \text{ luego el alma es esbelta}$$

Según Sección E.7.2 de CIRSOC 301-2017 (Expresión (E.7-16))  $Q_a = A_{ef}/A_g$

$$A_g = 2 \times 15,2 \times 0,635 + 0,32 \times 48,9 = 34,95 \text{ cm}^2$$

$$A_{eff} = 2 A_f + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91 t_w \sqrt{\frac{E}{f_u}} - \frac{0,34}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \leq b \quad [\text{CIRSOC 301-2017 Ec. (E.7-17)}]$$

$$f_u = F_{cr} = g_{n1} \cdot f_u = g_{n1} (P_u / A_g) = 14,96 \times (50,3 \times 10 / 34,95) = 215,3 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{215,3}} - \frac{0,34}{152,8} \sqrt{\frac{200.000}{215,3}} = 17,36 \text{ cm} \leq b = 48,9 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 2 \times 15,2 \times 0,635 + 17,36 \times 0,32 = 24,86 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{ef}/A_g = 24,86/34,95 = 0,711 \quad \underline{Q_a = 0,711}$$

- Determinación de  $Q$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,86 \times 0,711 = 0,612 \quad \underline{Q = 0,612}$$

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en la sección del extremo superior de la longitud lateralmente no arriostrada mayor

$$(f_u / Q F_y) = (50,3 \times 10 / 34,95) / (0,612 \times 355) = \underline{0,0662}$$

(c) Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en la sección donde  $(h/t_w) = 131$  (sección donde  $k_c$  es cercano al valor límite inferior de 0,35)

-  $Q_s$  se determina en función de la esbeltez del ala  $l_f$

$$\text{Para ala de sección doble te } l_f = b_f / 2 t_f = 152 / 2 \times 6,35 = 12$$

En la sección considerada  $h/t_w = 131$

De Tabla B.4-1a (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y} \quad \text{con } k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{131} = 0,3495 \quad \text{se adopta } k_c = 0,35$$

El valor de  $Q_s$  resulta el mismo que para la sección en el extremo superior del tramo lateralmente arriostrado mayor

Según la subsección anterior

$$Q_s = 0,86$$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

En la sección considerada  $h/t_w = 131$

De Tabla B.4-1a (Caso 5) para alma de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 1,49\sqrt{E/F_y} \quad l_r = 1,49\sqrt{200.000/355} = 35,4 < l_w = 131 \text{ luego el alma es esbelta}$$

Según Sección E.7.2 de CIRSOC 301-2017 (Expresión (E.7-16))  $Q_a = A_{eff}/A_g$

$$A_g = 32,72 \text{ cm}^2 \text{ (según Tabla 5-1)}$$

$$A_{eff} = 2 A_f + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91 t_w \sqrt{\frac{E}{f}} - \frac{0,34}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \leq b \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (E.7-17)}]$$

$$f = F_{cr} = g_{n1} \cdot f_{u2} = g_{n1} (P_u / A_{g2}) = 14,96 \times (50,3 \times 10 / 32,72) = 230 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{230}} - \frac{0,34}{131} \sqrt{\frac{200.000}{230}} = 16,64 \text{ cm} \leq b = 42 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 2 \times 15,2 \times 0,635 + 16,64 \times 0,32 = 24,63 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{eff}/A_g = 24,63/32,72 = 0,753 \quad Q_a = 0,753$$

- Determinación de  $Q$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,86 \times 0,753 = 0,647 \quad Q = 0,647$$

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en la sección con  $(h/t_w) = 131$

$$(f_u / Q F_y) = (50,3 \times 10 / 32,72) / (0,647 \times 355) = 0,0669$$

### Resumen de valores de $(f_u / Q F_y)$

sección en el extremo inferior del tramo de 230 cm = 0,0651

sección en el extremo superior del tramo de 230cm = 0,0662

sección con  $(h/t_w) = 131$  = 0,0669

La sección crítica para la Resistencia Nominal a Pandeo flexional fuera del plano es la sección donde  $(h/t_w) = 131$  por tener la mayor relación  $(f_u / Q F_y)$



**Determinación de la Resistencia Nominal a Pandeo Flexional fuera del plano en la mayor longitud lateralmente no arriostrada**

En la sección crítica  $Q = 0,647$   $A_g = 32,72 \text{ cm}^2$

$$F_e = \frac{p^2 E}{\pi^2 \frac{I_x}{L^2}} = 10 P_{ey} / A_g = 10 \times 1.387,3 / 32,72 = 424 \text{ MPa}$$

$$l_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} = \sqrt{\frac{355}{424}} = 0,915$$

Para determinar la tensión crítica de pandeo flexional se aplica Sección E.7 del CIRSOC 301-2017

$$l_e \sqrt{Q} = 0,915 \sqrt{0,647} = 0,736 < 1,5 \quad Q(F_y / F_e) = 0,647 \times 0,915^2 = 0,542$$

corresponde Expresión (E.7-2a) CIRSOC 301-2017

$$F_{cr} = Q \left( \frac{F_y}{F_e} \right)^{0,542} F_y = 0,647 \times (0,658^{0,542}) \times 355 = 183,1 \text{ MPa}$$

$$P_n = F_{cr} A_g (10)^{-1} = 183,1 \times 32,72 \times 0,1 = \underline{599,1 \text{ kN}}$$

**Relación Resistencia Requerida/Resistencia de Diseño para Pandeo flexional fuera del plano para la mayor longitud no arriostrada**

$$(P_u / \phi P_n) = (50,3 / 0,85 \times 599,1) = \underline{0,0988}$$

**(C) RESISTENCIA A PANDEO FLEXIONAL FUERA DEL PLANO para la MENOR longitud no arriostrada**

**Cálculo de  $P_{ey}$**

Se determina la Resistencia a Pandeo elástico fuera del plano usando las propiedades de la sección ubicada a la mitad de la menor longitud lateralmente no arriostrada (135 cm). Las alturas del alma de la viga son:

En el extremo inferior de la menor longitud lateralmente no arriostrada  $h_w = 48,9 \text{ cm}$   
 En el extremo superior de la menor longitud lateralmente no arriostrada  $h_w = 60 \text{ cm}$   
 En la mitad de la la menor longitud lateralmente no arriostrada  $h_w = 54,45 \text{ cm}$

El momento de inercia  $I_y$  de la sección ubicada a la mitad del tramo analizado es:

$$I_y = \frac{2 \times 0,635 \times 15,2^3}{12} + \frac{54,45 \times 0,32^3}{12} = 371,8 \text{ cm}^4$$

La Resistencia Nominal a pandeo elástico  $P_{ey}$  en la sección a la mitad de la longitud lateralmente no arriostrada de **135 cm** es: (de Expresión (5.3-11))

$$P_{ey} = \frac{p^2 E I_y}{(k L_b)^2} (10)^{-1} = \frac{p^2 \times 200.000 \times 371,8}{(1 \times 135)^2} \times 0,1 = 4.026,9 \text{ kN}$$

### Cálculo de la Tensión Nominal de pandeo flexional para secciones sin elementos esbeltos ( $F_{n1}$ )

Con la columna sometida a fuerza axial constante la mayor relación  $f_u/F_y$  se ubica en la sección ubicada en el extremo inferior de la longitud lateralmente no arriostrada considerada, siendo  $f_{u1}$  la tensión media requerida  $f_{u1} = P_u/A_{gi}$

$$A_{gi} = 34,95 \text{ cm}^2 \text{ (obtenida en (B)(b))}$$

$$F_e = \frac{P_e}{A_{gi}} (10) = \frac{4.026,9}{34,95} \times 10 = 1.152,2 \text{ MPa}$$

$$(F_y/F_e) = (355/1.152,2) = 0,308 < 1_{clim}^2 = 1,5^2 = 2,25$$

luego corresponde usar expresión (5.3-20b) ( Expresión (E.3-2a) del CIRSOC 301-2017)

$$F_{n1} = F_{cr} = \zeta_c \zeta_e \zeta_{\theta} \frac{F_y}{F_e} \zeta_{\theta} F_y = (0,658^{0,308}) \times 355 = 312,06 \text{ MPa}$$

### Cálculo del factor multiplicador de la tensión nominal de pandeo $g_{n1}$

Se determina  $g_{n1}$  con la tensión requerida  $f_{umax}$  en la ubicación de la sección donde se determinó  $F_{n1}$

$$f_{umax} = (P_u / A_{gi}) 10 = (50,3 / 34,95) \times 10 = 14,39 \text{ MPa}$$

$$g_{n1} = (F_{n1} / f_{umax}) = (312,06 / 14,39) = \underline{21,69}$$

### Ubicación de la sección crítica y cálculo del factor de reducción por pandeo local Q

(a) Determinación de ( $f_u / Q F_y$ ) en el extremo inferior de la menor longitud lateralmente no arriostrada de la columna

$$Q = Q_s \cdot Q_a \text{ (Sección E.7, CIRSOC 301-2017)}$$

-  $Q_s$  se determina en función de la esbeltez del ala  $l_f$

Según el cálculo realizado para el extremo superior de la mayor longitud lateralmente arriostrada resulta  $Q_s = 0,86$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

Según la verificación realizada en la sección del extremo superior de la mayor longitud lateralmente no arriostrada, el alma es **esbelta**

Según Sección E.7.2 de CIRSOC 301-2017 (Expresión (E.7-16))  $Q_a = A_{ef}/A_g$

$$(h/t_w) = 152,8$$

$$A_{g1} = 34,95 \text{ cm}^2$$

$$A_{eff} = 2 A_f + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91 t_w \sqrt{\frac{E}{f}} \left[ 1 - \frac{0,34}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \right] \leq b \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (E.7-17)}]$$

$$f = F_{cr} \text{ con } Q = 1 = F_{n1} = 312,06 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{312,06}} \left[ 1 - \frac{0,34}{152,8} \sqrt{\frac{200.000}{312,06}} \right] = 14,60 \text{ cm} \quad b = 48,9 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 2 \times 15,2 \times 0,635 + 14,60 \times 0,32 = 23,98 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{ef}/A_{g1} = 23,98/34,95 = 0,686 \quad \underline{Q_a = 0,686}$$

- Determinación de  $Q$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,86 \times 0,686 = 0,590 \quad \underline{Q = 0,590}$$

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en el extremo inferior de la longitud lateralmente no arriostrada menor

$$(f_{umax} / Q F_y) = 14,39 / (0,590 \times 355) = \underline{0,0687}$$

**(b) Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en la sección ubicada en el extremo superior de la longitud lateralmente no arriostrada menor**

-  $Q_s$  se determina en función de la esbeltez del ala  $l_f$

Según el cálculo realizado para el extremo superior de la columna resulta  $\underline{Q_s = 0,86}$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

$$\text{Para alma de sección doble te } l_w = h/t_w = 600/3,2 = 187,5$$

De Tabla B.4-1a (Caso 5) para alma de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 1,49 \sqrt{E/F_y} \quad l_r = 1,49 \sqrt{200.000/355} = 35,4 < l_w = 187,5 \text{ luego el alma es esbelta}$$

Según Sección E.7.2 de CIRSOC 301-2017 (Expresión (E.7-16))  $Q_a = A_{ef}/A_g$

$$A_{g2} = 38,51 \text{ cm}^2 \text{ (según Tabla 5-1)}$$

$$A_{eff} = 2 A_f + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91 t \sqrt{\frac{E}{f_c}} - \frac{0,34}{C} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \leq b \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (E.7-17)}]$$

$$f = F_{cr} = g_{n1} \cdot f_{u2} = g_{n1} (P_u / A_{g2}) = 21,69 \times (50,3 \times 10 / 38,51) = 283,30 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{283,3}} - \frac{0,34}{187,5} \sqrt{\frac{200.000}{283,3}} = 15,46 \text{ cm} \leq b = 60 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 2 \times 15,2 \times 0,635 + 15,46 \times 0,32 = 24,26 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{ef}/A_g = 24,26/38,51 = 0,630 \quad \underline{Q_a = 0,630}$$

- Determinación de Q

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,86 \times 0,630 = 0,542 \quad \underline{Q = 0,542}$$

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en el extremo superior de la columna

$$(f_u / Q F_y) = (50,3 \times 10 / 38,51) / (0,542 \times 355) = \underline{0,0679}$$

**La sección crítica para la Resistencia Nominal a Pandeo flexional fuera del plano es la sección ubicada en el extremo inferior de la menor longitud lateralmente no arriostrada por tener la mayor relación  $(f_u / Q F_y)$**

**Determinación de la Resistencia Nominal a Pandeo Flexional fuera del plano en la menor longitud lateralmente no arriostrada**

$$\text{En la sección crítica } Q = 0,590 \quad A_{gi} = 34,95 \text{ cm}^2$$

$$F_e = \frac{p^2 E}{\frac{\pi^2 k L^2}{r_x^2}} = 10 P_{ey} / A_g = 10 \times 4.026,9 / 34,95 = 1152,19 \text{ MPa}$$

$$l_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} = \sqrt{\frac{355}{1152,19}} = 0,555$$

Para determinar la tensión crítica de pandeo flexional se aplica Sección E.7 del CIRSOC 301-2017  $l_e \sqrt{Q} = 0,555 \sqrt{0,590} = 0,426 < 1,5 \quad Q(F_y / F_e) = 0,590 \times 0,555^2 = 0,182$

corresponde Expresión (E.7-2a) CIRSOC 301-2017

$$F_{cr} = Q_c \cdot Q_{Fy} \cdot Q_{Fe} \cdot F_y = 0,590 \times (0,658^{0,182}) \times 355 = 194,1 \text{ MPa}$$

$$P_n = F_{cr} A_{g(10)} = 194,1 \times 34,95 \times 0,1 = \underline{678,4 \text{ kN}}$$

**Relación Resistencia Requerida/Resistencia de Diseño para Pandeo flexional fuera del plano para la menor longitud no arriostrada**

$$(P_u/fP_n) = (50,3/0,85 \times 678,4) = \underline{0,0872}$$

**(D) RESISTENCIA DE DISEÑO DE LA COLUMNA**

Los Estados Límites analizados son:

- Pandeo flexional en el plano
- Pandeo flexional fuera del plano para la mayor longitud lateralmente no arriostrada
- Pandeo flexional fuera del plano para la menor longitud lateralmente no arriostrada

El resumen de las Resistencias Nominales a compresión axil ( $P_n$ ) y la relación Resistencia Requerida/Resistencia de Diseño ( $P_u/fP_n$ ) ambas a compresión axil es el siguiente:

Estado Límite	Resistencia de Nominal a compresión axil $P_n$ (kN)	Relación( $P_u/fP_n$ )
Pandeo flexional <b>en el plano</b>	718,9	0,0823
Pandeo flexional <b>fuera del plano</b> para <b>mayor</b> longitud lateralmente no arriostrada	<u>599,1</u>	0,0988
Pandeo flexional <b>fuera del plano</b> para <b>menor</b> longitud lateralmente no arriostrada	678,4	0,0872

Del cuadro anterior se observa que el **Estado Límite Crítico es el Pandeo Flexional fuera del plano en la mayor longitud lateralmente no arriostrada.**

La **Resistencia de Diseño** de la columna a compresión axil ( $fP_n$ ) es:

$$P_d = fP_n = 0,85 \times 599,1 = \underline{509,2 \text{ kN}}$$

## 5.4.- FLEXIÓN

Las vigas con alma de altura variable están sujetas a los mismos Estados Límites que los miembros prismáticos, esto es, la resistencia es la menor de aquella determinada para cualquiera de los siguientes Estados Límite aplicables:

- (1) Fluencia del ala comprimida
- (2) Pandeo Lateral-torsional
- (3) Pandeo local del ala comprimida
- (4) Fluencia del ala traccionada
- (5) Rotura del ala traccionada

Las Secciones **F.2** a **F.5** del Reglamento CIRSOC 301-2017 han sido organizadas en principio para realizar una verificación mas simplificada de los perfiles laminados en caliente. En cada una de estas secciones, las ecuaciones que determinan la Resistencia Nominal para un determinado Estado Límite (por ej. pandeo lateral-torsional) son simplificadas de una forma más general removiendo términos no necesarios para el tipo de miembro en cuestión.

Por otro lado, el siguiente procedimiento presentado en esta Recomendación combina las especificaciones de las Secciones **F.2** a **F.5** con ligeras modificaciones para producir un único procedimiento que sea algebraicamente equivalente a los procedimientos individuales para los casos que presentan tensiones por flexión uniformes a lo largo de una longitud no arriostrada. Pueden ser analizados miembros con cualquier combinación de elementos de alma y alas que sean compactos, no compactos o esbeltos. Para los miembros de altura constante, los resultados del procedimiento aquí presentado convergen con los de la correspondiente Sección del capítulo **F** a excepción de la determinación de  $C_b$  para miembros con tensiones por flexión no uniformes en la longitud no arriostrada y la definición de  $L_p$  para los miembros compactos de sección doble Te. Las ecuaciones que se presentan en esta Recomendación son más convenientes cuando se trata de analizar miembros que presentan alas y alma con una mezcla de esbelteces, lo que es bastante habitual en los miembros con alma de altura variable.

La diferencia principal entre los procedimientos para vigas prismáticas y para vigas de altura variable está en el cálculo de la resistencia a pandeo lateral-torsional. Para tener en cuenta adecuadamente el efecto de la tensión en el ala comprimida,  $C_b$  se calcula utilizando tensiones por flexión en lugar de momentos flectores, siguiendo el método propuesto por Yura y Helwig (1996). Basado en la investigación de Kim y White (2007a), también se recomienda que  $C_b$  se calcule utilizando la ecuación de la AASHTO (2004, 2007), en lugar de la ecuación del CIRSOC 301-2017 escrita en términos de tensiones por flexión de las alas. Para la mayoría de los casos, las dos ecuaciones dan resultados muy similares. En los casos donde difieren significativamente, la ecuación de la AASHTO generalmente da resultados más precisos para miembros con múltiples puntos de arriostramiento a lo largo de su longitud (Kim y White, 2007a; White, 2010). La ecuación de  $C_b$  del CIRSOC 301-2017 tiende a ser más conservadora que la ecuación de la AASHTO (2004, 2007). Esto particularmente ocurre en el caso de flexión con doble curvatura de miembros con secciones transversales de simple simetría.

Debido a la geometría continuamente cambiante de la sección transversal, generalmente es necesario comprobar los Estados Límites aplicables en diversos lugares a lo largo de la longitud de la viga. En ausencia de una estrategia más sofisticada para encontrar las secciones críticas, se sugiere que las verificaciones se realicen en el centro y en los extremos de la longitud no arriostrada, en cualquier cambio de pendiente o de placas de alas o alma, y en los lugares de máxima tensión por flexión para cada uno de los Estados Límites aplicables.

#### 5.4.1.- Parámetros comunes

##### Factor de modificación para el Estado Límite de pandeo lateral-torsional ( $C_b$ )

El Factor de modificación para pandeo lateral-torsional  $C_b$ , se calcula individualmente para cada ala en una longitud no arriostrada, mediante las tensiones por flexión determinadas para esa ala en lugar de los momentos flectores (véase la Figura 5-4 para definiciones de las variables utilizadas en la determinación de  $C_b$ ). Este término se utiliza para modificar la ecuación de Resistencia elástica a Pandeo lateral-torsional para tener en cuenta del efecto favorable de la variación de momento flector a lo largo de una longitud no arriostrada. Varios ejemplos de cálculo utilizando el procedimiento AASHTO (2004, 2007) se ilustran en la Figura 5-5.

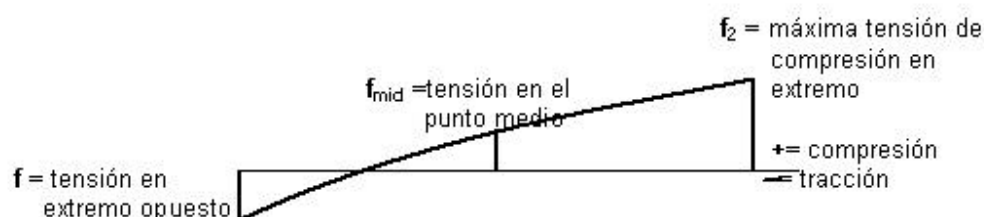


Figura 5-4. Definición de tensiones para  $C_b$

Se calcula  $C_b$  como:

Para  $\frac{f_{mid}}{f_2} \geq 1,0$ , o  $f_2 = 0$ , o viga en voladizo

$$C_b = 1,0$$

Para otros casos:

$$C_b = 1,75 - 1,05 \frac{f_1}{f_2} + 0,3 \frac{f_{mid}^2}{f_2 f_o} \leq 2,3 \quad (5.4-1)$$

siendo:

- $f_2$  = valor absoluto de la mayor tensión de compresión por flexión en cualquier extremo de la longitud no arriostrada del ala analizada. Si la tensión es cero o ambos extremos están traccionados,  $f_2$  se toma como cero
- $f_{medio}$  = tensión por flexión en el ala analizada en la mitad de la longitud no arriostrada, tomada como positiva para compresión y negativa para tracción
- $f_o$  = tensión por flexión en el ala analizada en el extremo opuesto de  $f_2$  de la longitud no arriostrada, tomada como positiva para compresión y negativa para tracción.

Para  $|f_{mid}| < \left| \frac{f_o + f_2}{2} \right|$ ,  $f_1 = f_o$

Para  $|f_{mid}| \geq \left| \frac{f_o + f_2}{2} \right|$ ,  $f_1 = 2f_{mid} - f_2 \geq f_o$  (5.4-2)

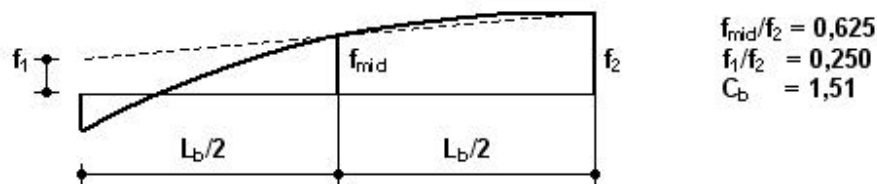
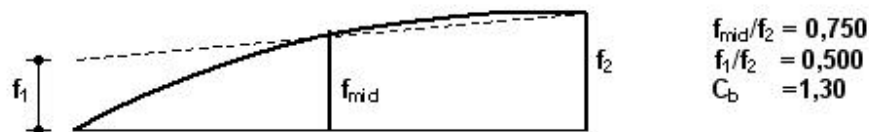
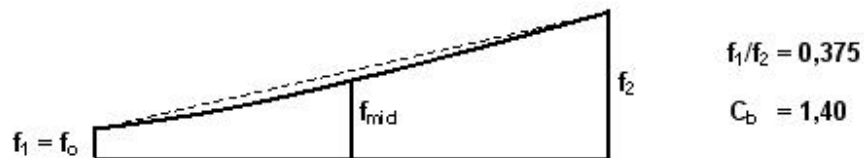
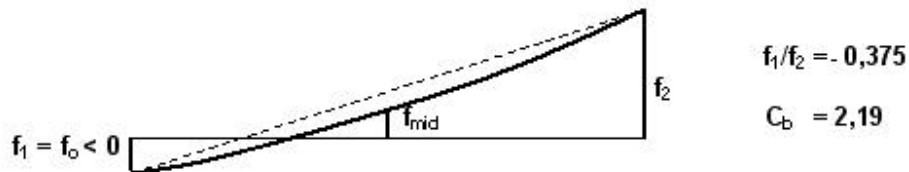


Figura 5-5. Ejemplos de cálculo de  $C_b$ , adaptados de AASHTO (2007) Art.C.6.4.10

En el procedimiento general que se presenta mas adelante, el cual es aplicable a todos los miembros que entran dentro del alcance de esta Recomendación,  $C_b$  es usado como un factor aplicable a la Tensión elástica de pandeo  $F_{eLTB}$ , en lugar de hacerlo al Momento Nominal  $M_n$ , como se utiliza en el CIRSOC 301-2017. Para pandeo lateral-torsional elástico, (LTB elástico), ello es equivalente al enfoque del CIRSOC 301-2017, de multiplicar directamente el Momento Nominal  $M_n$ . Sin embargo para LTB inelástico, el  $C_b$  no se aplica directamente al Momento Nominal por lo que el procedimiento planteado es de alguna manera más conservador en relación al CIRSOC 301-2017 para el LTB inelástico de miembros prismáticos con  $C_b$  mayor que 1,0.



Para los miembros de altura **linealmente** variable sin escalones en la geometría de las alas a lo largo de la longitud no arriostrada, se puede aplicar el enfoque del CIRSOC 301-2017 de multiplicar  $M_n$  ( $C_b = 1$ ) por  $C_b$ . No obstante, para los casos generales, tales como longitudes no arriostradas con escalones en la geometría de las alas y / o múltiples variaciones en la altura de las almas, es difícil demostrar una justificación del enfoque más liberal del CIRSOC 301-2017. Esto se debe a que la fluencia puede ocurrir en el tramo y a que el comportamiento supuesto de la resistencia LTB inelástica no ha sido ampliamente estudiado en estos tipos de miembros. En el límite, donde la tensión de compresión por flexión del ala está cerca de ser uniforme en el tramo y  $C_b @ 1,0$ , ambos enfoques anteriores dan el mismo resultado.

### Factor de plastificación del alma ( $R_{pc}$ ) – Compresión

$R_{pc}$  es el factor de la efectiva plastificación de la sección transversal, limitado para compresión, para secciones transversales con almas compactas o no compactas. Este término se utiliza para ajustar la Resistencia a flexión para tener en cuenta del efecto favorable de plastificación del alma en secciones transversales con elementos del alma no esbeltos. El valor de  $R_{pc}$  oscila entre **1,0** para secciones con almas esbeltas y  $(M_p / M_{xc})$  para secciones compactas. Usando las propiedades de la sección transversal que se analiza, se calcula  $R_{pc}$  como:

(1) Para  $(I_{yc} / I_y) > 0,23$

1.a) Cuando  $(h_c / t_w) \leq l_{pw}$

$$R_{pc} = (M_p / M_{xc}) \quad [\text{CIRSOC 301-2017 Ec. (F.4-9a)}](5.4-4)$$

1.b) Cuando  $l_{rw} > (h_c / t_w) > l_{pw}$

$$R_{pc} = \frac{M_p}{M_{xc}} - \frac{M_p}{M_{xc}} \left[ \frac{l_{pw}}{l_{rw}} \right]^2 \leq \frac{M_p}{M_{xc}} \quad [\text{CIRSOC 301-2017 Ec. (F.4-9b)}](5.4-5)$$

(1) Cuando  $(I_{yc} / I_y) \leq 0,23$  o  $(h_c / t_w) \leq l_{rw}$

$$R_{pc} = 1,0 \leq (M_p / M_{xc})$$

donde:

$M_p$  = Momento Plástico;  $M_p = Z_x F_y (10)^3 \leq 1,5 S_{xc} F_y (10)^3$  (MPa)

$M_{xc} = S_{xc} F_y (10)^3$  (MPa)

$l_{pw} = (h_c / t_w)$

$h_c$  = doble de la distancia entre el centro de gravedad de la sección y la cara interna del ala comprimida (cm).

$l_{pw}$  = esbeltez límite para alma compacta. Tabla **B.4-1b**.

$$= 3,76 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \text{ para secciones de doble simetría}$$

$$= \left[ \frac{(h_c / h_p) (\sqrt{E / F_y})}{[0,54 (M_p / M_{y\text{mín}}) - 0,09]^2} \right] \leq l_{rw} \text{ para secciones de simple simetría}$$

$$l_{rw} = \text{esbeltez límite para alma no compacta. Tabla B.4-1b.} = 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$h_p$  = doble de la distancia entre el eje neutro plástico de la sección y la cara interna del ala comprimida (cm).

En el denominador de la ecuación de la Tabla **B.4-1b** del CIRSOC 301-2017 para el límite de esbeltez para alma compacta  $l_{pw}$  para las secciones de simple simetría,  **$M_y$  se reemplaza por  $M_{y\text{mín}}$**  para aclarar la intención del procedimiento.

La especificación de tomar  $R_{pc} = 1,0$  cuando  $I_{yc} / I_y = 0,23$  está basada en White y Jung (2006), que muestran que un ala comprimida con un pequeño momento de inercia  $I_y$  lleva a grandes distorsiones del alma con la correspondiente reducción de resistencia, incluso para almas no compactas.

### Factor de reducción por pandeo del alma ( $R_{pg}$ )

$R_{pg}$  es el factor de reducción de la resistencia a flexión en secciones transversales con almas esbeltas. Este término reduce la Resistencia Nominal a flexión y tiene en cuenta el efecto desfavorable del pandeo por flexión del alma y el comportamiento post-pandeo que causa una transferencia de carga a las alas. Esta reducción de la resistencia es el resultado de pandeo local del alma en su zona comprimida.

El valor de  $R_{pg}$  **es igual a 1,0** para secciones con almas compactas o no compactas y **menor a 1,0** para secciones con almas esbeltas. Se calcula  $R_{pg}$  usando las propiedades de sección de la sección transversal que se analiza por:

$$\text{Para } \frac{h_c}{t_w} \leq l_{rw} \\ R_{pg} = 1,0$$

$$\text{Para } \frac{h_c}{t_w} > l_{rw} \\ R_{pg} = 1 - \frac{a_w}{1200 + 300a_w} \frac{h_c}{t_w} - 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_{crf}}} \frac{h_c}{t_w} \leq 1,0 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(F.5-6)}] \quad (5.4-6)$$

siendo:

$$l_{rw} = \text{esbeltez límite para alma no compacta. Tabla B.4-1b.} = 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} \leq 10 \quad (5.4-7)$$

$F_{crf}$  = tensión crítica del ala comprimida para Estado Límite de pandeo lateral o pandeo local del ala, la que sea menor (MPa)

=  $(M_{n(Rpg=1)} / S_{xc})$ , donde  $(M_{n(Rpg=1)})$  es el menor Momento Nominal para Estado Límite **LTB** (Sección 5.4.3) o **FLB** (Sección 5.4.4) determinado con  $R_{pg} = 1,0$

Puede conservadoramente simplificarse la determinación de  $R_{pg}$  reemplazando en la Ecuación (5.4.6)  $F_{crf}$  por  $F_y$ , lo que da como resultado un valor algo menor para  $R_{pg}$  y para el Momento Nominal. Ello está permitido en la Sección F.5.2 del CIRSOC 301-2017.

#### 5.4.2.- Fluencia del ala comprimida

Utilizando los parámetros definidos en la Sección (5.4.1), la Resistencia Nominal a flexión para el Estado Límite de fluencia del ala comprimida se determina con:

$$M_n = R_e R_{pg} F_{yf} S_{xc} (10)^3 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(F.5-1)}](5.4-8)$$

Para secciones con almas compactas, la ecuación (5.4-8) se reduce a:

$$M_n = M_p = F_y Z_x (10)^3 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(F.2-1)}](5.4-9)$$

Para secciones doblemente simétricas con almas no compactas o esbeltas, la ecuación (5.4-8) se reduce a las Ecuaciones del CIRSOC 301-2017 (F.4-1) o (F.5-1), la que sea aplicable. Debido a que  $R_{pc}$  siempre tiene un valor de **1,0** para secciones con almas esbeltas y  $R_{pg}$  tiene un valor de **1,0** para almas compactas y no compactas, ya sea  $R_{pc}$  o  $R_{pg}$  alguno será igual a **1,0** en todos los casos, excepto cuando el alma está exactamente en el límite entre no compacta y esbelta, en cuyo caso ambos son iguales a **1,0**. El producto ( $R_{pc} R_{pg}$ ) es generalmente mayor que **1,0** para secciones con almas no compactas, y es casi siempre menor que **1,0** para secciones con almas esbeltas.

Aunque se identifica como un Estado Límite por separado en el CIRSOC 301-2017, los límites para la fluencia del ala comprimida son idénticos a los límites superiores dados para pandeo lateral-torsional. Por ello, una verificación por separado para este Estado Límite es redundante si se comprueba el límite superior de pandeo lateral-torsional.

#### 5.4.3.- Pandeo lateral-torsional (LTB)

Las recomendaciones para pandeo lateral-torsional dadas en esta Recomendación son versiones modificadas de las especificaciones del CIRSOC 301-2017 para tener en cuenta la influencia de la geometría de miembro no prismático. Se describen tres regiones de comportamiento frente al pandeo lateral-torsional. Longitudes no arriostradas cortas están gobernadas por la fluencia y no están sujetas a pandeo lateral-torsional. Longitudes no arriostradas largas están sujetas a pandeo lateral-torsional elástico. Longitudes no arriostradas intermedias están sujetas a pandeo lateral-torsional inelástico y tienen resistencias que varían linealmente entre las resistencias en los puntos de transición de las regiones elástica y de fluencia.

La resistencia a pandeo lateral-torsional es verificada como un simple relación de resistencias para toda la longitud no arriostrada, de una manera similar a lo realizado para pandeo por compresión axial. El procedimiento tiene en cuenta tanto el comportamiento frente al pandeo lateral-torsional como el comportamiento frente al pandeo del alma por flexión representado por los factores de plastificación  $R_{pg}$  y  $R_{pc}$ .

El Estado Límite de pandeo lateral-torsional debe ser verificado para cada ala que resulte comprimida en algún lugar a lo largo de la longitud no arriostrada. La Resistencia del miembro es determinada por la menor de las dos relaciones de resistencia .

## Procedimiento General

El siguiente procedimiento de cálculo de la resistencia a pandeo lateral-torsional puede ser utilizado para todos los miembros que se encuentran dentro del alcance de este documento:

(1) Se calcula la tensión elástica de pandeo lateral-torsional  $F_{eLTB}$ , para la longitud lateralmente no arriostrada con la Ecuación (F.4-5) del CIRSOC 301-2017 con las propiedades de la sección ubicada a la mitad de la longitud no arriostrada y con  $C_b$  determinado con las Ecuaciones (5.4-1) y (5.4-2).

$$F_{eLTB} = \frac{C_b P^2 E}{\frac{L_b}{r_t}} \sqrt{1 + 0,078 \frac{c J}{S_{xc} h_o} \frac{L_b}{r_t}} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(F.4-5)}] (5.4-10)$$

donde

$h_o$  = distancia entre centros de gravedad de las alas (cm)

$r_t$  = radio de giro efectivo para pandeo lateral-torsional (cm)

$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \frac{h_o}{d} + \frac{a_w h^2}{6 h_o d}}} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(F.4-10)}] (5.4-11)$$

$a_w$  = como se define por la Ecuación (5.4-7) para  $R_{pg}$ , salvo que el límite superior de 10 no se aplica.

Si el alma es esbelta  $(h / t_w) > 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_y}}$  o si  $(I_y / I_x) \leq 0,23$  se tomará  $J = 0$

$$\text{para los otros casos: } J = \frac{h t_w^3}{3} + \frac{b_{tf} t_{tf}^3}{3} - 0,63 \frac{t_{tf}^3}{b_{tf}} + \frac{b_{cf} t_{cf}^3}{3} - 0,63 \frac{t_{cf}^3}{b_{cf}} \quad (5.4-12)$$

$c$  = para secciones doble te = 1,0

(2) Se determina la ubicación de la máxima Tensión Requerida de compresión por flexión  $f_u$  dentro de la longitud no arriostrada. Esta sección estará a menudo en o cerca de los extremos, pero puede ocurrir en cualquier lugar de la longitud no arriostrada. En esa sección, se calcula el factor de la resistencia nominal de pandeo  $g_{eLTB}$  como:

$$g_{eLTB} = (F_{eLTB} / f_u) \quad (5.4-13)$$

(3) Se calcula  $F_L$ .

(a) Cuando  $(S_{xt} / S_{xc}) \geq 0,7$

$$F_L = \text{el menor valor de } (F_{yf} - F_r) \text{ ó } F_{yw}. \quad (5.4-14)$$

$F_r$  = tensión residual de compresión en ala = 114 MPa

(b) Cuando  $(S_{xt} / S_{xc}) < 0,7$

$$F_L = F_{yf} (S_{xt} / S_{xc}) \geq 0,5 F_{yf} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(F.4-6b)}] (5.4-15)$$

(4) En varias ubicaciones a lo largo de la longitud de no arriostrada, se determina cuál de las tres regiones de pandeo lateral-torsional es aplicable, y se calcula el correspondiente  $M_n$ , usando el factor de la Resistencia Nominal a pandeo  $g_{eLTB}$  y la Resistencia Requerida a compresión por flexión en el ala  $f_u$  para la ubicación analizada.

(a) Si  $\frac{g_{eLTB} f_u}{F_y} \leq \frac{p^2}{1,1^2} = 8,2$  (La relación de tensiones se corresponde con  $L_b = L_p$  para miembros prismáticos) (White y Kim, 2006)

El Estado Límite de pandeo lateral-torsional no es aplicable

(b) Si  $8,2 > \frac{g_{eLTB} f_u}{F_y} > \frac{F_L}{F_y}$  se determina la Resistencia Nominal inelástica a pandeo lateral torsional por:

$$M_n = R_{pg} R_{pc} M_{xc} \left[ 1 - \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \frac{p \sqrt{\frac{F_y}{g_{eLTB} f_u}} - 1,1}{p \sqrt{\frac{F_y}{F_L}} - 1,1} \right] R_{pg} R_{pc} M_{xc} \quad (5.4-16)$$

Esta Ecuación reemplaza a las Ecuaciones (F.4-2) y (F.5-3) del CIRSOC 301-2017 y se escribe en términos de la relación de tensiones  $\frac{g_{eLTB} f_u}{F_y}$  (White y Kim, 2006)

(c) Si  $\frac{g_{eLTB} f_u}{F_y} \leq \frac{F_L}{F_y}$  se determina la Resistencia Nominal elástica a pandeo lateral-torsional por:

$$\text{Para miembros con almas esbeltas: } M_n = R_{pg} g_{eLTB} f_u S_{xc} (10)^{-3} \quad (5-4-17)$$

$$\text{Para otros miembros } M_n = g_{eLTB} f_u S_{xc} (10)^{-3} \quad (5-4-18)$$

(5) La mayor relación ( $M_u / M_n$ ) calculada a lo largo de la longitud lateralmente no arriostrada es la relación de Resistencias a pandeo lateral-torsional para toda la longitud no arriostrada.

**Procedimiento para miembros simples con alma de altura linealmente variable (placas de ala y alma se mantienen constantes)**

Para los miembros de una altura linealmente variable con pendiente constante y sin cambios de placas de ala o alma dentro de la longitud no arriostrada, se puede utilizar el procedimiento más simplificado siguiente:

- (1) Se calcula  $(F_{eTLB})_{Cb=1}$  con la Ecuación (5.4 –10) con  $C_b = 1,0$ .
- (2) Se calcula  $(g_{eLTB})_{Cb=1}$  con la Ecuación (5.4 –13) reemplazando  $(F_{eTLB})$  por  $(F_{eTLB})_{Cb=1}$ .
- (3) Se calcula  $F_L$  como en la subsección (3) del item anterior
- (4) En varias ubicaciones a lo largo de la longitud de no arriostrada, se determina cuál de las tres regiones de pandeo lateral-torsional es aplicable, y se calcula el correspondiente  $M_n$ , usando el factor de la Resistencia Nominal a pandeo  $(g_{eLTB})_{Cb=1}$  y la Resistencia Requerida a compresión por flexión en el ala  $f_u$  para la ubicación analizada.

(a) Si  $\frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} \leq \frac{p^2}{1,1^2} = 8,2$

El Estado Límite de pandeo lateral-torsional no es aplicable

- (b) Si  $8,2 > \frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} > \frac{F_L}{F_y}$  se determina la Resistencia Nominal inelástica a pandeo lateral torsional por:

$$M_n = C_b R_{pg} R_{pc} M_{xc} \left[ 1 - \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \sqrt{\frac{F_y}{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}} - 1,1 \sqrt{\frac{F_y}{F_L}} - 1,1 \right] R_{pg} R_{pc} M_{xc} \quad (5.4-19)$$

Esta Ecuación reemplaza a las Ecuaciones (F.4-2) y (F.5-3) del CIRSOC 301-2017 y se escribe en términos de la relación de tensiones  $\frac{g_{eLTB} f_u}{F_y}$  (White y Kim,2006)

- (c) Si  $\frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} \leq \frac{F_L}{F_y}$  se determina la Resistencia Nominal elástica a pandeo lateral torsional por:

Para miembros con almas esbeltas:  $M_n = C_b R_{pg} (g_{eLTB})_{Cb=1} f_u S_{xc} (10)^{-3} \leq R_{pg} M_{xc} \quad (5-4-20)$

Para otros miembros  $M_n = g_{eLTB} f_u S_{xc} (10)^{-3} \leq R_{pg} M_{xc} \quad (5-4-21)$

#### 5.4.4.- Pandeo Local del ala comprimida (FLB)

Como en el caso del pandeo lateral-torsional, el pandeo local del ala comprimida (FLB) se define en tres regiones. Para alas compactas (relativamente gruesas), el FLB no es un Estado Límite. Para alas esbeltas, la Resistencia elástica a FLB se calcula directamente. Para valores intermedios de relaciones ancho-espesor, la resistencia inelástica a FLB se calcula por variación lineal entre las resistencias en los puntos de transición.

(a) Para miembros con alas compactas,  $(b_f / 2t_f) \leq 0,38\sqrt{E/F_y}$  el Estado Límite de FLB no es aplicable

(b) Para miembros con alas no compactas,  $0,38\sqrt{E/F_y} < (b_f / 2t_f) \leq 0,95\sqrt{k_c E/F_L}$  la Resistencia Nominal a FLB se calcula a partir de las ecuaciones (F.3-1), (F.4-12) y (F.5-8) del CIRSOC 301-2017 con:

$$M_n = R_{pg} \left[ R_{pc} M_{xc} - (R_{pc} M_{xc} - F_L S_{xc} 10^{-3}) \frac{(b_f / 2t_f) - 0,38\sqrt{E/F_y}}{0,95\sqrt{k_c E/F_L} - 0,38\sqrt{E/F_y}} \right] \quad (5.4-22)$$

(c) Para miembros con alas esbeltas,  $(b_f / 2t_f) > 0,95\sqrt{k_c E/F_L}$  la Resistencia Nominal a FLB se calcula a partir de las ecuaciones (F.3-2), (F.4-13) y (F.5-9) del CIRSOC 301-2017 como:

$$M_n = \frac{0,9R_{pg} E k_c S_{xc} (10)^{-3}}{(b_f / 2t_f)^2} \quad (5.4-23)$$

donde:

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{\frac{h}{t_w}}} \quad 0,35 \leq k_c \leq 0,76 \quad (5.4-24)$$

#### 5.4.5.- Fluencia del ala traccionada (TFY)

En miembros con alas desiguales debe verificarse el Estado Límite de fluencia del ala traccionada (TFY).

Para miembros con  $S_{xt} = S_{xc}$ , el Estado Límite de TFY no es aplicable.

Para miembros con  $S_{xt} < S_{xc}$ , la Resistencia Nominal al TFY se calcula como:

$$M_n = R_{pt} F_y S_{xt} (10)^{-3} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(F.4-14)}] \quad (5.4-25)$$

(1) Para  $(h_c / t_w) \leq 1_{pw}$

$$R_{pt} = (M_p / M_{xt}) \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(F.4-15a)}] \quad (5.4-26)$$

(2) Para  $l_{pw} < (h_c / t_w) \leq l_{rw}$

$$R_{pt} = \frac{M_p}{M_{xt}} - \frac{M_p}{M_{xt}} - 1 \frac{l - l_{pw}}{l_{rw} - l_{pw}} \frac{M_p}{M_{xt}} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (F.4-15b)}] \quad (5.4-27)$$

(3) Para  $(h_c / t_w) > l_{rw}$  o  $(l_y / I_y) \leq 0,23$

$$R_{pt} = 1,0 \leq (M_p / M_{xt})$$

donde:

$$M_p = Z_x F_y (10)^{-3} \leq 1,5 S_{xt} F_y (10)^{-3} \text{ (MPa)} \quad (5.4-28)$$

$$M_{xt} = S_{xt} F_y (10)^{-3} \text{ (MPa)} \quad (5.4-29)$$

$S_{xt}$  = módulo elástico de la sección transversal referido a la fibra extrema traccionada ( $\text{cm}^2$ )

todos los otros términos son definidos previamente para  $R_{pc}$ .

La recomendación de tomar  $R_{pc} = 1,0$  cuando  $(l_y / I_y) \leq 0,23$  es una extensión del CIRSOC 301-2017 basado en White y Jung (2006), quienes muestran que la compresión de un ala con muy pequeño  $I_y$  lleva a grandes distorsiones del alma, aún para aquellas no compactas.

#### 5.4.6.- Rotura del ala traccionada

Los miembros con agujeros en el ala traccionada están sujetos al Estado Límite de rotura del ala traccionada. Las especificaciones correspondientes se dan en la Sección (F.13.1) del CIRSOC 301-2017.

(a) Cuando  $F_u A_{fn} \geq Y_t F_y A_{fg}$  no es aplicable el Estado Límite de Rotura del ala traccionada

(b) Cuando  $F_u A_{fn} < Y_t F_y A_{fg}$  la Resistencia Nominal a flexión  $M_n$  (kNm) en la sección de los agujeros o línea de agujeros del ala traccionada se tomará:

$$M_n \leq \frac{F_u A_{fn}}{A_{fg}} S_{xt} (10)^{-3} \quad (5.4-30)$$

donde:

$A_{fg}$  = área bruta del ala traccionada calculada con las especificaciones de la Sección D.3.1 del CIRSOC 301-2017 ( $\text{cm}^2$ )

$A_{fn}$  = área neta del ala traccionada calculada con las especificaciones de la Sección D.3.2 del CIRSOC 301-2017 ( $\text{cm}^2$ )

$Y_t = 1,0$  para  $(F_y / F_u) \leq 0,8$   
 $= 1,1$  para los otros casos

$F_y$  = Tensión de fluencia mínima especificada del acero del ala traccionada (MPa)

$F_u$  = Tensión de Rotura atracción del acero del ala traccionada (MPa)

$S_{xt}$  = módulo elástico de la sección transversal referido a la fibra extrema traccionada ( $\text{cm}^2$ )

La ecuación (5.4-30) es similar a la ecuación (F.13-1) del CIRSOC 301-2017 con  $S_{xt}$  en lugar de  $S_x$ .



#### 5.4.7.- Relación de Resistencias

Se calcula la Relación de Resistencias para el Estado Límite gobernante usando la Resistencia Requerida  $M_u$ , y la Resistencia Nominal a Flexión  $M_n$ , previamente determinadas :

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} \quad f_b = 0,90 \quad (5.4-31)$$

#### EJEMPLO 5.3.- Viga sometida a flexión simple con alma de altura linealmente variable y con arriostramientos a pandeo lateral-torsional

**Enunciado:** Evaluar la Resistencia a flexión del miembro del Ejemplo 5.2. La Resistencia Requerida a flexión se indica en la **Figura 5-6**. Todos los efectos de Segundo Orden están incluidos en el diagrama de momentos indicado.

**Material:**

**Acero F36 :  $F_y = 355 \text{ MPa}$   $F_u = 510 \text{ MPa}$**

**Dimensiones:**

**Ambas alas : # 152x6,35 (mm) (6"x1/4")**

**Espesor del alma: 3,2 mm (1/8")**

**Altura del alma: linealmente variable de 30 cm a 60 cm**

**Longitud total de la viga: 365 cm**

**Arriostramientos:** Ambas alas están arriostradas a **230cm** del extremo inferior. Dos agujeros para bulones  $\phi 16$  en ambas alas en los puntos arriostrados.

**Análisis:** Se analizan los siguientes Estados Límites:

- Fluencia en el ala comprimida
- Pandeo lateral-torsional
- Pandeo local del ala comprimida
- Rotura por tracción del ala traccionada en la sección con agujeros de bulones

No es necesario analizar el Estado Límite de Fluencia del ala traccionada por ser la sección transversal de la viga doblemente simétrica. El límite superior de la resistencia a pandeo lateral-torsional es la resistencia a fluencia del ala comprimida; por ello no es necesaria una verificación separada para la fluencia del ala comprimida excepto en la sección no sometida a pandeo lateral-torsional.

Solución:

Tabla 5-2 Propiedades de la sección . Momento Plástico y/o Momento Elástico			
Ubicación	Propiedad	Extremo inferior del tramo	Extremo superior del tramo
Longitud lateralmente no arriostrada superior secciones C y E	h S <sub>x</sub> M <sub>xc</sub>	48,90 cm 596,39 cm <sup>3</sup> 211,72 kNm	60 cm 767,22 cm <sup>3</sup> 272,36 kNm
Longitud media secciones B y D	h S <sub>x</sub> M <sub>xc</sub> M <sub>p</sub>	39,45 cm 461,31 cm <sup>3</sup> 163,77 kNm 181,55 kNm	54,45 cm 680,16 cm <sup>3</sup> 241,46 kNm ---
Longitud lateralmente no arriostrada inferior secciones A y C	h S <sub>x</sub> M <sub>xc</sub>	30 cm --- ---	48,90 cm 596,39 cm <sup>3</sup> 211,72 kNm

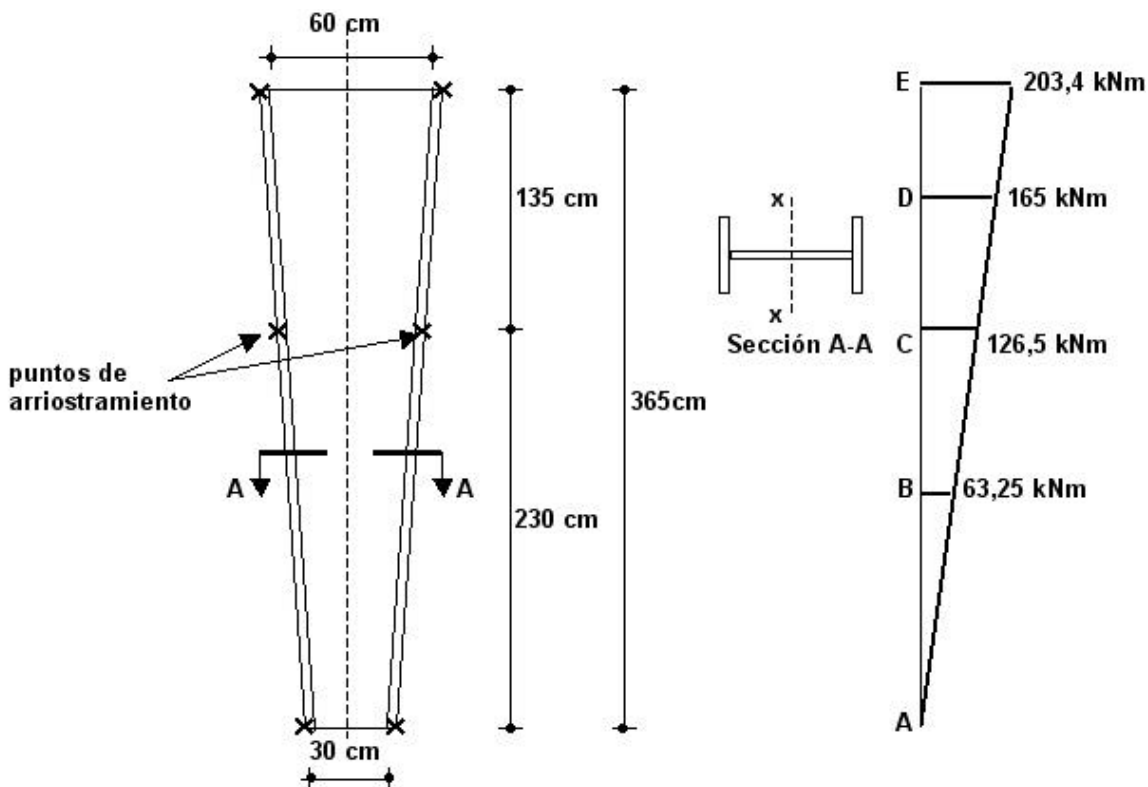


Figura 5-6 . Miembro sometido a flexión simple

### Límites de esbeltez del alma

De Tabla **B.4-1b** de CIRSOC 301-2017 (Caso 16) para almas de perfiles doble te de doble simetría soldados:

$$l_{pw} = 3,76 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 3,76 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 89,3 \quad \text{límite de alma compacta}$$

$$l_{rw} = 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 5,70 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 135,3 \quad \text{límite de alma esbelta}$$

### Límites de esbeltez del ala

De Tabla **B.4-1b** de CIRSOC 301-2017 (Caso 12) para almas de perfiles doble te de doble simetría soldados:

$$l_{pf} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 9,02 \quad \text{límite de ala compacta}$$

$$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{k_c E}{F_L}} \quad \text{el límite de esbeltez del ala depende de la altura del alma}$$

### (A) TRAMO INFERIOR DE LA VIGA. LONGITUD LATERALMENTE NO ARRIOSTRADA

$$L_b = 230 \text{ cm}$$

Se verifica la esbeltez del alma en las **secciones media** y **superior** de la longitud lateralmente no arriostrada mayor  $L_b = 230 \text{ cm}$ . No es necesario realizar la verificación en la sección inferior pues en ella el momento flector  $M_u = 0$ .

$$(h_c/t_w)_{\text{sec. media}} = (39,45/0,32) = 123,3 < 135,3 = l_{rw} \quad (y > l_{pw} = 89,3) \quad \text{sección no compacta}$$

$$(h_c/t_w)_{\text{sec. sup}} = (48,90/0,32) = 152,8 > 135,3 = l_{rw} \quad (\text{sección esbelta})$$

- En la **sección media** (no compacta), para calcular la Resistencia Nominal a flexión se deben aplicar las especificaciones de la Sección **F.4** del CIRSOC 301-2017 y la Sección **5.4** de esta Recomendación y los valores de la Tabla **5-2**

El Factor de Amplificación del alma  $R_{pc}$  para  $l_{pw} < (h_c / t_w) < l_{rw}$  y sección doblemente simétrica ( $(I_{yc} / I_y) > 0,23$ )

$$R_{pc} = \frac{M_p}{M_{xc}} - \frac{M_p}{M_{xc}} - 1 \frac{l - l_{pw}}{l_{rw} - l_{pw}} \frac{M_p}{M_{xc}} \quad [301-2017 \text{ Ec. (F.4-9b)}] \quad (5.4-5)$$

$$R_{pc} = \frac{181,55}{163,77} - \frac{181,55}{163,77} - 1 \frac{123 - 89,3}{135,3 - 89,3} = 1,029 < \frac{181,55}{163,77} = 1,109$$

Por ello se toma  $R_{pc} = 1,029$

Además por ser el alma no compacta es  $R_{pg} = 1,0$

- En la sección **superior** (esbelta) se debe aplicar lo indicado en la Sección **5.4.1** de esta Recomendación

$$R_{pc} = 1,0$$

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} = \frac{48,90 \times 0,32}{15,2 \times 0,635} = 1,62 < 10 \quad \text{se utiliza } a_w = 1,62$$

El Factor de Reducción  $R_{pg}$ , adoptando conservadoramente por simplicidad operativa,  $F_{cf} = F_y$  es:

$$R_{pg} = 1 - \frac{a_w}{1200 + 300a_w} \frac{\pi h_c}{\xi t_w} - 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \leq 1,0 \quad [301-2017; \text{Ec. (F.5-6)}] \quad (5.4-6);$$

$$R_{pg} = 1 - \frac{1,62}{1200 + 300 \times 1,62} \frac{\pi 48,9}{\xi 0,32} - 5,70 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 0,983 < 1,0 \quad \underline{R_{pg} = 0,983}$$

### Pandeo Lateral-torsional en longitud lateralmente no arriostrada inferior (mayor)

Usando el procedimiento indicado en esta Recomendación para miembros simples de altura linealmente variable con placas de alas y almas de dimensión constante en toda la longitud de la viga, se determina el Momento Nominal para el Estado Límite de pandeo lateral-torsional  $M_n$  para la longitud lateralmente no arriostrada inferior.

(1) Con las especificaciones de la Sección **F.4** del CIRSOC 301-2017 y de la Sección **5.4** de esta Recomendación, se determina la tensión elástica de pandeo lateral-torsional  $F_{eLTB}$  con  $C_b = 1,0$  para la sección con tensión por flexión máxima usando las propiedades de la sección ubicada en la mitad de la longitud no arriostrada

$$F_{eTLB} = \frac{1,0 p^2 E}{\frac{\pi L_b}{\xi r_t}} \sqrt{1 + 0,078 \frac{c J}{S_{xc} h_o} \frac{\pi L_b}{\xi r_t}} \quad [301-2017, \text{Ec. (F.4-5)}] \quad (5.4-10)$$

con:

$$h_o = 39,45 + 2(0,635/2) = 40,085 \text{ cm}$$

$$h_c = h \quad (\text{por ser la sección doblemente simétrica}) = 39,45 \text{ cm}$$

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} = \frac{39,45 \times 0,32}{15,2 \times 0,635} = 1,31$$

$$c = 1,0 \quad (\text{sección doble te})$$

$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \frac{\pi h_o}{\xi d} + \frac{a_w}{6} \frac{h^2}{h_o d}}} \quad [301-2017, \text{Ec. (F.4-10)}] \quad (5.4-11)$$

$$r_t = \frac{15,2}{\sqrt{12 \frac{\pi 40,085}{\xi 40,72} + \frac{1,31}{6} \frac{39,45^2}{39,45 \times 40,72}}} = 4,01 \text{ cm}$$

$S_{xc} = S_x = 461,31 \text{ cm}^3$  (de Tabla 5-2)  
 $J = 0$  (porque el alma es esbleta en algún tramo de la longitud no arriostrada)

Luego:

$$(F_{eTLB})_{Cb=1} = \frac{1,0 p^2 \times 200.000 \text{ MPa}}{\frac{230 \text{ cm}^2}{4,01 \text{ cm}}} \sqrt{1 + 0,078 \frac{1,0 \times 0 \text{ cm}^4}{461,3 \text{ cm}^3 \times 40,085 \text{ cm}} \frac{230 \text{ cm}^2}{4,01 \text{ cm}}} \quad (5.4-10)$$

$$(F_{eLTB})_{Cb=1} = 600 \text{ MPa}$$

(2) Se calcula  $(g_{eTLB})_{Cb=1} = (F_{eTLB})_{Cb=1} / f_{m\acute{a}x}$

• Se ubica la sección con máxima tensión normal por flexión

Para el caso de alma linealmente variable y variación de momento lineal con momento nulo en el extremo mas pequeño (pequeños efectos P-d) la máxima tensión por flexión siempre ocurre en el extremo de mayor altura. Luego

$f_{m\acute{a}x}$  ocurre en la sección C  $f_{m\acute{a}x} = M_u / S_{xc} = (126,5 \text{ kNm} / 596,39 \text{ cm}^3) \times 10^3 = 212,11 \text{ MPa}$

$$(g_{eLTB})_{Cb=1} = 600 \text{ MPa} / 212,11 \text{ MPa} = 2,83$$

(3) Se calcula  $F_L$

Siendo la sección doblemente simétrica  $S_{xt} = S_{xc}$ . Luego  $(S_{xt} / S_{xc}) = 1,0 > 0,7$

$F_L =$  el menor valor de  $(F_{yf} - F_r)$  ó  $F_{yw}$ . (MPa) (5.4-14)

$$F_L = (F_{yf} - F_r) = (355 - 114) = 241 \text{ MPa} < F_{yw} = 355 \text{ MPa}$$

(4) Se determina

$$\frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} = \frac{2,83 \times 212,11}{355} = 1,69$$

$$\text{siendo } 8,2 > \frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} = 1,69 > \frac{F_L}{F_y} = \frac{241}{355} = 0,68$$

El Momento Nominal  $M_n$  es:

$$M_n = C_b R_{pg} R_{pc} M_{xc} \left[ 1 - \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \sqrt{\frac{F_y}{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u} - 1,1} \right] R_{pg} R_{pc} M_{xc} \quad (5.4-19)$$

El factor  $C_b$  para la longitud lateralmente no arriostrada inferior se calcula con lo especificado en la Sección 5.4.1, con el diagrama de momentos flectores de la Figura 5-6 y con las propiedades de la sección transversal indicadas en la Tabla 5-2.

$$f_o = 0$$

$$f_{mid} = (M_u/S_{xc}) = (63,25 \text{ kNm}/461,31) \times 10^3 = 137,11 \text{ MPa}$$

$$f_2 = (M_u/S_{xc}) = (126,5 \text{ kNm}/596,39) \times 10^3 = 212,11 \text{ MPa}$$

Resulta  $137,11 > (0+212,11)/2$  luego:

$$f_1 = 2f_{mid} - f_2 = 2 \times 137,11 - 212,11 = 62,11 \text{ MPa} \quad (5.4-2)$$

$$C_b = 1,75 - 1,05 \frac{f_1}{f_2} + 0,3 \frac{f_1^2}{f_2^2} \leq 2,3 \quad (5.4-1)$$

$$C_b = 1,75 - 1,05 \frac{62,11}{212,11} + 0,3 \frac{62,11^2}{212,11^2} = 1,47 < 2,3$$

$$M_n = C_b R_{pg} R_{pc} M_{xc} \left[ 1 - \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \frac{p \sqrt{\frac{F_y}{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}} - 1,1}}{p \sqrt{\frac{F_y}{F_L}} - 1,1}} \right] \leq R_{pg} R_{pc} M_{xc} \quad (5.4-19)$$

$$M_n = 1,47 \times 0,983 \times 1 \times 211,72 \left[ 1 - \frac{0,68}{1 \times 1} \frac{p \sqrt{\frac{1}{1,69}} - 1,1}}{p \sqrt{\frac{1}{0,68}} - 1,1}} \right] = 258,37 \text{ kNm} > 0,983 \times 1 \times 211,72 = 208,12$$

Luego se toma  $M_n = 208,12 \text{ kNm}$

La relación de Resistencias para la sección C es:

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{126,5 \text{ kNm}}{0,9 \times 208,12} = 0,675 \quad (\text{Ej. 5-3-1})$$

- Se verifica la Resistencia Nominal a pandeo lateral-torsional en la sección ubicada a la mitad de la mayor longitud no arriostrada (Sección B)

$$f_u = M_u/S_{xc} = (63,25 \text{ kNm}/461,31 \text{ cm}^3) \times 10^3 = 137,11 \text{ MPa}$$

Se determina la relación:

$$\frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} = \frac{2,83 \times 137,11}{355} = 1,093$$

siendo  $8,2 > \frac{(g_{eLTB})C_{b=1} f_u}{F_y} = 1,093 > \frac{F_L}{F_y} = \frac{241}{355} = 0,68$  se utiliza la Ecuación (5.4-19)

El Momento Nominal  $M_n$  es:

$$M_n = C_b R_{pg} R_{pc} M_{xc} \left[ 1 - \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \sqrt{\frac{F_y}{(g_{eLTB})C_{b=1} f_u} - 1,1} \right] R_{pg} R_{pc} M_{xc} \quad (5.4-19)$$

La sección **B** es no compacta. Luego  $R_{pg} = 1,0$ . Se determinó para la sección **B**  $R_{pc} = 1,029$  Luego el Momento Nominal  $M_n$  es:

$$M_n = 1,47(1,0)(1,029)163,77 \left[ 1 - \frac{241}{1,029 \times 355} \sqrt{\frac{1}{1,093} - 1,1} \right] = 188,54 \text{ kNm} > 1,0(1,029)163,77$$

$$= 168,52 \text{ kNm}$$

Para la sección **B** se adopta  $M_n = 168,52 \text{ kNm}$

La relación de Resistencias para la sección **B** es:

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{63,25 \text{ kNm}}{0,9 \times 168,52} = 0,417 \quad (\text{Ej. 5-3-2})$$

Comparando las expresiones (Ej. 5-3-1) y (Ej. 5-3-2) se concluye que el extremo superior de de la mayor longitud lateralmente no arriostrada define la Resistencia Nominal para el Estado Límite de Pandeo lateral-torsional

#### Pandeo local del ala comprimida. En longitud lateralmente no arriostrada inferior (mayor)

- Se determina la Resistencia Nominal a flexión para el Estado Límite de Pandeo Local del ala comprimida para la sección del extremo superior de la longitud lateralmente no arriostrada mayor (sección **C**)

La Ecuación a usar para determinar  $M_n$  depende de la compacidad del ala comprimida. Se compara la relación de esbeltez del ala en la sección **C** con el límite establecido por el CIRSOC 301-2017 en la Tabla **B.4-1b** para alas de miembros flexados con secciones doble te soldadas de doble simetría (Caso 12)

$$\text{esbeltez del ala} \quad \frac{b_f}{2t_f} = \frac{152}{2 \times 6,35} = 11,97$$

$$\text{Los límites son } \lambda_{pf} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 9,02 \quad \text{límite de ala compacta}$$

$$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{k_c E}{F_L}} \quad \text{el límite de esbeltez del ala depende de la altura del alma}$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{(h/t_w)}} = \frac{4}{\sqrt{48,9\text{cm}/0,32\text{cm}}} = 0,324 < 0,35 \quad \text{Se adopta } k_c = 0,35$$

$$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{0,35 \times 200000}{241}} = 16,1$$

Siendo  $l_{pf} = 9,02 < l_f = 11,97 < l_{rf} = 16,1$  el ala es **no compacta** luego:

$$M_n = R_{pg} \left[ R_{pc} M_{xc} - (R_{pc} M_{xc} - F_L S_{xc} 10^{-3}) \frac{(b_f / 2t_f) - 0,38 \sqrt{E/F_y}}{0,95 \sqrt{k_c E/F_L} - 0,38 \sqrt{E/F_y}} \right] \quad (5.4-22)$$

siendo el alma **esbelta**  $R_{pg} = 0,983$   $R_{pc} = 1,0$

$$M_n = 0,983 \left[ 1,0 \times 211,72 - (1 \times 211,72 - 241 \times 596,39 \times 10^{-3}) \frac{11,97 - 9,02}{16,1 - 9,02} \right] = \underline{\underline{180,27 \text{ kNm}}}$$

- Se determina la Resistencia Nominal a flexión para el Estado Límite de Pandeo Local del ala comprimida para la sección ubicada a la mitad de la longitud lateralmente no arriostrada mayor (sección **B**)

La Ecuación a usar para determinar  $M_n$  depende de la compacidad del ala comprimida. Se compara la relación de esbeltez del ala en la sección **B** con el límite establecido por el CIRSOC 301-2017 en la Tabla **B.4-1b** para alas de miembros flexados con secciones doble te soldadas de doble simetría (Caso 12)

$$\text{esbeltez del ala} \quad \frac{b_f}{2t_f} = \frac{152}{2 \times 6,35} = 11,97$$

$$\text{Los límites son: } l_{pf} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 9,02 \quad \text{límite de ala compacta}$$

$$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{k_c E}{F_L}} \quad \text{el límite de esbeltez del ala depende de la altura del alma}$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{(h/t_w)}} = \frac{4}{\sqrt{39,45\text{cm}/0,32\text{cm}}} = 0,36 > 0,35 \quad \text{Se adopta } k_c = 0,36$$

$$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{0,36 \times 200000}{241}} = 16,4$$

Siendo  $l_{pf} = 9,02 < l_f = 11,97 < l_{rf} = 16,4$  el ala es **no compacta** luego:

$$M_n = R_{pg} \left[ R_{pc} M_{xc} - (R_{pc} M_{xc} - F_L S_{xc} 10^{-3}) \frac{(b_f / 2t_f) - 0,38 \sqrt{E/F_y}}{0,95 \sqrt{k_c E/F_L} - 0,38 \sqrt{E/F_y}} \right] \quad (5.4-22)$$



La sección **B** es no compacta. Luego  $R_{pg} = 1,0$ . Se determinó para la sección **B**  $R_{pc} = 1,029$

$$M_n = 1,029 \cdot 1,029 \cdot 163,77 - (1,029 \cdot 163,77 - 241 \cdot 461,31 \cdot 10^{-3}) \cdot \frac{11,97 - 9,02}{16,4 - 9,02} = \underline{145,60 \text{ kNm}}$$

### Rotura del ala traccionada

Se determina la Resistencia Nominal  $M_n$  para el Estado Límite de rotura del ala traccionada en la sección con agujeros de la mayor longitud no arriostrada. Según el CIRSOC 301-2017, Sección **F.13.1**, el Estado Límite es aplicable cuando  $F_u A_{fn} < Y_t F_y A_{fg}$ . Además cuando  $(F_y/F_u) \leq 0,8$  resulta  $Y_t = 1,0$

$$(F_y/F_u) = (355/510) = 0,70 < 0,8 \quad \text{Luego resulta } Y_t = 1,0$$

$$A_{fg} = 15,2 \text{ cm} \times 0,635 \text{ cm} = 9,652 \text{ cm}^2$$

$$A_{fn} = 9,652 \text{ cm}^2 - 2(1,6+0,2) \text{ cm} \times 0,635 \text{ cm} = 7,366 \text{ cm}^2$$

$$510 \text{ MPa} \times 7,366 \text{ cm}^2 \times 0,1 = 375,67 \text{ kN} > 1 \times 355 \text{ MPa} \times 9,652 \text{ cm}^2 \times 0,1 = 342,65 \text{ kN}$$

Luego no es aplicable el Estado Límite de Rotura del ala traccionada

### Resumen de Relaciones de Resistencias a flexión para la longitud lateralmente no arriostrada inferior (mayor)

- **Pandeo lateral-torsional** (Valor en la sección superior de la longitud lateralmente no arriostrada, Sección **C**)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{126,5 \text{ kNm}}{0,9 \times 208,12} = \underline{0,675}$$

- **Pandeo local del ala comprimida en la sección a mitad de la longitud no arriostrada. Sección **B****

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{63,25 \text{ kNm}}{0,9 \times 145,60} = \underline{0,483}$$

- **Pandeo local del ala comprimida en la sección superior de la longitud no arriostrada. Sección **C****

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{126,50 \text{ kNm}}{0,9 \times 180,27} = \underline{0,78}$$

El pandeo local del ala comprimida en la sección superior de la longitud no arriostrada mayor gobierna la Resistencia de Diseño a flexión

## **(B) TRAMO SUPERIOR DE LA VIGA. LONGITUD LATERALMENTE NO ARRIOSTRADA**

$$\underline{L_b = 135 \text{ cm}}$$

Se verifica la esbeltez del alma en las **secciones inferior, media y superior** de la longitud lateralmente no arriostrada menor ( $L_b = 135 \text{ cm}$ ).

$$\text{sección C } (h_c/t_w)_{\text{sec. inf}} = (48,90/0,32) = 152,8 > 135,3 = l_{rw}$$

$$\text{sección D } (h_c/t_w)_{\text{sec. media}} = (54,45/0,32) = 170,2 > 135,3 = l_{rw}$$

$$\text{sección E } (h_c/t_w)_{\text{sec. sup}} = (60,00/0,32) = 187,5 > 135,3 = l_{rw}$$

Luego todas las secciones dentro de la longitud lateralmente no arriostrada superior **son esbeltas**

- Se calculan los valores del factor de plastificación del alma  $R_{pc}$  y el factor de reducción por pandeo del alma  $R_{pg}$  para las tres secciones a analizar
- En la sección **inferior** (sección **C**) los valores son los mismos de la sección superior de la longitud no arriostrada inferior ya calculados

$$\underline{R_{pc} = 1,0}$$

$$\underline{R_{pg} = 0,983}$$

- En la **sección media** (sección **D**) se debe aplicar lo indicado en la Sección 5.4.1 de esta Recomendación

$$\underline{R_{pc} = 1,0}$$

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} = \frac{54,45 \times 0,32}{15,2 \times 0,635} = 1,805 < 10 \quad \text{se utiliza } a_w = 1,805$$

El Factor de Reducción  $R_{pg}$  adoptando conservadoramente por simplicidad operativa,  $F_{cf} = F_y$  es:

$$R_{pg} = 1 - \frac{a_w}{1200 + 300a_w} \frac{\lambda h_c}{\lambda t_w} - 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \leq 1,0 \quad [301-2017, \text{Ec. (F.5-6)}] \quad (5.4-6)$$

$$R_{pg} = 1 - \frac{1,805}{1200 + 300 \times 1,805} \frac{\lambda 54,45}{\lambda 0,32} - 5,70 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 0,964 < 1,0 \quad \underline{R_{pg} = 0,964}$$

- En la **sección superior** (sección **E**) se debe aplicar lo indicado en la Sección 5.4.1 de esta Recomendación

$$\underline{R_{pc} = 1,0}$$

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} = \frac{60 \times 0,32}{15,2 \times 0,635} = 1,99 < 10 \quad \text{se utiliza } a_w = 1,99$$

El Factor de Reducción  $R_{pg}$  adoptando conservadoramente por simplicidad operativa,  $F_{cf} = F_y$  es:

$$R_{pg} = 1 - \frac{a_w}{1200 + 300a_w} \frac{\alpha h_c}{\alpha t_w} - 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_y}} \leq 1,0 \quad [301-2017, \text{Ec.}(F.5-6)] \quad (5.4-6)$$

$$R_{pg} = 1 - \frac{1,99}{1200 + 300 \times 1,99} \frac{\alpha 60}{\alpha 0,32} - 5,70 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 0,942 < 1,0 \quad \underline{R_{pg} = 0,942}$$

### Pandeo Lateral-torsional en longitud lateralmente no arriostrada superior (menor)

Usando el procedimiento indicado en esta Recomendación para miembros simples de altura linealmente variable con placas de alas y almas de dimensión constante en toda la longitud de la viga, se determina el Momento Nominal para el Estado Límite de pandeo lateral-torsional  $M_n$  para la longitud lateralmente no arriostrada superior.

(1) Con las especificaciones de la Sección F.4 del CIRSOC 301-2017 y de la Sección 5.4 de esta Recomendación, se determina la tensión elástica de pandeo lateral-torsional  $F_{eLTB}$  con  $C_b = 1,0$  para la sección con tensión por flexión máxima usando las propiedades de la sección ubicada en la mitad de la longitud no arriostrada

$$F_{eLTB} = \frac{1,0 p^2 E}{\frac{\alpha L_b}{\alpha r_t}} \sqrt{1 + 0,078 \frac{c J}{S_{xc} h_o} \frac{\alpha L_b}{\alpha r_t}} \quad [301-2017, \text{Ec.}(F.4-5)] \quad (5.4-10)$$

con:

$$h_o = 54,45 + 2(0,635/2) = 55,085 \text{ cm}$$

$$h_c = h \text{ (por ser la sección doblemente simétrica)} = 54,45 \text{ cm}$$

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} = \frac{54,45 \times 0,32}{15,2 \times 0,635} = 1,805$$

$$c = 1,0 \text{ (sección doble te)}$$

$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \frac{\alpha h_o}{\alpha d} + \frac{a_w}{6} \frac{h^2}{h_o d}}} \quad [301-2017, \text{Ec.}(F.4-10)] \quad (5.4-11)$$

$$r_t = \frac{15,2}{\sqrt{12 \frac{\alpha 55,085}{\alpha 55,72} + \frac{1,805}{6} \frac{54,45^2}{54,45 \times 55,72}}} = 3,87 \text{ cm}$$

$$S_{xc} = S_x = 680,16 \text{ cm}^3 \text{ (de Tabla 5-2)}$$

$$J = 0 \text{ (porque el alma es esbleta en algún tramo de la longitud no arriostrada)}$$

Luego:

$$(F_{eLTB})_{Cb=1} = \frac{1,0 p^2 \times 200.000 \text{ MPa}}{\frac{\alpha 135 \text{ cm}}{\alpha 3,87 \text{ cm}}} \sqrt{1 + 0,078 \frac{1,0 \times 0 \text{ cm}^4}{680,16 \text{ cm}^3 \times 55,085 \text{ cm}} \frac{\alpha 135 \text{ cm}}{\alpha 3,87 \text{ cm}}} \quad (5.4-10)$$

$$\underline{(F_{eLTB})_{Cb=1} = 1622 \text{ MPa}}$$

(2) Se calcula  $(g_{eTLB})_{Cb=1} = (F_{eTLB})_{Cb=1} / f_{m\acute{a}x}$

- Se ubica la secci3n con máxima tensi3n normal por flexi3n

Por el cálculo de  $f_u = M_u / S_{xc}$  en varias secciones a lo largo de la longitud no arriostrada se puede ver que la **máxima tensi3n por flexi3n  $f_{m\acute{a}x}$  ocurre en el extremo de mayor altura o sea en la secci3n E**. Luego

$$f_{m\acute{a}x} = M_u / S_{xc} = (203,4 \text{ kNm} / 767,22 \text{ cm}^3) \times 10^3 = 265,11 \text{ MPa}$$

$$(g_{eTLB})_{Cb=1} = 1.622 \text{ MPa} / 265,11 \text{ MPa} = \underline{6,12}$$

(3) Se calcula  $F_L$

Siendo la secci3n doblemente simétrica  $S_{xt} = S_{xc}$ . Luego  $(S_{xt} / S_{xc}) = 1,0 > 0,7$

$$F_L = \text{el menor valor de } (F_{yf} - F_r) \text{ 3 } F_{yw} \text{ (MPa)} \quad (5.4 -14)$$

$$F_L = (F_{yf} - F_r) = (355 - 114) = 241 \text{ MPa} < F_{yw} = 355 \text{ MPa}$$

(4) Se determina

$$\frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} = \frac{6,12 \times 265,11}{355} = 4,57$$

$$\text{siendo } 8,2 > \frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} = 4,57 > \frac{F_L}{F_y} = \frac{241}{355} = 0,68$$

El Momento Nominal  $M_n$  es:

$$M_n = C_b R_{pg} R_{pc} M_{xc} \left[ 1 - \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \sqrt{\frac{F_y}{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}} - 1,1 \sqrt{\frac{F_y}{F_L}} - 1,1 \right] R_{pg} R_{pc} M_{xc} \quad (5.4-19)$$

El factor  $C_b$  para la longitud lateralmente no arriostrada inferior se calcula con lo especificado en la Secci3n 5.4.1, con el diagrama de momentos flectores de la Figura 5-6 y con las propiedades de la secci3n transversal indicadas en la Tabla 5-2.

$$\text{En secci3n C } f_o = (M_u / S_{xc}) = (126,5 \text{ kNm} / 596,39 \text{ cm}^3) \times 10^3 = 212,11 \text{ MPa}$$

$$\text{En secci3n D } f_{mid} = (M_u / S_{xc}) = (165 \text{ kNm} / 680,16) \times 10^3 = 242,59 \text{ MPa}$$

$$\text{En secci3n E } f_2 = (M_u / S_{xc}) = (203,4 \text{ kNm} / 767,22) \times 10^3 = 265,11 \text{ MPa}$$

Resulta  $242,59 > (212,11+265,11)/2$  luego:

$$f_1 = 2f_{mid} - f_2 = 2 \times 242,59 - 265,11 = 220,07 \text{ MPa} \quad (5.4-2)$$

$$C_b = 1,75 - 1,05 \frac{f_1}{f_2} + 0,3 \frac{f_1^2}{f_2^2} \leq 2,3 \quad (5.4-1)$$

$$C_b = 1,75 - 1,05 \frac{220,07}{265,11} + 0,3 \frac{220,07^2}{265,11^2} = 1,085 < 2,3$$

$$M_n = C_b R_{pg} R_{pc} M_{xc} \left[ 1 - \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \frac{\sqrt{\frac{F_y}{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}}}{\sqrt{\frac{F_y}{F_L}} - 1,1} \right] \leq R_{pg} R_{pc} M_{xc} \quad (5.4-19)$$

$$M_n = 1,085(0,942)(272,36) \left[ 1 - \frac{241}{1 \times 355} \frac{\sqrt{\frac{1}{4,57}}}{\sqrt{\frac{355}{241}} - 1,1} \right] = 266,19 \text{ kNm} > 0,942 \times 1(272,36) = 256,56 \text{ kNm}$$

Luego se toma para la sección E  **$M_n = 256,56 \text{ kNm}$**

La relación de Resistencias para la sección E es:

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{203,4 \text{ kNm}}{0,9 \times 256,56} = 0,88 \quad (\text{Ej. 5-3-3})$$

- Se verifica la Resistencia Nominal a pandeo lateral-torsional en la sección ubicada a la mitad de la mayor longitud no arriostrada (Sección D)

$$f_u = M_u / S_{xc} = (165 \text{ kNm} / 680,16 \text{ cm}^3) \times 10^3 = 242,59 \text{ MPa}$$

Se determina la relación:

$$\frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} = \frac{6,12 \times 242,59}{355} = 4,18$$

siendo  $8,2 > \frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} = 4,18 > \frac{F_L}{F_y} = \frac{241}{355} = 0,68$  se utiliza la Ecuación (5.4-19)

El Momento Nominal  $M_n$  para la sección D es:

$$M_n = C_b R_{pg} R_{pc} M_{xc} \left[ 1 - \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \frac{\sqrt{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}}{\sqrt{F_y}} - 1,1 \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \frac{\sqrt{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}}{\sqrt{F_y}} \right] R_{pg} R_{pc} M_{xc} \quad (5.4-19)$$

La sección **D** es esbelta. Luego  $R_{pc} = 1,0$ . Se determinó para la sección **D**  $R_{pg} = 0,964$   
Luego el Momento Nominal  $M_n$  es:

$$M_n = 1,085(0,964)(1)241,46 \left[ 1 - \frac{241}{1 \times 355} \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4,18}} - 1,1 \frac{241}{1 \times 355} \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4,18}} \right] = 239,5 \text{ kNm} > 0,964(1)241,46 =$$

$$= 232,77 \text{ kNm}$$

Para la sección **D se adopta  $M_n = 232,77 \text{ kNm}$**

La relación de Resistencias para la sección **D** es:

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{165 \text{ kNm}}{0,9 \times 232,77} = 0,788 \quad (\text{Ej. 5-3-4})$$

- Se verifica la Resistencia Nominal a pandeo lateral-torsional la sección ubicada en el extremo inferior de la mayor longitud no arriostrada (Sección C)

$$f_u = M_u / S_{xc} = (126,5 \text{ kNm} / 596,39 \text{ cm}^3) \times 10^3 = 212,11 \text{ MPa}$$

Se determina la relación:

$$\frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} = \frac{6,12 \times 212,11}{355} = 3,66$$

siendo  $8,2 > \frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}{F_y} = 3,66 > \frac{F_L}{F_y} = \frac{241}{355} = 0,68$  se utiliza la Ecuación (5.4-19)

El Momento Nominal  $M_n$  para la sección **C** es:

$$M_n = C_b R_{pg} R_{pc} M_{xc} \left[ 1 - \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \frac{\sqrt{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}}{\sqrt{F_y}} - 1,1 \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \frac{\sqrt{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u}}{\sqrt{F_y}} \right] R_{pg} R_{pc} M_{xc} \quad (5.4-19)$$

La sección **C** es esbelta. Luego  $R_{pc} = 1,0$ . Se determinó para la sección **C**  $R_{pg} = 0,983$   
Luego el Momento Nominal  $M_n$  es:

$$M_n = 1,085(0,983)(1)211,72 \left[ 1 - \frac{241}{1 \times 355} \sqrt{\frac{1}{3,66}} \right] = 210,96 \text{ kNm} > 0,983(1)211,72 = 208,12 \text{ kNm}$$

Para la sección **C se adopta  $M_n = 208,12 \text{ kNm}$**

La relación de Resistencias para la sección **C** es:

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{126,5 \text{ kNm}}{0,9 \times 208,12} = 0,675 \quad (\text{Ej. 5-3-5})$$

Comparando las expresiones (Ej. 5-3-3), (Ej. 5-3-4) y (Ej. 5-3-5) se concluye que el extremo superior de la menor longitud lateralmente no arriostrada define la Resistencia Nominal para el Estado Límite de Pandeo lateral-torsional

**Pandeo local del ala comprimida. En longitud lateralmente no arriostrada superior (menor)**

- Se determina la Resistencia Nominal a flexión para el Estado Límite de Pandeo Local del ala comprimida para la sección del extremo inferior de la longitud lateralmente no arriostrada mayor (sección **C**). La misma ya fue determinada para el extremo superior de la longitud no arriostrada inferior

$$M_n = 180,27 \text{ kNm}$$

- Se determina la Resistencia Nominal a flexión para el Estado Límite de Pandeo Local del ala comprimida para la sección ubicada en el medio de la longitud lateralmente no arriostrada mayor (sección **D**)

La Ecuación a usar para determinar  $M_n$  depende de la compacidad del ala comprimida. Se compara la relación de esbeltez del ala en la sección **D** con el límite establecido por el CIRSOC 301-2017 en la Tabla **B.4-1b** para alas de miembros flexados con secciones doble te soldadas de doble simetría (Caso 12)

esbeltez del ala  $\frac{b_f}{2t_f} = \frac{152}{2 \times 6,35} = 11,97$

Los límites son  $l_{pf} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 9,02$  límite de ala compacta

$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{k_c E}{F_L}}$  el límite de esbeltez del ala depende de la altura del alma

$k_c = \frac{4}{\sqrt{(h/t_w)}} = \frac{4}{\sqrt{54,45 \text{ cm} / 0,32 \text{ cm}}} = 0,307 < 0,35$  Se adopta  $k_c = 0,35$

$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{0,35 \times 200000}{241}} = 16,1$

Siendo  $l_{pf} = 9,02 < l_f = 11,97 < l_{rf} = 16,1$  el ala es **no compacta** luego:

$$M_n = R_{pg} R_{pc} M_{xc} - (R_{pc} M_{xc} - F_L S_{xc} 10^{-3}) \frac{(b_f / 2t_f) - 0,38 \sqrt{E/F_y}}{0,95 \sqrt{k_c E/F_L} - 0,38 \sqrt{E/F_y}} \quad (5.4-22)$$

siendo el alma **esbelta**  $R_{pg} = 0,964$   $R_{pc} = 1,0$

$$M_n = 0,964 \cdot 1,0 \cdot 241,46 - (1 \cdot 241,46 - 241 \cdot 680,16 \cdot 10^{-3}) \frac{11,97 - 9,02}{16,1 - 9,02} = \underline{\underline{201,62 \text{ kNm}}}$$

- Se determina la Resistencia Nominal a flexión para el Estado Límite de Pandeo Local del ala comprimida para la sección ubicada en el extremo superior de la longitud lateralmente no arriostrada menor (sección **E**)

La Ecuación a usar para determinar  $M_n$  depende de la compacidad del ala comprimida. Se compara la relación de esbeltez del ala en la sección **B** con el límite establecido por el CIRSOC 301-2017 en la Tabla **B.4-1b** para alas de miembros flexados con secciones doble te soldadas de doble simetría (Caso 12)

$$\text{esbeltez del ala} \quad \frac{b_f}{2t_f} = \frac{152}{2 \cdot 6,35} = 11,97$$

$$\text{Los límites son } l_{pf} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 9,02 \quad \text{límite de ala compacta}$$

$$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{k_c E}{F_L}} \quad \text{el límite de esbeltez del ala depende de la altura del alma}$$

$$k_c = \frac{4}{\sqrt{(h/t_w)}} = \frac{4}{\sqrt{60 \text{cm}/0,32 \text{cm}}} = 0,292 < 0,35 \quad \text{Se adopta } k_c = 0,35$$

$$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{0,35 \cdot 200000}{241}} = 16,1$$

Siendo  $l_{pf} = 9,02 < l_f = 11,97 < l_{rf} = 16,1$  el ala es **no compacta** luego:

$$M_n = R_{pg} R_{pc} M_{xc} - (R_{pc} M_{xc} - F_L S_{xc} 10^{-3}) \frac{(b_f / 2t_f) - 0,38 \sqrt{E/F_y}}{0,95 \sqrt{k_c E/F_L} - 0,38 \sqrt{E/F_y}} \quad (5.4-22)$$

La sección **E** es esbelta. Luego  $R_{pc} = 1,0$ . Se determinó para la sección **E**  $R_{pg} = 0,942$

$$M_n = 0,942 \cdot 1 \cdot 272,36 - (1 \cdot 272,36 - 241 \cdot 767,22 \cdot 10^{-3}) \frac{11,97 - 9,02}{16,1 - 9,02} = \underline{\underline{222,24 \text{ kNm}}}$$

### Rotura del ala traccionada

Se determina la Resistencia Nominal  $M_n$  para el Estado Límite de Rotura del ala traccionada en la sección con agujeros del extremo inferior de la menor longitud no arriostrada (Sección **C**). Este Estado Límite ya fue verificado para esa sección como ubicada en el extremo superior de la mayor longitud no arriostrada. Allí se verificó que: **No es aplicable el Estado Límite de Rotura del ala traccionada**



### Resumen de Relaciones de Resistencias a flexión para la longitud lateralmente no arriostrada superior (menor)

- **Pandeo lateral-torsional** (Valor en la sección superior de la longitud lateralmente no arriostrada, Sección E)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{203,4 \text{ kNm}}{0,9 \times 256,56} = \underline{0,88}$$

- **Pandeo local del ala comprimida en la sección inferior de la longitud no arriostrada. Sección C**

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{126,5 \text{ kNm}}{0,9 \times 180,27} = \underline{0,78}$$

- **Pandeo local del ala comprimida en la sección a mitad de la longitud no arriostrada. Sección D**

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{165 \text{ kNm}}{0,9 \times 201,62} = \underline{0,909}$$

- **Pandeo local del ala comprimida en la sección superior de la longitud no arriostrada. Sección E**

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{203,4 \text{ kNm}}{0,9 \times 222,24} = \underline{1,017} \text{ ( no verifica)}$$

- No realizando la simplificación indicada en la Sección (5.4.1) para la determinación de  $R_{pg}$  o sea utilizando  $F_{crf}$  en lugar de  $F_y$  resulta para la sección E:

Para pandeo lateral-torsional  $M_{n(Rpg=1)} = 256,56/0,942 = 272,36 \text{ kNm}$

Para pandeo local ala comp.  $M_{n(Rpg=1)} = 222,24/0,942 = 235,93 \text{ kNm}$  (**menor**)

$F_{crf} = (M_{n(Rpg=1)} / S_{xc}) \times 10^3 = (235,93/767,22) \times 10^3 = 307,51 \text{ MPa}$  y resulta de Ecuación (5.4.6)  
 $R_{pg} = 0,9533$

$M_n = 222,24 \times (0,9533/0,942) = 224,9 \text{ kNm}$  y la relación de Resistencias para la sección E

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{203,4 \text{ kNm}}{0,9 \times 224,90} = \underline{1,00} \text{ (VERIFICA)}$$

**El pandeo local el ala comprimida en la sección superior de la longitud no arriostrada menor gobierna la Resistencia de Diseño a flexión**

## 5.5.- FLEXIÓN Y FUERZA AXIL COMBINADAS

En las Ecuaciones de interacción del Reglamento CIRSOC 301-2017 los efectos elásticos de Segundo Orden [**P-D** y **P-d**] son incluidos en el cálculo de la Resistencia Requerida a partir del Análisis Estructural cuando uno o ambos efectos son significativos.

Un conjunto básico de ecuaciones de interacción, escritas en términos de fuerzas y de momentos, en lugar de tensiones, está incluido en las Secciones H.1.1 y H.1.2 del CIRSOC 301-2017. Estas proporcionan el enfoque más simple para comprobar la interacción. Un enfoque más refinado también se proporciona en la sección H.1.3 que permite la consideración por separado del pandeo fuera del plano y en el plano. Una tercera Ecuación, en términos de tensiones se incluye como una alternativa a las ecuaciones en la Sección H.2. La Ecuación alternativa basada en tensiones da una solución conservadora que es útil para el caso de algunas situaciones inusuales de perfiles no incluidos en las especificaciones de la Sección H.1. Se puede utilizar como un chequeo conservador para todos los casos.

La interacción del Estado Límite de Rotura del ala traccionada por flexión (CIRSOC 301-2017, Sección F.13.1) con Estados Límites de fuerza axil no está explícitamente abordado en el CIRSOC 301-2017. Los procedimientos recomendados para esas verificaciones de interacción también se incluyen a continuación.

Estos están destinados a proporcionar una evaluación realista de los efectos de la interacción sin conservadorismo innecesario. Estas verificaciones deben llevarse a cabo utilizando las Resistencias Requeridas y las propiedades de la sección transversal en las ubicaciones de los agujeros en el ala traccionada, además de las otras verificaciones generales de interacción.

### 5.5.1.- Ecuaciones de interacción basadas en fuerzas y momentos

(a) Las ecuaciones básicas para los casos con tracción o compresión axil combinadas con flexión son:

(1) Para  $\frac{P_u}{f \times P_n} \geq 0,2$

$$\frac{P_u}{f \times P_n} + \frac{8}{9} \left( \frac{M_{ux}}{f_b \times M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{f_b \times M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(H.1.-1a)}](5.5-1a)$$

(2) Para  $\frac{P_u}{f \times P_n} < 0,2$

$$\frac{P_u}{2 \times f \times P_n} + \left( \frac{M_{ux}}{f_b \times M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{f_b \times M_{ny}} \right) \leq 1,0 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(H.1.-1b)}](5.5-1b)$$

En las cuales

$P_u$  = Resistencia Requerida a compresión axil en el miembro determinada con las especificaciones del Cap **C** del CIRSOC 301-2017 (kN)

$P_n$  = Resistencia Nominal a compresión axil determinada de acuerdo a lo especificado en el Capítulo **E** del CIRSOC 301-2017 (kN)

- $M_u$  = Resistencia Requerida a flexión en el miembro, determinada de acuerdo a lo especificado en el Capítulo C del CIRSOC 301-2017 (kN.m)
- $M_n$  = Resistencia Nominal a flexión determinada de acuerdo a lo especificado en el Capítulo F del CIRSOC 301-2017 (kN.m)
- $x$  = subíndice relativo al eje de flexión correspondiente al eje principal de mayor inercia.(eje fuerte).
- $y$  = subíndice relativo al eje de flexión correspondiente al eje principal de menor inercia.(eje débil).
- $f = f_c$  = Factor de Resistencia para compresión = **0,85** (ver Sección E.1 del CIRSOC 301-2017)
- $f = f_t$  = Factor de Resistencia para tracción (ver Sección D.2 del CIRSOC 301-2017)
- $f_b$  = Factor de Resistencia para flexión = **0,90**

En estas Ecuaciones se deben utilizar los valores absolutos de todas las fuerzas y momentos. Todos los Estados Límites aplicables en el plano y fuera del plano deberán considerarse en la determinación de las relaciones entre la Resistencia Requerida y la Resistencia de Diseño. Los efectos de Segundo Orden están incluidos en la determinación de  $M_u$ .

**(b)** En las ubicaciones de los agujeros de los bulones, en alas sometidas a tracción axial y/o de flexión, la rotura del ala por tracción se comprobará de la siguiente manera:

$$\frac{P_u}{f \times P_n} + \frac{M_{ux}}{f_b \times M_{nx}} \leq 1,0 \quad (5.5-2)$$

donde:

- $P_u$  = Resistencia Requerida a compresión axial positiva en tracción, negativa en compresión.(kN)
- $P_n$  = Resistencia Nominal a compresión axial (kN)
- $M_{ux}$  = Resistencia Requerida a flexión alrededor del eje  $x$ , positiva para tracción en el ala analizada, negativa para compresión (kN.m)
- $M_{nx}$  = Resistencia Nominal a flexión alrededor del eje  $x$  (kN.m)  
determinada por:  
Si  $F_u A_{fn} < Y_t F_y A_{fg}$

$$M_n \leq \frac{F_u A_{fn}}{A_{fg}} S_{xt} (10)^{-3} \leq F_y Z_x \quad (5.5-3)$$

para los otros casos

$$M_n = F_y Z_x (10)^{-3} \quad (5.5-4)$$

donde:

- $Y_t = 1,0$  para  $(F_y / F_u) \leq 0,8$   
 $= 1,1$  para los otros casos
- $Z_x$  = módulo plástico de la sección transversal calculado sin considerar los agujeros del ala analizada (cm<sup>2</sup>)

Se deberá verificar separadamente cada ala que resulte traccionada ya sea por tracción axial o por flexión.

### 5.5.2.- Ecuaciones de interacción para verificación separada en el plano y fuera del plano

Para miembros prismáticos de doble simetría compactos con flexión predominantemente alrededor de un eje ( $M_{ux} \gg M_{uy}$ ), los Estados Límites que implican pandeo en el plano y fuera del plano pueden ser combinados y verificados por separado (véase la sección H.1.3 del Reglamento CIRSOC 301-2017). En los casos en que el Estado Límite gobernante para compresión axial sea el pandeo en el plano y el Estado Límite que gobierna la flexión sea el pandeo flexo-torsional, este enfoque puede dar lugar a un proyecto más económico del miembro. Para los miembros con flexión biaxial, si  $M_u / M_d > 0,05$  para ambos ejes, este procedimiento no es aplicable.

Actualmente no hay información suficiente para justificar la extensión de este procedimiento a los miembros de altura variable o miembros con secciones transversales no compactas o esbeltas. En consecuencia, **se recomienda que estas disposiciones no se utilicen para miembros distintos de los miembros prismáticos compactos doblemente simétricos.**

### 5.5.3.- Ecuaciones de interacción basadas en tensiones

La siguiente Ecuación de interacción basada en tensiones es equivalente a la Ecuación (H.2-1) del CIRSOC 301-2017 especificada en la Sección H.2 y puede ser utilizada en lugar de las enumeradas anteriormente para cualquier miembro.

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dx}} + \frac{f_{ubyy}}{F_{dy}} \leq 1,0 \quad [\text{desde CIRSOC 301,2017, Ec.(H.2-1)}](5.5-5)$$

siendo:

$f_{ua}$  = Tensión normal Requerida producida por compresión por las cargas mayoradas (MPa)

$F_{da} = f F_{cr}$  = Resistencia de Diseño Axil en términos de Tensión =  $10 P_d/A_g$  (MPa)

$f_{ubx}, f_{ubyy}$  = Tensión Normal Requerida por Flexión en el punto analizado de la sección transversal, producida por las cargas mayoradas (MPa)

$F_{dx}, F_{dy}$  =  $\frac{f_b M_n}{S}$  = Tensión Normal de Diseño por Flexión determinada con las especificaciones del Capítulo F del CIRSOC 301-2017. Se usará el Módulo resistente elástico  $S$  correspondiente al punto analizado y se considerará el signo de la tensión (MPa)

$f$  =  $f_c$  Factor de Resistencia para compresión según Capítulo E = **0,85**  
 =  $f_t$  Factor de Resistencia para tracción según Sección D.2. (CIRSOC 301-2017)

$f_b$  = Factor de Resistencia para Flexión = **0,90**

En el CIRSOC 301-2017 esta Ecuación se presenta en términos de tensiones por flexión alrededor de ejes principales  $w$  y  $z$  pero en esta Recomendación se presenta en términos de tensiones alrededor de los ejes  $x$  e  $y$ , pues aquí su aplicación se limita a secciones de simple y doble simetría.

En la aplicación de esta Ecuación, el signo de las tensiones requeridas puede ser tenido en cuenta para permitir las tensiones de compresión por flexión y axil de signo contrario se

compensen. Sin embargo, siempre hay un punto de la sección transversal, donde las tensiones de compresión por flexión y axil se suman. Por lo tanto, el efecto neto de la utilización de la Ecuación H2-1 es una evaluación más conservadora que la que se obtiene utilizando las Ecuaciones H.1-1. Al igual que en los otros métodos de combinación de axil y flexión discutidos anteriormente, todos los efectos de Segundo Orden requeridos están incluidos en los términos de tensión requerida.

Los miembros de altura variable se pueden verificar mediante el uso de las tensiones en las puntas de las alas. Todos los Estados Límites aplicables deben ser considerados en el cálculo de las Tensiones de Diseño en cada ala. La Tensión de Diseño en cada ala debe calcularse utilizando el Estado Límite que gobierna para el miembro y el módulo resistente elástico de la sección en ese punto. La Tensión Requerida se debe calcular utilizando el mismo módulo resistente elástico de la sección que se utilizó para calcular la Tensión de Diseño en el punto analizado.

En la ubicación de los agujeros de bulones en las alas sometidas a tracción por flexión y/o axil, la rotura por tracción del ala debe ser verificada utilizando la Sección 5.5.1 (b). Cada ala que tiene tracción axil y/o por flexión se debe verificar por separado. Como alternativa, se puede utilizar el siguiente procedimiento basado en tensiones. Las Tensiones Requeridas y de Diseño calculadas utilizando las siguientes ecuaciones son ficticias y no deben ser utilizados para ningún otro propósito que la aplicación de la Ecuación (5.5-6), pero permiten verificaciones de resistencia idénticas a las generadas por la Sección 5.5.1 (b):

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dbx}} \leq 1,0 \quad (5.5-6)$$

donde:

$F_{da}$  = Resistencia axil de Diseño (MPa)

=  $10 P_d / A_g$  con  $P_d = f_c P_n$  y  $P_n$  como se define en la Sección 5.5.1(b)

$F_{dbx}$  = Tensión de flexión de Diseño para flexión alrededor de  $x$  (MPa)

=  $(10)^3 M_d / S_x$  con  $M_d = f_b M_n$  y  $M_n$  como se define en la Sección 5.5.1(b)

$S_x$  = módulo resistente elástico de la sección bruta determinado para el ala que se analiza ( $cm^3$ )

$f_{ua}$  = Resistencia axil Requerida (MPa)

=  $10 P_u / A_g$ , positivo en tracción, negativo en compresión

$f_{ubx}$  = Resistencia a flexión Requerida (MPa)

=  $(10)^3 M_u / S_x$ , positivo en la tracción, negativo en compresión

## EJEMPLO 5.4 .- Compresión axil y flexión combinadas

### Enunciado:

Se realiza la verificación del miembro utilizado en los EJEMPLOS 5.2 y 5.3 para la combinación de la fuerza axil y la flexión con las que se determinaron las Resistencias Nominales a fuerza axil y a flexión en dichos EJEMPLOS.

La verificación se realizará con las Secciones H.1.1, H.1.3 (si fuera permitido) y H.2 del CIRSOC 301-2017.

### Resumen de relaciones de resistencia

#### (1) Relaciones de Resistencia a COMPRESIÓN AXIL del EJEMPLO 5.2

##### (A) Pandeo en el plano

$$\frac{P_u}{P_d} = \frac{P_u}{f_c P_n} = \frac{50,3 \text{ kN}}{0,85 \times 718,9 \text{ kN}} = 0,0823$$

##### (B) Pandeo fuera del plano para la mayor longitud no arriostrada

$$\frac{P_u}{P_d} = \frac{P_u}{f_c P_n} = \frac{50,3 \text{ kN}}{0,85 \times 599,1 \text{ kN}} = 0,0987$$

##### (C) Pandeo fuera del plano para la menor longitud no arriostrada

$$\frac{P_u}{P_d} = \frac{P_u}{f_c P_n} = \frac{50,3 \text{ kN}}{0,85 \times 678,4 \text{ kN}} = 0,0872$$

#### (2) Relaciones de Resistencia a FLEXIÓN del EJEMPLO 5.3

##### (A) En la mayor longitud no arriostrada

Pandeo lateral-torsional (en la sección superior del tramo; sección C)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{126,5 \text{ kNm}}{0,9 \times 208,12 \text{ kNm}} = 0,675$$

Pandeo local del ala comprimida en la mitad de la longitud no arriostrada (Sección B)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{63,25 \text{ kNm}}{0,9 \times 145,60 \text{ kNm}} = 0,483$$

**Pandeo local del ala comprimida en la sección superior de la longitud no arriostrada (C)**

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{126,5 \text{ kNm}}{0,9 \times 180,27 \text{ kNm}} = 0,78$$

**(B) En la menor longitud no arriostrada**

**Pandeo lateral-torsional** (en la sección superior del tramo; sección E)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{203,4 \text{ kNm}}{0,9 \times 256,56 \text{ kNm}} = 0,88$$

**Pandeo local del ala comprimida en la sección inferior de la longitud no arriostrada (C)**

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{126,8 \text{ kNm}}{0,9 \times 180,27 \text{ kNm}} = 0,78$$

**Pandeo local del ala comprimida en la mitad de la longitud no arriostrada (Sección D)**

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{165 \text{ kNm}}{0,9 \times 201,62 \text{ kNm}} = 0,909$$

**Pandeo local del ala comprimida en la sección superior de la longitud no arriostrada (E)**

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{203,4 \text{ kNm}}{0,9 \times 224,92 \text{ kNm}} = 1,00$$

**Rotura del ala traccionada**

No es aplicable este Estado Límite.

## **SOLUCIÓN A**

Se aplican las especificaciones de la Sección **H,1,1** del CIRSOC 301-2017. Se combinan la mayor relación de resistencias a fuerza axial (pandeo en el plano o fuera del plano) con la mayor relación de resistencia a flexión para cada segmento no arriostrado del miembro.

- **Combinación de compresión axial con flexión en el segmento de mayor longitud no arriostrada**

De acuerdo al resumen de relaciones de resistencia de los EJEMPLOS 5.2 y 5.3 se observa que para el segmento de **mayor** longitud no arriostrada, la resistencia a compresión axial está controlada por el pandeo fuera del plano y la resistencia a flexión está controlada por el pandeo local del ala comprimida en la sección superior del segmento (sección C)

Resulta:

$$\frac{P_u}{P_d} = 0,0987 < 0,2 \quad \text{se aplica la Ecuación (H.1-1b) del CIRSOC 301-2017}$$

$$\frac{P_u}{2f_c P_n} + \frac{M_{ux}}{f_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{f_b M_{ny}} \leq 1,0$$
$$\frac{0,0987}{2} + (0,78 + 0) = 0,83 < 1,0$$

- **Combinación de compresión axial con flexión en el segmento de menor longitud no arriostrada**

De acuerdo al resumen de relaciones de resistencia de los EJEMPLOS 5.2 y 5.3 se observa que para el segmento de **menor** longitud no arriostrada, la resistencia a compresión axial está controlada por el pandeo fuera del plano y la resistencia a flexión está controlada por el pandeo local del ala comprimida en la sección superior del segmento (sección E)

De hecho antes de aplicar la Ecuación (H.1-1b) se puede observar que no se va a verificarla ecuación de interacción pues la relación de resistencia a flexión igual a **1,0** está indicando que el miembro solo puede resistir flexión y no se le puede agregar compresión alguna.

La verificación se realiza como ejemplo de aplicación de la Ecuación (H.1.1b)

Resulta:

$$\frac{P_u}{P_d} = 0,0872 < 0,2 \quad \text{se aplica la Ecuación (H.1-1b) del CIRSOC 301-2017}$$

$$\frac{P_u}{2f_c P_n} + \frac{M_{ux}}{f_b M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{f_b M_{ny}} \leq 1,0$$
$$\frac{0,0872}{2} + (1,0 + 0) = 1,0436 > 1,0 \quad \text{(No verifica)}$$

Como **conclusión se debe redimensionar la pieza**. La observación de las relaciones de resistencia permite inferir que con aumentar la resistencia a pandeo local del ala comprimida un **5%** el miembro verificará.

Ello se puede lograr aumentando la altura del alma en el extremo superior del miembro a **63,5 cm**. Queda a cargo del usuario realizar la verificación del miembro con esa dimensión.

- **Verificación en sección C con agujeros para bulones**

No siendo aplicable el Estado Límite de rotura del ala traccionada no es necesaria una verificación en la sección de agujeros del miembro comprimido.



## SOLUCIÓN B

De acuerdo a lo expresado en la Sección 5.5.3 no se aplican las especificaciones de la Sección H.1.3 del CIRSOC 301-2017 para la verificación del miembro de los EJEMPLOS 5.2 y 5.3.

## SOLUCIÓN C

Se aplican las especificaciones de la Sección H.2 del CIRSOC 301-2017 a las secciones ubicadas en el extremo inferior, en el medio y en el extremo superior de ambas longitudes no arriostradas, utilizando las Resistencias Requeridas y las Resistencias Nominales determinadas para cada sección con las propiedades de las mismas.

### Longituda no arriostrada inferior (Mayor)

- Verificación de la combinación de compresión axil y flexión en la sección ubicada en el extremo inferior (sección A)

$$h = 30 \text{ cm} \quad A_g = 28,90 \text{ cm}^2$$

La Resistencia axil es gobernada por el pandeo fuera del plano en la longitud no arriostrada mayor.

Se determinaron en Ejemplo 5.2:

Resistencia Requerida a compresión axil  $P_u = 50,3 \text{ kN}$

Resistencia Nominal a compresión axil  $P_n = 599,1 \text{ kN}$

Resistencia Requerida a flexión  $M_u = 0$

Con la ecuación (5.5-5) de esta Recomendación [Ecuación (H.2-1) del CIRSOC 301-2017] se verifica la interacción entre compresión axil y flexión.

$$f_{ua} = \frac{P_u}{A_g} (10) = \frac{10 \times 50,3 \text{ kN}}{28,90 \text{ cm}^2} = 17,40 \text{ MPa} \quad F_{da} = \frac{f P_n}{A_g} (10) = \frac{10 \times 0,85 \times 599,1 \text{ kN}}{28,90 \text{ cm}^2} = 176,21 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dy}} \leq 1,0 \quad \frac{17,40}{176,21} + 0 + 0 = 0,0987 < 1,0 \quad (\text{VERIFICA})$$

- Verificación de la combinación de compresión axil y flexión en la sección ubicada en la mitad de la longitud no arriostrada inferior (sección B)

$$h = 39,45 \text{ cm} \quad A_g = 39,45 \times 0,32 + 2 \times 15,2 \times 0,635 = 31,928 \text{ cm}^2 \quad S_x = 461,31 \text{ cm}^3$$

La Resistencia axil es gobernada por el pandeo fuera del plano en la longitud no arriostrada mayor y la Resistencia a flexión es gobernada por el pandeo local del ala comprimida.

Se determinaron en Ejemplos 5.2 y 5.3:

Resistencia Requerida a compresión axil  $P_u = 50,3 \text{ kN}$

Resistencia Nominal a compresión axil  $P_n = 599,1 \text{ kN}$

Resistencia Requerida a flexión  $M_u = 63,25 \text{ kNm}$

Resistencia Nominal a flexión  $M_n = 145,60 \text{ kNm}$

Con la ecuación (5.5-5) de esta Recomendación [Ecuación (H.2-1) del CIRSOC 301-2017] se verifica la interacción entre compresión axil y flexión.

$$f_{ua} = \frac{P_u}{A_g} (10) = \frac{10 \times 50,3 \text{ kN}}{31,928 \text{ cm}^2} = 15,75 \text{ MPa} \quad F_{da} = \frac{f P_n}{A_g} (10) = \frac{10 \times 0,85 \times 599,1 \text{ kN}}{31,928 \text{ cm}^2} = 159,494 \text{ MPa}$$

$$f_{ubx} = \frac{M_{ux}}{S_x} (10)^3 = \frac{63,25 \text{ kNm}}{461,31 \text{ cm}^3} (10)^3 = 137,11 \text{ MPa}$$

$$F_{dx} = \frac{f_b M_{nx}}{S_x} (10)^3 = \frac{0,9 \times 145,60}{461,31} (10)^3 = 284,06 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dy}} \leq 1,0 \quad \frac{15,75}{159,494} + \frac{137,11}{284,06} + 0 = 0,581 < 1,0 \quad (\text{VERIFICA})$$

- Verificación de la combinación de compresión axil y flexión en la sección ubicada en el extremo superior de la longitud no arriostrada inferior (sección **C**)

$$h = 48,90 \text{ cm} \quad A_g = 48,90 \times 0,32 + 2 \times 15,2 \times 0,635 = 34,95 \text{ cm}^2 \quad S_x = 596,39 \text{ cm}^3$$

La Resistencia axil es gobernada por el pandeo fuera del plano en la longitud no arriostrada mayor y la Resistencia a flexión es gobernada por el pandeo local del ala comprimida. Se determinaron en Ejemplos 5.2 y 5.3:

Resistencia Requerida a compresión axil	$P_u = 50,3 \text{ kN}$
Resistencia Nominal a compresión axil	$P_n = 599,1 \text{ kN}$
Resistencia Requerida a flexión	$M_{ux} = 126,5 \text{ kNm}$
Resistencia Nominal a flexión	$M_{nx} = 180,27 \text{ kNm}$

Con la ecuación (5.5-5) de esta Recomendación [Ecuación (H.2-1) del CIRSOC 301-2017] se verifica la interacción entre compresión axil y flexión.

$$f_{ua} = \frac{P_u}{A_g} (10) = \frac{10 \times 50,3 \text{ kN}}{34,95 \text{ cm}^2} = 14,39 \text{ MPa} \quad F_{da} = \frac{f P_n}{A_g} (10) = \frac{10 \times 0,85 \times 599,1 \text{ kN}}{34,95 \text{ cm}^2} = 145,70 \text{ MPa}$$

$$f_{ubx} = \frac{M_{ux}}{S_x} (10)^3 = \frac{126,5 \text{ kNm}}{596,39 \text{ cm}^3} (10)^3 = 212,11 \text{ MPa}$$

$$F_{dx} = \frac{f_b M_{nx}}{S_x} (10)^3 = \frac{0,9 \times 180,27}{596,39} (10)^3 = 272,04 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dy}} \leq 1,0 \quad \frac{14,39}{145,70} + \frac{212,11}{272,04} + 0 = 0,878 < 1,0 \quad (\text{VERIFICA})$$

### Longituda no arriostrada superior (Menor)

- Verificación de la combinación de compresión axil y flexión en la sección ubicada en el extremo inferior de la longitud no arriostrada superior (sección C)

$$h = 48,90 \text{ cm} \quad A_g = 48,90 \times 0,32 + 2 \times 15,2 \times 0,635 = 34,95 \text{ cm}^2 \quad S_x = 596,39 \text{ cm}^3$$

La Resistencia axil es gobernada por el pandeo fuera del plano en la longitud no arriostrada menor y la Resistencia a flexión es gobernada por el pandeo local del ala comprimida. Se determinaron en Ejemplos 5.2 y 5.3:

Resistencia Requerida a compresión axil	$P_u = 50,3 \text{ kN}$
Resistencia Nominal a compresión axil	$P_n = 678,4 \text{ kN}$
Resistencia Requerida a flexión	$M_{ux} = 126,5 \text{ kNm}$
Resistencia Nominal a flexión	$M_{nx} = 180,27 \text{ kNm}$

Con la ecuación (5.5-5) de esta Recomendación [Ecuación (H.2-1) del CIRSOC 301-2017] se verifica la interacción entre compresión axil y flexión.

$$f_{ua} = \frac{P_u}{A_g} (10) = \frac{10 \times 50,3 \text{ kN}}{34,95 \text{ cm}^2} = 14,39 \text{ MPa} \quad F_{da} = \frac{f P_n}{A_g} (10) = \frac{10 \times 0,85 \times 678,4 \text{ kN}}{34,95 \text{ cm}^2} = 164,99 \text{ MPa}$$

$$f_{ubx} = \frac{M_{ux}}{S_x} (10)^3 = \frac{126,5 \text{ kNm}}{596,39 \text{ cm}^3} (10)^3 = 212,11 \text{ MPa}$$

$$F_{dx} = \frac{f_b M_{nx}}{S_x} (10)^3 = \frac{0,9 \times 180,27}{596,39} (10)^3 = 272,04 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dy}} \leq 1,0 \quad \frac{14,39}{164,99} + \frac{212,11}{272,04} + 0 = 0,867 < 1,0 \quad (\text{VERIFICA})$$

- Verificación de la combinación de compresión axil y flexión en la sección ubicada en la mitad de la longitud no arriostrada superior (sección D)

$$h = 54,45 \text{ cm} \quad A_g = 54,45 \times 0,32 + 2 \times 15,2 \times 0,635 = 36,728 \text{ cm}^2 \quad S_x = 680,16 \text{ cm}^3$$

La Resistencia axil es gobernada por el pandeo fuera del plano en la longitud no arriostrada mayor y la Resistencia a flexión es gobernada por el pandeo local del ala comprimida. Se determinaron en Ejemplos 5.2 y 5.3:

Resistencia Requerida a compresión axil	$P_u = 50,3 \text{ kN}$
Resistencia Nominal a compresión axil	$P_n = 678,4 \text{ kN}$
Resistencia Requerida a flexión	$M_u = 165 \text{ kNm}$
Resistencia Nominal a flexión	$M_n = 201,62 \text{ kNm}$

Con la ecuación (5.5-5) de esta Recomendación [Ecuación (H.2-1) del CIRSOC 301-2017] se verifica la interacción entre compresión axil y flexión.

$$f_{ua} = \frac{P_u}{A_g} (10) = \frac{10 \times 50,3 \text{ kN}}{36,728 \text{ cm}^2} = 13,69 \text{ MPa} \quad F_{da} = \frac{f P_n}{A_g} (10) = \frac{10 \times 0,85 \times 678,4 \text{ kN}}{36,728 \text{ cm}^2} = 157,00 \text{ MPa}$$

$$f_{ubx} = \frac{M_{ux}}{S_x} (10)^3 = \frac{165 \text{ kNm}}{680,16 \text{ cm}^3} (10)^3 = 242,19 \text{ MPa}$$

$$F_{dx} = \frac{f_b M_{nx}}{S_x} (10)^3 = \frac{0,9 \times 201,62}{680,16} (10)^3 = 266,79 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dy}} \leq 1,0 \quad \frac{13,69}{157,00} + \frac{242,19}{266,79} + 0 = 0,995 < 1,0 \quad (\text{VERIFICA})$$

- Verificación de la combinación de compresión axil y flexión en la sección ubicada en el extremo superior de la longitud no arriostrada superior (sección E)

$$h = 60 \text{ cm} \quad A_g = 60 \times 0,32 + 2 \times 15,2 \times 0,635 = 38,51 \text{ cm}^2 \quad S_x = 767,22 \text{ cm}^3$$

La Resistencia axil es gobernada por el pandeo fuera del plano en la longitud no arriostrada mayor y la Resistencia a flexión es gobernada por el pandeo local del ala comprimida. Se determinaron en Ejemplos 5.2 y 5.3:

Resistencia Requerida a compresión axil	$P_u = 50,3 \text{ kN}$
Resistencia Nominal a compresión axil	$P_n = 678,4 \text{ kN}$
Resistencia Requerida a flexión	$M_{ux} = 203,4 \text{ kNm}$
Resistencia Nominal a flexión	$M_{nx} = 224,92 \text{ kNm}$

Con la ecuación (5.5-5) de esta Recomendación [Ecuación (H.2-1) del CIRSOC 301-2017] se verifica la interacción entre compresión axil y flexión.

$$f_{ua} = \frac{P_u}{A_g} (10) = \frac{10 \times 50,3 \text{ kN}}{38,51 \text{ cm}^2} = 13,06 \text{ MPa} \quad F_{da} = \frac{f P_n}{A_g} (10) = \frac{10 \times 0,85 \times 678,4 \text{ kN}}{38,51 \text{ cm}^2} = 149,73 \text{ MPa}$$

$$f_{ubx} = \frac{M_{ux}}{S_x} (10)^3 = \frac{203,4 \text{ kNm}}{767,22 \text{ cm}^3} (10)^3 = 265,11 \text{ MPa}$$

$$F_{dx} = \frac{f_b M_{nx}}{S_x} (10)^3 = \frac{0,9 \times 224,92}{767,22} (10)^3 = 263,85 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dy}} \leq 1,0 \quad \frac{13,06}{149,73} + \frac{265,11}{263,85} + 0 = 1,09 > 1,0 \quad (\text{NO VERIFICA})$$

Resulta la misma situación que en la **SOLUCIÓN A** aunque la aplicación de la Sección H.1.2 es mas restrictiva ( $1,09 > 1,0436$ ).

Se deberá verificar esta sección **E** con la mayor dimensión de  $h = 63,5 \text{ cm}$  adoptada para la **SOLUCIÓN A**

## 5.6.- CORTE

El corte en miembros de altura linealmente variable se analiza con las especificaciones del Capítulo G del CIRSOC 301-2017 con varias modificaciones menores en base a estudios de Falby y Lee (1976). Al igual que los miembros prismáticos, los miembros de altura variable con almas suficientemente gruesas están sometidos al Estado Límite de fluencia por corte y los que tienen almas con mayor esbeltez están sometidos a los Estados Límites de pandeo elástico o inelástico por corte. La resistencia al corte de paneles de almas rigidizados pueden calcularse con o sin la consideración de la acción del campo a tracción. Si se utiliza la acción del campo a tracción, se deben cumplir los requisitos adicionales detallados en dicho Capítulo.

El área del alma  $A_w$ , la relación altura-espesor del alma  $h/t_w$ , y la relación separación de rigidizadores-altura del alma  $a/h$  son todas función de la altura del alma. Por ello la resistencia a corte de los miembros de altura variable, cambia a lo largo de la longitud del miembro. Para almas no rigidizadas deberá ser verificada como mínimo en las secciones ubicadas en los extremos y en las secciones de cualquier escalón del diagrama de corte y de cualquier variación del espesor del alma. Para almas rigidizadas la tensión de corte y/o la resistencia a pandeo por corte deberá determinarse para cada panel basada predominantemente en la geometría de la sección transversal ubicada en la mitad de la longitud del panel.

Para los miembros que tienen suficiente dimensión de alas, la interacción entre las resistencias a flexión y a corte es insignificante (White et al., 2008). En una extensión de las especificaciones del CIRSOC 301-2017, para miembros con alas pequeñas, se puede determinar una tensión del campo a tracción reducida, despreciando cualquier anclaje desde las alas. La interacción entre las resistencias a flexión y a corte también puede despreciarse para este cálculo de la resistencia al corte.

Blodgett (1966) propone para miembros con almas de altura variable un método para calcular un "corte modificado", añadiendo o restando la componente vertical de fuerza en alas inclinadas a la resistencia requerida a corte. Este método no se ha incluido en esta Recomendación debido a la falta de investigación para validar el procedimiento.

### 5.6.1.- Resistencia al corte de almas no rigidizadas

Almas sin rigidizadores, o con rigidizadores espaciados a más de tres veces la altura mínima del alma en el panel ( $h_{min}$ ) se definen como no rigidizadas. La Resistencia de Diseño a corte para este tipo de almas se debe calcular sobre una sección transversal básica a lo largo de la longitud del miembro. Para almas no rigidizadas se usarán las especificaciones del Reglamento CIRSOC 301-2017 con las propiedades de la sección transversal en cada lugar de interés. La Resistencia a Corte Requerida en cualquier ubicación a lo largo del miembro deberá ser menor o igual a la Resistencia de Diseño calculada en esa ubicación.

Se calcula la Resistencia de Diseño al corte  $V_d$  (kN) como:

$$\begin{aligned} V_d &= f_v V_n \\ \text{con } V_n &= 0,6 F_{yw} A_w C_v (10)^{-1} \quad f_v = 0,90 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-1)}](5.6-1) \\ A_w &= \text{área del alma} = d \cdot t_w \text{ (cm}^2\text{)} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-2)}] \end{aligned}$$

cuando  $(h/t_w) \leq 1,10 \sqrt{k_v E / F_{yw}}$

$$C_v = 1,0 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-3)}](5.6-2)$$

cuando  $1,10 \sqrt{k_v E / F_{yw}} < (h/t_w) \leq 1,37 \sqrt{k_v E / F_{yw}}$

$$C_v = \frac{1,10 \sqrt{k_v E / F_{yw}}}{(h/t_w)} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-4)}](5.6-3)$$

cuando  $(h/t_w) > 1,37 \sqrt{k_v E / F_{yw}}$

$$C_v = \frac{1,51 E k_v}{(h/t_w)^2 F_{yw}} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-5)}](5.6-4)$$

$k_v$  = coeficiente de abolladura del alma para almas **sin rigidizadores transversales**  
con  $(h/t_w) \leq 260$  (CIRSOC 301-2017, Sección F.2.13)

$k_v = 5$

### 5.6.2. Resistencia al corte de almas rigidizadas sin usar acción del campo a tracción

Almas con rigidizadores con una separación menor o igual a tres veces la altura mas pequeña del alma en el panel analizado  $h_{min}$ , se definen como rigidizadas. Para el cálculo de la Resistencia de Diseño a corte de este tipo de almas, basada en el Estado Límite de pandeo por corte del alma, se utilizará el procedimiento de la Sección 5.6.1 con la sección transversal en el centro del panel. La Resistencia al corte se tomará como una constante a lo largo de toda la longitud del panel, igual al valor determinado en el centro del panel, pero en cualquier ubicación no se tomará menor que la determinada en esa ubicación para el alma sin rigidizadores ( $k_v = 5$ ).

$k_v$  se calcula como:

$$k_v = 5 + \frac{5}{(a/h_{prom})^2} \quad (5.6-6)$$

donde:

$a$  = distancia entre rigidizadores transversales (cm)

$h_{prom}$  = altura promedio del alma dentro del panel, igual a la altura del alma en la mitad del panel con alma con altura linealmente variable; para paneles con un espón, usar la altura del alma en ese punto (cm)

Para paneles con un cambio de espesor del alma, se utilizará el espesor del alma más delgada.

El CIRSOC 301-2017 considera que no contribuyen a la resistencia al corte los rigidizadores transversales separados de manera que  $a/h > [260 / (h / t_w)]^2$ . Esta limitación es arbitraria y fue seleccionada para facilitar la manipulación de estructuras convencionales de acero durante la

fabricación y montaje por razones de aprovechamiento de la capacidad del acero. Se considera conveniente mantenerla.

Los rigidizadores en los bordes de los paneles serán proyectados de acuerdo a lo especificado en la Sección G.2.2 del CIRSOC 301-2017 utilizando la altura del alma  $h$  en la ubicación del rigidizador .

### 5.6.3.- Resistencia al corte de almas rigidizadas usando la acción del campo a tracción

EL uso de la acción del campo a tracción está restringido a paneles de corte que tengan almas apoyadas en los cuatro lados en alas y rigidizadores y dentro de los siguientes límites:

(1) El panel no debe ser un panel extremo; sin embargo, Murray y Shoemaker (2002) indican que se puede confiar en los empalmes para momento y las chapas de extremo para proveer acción del campo a tracción en regiones de momentos negativos (compresión en alas interiores o extremas).

(2) La relación entre la distancia entre los rigidizadores transversales y la menor altura del alma del panel debe ser  $(a/h_{min}) \leq 3,0$ .

La Sección G.3.1 del CIRSOC 301-2017 AISC también restringe la relación  $a/h$  a un máximo de  $[260/(h/t_w)]^2$  para el uso de la acción del campo a tracción (pero no para el cálculo de las Resistencias a corte por pandeo del alma basadas en las ecuaciones para almas no rigidizadas). Esta restricción, como ya se dijo, viene de un límite recomendado por Basler (1961) originado en la fabricación y manipulación de los miembros. Las resistencias a corte, incluyendo la acción del campo a tracción, son predichas adecuadamente por las siguientes ecuaciones, verificadas experimentalmente, aplicables a miembros prismáticos (White y Barker, 2008).

- Se calcula la resistencia a corte para cada panel del alma de la siguiente manera:

(1) Se calcula  $C_v$  utilizando la altura del alma promedio dentro del panel  $h_{prom}$ , con las Ecuaciones (5.6-2) a (5.6-4) y utilizando la ecuación (5.6-6) para determinar  $k_v$ .

(2) Se adopta el factor de resistencia  $\phi = 0,90$

(3) Para paneles de alma que satisfacen los dos siguientes requerimientos:

$$(a) \frac{t_w h_{prom}}{0,5(t_{ft} b_{ft} + t_{fc} b_{fc})} \leq 2,5 \quad (\text{usando el par de alas menor en el panel})$$

$$(b) \frac{h_{prom}}{b_f} \leq 6,0 \quad (\text{usando el menor ancho de ala en el panel})$$

$$\text{Para } \frac{h}{t_w} \leq 1,10 \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{F_{yw}}} \quad V_n = 0,6 A_w F_{yw} (10)^{-1} \quad (5.6-7)$$

Para  $\frac{h}{t_w} > 1,10 \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{F_{yw}}}$

$$V_n = 0,6 \times A_w \times F_{yw} \times C_v + \frac{1 - C_v}{1,15 \sqrt{1 + (a/h_{\min})^2}} \times (10^{-1}) \quad (5.6-8)$$

donde:

$$A_w = h_{\text{prom}} \cdot t_w \text{ (cm}^2\text{)} \quad (5.6-9)$$

$h_{\min}$  = menor altura del alma en el panel (cm)

$F_{yw}$  = tensión de fluencia del acero del alma. (MPa)

(4) Para paneles de alma en los cuales las alas no satisfagan alguno de los límites 3(a) o 3(b):

Para  $\frac{h}{t_w} \leq 1,10 \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{F_{yw}}}$   $V_n = 0,6 A_w F_{yw} (10)^{-1}$  (5.6-10)

Para  $\frac{h}{t_w} > 1,10 \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{F_{yw}}}$

$$V_n = 0,6 \times A_w \times F_{yw} \times C_v + \frac{1 - C_v}{1,15 \left[ \frac{a}{h_{\min}} + \sqrt{1 + (a/h_{\min})^2} \right]} \times (10^{-1}) \quad (5.6-11)$$

Las ecuaciones (5.6-7) y (5.6-8) proporcionan una estimación razonable de las resistencias a corte basados en las ecuaciones de Falby y Lee (1976) para miembros con alas de tamaño suficientemente grande y para pendientes de almas de altura linealmente variable de hasta un máximo de 15°. La relación separación de rigidizadores-altura de alma del panel se toma como  $(a/h_{\min})$  debido a que la altura mas pequeña del alma tiende a gobernar el ángulo de inclinación del campo a tracción en la mayoría de los casos. El uso de las ecuaciones (5.6-7) a (5.6-9) también proporciona una buena estimación de las resistencias determinadas por las ecuaciones de Falby y Lee (1976) para todos los casos considerados por estos autores. Las ecuaciones (5.6-10) y (5.6-11) son una extensión de las especificadas en el CIRSOC 301-2017. Esa extensión está incorporada dentro de las disposiciones AASHTO (2004 y 2007) y se basa en los estudios realizados por White et al. (2008). La ecuación (5.6-11) se conoce en la literatura como la resistencia al corte "verdadera de Basler" (Galambos, 1998). La ecuación (5.6-8) se basa en la hipótesis de desarrollo de un campo completo de tracción (tensión de tracción diagonal uniforme) a lo largo de todo el panel del alma. La resistencia al corte "verdadera de Basler" dada por la Ecuación (5.6-11) se basa en la hipótesis del desarrollo del campo de tracción sólo dentro de un ancho de banda efectivo  $b_e$  supuesta en el cálculo de Basler de un ángulo de inclinación del campo de tensión. El uso de  $(a/h_{\min})$  junto con las ecuaciones (5.6-8) y (5.6-11) tiende a penalizar paneles de alma con alas más pequeñas, mayor espaciamiento de los rigidizadores y/o mayor ángulo de la altura variable de alma. Como se señaló anteriormente, la Resistencia Nominal al corte  $V_n$  se toma como una constante a lo largo de toda la longitud del panel. La Resistencia Requerida al corte debe ser menor o igual a la Resistencia de Diseño al corte correspondiente en todos los lugares a lo largo de la longitud del panel.



Los rigidizadores utilizados para proporcionar los límites de los paneles proyectados usando la acción del campo a tracción se deberán proyectar con las especificaciones de las Secciones G.2.2 y G.3.3 del CIRSOC 301-2017. Para su aplicación se deberá tomar la altura del alma  $h$  en la ubicación de rigidizador. El área del rigidizador se deberá verificar con los valores de  $C_v$  y  $V_u / V_d$  en cada uno de los paneles del alma rígida adyacentes al rigidizador. También, en el caso de dos paneles adyacentes rigidizados, se tomará el valor mas grande para el área del rigidizador. El  $C_v$  y  $V_u / V_d$  no se aplican para almas adyacentes no rigidizados.

#### 5.6.4.- Soldadura de alma al ala

La mínima Resistencia Requerida de la soldadura entre el alma y el ala  $V_{uw}$ , se determina de igual manera que para un miembro prismático. Una soldadura mayor que el tamaño mínimo puede ser conveniente en el entorno de las uniones.

$$V_{uw} = \frac{V_u Q}{I_x} \quad (5.6-12)$$

donde:

$V_{uw}$  = Resistencia Requerida al corte de la soldadura (kN/cm).

$V_u$  = Resistencia Requerida al corte de la viga (kN)

$I_x$  = momento de inercia de la sección respecto del eje  $x$  ( $cm^4$ )

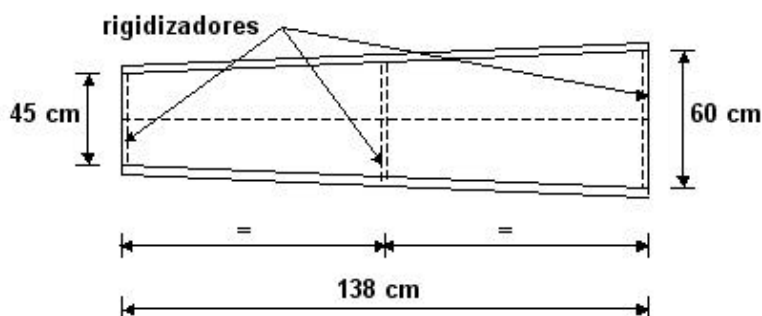
$Q$  = momento estático del área del ala respecto del eje neutro ( $cm^3$ )

#### EJEMPLO 5.5- Resistencia al corte de un miembro de altura variable

##### Enunciado:

Determinar la Resistencia de Diseño al corte del miembro representado en la Figura 5-7 para cada una de las siguientes situaciones:

- (A) Alma sin rigidizadores
- (B) Alma con rigidizadores sin considerar la acción del campo a tracción
- (C) Alma con rigidizadores considerando la acción del campo a tracción



##### Material

Acero F-36:  $F_y = 355$  MPa;  $F_u = 510$  MPa

Figura 5-7

**Dimensiones:** Ambas alas : 152x6,35 (mm) (6"x1/4")

Espesor del alma: 3,2 mm (1/8")

Altura del alma: linealmente variable de 45 cm a 60 cm

Longitud del miembro : 138 cm

## SOLUCIÓN CASO A

Se determina la Resistencia de Diseño a corte para el alma sin rigidizadores. Corresponde tomar  $k_v = 5,0$ . Se determina la Resistencia en distintas secciones que son de interés.

- **Resistencia en sección extrema de menor altura**

$$h = 45 \text{ cm} \quad t_w = 0,32 \text{ cm} \quad \text{Relación } (h/t_w) = (45/0,32) = 140,6 < 260 \text{ (verifica)}$$

Según Sección 5.5.1 de esta Recomendación (Sección G.2 CIRSOC 301-2017) La Resistencia Nominal a Corte

$$V_n = 0,6 F_{yw} A_w C_v (10)^{-1} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-1)}](5.6-1)$$

con:

$$A_w = d t_w = 45 \text{ cm} \times 0,32 \text{ cm} = 14,4 \text{ cm}^2$$

$C_v$  depende de  $(h/t_w)$

$$\text{con } (h/t_w) = 140,6 > 1,37 \sqrt{k_v E / F_{yw}} = 1,37 \sqrt{5 \times 200.000 / 355} = 72,7$$

$$\text{resulta } C_v = \frac{1,51 E k_v}{(h/t_w)^2 F_{yw}} = \frac{1,51 \times 200.000 \times 5}{(140,6)^2 \times 355} = 0,215 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-5)}](5.6-4)$$

luego:

$$V_n = 0,6 F_{yw} A_w C_v (10)^{-1} = 0,6 \times 355 \times 14,4 \times 0,215 \times 0,1 = 65,94 \text{ kN}$$

La Resistencia de Diseño a corte es  $V_d = f_v V_n = 0,9 \times 65,94 = \underline{59,35 \text{ kN}}$

- **Resistencia en sección extrema de mayor altura**

$$h = 60 \text{ cm} \quad t_w = 0,32 \text{ cm} \quad \text{Relación } (h/t_w) = (60/0,32) = 187,5 < 260 \text{ (verifica)}$$

Según Sección 5.5.1 de esta Recomendación (Sección G.2 CIRSOC 301-2017) La Resistencia Nominal a Corte

$$V_n = 0,6 F_{yw} A_w C_v (10)^{-1} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-1)}](5.6-1)$$

con:

$$A_w = d t_w = 60 \text{ cm} \times 0,32 \text{ cm} = 19,2 \text{ cm}^2$$

$C_v$  depende de  $(h/t_w)$

$$\text{con } (h/t_w) = 187,5 > 1,37 \sqrt{k_v E / F_{yw}} = 1,37 \sqrt{5 \times 200.000 / 355} = 72,7$$

$$\text{resulta } C_v = \frac{1,51 E k_v}{(h/t_w)^2 F_{yw}} = \frac{1,51 \times 200.000 \times 5}{(187,5)^2 \times 355} = 0,121 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-5)}](5.6-4)$$

luego:

$$V_n = 0,6 F_{yw} A_w C_v (10)^{-1} = 0,6 \times 355 \times 19,2 \times 0,121 \times 0,1 = 49,48 \text{ kN}$$

La Resistencia de Diseño a corte es  $V_d = f_v V_n = 0,9 \times 49,48 = \underline{44,53 \text{ kN}}$

## SOLUCIÓN CASO B

Se determina la Resistencia de Diseño a Corte para el alma con rigidizadores.  
Se plantea colocar rigidizadores en las secciones extremas y en la central.  
Se analizan los dos paneles resultantes

- **Panel izquierdo**

Se determina la altura del alma al centro del panel

$$h_{med1} = 45 + (60 - 45) / 4 = 48,75 \text{ cm}$$

$$\text{El área del alma en esa sección es } A_w = h_{med1} t_w = 48,75 \times 0,32 = 15,6 \text{ cm}^2$$

La Resistencia Nominal a corte es

$$V_n = 0,6 F_{yw} A_w C_v (10)^{-1} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-1)}] (5.6-1)$$

$C_v$  depende de  $(h/t_w)$  y de  $k_v$

Para almas rigidizadas  $k_v = 5 + 5/(a/h)^2$  o  $k_v = 5$  si  $(a/h) > 3$  o  $(a/h) > [260/(h/t_w)]^2$

$$a = 138 \text{ cm} / 2 = 69 \text{ cm} \quad (a/h_{med1}) = 69 / 48,75 = 1,42 < 3 \quad (a/h) = 1,42 < [260 / (48,75 / 0,32)]^2 = 2,92$$

$$\text{Luego } k_v = 5 + 5 / (69 / 48,75)^2 = 7,50$$

$$\text{con } (h_{med1} / t_w) = (48,75 / 0,32) = 152,35 > 1,37 \sqrt{k_v E / F_{yw}} = 1,37 \sqrt{7,5 \times 200.000 / 355} = 89,1$$

$$\text{resulta } C_v = \frac{1,51 E k_v}{(h/t_w)^2 F_{yw}} = \frac{1,51 \times 200.000 \times 7,5}{(152,35)^2 \times 355} = 0,275 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-5)}] (5.6-4)$$

luego:

$$V_n = 0,6 F_{yw} A_w C_v (10)^{-1} = 0,6 \times 355 \times 15,6 \times 0,275 \times 0,1 = 91,37 \text{ kN}$$

La Resistencia de Diseño a Corte del panel es  $V_d = f_v V_n = 0,9 \times 91,37 = \underline{82,24 \text{ kN}}$

- **Panel derecho**

Se determina la altura del alma al centro del panel

$$h_{med2} = 60 - (60 - 45) / 4 = 56,25 \text{ cm}$$

$$\text{El área del alma en esa sección es } A_w = h_{med2} t_w = 56,25 \times 0,32 = 18,0 \text{ cm}^2$$

La Resistencia Nominal a corte es

$$V_n = 0,6 F_{yw} A_w C_v (10)^{-1} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-1)}] (5.6-1)$$

$C_v$  depende de  $(h/t_w)$  y de  $k_v$

Para almas rigidizadas  $k_v = 5 + 5/(a/h)^2$  o  $k_v = 5$  si  $(a/h) > 3$  o  $(a/h) > [260/(h/t_w)]^2$

$a = 138\text{cm}/2 = 69\text{ cm}$   $(a/h_{med2}) = 69/56,25 = 1,23 < 3$   $(a/h) = 1,23 < [260/(56,25/0,32)]^2 = 2,19$

Luego  $k_v = 5 + 5/(69/56,25)^2 = 8,32$

con  $(h_{med2}/t_w) = (56,25/0,32) = 175,78 > 1,37 \sqrt{k_v E / F_{yw}} = 1,37 \sqrt{8,32 \times 200.000 / 355} = 93,8$

resulta  $C_v = \frac{1,51 E k_v}{(h/t_w)^2 F_{yw}} = \frac{1,51 \times 200.000 \times 8,32}{(175,78)^2 \times 355} = 0,23$  [CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-5)](5.6-4)]

luego:

$$V_n = 0,6 F_{yw} A_w C_v (10)^{-1} = 0,6 \times 355 \times 18 \times 0,23 \times 0,1 = 88,18 \text{ kN}$$

La Resistencia de Diseño a Corte del panel es  $V_d = f_v V_n = 0,9 \times 88,18 = \underline{79,36 \text{ kN}}$

**Observación:** la inclusión de los rigidizadores aumentan sensiblemente la Resistencia al corte en las secciones del miembro

### SOLUCIÓN CASO C

Se determina la Resistencia de Diseño a Corte para el alma con rigidizadores y considerando la acción del campo a tracción.

Se plantea colocar rigidizadores en las secciones extremas y en la central.

Se analizan los dos paneles resultantes

#### • Panel izquierdo

Se verifican los límites para que se pueda utilizar la acción del campo a tracción

(1) Se supone que el panel **no es extremo**. Por lo tanto **verifica**

(2)  $(a/h_{\min}) = (69/45) = 1,53 < 3$   $(a/h_{\min}) = 1,53 < [260/(45/0,32)]^2 = 3,42$  **Verifica**

(3) Se determina la altura del alma al centro del panel

$$h_{med1} = 45 + (60 - 45)/4 = 48,75 \text{ cm}$$

El área del alma en esa sección es  $A_w = h_{med1} t_w = 48,75 \times 0,32 = 15,6 \text{ cm}^2$

$$(a) \frac{t_w h_{prom}}{0,5(t_{ft} b_{ft} + t_{fc} b_{fc})} \leq 2,5 \quad \frac{0,32 \times 48,75}{0,5[2 \times (15,2 \times 0,635)]} = 1,62 < 2,5 \quad \text{verifica}$$

$$(b) \frac{h_{prom}}{b_f} \leq 6,0 \quad \frac{48,75}{15,2} = 3,21 < 6,0 \quad \text{verifica}$$

$C_v$  depende de  $(h/t_w)$  y de  $k_v$

Para almas rigidizadas  $k_v = 5 + 5/(a/h)^2$  o  $k_v = 5$  si  $(a/h) > 3$  o  $(a/h) > [260/(h/t_w)]^2$

$a = 138\text{cm}/2 = 69\text{ cm}$   $(a/h) = 69/48,75 = 1,42 < 3$   $(a/h) = 1,42 < [260/(48,75/0,32)]^2 = 2,92$

Luego  $k_v = 5 + 5/(69/48,75)^2 = 7,50$

con  $(h_{med1}/t_w) = (48,75/0,32) = 152,35 > 1,37 \sqrt{k_v E/F_{yw}} = 1,37 \sqrt{7,5 \times 200.000/355} = 89,1$

resulta  $C_v = \frac{1,51 E k_v}{(h/t_w)^2 F_{yw}} = \frac{1,51 \times 200.000 \times 7,5}{(152,35)^2 \times 355} = 0,275$  [CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-5)](5.6-4)

$$\frac{h_{med1}}{t_w} = 152,35 > 1,10 \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{F_{yw}}} = 1,10 \sqrt{\frac{7,50 \times 200000}{355}} = 71,50$$

La Resistencia Nominal a corte  $V_n = 0,6 \times A_w \times F_{yw} \times C_v + \frac{1 - C_v}{1,15 \sqrt{1 + (a/h_{min})^2}} \times (10^{-1})$  (5.6-8)

$$V_n = 0,6 \times 15,6 \times 355 \times 0,275 + \frac{1 - 0,275}{1,15 \sqrt{1 + (69/45)^2}} \times (10^{-1}) = 205,80 \text{ kN}$$

La Resistencia de Diseño a Corte en cualquier sección del panel es

$$V_d = f_v V_n = 0,9 \times 205,80 = \underline{185,22 \text{ kN}}$$

- **Panel derecho**

Se verifican los límites para que se pueda utilizar la acción del campo a tracción

(1) Se supone que el panel **no es extremo**. Por lo tanto **verifica**

(2)  $(a/h_{min}) = (69/52,5) = 1,32 < 3$   $(a/h_{min}) = 1,32 < [260/(52,5/0,32)]^2 = 2,42$  **Verifica**

(3) Se determina la altura del alma al centro del panel

$$h_{med2} = 60 - (60 - 45)/4 = 56,25 \text{ cm}$$

El área del alma en esa sección es  $A_w = h_{med2} t_w = 56,25 \times 0,32 = 18,0 \text{ cm}^2$

$$(a) \frac{t_w h_{prom}}{0,5(t_{ft} b_{ft} + t_{fc} b_{fc})} \leq 2,5 \quad \frac{0,32 \times 56,25}{0,5[2 \times (15,2 \times 0,635)]} = 1,865 < 2,5 \quad \text{verifica}$$

$$(b) \frac{h_{prom}}{b_f} \leq 6,0 \quad \frac{56,25}{15,2} = 3,70 < 6,0 \quad \text{verifica}$$

$C_v$  depende de  $(h/t_w)$  y de  $k_v$

Para almas rigidizadas  $k_v = 5 + 5/(a/h)^2$  o  $k_v = 5$  si  $(a/h) > 3$  o  $(a/h) > [260/(h/t_w)]^2$

$$a = 138\text{cm}/2 = 69 \text{ cm} \quad (a/h) = 69/56,25 = 1,23 < 3 \quad (a/h) = 1,23 < [260/(56,25/0,32)]^2 = 2,19$$

$$\text{Luego } k_v = 5 + 5/(69/56,25)^2 = 8,32$$

$$\text{con } (h_{med2}/t_w) = (56,25/0,32) = 175,78 > 1,37 \sqrt{k_v E / F_{yw}} = 1,37 \sqrt{8,32 \times 200.000 / 355} = 93,80$$

$$\text{resulta } C_v = \frac{1,51 E k_v}{(h/t_w)^2 F_{yw}} = \frac{1,51 \times 200.000 \times 8,32}{(175,78)^2 \times 355} = 0,229 \text{ [CIRSOC 301-2017, Ec. (G.2-5)](5.6-4)}$$

$$\frac{h_{med2}}{t_w} = 175,78 > 1,10 \sqrt{\frac{k_v \cdot E}{F_{yw}}} = 1,10 \sqrt{\frac{8,32 \times 200000}{355}} = 75,31$$

$$\text{La Resistencia Nominal a corte } V_n = 0,6 \times A_w \times F_{yw} \times C_v + \frac{1 - C_v}{1,15 \sqrt{1 + (a/h_{min})^2}} \times (10^{-1}) \quad (5.6-8)$$

$$V_n = 0,6 \times 18 \times 355 \times 0,229 + \frac{1 - 0,229}{1,15 \sqrt{1 + (69/52,5)^2}} \times (10^{-1}) = 243,44 \text{ kN}$$

La Resistencia de Diseño a Corte en cualquier sección del panel es

$$V_d = \phi_v V_n = 0,9 \times 243,44 = \underline{219,10 \text{ kN}}$$

## 5.7.- ALAS Y ALMAS CON FUERZAS CONCENTRADAS

Los miembros de altura variable están sometidos a los Estados Límites dados en la Sección J.10 del CIRSOC 301-2017. Con la excepción del pandeo lateral de alma, éstos son Estados Límites localizados. Por lo tanto, se recomienda que estos Estados Límites sean verificados con la geometría de la sección transversal de los miembros en el lugar que se analiza.

Actualmente no hay ensayos disponibles o estudios teóricos para el pandeo lateral de alma de los miembros de altura variable. En ausencia de estos datos, se recomienda que en las Ecuaciones (J.10-6) y (J.10-7) del CIRSOC 301-2017 se utilice la altura media a lo largo de la longitud no arriostrada bajo análisis. Para la verificación del panel nodal en la intersección de las vigas de altura variable y columnas exteriores, se recomiendan las disposiciones del capítulo 5 de la Guía de Diseño 16 de la AISC (Flush and Extended Multiple Row Moment End-Plate Connections) (Murray y Shoemaker, 2002).

## 5.8.- EJEMPLOS ADICIONALES

Los siguientes ejemplos repiten la geometría y las cargas de los Ejemplos 5.2, 5.3 y 5.4 presentados anteriormente, con la excepción de que las alas son de diferente tamaño, de tal manera que la sección transversal es de simple simetría, y la separación de arriostramientos es diferente para cada ala. Estos ejemplos ilustran las especificaciones para los miembros de sección transversal de simple simetría y el pandeo torsional de columna con giro restringido.

### EJEMPLO 5.6.- Columna de altura variable con alas desiguales y arriostramiento unilateral

**Enunciado:** Determinar la Resistencia de Diseño a compresión axil del miembro de sección doble te indicado en la Figura 5-8. La Resistencia Requerida a compresión axil incluyendo todos los efectos de Segundo Orden, es constante a lo largo de toda la longitud de la columna, despreciando el peso propio acumulado. Se supone para el pandeo en el plano  $k_x = 1,0$ . También se supone  $k_y = k_z = 1,0$ .

**Material:** Acero F36 :  $F_y = 355 \text{ MPa}$   $F_u = 510 \text{ MPa}$

**Dimensiones:** Ala izquierda (exterior) : # 152x5,6 (mm) (6"x7/32")  
Ala derecha (interior) : # 152x7,95 (mm) (6"x5/16")  
Espesor del alma: 3,2 mm (1/8")  
Altura del alma: linealmente variable de 30 cm a 60 cm  
Longitud total de la columna: 365 cm  
Arriostramientos: el ala exterior está arriostrada a 230cm del extremo inferior  
el ala interior no está arriostrada  
Altura del cabio: 20,3 cm

**Análisis:** Se analizan los siguientes Estados Límites:

- (1) Pandeo flexional en el plano (alrededor del eje  $x-x$ )  
(una sola Resistencia para toda la columna)
- (2) Pandeo flexional fuera del plano en la mayor longitud no arriostrada
- (3) Pandeo flexional fuera del plano en la menor longitud no arriostrada
- (4) pandeo torsional con giro restringido (una sola Resistencia para toda la columna)

**No es necesario verificar el pandeo torsional** porque la sección **no es** doblemente simétrica.  
**No es necesario verificar el pandeo flexo-torsional** porque se verifica **el pandeo torsional con giro restringido**.

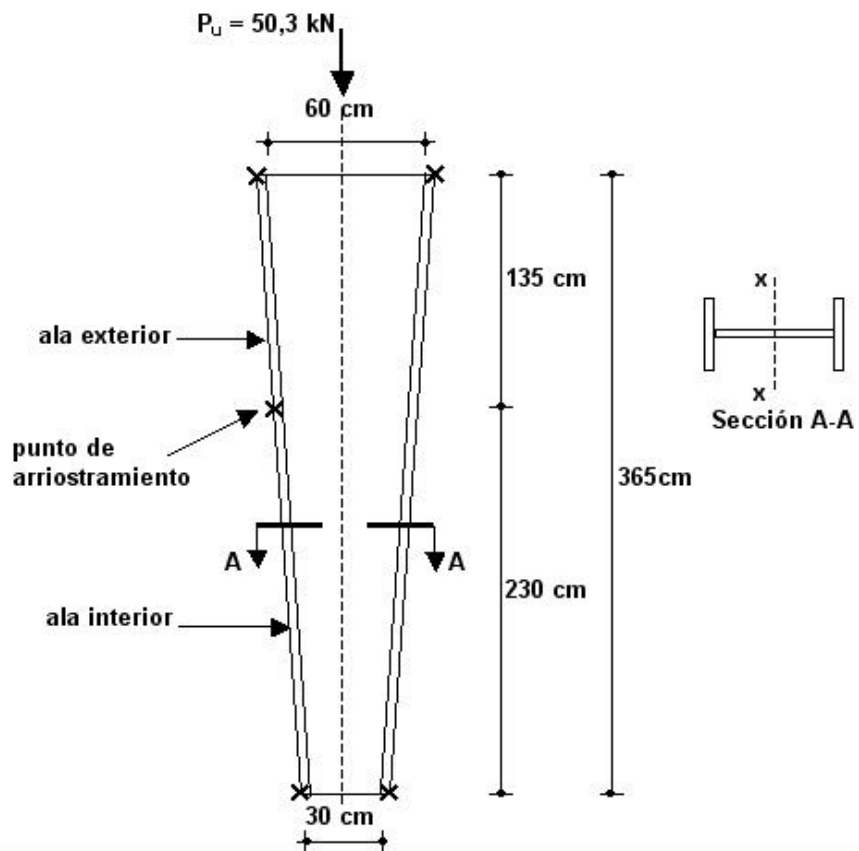


Figura 5-8.- Columna con altura de alma linealmente variable de Ejemplo 5-6

- Propiedades de las secciones transversales

Tabla 5-3. Propiedades de las secciones		
En extremo superior	h	60 cm
	h/t <sub>w</sub>	187,5
	A <sub>g</sub>	39,8 cm <sup>2</sup>
	I <sub>x</sub>	24.890 cm <sup>4</sup>
en sección con h/t <sub>w</sub> = 131	h	42 cm
	h/t <sub>w</sub>	131
	A <sub>g</sub>	34,04 cm <sup>2</sup>
En extremo inferior	h	30 cm
	h/t <sub>w</sub>	94
	A <sub>g</sub>	30,20 cm <sup>2</sup>
	I <sub>x</sub>	5.560 cm <sup>4</sup>



- Solución

**(A) RESISTENCIA A PANDEO FLEXIONAL EN EL PLANO**

**Cálculo de  $P_{ex}$**

Como el miembro es un miembro con alma de altura variable simple, con las alas iguales se usa la Expresión (4.5-4)

$$\begin{aligned} \text{En extremo inferior} \quad h_w &= 30 \text{ cm} & ; & \quad I_{x\text{mín}} = 5.560 \text{ cm}^4 \\ \text{En extremo superior} \quad h_w &= 60 \text{ cm} & ; & \quad I_{x\text{mín}} = 24.890 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Según lo establecido en la Sección 4.5.2 se calcula el momento de inercia  $I'_x$  de una sección ubicada a la distancia  $x$  del extremo inferior:

$$x = 0,5L \frac{I_{x\text{mín}}^{0,0732}}{I_{x\text{máx}}} = 0,5 \times 365 \frac{5.560^{0,0732}}{24.890} = 163,5 \text{ cm}$$

La altura del alma en esa sección es:

$$h_w = 30 + (163,5/365)60 - 30 = 43,5 \text{ cm}$$

$$I'_x = 12.070 \text{ cm}^4$$

$$P_{ex} = \frac{p^2 E I'_x}{L^2} (10)^{-1} = \frac{p^2 \times 200.000 \times 12.070}{365^2} \times (10)^{-1} = 17.884 \text{ kN}$$

**Cálculo de la Tensión Nominal de pandeo flexional para secciones sin elementos esbeltos ( $F_{n1}$ )**

Con la columna sometida a fuerza axial constante la mayor relación  $f_u/F_y$  se ubica en la sección ubicada en el extremo inferior. siendo  $f_{u1}$  la tensión media requerida  $f_{u1} = P_u/A_{gi}$

$$F_e = \frac{P_e}{A_{gi}} (10) = \frac{17.884}{30,2} \times 10 = 5.922 \text{ MPa} \quad (F_y/F_e) = (355/5.922) = 0,06 < 1^2_{\text{clím}} = 1,5^2 = 2,25$$

luego corresponde usar expresión (5.3-20b) ( Expresión (E.3-2a) del CIRSOC 301-2017)

$$F_{n1} = F_{cr} = 0,658^{0,06} F_y = (0,658^{0,06}) \times 355 = 346,2 \text{ MPa}$$

**Cálculo del factor multiplicador de la tensión nominal de pandeo  $g_{n1}$**

Se determina  $g_{n1}$  con la tensión requerida  $f_{umáx}$  en la ubicación de la sección donde se determinó  $F_{n1}$

$$f_{um\acute{a}x} = (P_u / A_{g1}) 10 = (50,3 / 30,2) \times 10 = 16,66 \text{ MPa}$$

$$g_{n1} = (F_{n1} / f_{um\acute{a}x}) = (346,2 / 16,66) = \underline{20,78}$$

### Ubicación de la sección crítica y cálculo del factor de reducción por pandeo local Q

#### (a) Determinación de $(f_u / Q F_y)$ en el extremo inferior de la columna

$$Q = Q_s \cdot Q_a \text{ (Sección E.7, CIRSOC 301-2017)}$$

-  $Q_s$  se determina en función de la esbeltez del ala  $l_f$

- Se determina  $Q_s$  para el ala con menor espesor (**ala exterior**)  $t_f = 0,56 \text{ cm} = 5,6 \text{ mm}$   
 Para ala de sección doble te  $l_f = b_f / 2t_f = 152 / 2 \times 5,6 = 13,57$   
 De Tabla 5-1 en la sección del extremo inferior de la columna  $h/t_w = 94$

De Tabla B.4-1a (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y} \quad \text{con } k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{94} = 0,41$$

$$l_r = 0,64 \sqrt{0,41 \times 200.000 / 355} = 9,73 < l_f = 13,57 \text{ luego el ala es esbelta}$$

Según Sección E.7.1(b) del CIRSOC 301-2017 se compara la esbeltez del ala con:

$$1,17 \sqrt{k_c E / F_y} = 1,17 \sqrt{0,41 \times 200.000 / 355} = 17,8$$

siendo  $l_r = 9,73 < l_f = 13,57 < 17,8$  resulta de Expresión (E.7-8) del CIRSOC 301-2017

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b_f}{t_f} \sqrt{\frac{F_y}{E k_c}} = 1,415 - 0,65 (13,57) \sqrt{\frac{355}{200.000 \times 0,41}} = 0,835$$

$$\underline{Q_s = 0,835} \text{ (ala exterior)}$$

- Se determina  $Q_s$  para el ala con mayor espesor (**ala interior**)  $t_f = 0,795 \text{ cm} = 7,95 \text{ mm}$   
 Para ala de sección doble te  $l_f = b_f / 2t_f = 152 / 2 \times 7,95 = 9,56$   
 De Tabla 5-1 en la sección del extremo inferior de la columna  $h/t_w = 94$

De Tabla B.4-1a (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y} \quad \text{con } k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{94} = 0,41$$

$$l_r = 0,64 \sqrt{0,41 \times 200.000 / 355} = 9,73 > l_f = 9,56 \text{ luego el ala es NO esbelta}$$

Luego según Sección E.7.1(b) del CIRSOC 301-2017

$$\underline{Q_s = 1,00} \text{ (ala interior)}$$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

Para alma de sección doble te  $l_w = h/t_w = 300 / 3,2 = 94$

De Tabla B.4-1a [(Caso 5) para alma de columna armada comprimida]

$$l_r = 1,49\sqrt{E/F_y} \quad l_r = 1,49\sqrt{200.000/355} = 35,4 < l_w = 94 \text{ luego el alma es esbelta}$$

Según Sección E.7.2 de CIRSOC 301-2017 (Expresión (E.7-16))  $Q_a = A_{eff}/A_g$

$$A_{g1} = 30,20 \text{ cm}^2 \text{ (según Tabla 5-1)}$$

$$A_{eff} = (A_{fe} + A_{fi}) + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91t \sqrt{\frac{E}{f}} - \frac{0,34}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{f}} \leq b \quad [\text{CIRSOC 301-2017 Ec. (E.7-17)}]$$

Con  $f_u = f_{m\acute{a}x}$  y  $g_{n1}$  determinado anteriormente, la tensión  $f$  actuando en el ancho efectivo se determina por

$$f = g_{n1} f_u = 20,78 \times 16,66 = 346,2 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{346,2}} - \frac{0,34}{94} \sqrt{\frac{200.000}{346,2}} = 13,50 \text{ cm} \leq b = 30 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 15,2 \times (0,56 + 0,795) + 13,50 \times 0,32 = 24,92 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{eff}/A_{g1} = 24,92/30,2 = 0,825 \quad \underline{Q_a = 0,825}$$

- Determinación de  $Q$

Si **ambas alas están comprimidas** bajo una sollicitación combinada,  $Q_s$  es el menor de los determinados para las alas

$$Q_s \text{ para el ala exterior } Q_s = 0,835$$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,835 \times 0,825 = 0,689 \quad \underline{Q = 0,689} \text{ (ambas alas comprimidas)}$$

Si el **ala exterior está traccionada** bajo una sollicitación combinada,  $Q_s$  es el determinado para el ala **interior**

$$Q_s \text{ para el ala interior } Q_s = 1,00$$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 1,00 \times 0,825 = 0,825 \quad \underline{Q = 0,825} \text{ (ala exterior traccionada)}$$

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en el **extremo inferior** de la columna

- Para casos de carga donde el **ala interior está comprimida** como es el caso de **compresión axial** se debe usar  $Q = 0,689$
- Para casos donde el **ala exterior está traccionada** bajo **carga combinada de compresión y flexión** (como es el caso del Ejemplo 5.8) se debe usar  $Q = 0,825$

Si no se conoce previamente la distribución de tensiones bajo combinación de compresión y flexión se tomará conservadoramente el valor menor de  $Q$

$$(f_{\text{umáx}} / Q F_y) = 16,66 / 0,825 \times 355 = \underline{0,0569}$$

**(b) Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en el extremo superior de la columna**

$$Q = Q_s \cdot Q_a \text{ (Sección E.7, CIRSOC 301-2017)}$$

-  $Q_s$  se determina en función de la esbeltez del ala  $l_f$

- Se determina  $Q_s$  para el ala con menor espesor (**ala exterior**)  $t_f = 0,56 \text{ cm} = 5,6 \text{ mm}$   
 Para ala de sección doble te  $l_f = b_f / 2t_f = 152 / 2 \times 5,6 = 13,57$   
 De Tabla 5-1 en la sección del extremo superior de la columna  $h/t_w = 187,5$

De Tabla B.4-1a (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida  
 $l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y}$  con  $k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{187,5} = 0,292 < 0,35$  Se adopta  $k_c = 0,35$   
 $l_r = 0,64 \sqrt{0,35 \times 200.000 / 355} = 8,99 < l_f = 13,57$  luego el ala **es esbelta**

Según Sección E.7.1(b) del CIRSOC 301-2017 se compara la esbeltez del ala con:

$$1,17 \sqrt{k_c E / F_y} = 1,17 \sqrt{0,35 \times 200.000 / 355} = 16,43$$

siendo  $l_r = 8,99 < l_f = 13,57 < 16,43$  resulta de Expresión (E.7-8) del CIRSOC 301-2017

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \left( \frac{b_f}{t_f} \right)^{0,6} \sqrt{\frac{F_y}{E k_c}} = 1,415 - 0,65 (13,57) \sqrt{\frac{355}{200.000 \times 0,35}} = 0,787$$

$$\underline{Q_s = 0,787 \text{ (ala exterior)}}$$

- Se determina  $Q_s$  para el ala con mayor espesor (**ala interior**)  $t_f = 0,795 \text{ cm} = 7,95 \text{ mm}$   
 Para ala de sección doble te  $l_f = b_f / 2t_f = 152 / 2 \times 7,95 = 9,56$   
 De Tabla 5-1 en la sección del extremo superior de la columna  $h/t_w = 187,5$

De Tabla B.4-1a (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida  
 $l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y}$  con  $k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{187,5} = 0,292 < 0,35$  Se adopta  $k_c = 0,35$   
 $l_r = 0,64 \sqrt{0,35 \times 200.000 / 355} = 8,99 < l_f = 13,57$  luego el ala **es esbelta**

Luego según Sección E.7.1(b) del CIRSOC 301-2017

$$1,17 \sqrt{k_c E / F_y} = 1,17 \sqrt{0,35 \times 200.000 / 355} = 16,43$$

siendo  $l_r = 8,99 < l_f = 9,56 < 16,43$  resulta de Expresión (E.7-8) del CIRSOC 301-2017

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \left( \frac{b_f}{t_f} \right)^{0,6} \sqrt{\frac{F_y}{E k_c}} = 1,415 - 0,65 (9,56) \sqrt{\frac{355}{200.000 \times 0,35}} = 0,972$$

$$\underline{Q_s = 0,972 \text{ (ala interior)}}$$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

Para alma de sección doble te  $l_w = h/t_w = 600/3,2 = 187,5$

De Tabla **B.4-1a** (Caso 5) para alma de columna armada ] comprimida

$$l_r = 1,49\sqrt{E/F_y} \quad l_r = 1,49\sqrt{200.000/355} = 35,4 < l_w = 187,5 \text{ luego el alma es esbelta}$$

Según Sección **E.7.2** de CIRSOC 301-2017 (Expresión **(E.7-16)**)  $Q_a = A_{ef}/A_g$

$A_{g2} = 39,80 \text{ cm}^2$  (según Tabla 5-1)

$$A_{eff} = (A_{fe} + A_{fi}) + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91 t \sqrt{\frac{E}{f_u}} \left[ 1 - \frac{0,34}{\lambda} \sqrt{\frac{E}{f_u}} \right] \leq b \quad \text{[CIRSOC 301-2017 Ec.(E.7-17)]}$$

Con  $f_u$  en la sección superior y  $g_{n1}$  determinado anteriormente, se determina la tensión  $f$  actuando en el ancho efectivo

$$f_u = 10 P_u / A_{g2} = 10 \times 50,3 / 39,80 = 12,64 \text{ MPa}$$

$$f = g_{n1} f_u = 20,78 \times 12,64 = 262,66 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{262,66}} \left[ 1 - \frac{0,34}{187,5} \sqrt{\frac{200.000}{262,66}} \right] = 16,02 \text{ cm} \quad b = 60 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 15,2 \times (0,56 + 0,795) + 16,02 \times 0,32 = 25,73 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{ef} / A_{g2} = 25,73 / 39,80 = 0,646 \quad \underline{Q_a = 0,646}$$

- Determinación de  $Q$

Si **ambas alas están comprimidas** bajo una sollicitación combinada,  $Q_s$  es el menor de los determinados para las alas

$$Q_s \text{ para el ala exterior } Q_s = 0,787$$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,787 \times 0,646 = 0,509$$

$$\underline{Q = 0,509} \text{ (ambas alas comprimidas)}$$

Si el **ala exterior está traccionada** bajo una sollicitación combinada,  $Q_s$  es el determinado para el ala **interior**

$$Q_s \text{ para el ala interior } Q_s = 0,972$$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,972 \times 0,646 = 0,628$$

$$\underline{Q = 0,628} \text{ (ala exterior traccionada)}$$

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en el **extremo superior** de la columna

- Para casos de carga donde el **ala interior está comprimida** como es el caso de **compresión axial y momento nulo** se debe usar  **$Q = 0,509$**
- Para casos donde el ala **exterior está traccionada** bajo **carga combinada de compresión y flexión** (como es el caso del Ejemplo 5.8) se debe usar  **$Q = 0,628$**   
Si no se conoce previamente la distribución de tensiones bajo combinación de compresión y flexión se tomará conservadoramente el valor menor de  **$Q$**

$$(f_u / Q F_y) = 12,64 / 0,628 \times 355 = \underline{\underline{0,0567}}$$

(c) **Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en la sección donde  $(h/t_w) = 131$**  (sección donde  $k_c$  es cercano al valor límite inferior de **0,35**)

$$Q = Q_s \cdot Q_a \text{ (Sección E.7, CIRSOC 301-2017)}$$

-  $Q_s$  se determina en función de la esbeltez del ala  $l_f$

- Se determina  $Q_s$  para el ala con menor espesor (**ala exterior**)  $t_f = 0,56 \text{ cm} = 5,6 \text{ mm}$   
Para ala de sección doble te  $l_f = b_f / 2t_f = 152 / 2 \times 5,6 = \mathbf{13,57}$

En la sección considerada  $h/t_w = 131$   $k_c = 0,35$

De Tabla **B.4-1a** (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y}$$

$$l_r = 0,64 \sqrt{0,35 \times 200.000 / 355} = 8,99 < l_f = 13,57 \text{ luego el ala es esbelta}$$

Según Sección **E.7.1(b)** del CIRSOC 301-2017 se compara la esbeltez del ala con:

$$1,17 \sqrt{k_c E / F_y} = 1,17 \sqrt{0,35 \times 200.000 / 355} = 16,43$$

siendo  $l_r = 8,99 < l_f = 13,57 < 16,43$  resulta de Expresión **(E.7-8)** del CIRSOC 301-2017

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b_f}{t_f} \sqrt{\frac{F_y}{E k_c}} = 1,415 - 0,65 (13,57) \sqrt{\frac{355}{200.000 \times 0,35}} = 0,787$$

$$\underline{\underline{Q_s = 0,787}} \text{ (ala exterior)}$$

- Se determina  $Q_s$  para el ala con mayor espesor (**ala interior**)  $t_f = 0,795 \text{ cm} = 7,95 \text{ mm}$   
Para ala de sección doble te  $l_f = b_f / 2t_f = 152 / 2 \times 7,95 = \mathbf{9,56}$

En la sección considerada  $h/t_w = 131$   $k_c = 0,35$

De Tabla **B.4-1a** (Caso 2) para ala de columna armada uniformemente comprimida

$$l_r = 0,64 \sqrt{k_c E / F_y}$$

$$l_r = 0,64 \sqrt{0,35 \times 200.000 / 355} = 8,99 < l_f = 13,57 \text{ luego el ala es esbelta}$$

Luego según Sección E.7.1(b) del CIRSOC 301-2017

$$1,17\sqrt{k_c E/F_y} = 1,17\sqrt{0,35 \times 200.000/355} = 16,43$$

siendo  $l_r = 8,99 < l_f = 9,56 < 16,43$  resulta de Expresión (E.7-8) del CIRSOC 301-2017

$$Q_s = 1,415 - 0,65 \frac{b_f}{t_f} \sqrt{\frac{F_y}{E k_c}} = 1,415 - 0,65(9,56) \sqrt{\frac{355}{200.000 \times 0,35}} = 0,972$$

$$\underline{Q_s = 0,972 \text{ (ala interior)}}$$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

En la sección considerada  $l_w = h/t_w = 131$

De Tabla B.4-1a (Caso 5) para alma de columna armada ] comprimida

$$l_r = 1,49\sqrt{E/F_y} \quad l_r = 1,49\sqrt{200.000/355} = 35,4 < l_w = 131 \text{ luego el alma es esbelta}$$

Según Sección E.7.2 de CIRSOC 301-2017 (Expresión (E.7-16))  $Q_a = A_{ef}/A_g$

$A_{g3} = 34,04 \text{ cm}^2$  (según Tabla 5-1)

$$A_{eff} = (A_{fe} + A_{fi}) + b_e t_w$$

$$b_e = 1,91 t \sqrt{\frac{E}{f_u}} \left[ 1 - \frac{0,34}{l_w} \sqrt{\frac{E}{f_u}} \right] \quad \text{[CIRSOC 301-2017 Ec.(E.7-17)]}$$

Con  $f_u$  en la sección de  $l_w = 131$  y  $g_{n1}$  determinado anteriormente, se determina la tensión  $f$  actuando en el ancho efectivo

$$f_u = 10 P_u/A_{g3} = 10 \times 50,3/34,04 = 14,78 \text{ MPa}$$

$$f = g_{n1} f_u = 20,78 \times 14,78 = 307,13 \text{ MPa}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{307,13}} \left[ 1 - \frac{0,34}{131} \sqrt{\frac{200.000}{307,13}} \right] = 14,56 \text{ cm} \quad b = 42 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 15,2 \times (0,56 + 0,795) + 14,56 \times 0,32 = 25,26 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{ef}/A_{g3} = 25,26/34,04 = 0,742 \quad \underline{Q_a = 0,742}$$

- Determinación de  $Q$

Si **ambas alas están comprimidas** bajo una sollicitación combinada,  $Q_s$  es el menor de los determinados para las alas

$Q_s$  para el ala exterior  $Q_s = 0,787$

$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,787 \times 0,742 = 0,584$                        $Q = 0,584$  (ambas alas comprimidas)

Si el **ala exterior está traccionada** bajo una sollicitación combinada,  $Q_s$  es el determinado para el ala interior

$Q_s$  para el ala interior  $Q_s = 0,972$

$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,972 \times 0,742 = 0,721$                        $Q = 0,721$  (ala exterior traccionada)

- Determinación de  $(f_u / Q F_y)$  en el **sección con  $l_w = 131$**  de la columna

- Para casos de carga donde el **ala interior está comprimida** como es el caso de **compresión axial y momento nulo** se debe usar  $Q = 0,584$
- Para casos donde el **ala exterior está traccionada** bajo **carga combinada de compresión y flexión** (como es el caso del Ejemplo 5.8) se debe usar  $Q = 0,721$   
Si no se conoce previamente la distribución de tensiones bajo combinación de compresión y flexión se tomará conservadoramente el valor menor de  $Q$

$$(f_u / Q F_y) = 14,78 / 0,721 \times 355 = \underline{0,0577}$$

**Resumen de valores de  $(f_u / Q F_y)$**

extremo inferior de la columna = **0,0569**

extremo superior de la columna = **0,0567**

sección con  $(h/t_w) = 131$  = **0,0577**

**La sección crítica para la Resistencia Nominal a Pandeo flexional en el plano es la sección donde  $(h/t_w) = 131$  por tener la mayor relación  $(f_u / Q F_y)$**

**(d) Determinación de la Resistencia Nominal a Pandeo Flexional en el plano**

Se determina para el **caso de que el ala exterior esté traccionada** para su utilización en las ecuaciones de interacción del Ejemplo 5.8

En la sección crítica  $Q = 0,721$   $A_g = 34,04 \text{ cm}^2$

$$F_e = \frac{p^2 E}{\frac{\pi^2 I}{L^2}} = 10 P_{ex} / A_g = 10 \times 17.884 / 34,04 = 5254 \text{ MPa}$$



$$l_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} = \sqrt{\frac{355}{5254}} = 0,26$$

Para determinar la tensión crítica de pandeo flexional se aplica Sección E.7 del CIRSOC 301-2017

$$l_e \sqrt{Q} = 0,26 \sqrt{0,721} = 0,221 < 1,5 \quad Q(F_y / F_e) = 0,721 \times 0,26^2 = 0,0488$$

corresponde Expresión (E.7-2a) CIRSOC 301-2017

$$F_{cr} = Q_c \frac{F_y}{F_e} = 0,658 \frac{355}{5254} = 0,721 \times (0,658^{0,0488}) \times 355 = 250,8 \text{ MPa}$$

$$P_n = F_{cr} A_g (10)^{-1} = 250,8 \times 34,04 \times 0,1 = \underline{853,8 \text{ kN}}$$

(e) Relación Resistencia Requerida/Resistencia de Diseño para Pandeo flexional en el plano en la ubicación de la mayor relación ( $f_u / Q F_y$ )

$$(P_u / \phi P_n) = (50,3 / 0,85 \times 853,8) = \underline{0,0693}$$

## (B) RESISTENCIA A PANDEO TORSIONAL CON GIRO RESTRINGIDO

Se determina la carga de pandeo torsional con giro restringido elástica  $P_{eCAT}$  con las especificaciones de la Sección 5.3.1 de esta Recomendación y usando las propiedades de la sección ubicada a la mitad de la longitud no arriostrada interior ( $L = 365 \text{ cm}$ ). Se utiliza la Ecuación (5.3-15).

$$P_{eCAT} = \frac{\phi_p^2 E (C_w + I_y a_s^2)}{(k_z L_{binterior})^2} + GJ \frac{1}{r_x^2 + r_y^2 + a_c^2} \quad (5.3-15)$$

Las propiedades de la sección ubicada a la mitad de la longitud no arriostrada interior son:

altura de la sección  $h = 45 \text{ cm}$

$$A_g = 35 \text{ cm}^2$$

$$\bar{y} = 25,43 \text{ cm desde borde externo ala exterior}$$

$$I_x = 12.988 \text{ cm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A_g}} = \sqrt{\frac{12.988}{35}} = 19,264 \text{ cm}$$

$$I_y = 396,6 \text{ cm}^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A_g}} = \sqrt{\frac{396,6}{35}} = 3,367 \text{ cm}$$

$$I_{y1} = \frac{0,56 \times 15,2^3}{12} = 163,88 \text{ cm}^4 \quad \text{para el ala exterior}$$

$$I_{y2} = \frac{0,795 \times 15,2^3}{12} = 232,66 \text{ cm}^4 \quad \text{para el ala interior}$$

$$h_o = h + 0,5(t_{f1} + t_{f2}) = 45 + 0,5(0,56 + 0,795) = 45,68 \text{ cm}$$

$$C_w = \frac{h_o^2 I_{y1}}{I_{y1} + 1} = \frac{45,68^2 \times 163,88}{232,66 + 1} = 200.616 \text{ cm}^6$$

Módulo de Torsión de Saint Venant

$$J = \frac{ht_w^3}{3} + \frac{b_{tf} t_{tf}^3}{3} - 0,63 \frac{t_{tf}^3}{b_{tf}} + \frac{b_{cf} t_{cf}^3}{3} - 0,63 \frac{t_{cf}^3}{b_{cf}} \quad (5.3-13)$$

$$J = \frac{45 \times 0,32^3}{3} + \frac{15,2 \times 0,56^3}{3} - 0,63 \frac{0,56^3}{15,2} + \frac{15,2 \times 0,795^3}{3} - 0,63 \frac{0,795^3}{15,2} = 3,823 \text{ cm}^4$$

distancia del centro del cable hasta el centro de gravedad de la sección  $a_c$

$$a_c = (h_{\text{cable}}/2) + \bar{y} = (20,3/2) + 25,43 = 35,58 \text{ cm}$$

distancia del centro del cable hasta el centro de corte de la sección  $a_s = a_c + y_o$

$$y_o = \frac{t_{f1}}{2} + \frac{h_o I_{y2}}{I_y} - \bar{y} = \frac{0,56}{2} + \frac{45,678 \times 232,66}{396,55} - 25,43 = 1,65 \text{ cm}$$

$$a_s = 35,58 + 1,65 = 37,23 \text{ cm}$$

La resistencia elástica a pandeo torsional con giro restringido es

$$P_{eCAT} = \frac{E_p^2 E (C_w + I_y a_s^2)}{(k_z L_{b\text{interior}})^2} + GJ \frac{(10)^{-1}}{r_x^2 + r_y^2 + a_c^2}$$

$$P_{eCAT} = \frac{E_p^2 \times 200.000 (200.616 + 396,55 \times 37,23^2)}{(1 \times 365)^2} + 77.200 \times 3,823 \frac{(10)^{-1}}{19,264^2 + 3,367^2 + 35,58^2} = 692,3 \text{ kN}$$

$$P_{eCAT} = 692,3 \text{ kN}$$

### Cálculo de la Tensión Nominal de pandeo flexional para secciones sin elementos esbeltos ( $F_{nt}$ )

Con la columna sometida a fuerza axial constante la mayor relación  $f_u/F_y$  se ubica en la sección ubicada en el extremo inferior. siendo  $f_{u1}$  la tensión media requerida  $f_{u1} = P_u/A_{gi}$

$$F_e = \frac{P_{eCAT}}{A_{gi}} (10) = \frac{692,3}{30,2} \times 10 = 229,24 \text{ MPa} \quad (F_y/F_e) = (355/229,24) = 1,55 < 1,5^2 = 2,25$$

luego corresponde usar expresión (5.3-20b) ( Expresión (E.3-2a) del CIRSOC 301-2017)

$$F_{n1} = F_{cr} = \phi_c \left( 0,658^{F_y / F_e} \right) F_y = \left( 0,658^{1,55} \right) \times 355 = \underline{185,6 \text{ MPa}}$$

### Cálculo del factor multiplicador de la tensión nominal de pandeo $g_{n1}$

Se determina  $g_{n1}$  con la tensión requerida  $f_{um\acute{a}x}$  en la ubicación de la sección donde se determinó  $F_{n1}$

$$f_{um\acute{a}x} = (P_u / A_{g1}) 10 = (50,3 / 30,2) \times 10 = \underline{16,66 \text{ MPa}}$$

$$g_{n1} = (F_{n1} / f_{um\acute{a}x}) = (185,6 / 16,66) = \underline{11,14}$$

### Ubicación de la sección crítica y cálculo del factor de reducción por pandeo local Q

Del cálculo realizado para el pandeo flexional en el plano se observa que la sección crítica es la sección donde  $(h/t_w) = 131$  (**sección donde  $k_c$  es cercano al valor límite inferior de 0,35**)

De los cálculos realizados anteriormente:

- Para el ala exterior  $Q_s = 0,787$

- Para el ala interior  $Q_s = 0,972$

-  $Q_a$  se determina en función de la esbeltez del alma

En la sección considerada  $l_w = h/t_w = 131$

De Tabla **B.4-1a** (Caso 5) para alma de columna armada ] comprimida

$$l_r = 1,49 \sqrt{E/F_y} \quad l_r = 1,49 \sqrt{200.000/355} = 35,4 < l_w = 131 \text{ luego el alma es esbelta}$$

Según Sección **E.7.2** de CIRSOC 301-2017 (Expresión **(E.7-16)**)  $Q_a = A_e/A_g$

$A_{g3} = 34,04 \text{ cm}^2$  (según Tabla 5-1)

$A_{eff} = (A_{fe} + A_{fi}) + b_e t_w$

$$b_e = 1,91 t \sqrt{\frac{E}{f_u}} \left[ 1 - \frac{0,34}{\phi_c} \sqrt{\frac{E}{f_u}} \frac{b}{t} \right] \quad [\text{CIRSOC 301-2017 Ec. (E.7-17)}]$$

Con  $f_u$  en la sección de  $l_w = 131$  y  $g_{n1}$  determinado anteriormente, se determina la tensión  $f$  actuando en el ancho efectivo

$$f_u = 10 P_u / A_{g3} = 10 \times 50,3 / 34,04 = 14,78 \text{ MPa}$$

$$f = g_{n1} f_u = 11,14 \times 14,78 = \underline{164,65 \text{ MPa}}$$

$$b_e = 1,91 \times 0,32 \sqrt{\frac{200.000}{164,65}} - \frac{0,34}{131} \sqrt{\frac{200.000}{164,65}} = 19,38 \text{ cm} \quad b = 42 \text{ cm}$$

$$A_{eff} = 15,2 \times (0,56 + 0,795) + 19,38 \times 0,32 = 26,80 \text{ cm}^2$$

$$Q_a = A_{eff}/A_{g3} = 26,80/34,04 = 0,787 \quad \underline{Q_a = 0,787} \quad [\text{CIRSOC 301-2017 Ec.(E.7-16)}]$$

- Determinación de **Q**

Si **ambas alas están comprimidas** bajo una sollicitación combinada, **Q<sub>s</sub>** es el menor de los determinados para las alas

$$Q_s \text{ para el ala exterior } Q_s = 0,787$$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,787 \times 0,787 = 0,619 \quad \underline{Q = 0,619} \text{ (ambas alas comprimidas)}$$

Si el **ala exterior está traccionada** bajo una sollicitación combinada, **Q<sub>s</sub>** es el determinado para el ala **interior**

$$Q_s \text{ para el ala interior } Q_s = 0,972$$

$$Q = Q_s \cdot Q_a = 0,972 \times 0,787 = 0,765 \quad \underline{Q = 0,765} \text{ (ala exterior traccionada)}$$

- Determinación de **(f<sub>u</sub> / Q F<sub>y</sub>)** en el **sección con I<sub>w</sub> = 131** de la columna

- Para casos de carga donde el **ala interior está comprimida** como es el caso de **compresión axial y momento nulo** se debe usar **Q = 0,584**
- Para casos donde el ala **exterior está traccionada** bajo **carga combinada de compresión y flexión** (como es el caso del Ejemplo 5.8) se debe usar **Q = 0,721**  
Si no se conoce previamente la distribución de tensiones bajo combinación de compresión y flexión se tomará conservadoramente el valor menor de **Q**

$$(f_u / Q F_y) = 14,78 / 0,765 \times 355 = \underline{0,0544}$$

### Determinación de la Resistencia Nominal a Pandeo torsional con giro restringido

Se determina para el **caso de que el ala exterior esté traccionada** para su utilización en las ecuaciones de interacción del Ejemplo 5.8

$$\text{En la sección crítica } Q = 0,765 \quad A_g = 34,04 \text{ cm}^2$$

$$F_e = \frac{P^2 E}{\frac{\pi^2 I_x}{L^2}} = 10 P_{eCAT} / A_g = 10 \times 692,3 / 34,04 = 203,40 \text{ MPa}$$

$$l_e = \sqrt{\frac{F_y}{F_e}} = \sqrt{\frac{355}{203,40}} = 1,32$$

Para determinar la tensión crítica de pandeo flexional se aplica Sección E.7 del CIRSOC 301-2017

$$l_e \sqrt{Q} = 1,32 \sqrt{0,765} = 1,155 < 1,5 \quad Q(F_y / F_e) = 0,765 \times 1,32^2 = 1,333$$

corresponde Expresión (E.7-2a) CIRSOC 301-2017

$$F_{cr} = Q_c \frac{F_y}{F_e} = 0,658 \frac{355}{203,40} = 0,765 \times (0,658^{1,333}) \times 355 = 155,5 \text{ MPa}$$

$$P_n = F_{cr} A_g (10)^{-1} = 155,5 \times 34,04 \times 0,1 = \underline{529,4 \text{ kN}}$$

**Relación Resistencia Requerida/Resistencia de Diseño para Pandeo torsional con giro restringido en la ubicación de la mayor relación ( $f_u / Q F_y$ )**

$$(P_u / f P_n) = (50,3 / 0,85 \times 529,4) = \underline{0,1118}$$

### (C) RESISTENCIA A PANDEO FLEXIONAL FUERA DEL PLANO

Por comparación con los resultados obtenidos en el Ejemplo 5.2 es evidente que el **pandeo flexional fuera del plano es menos crítico** que el **pandeo torsional con giro restringido**.

Si ello no fuera evidente se deberá verificar el pandeo flexional fuera del plano siguiendo el procedimiento realizado en el Ejemplo 5.2 con las propiedades seccionales del Ejemplo 5.6. Se debe analizar por separado la situación para la longitud no arriostrada mayor (inferior) y para la menor (superior).

### (D) RESISTENCIA DE DISEÑO DE LA COLUMNA

Para la condición columna sometida a compresión axil uniforme los Estados Límites analizados son:

- Pandeo flexional en el plano
- Pandeo torsional con giro restringido
- Pandeo flexional fuera del plano

El resumen de las Resistencias Nominales a compresión axil ( $P_n$ ) y la relación Resistencia Requerida/Resistencia de Diseño ( $P_u / f P_n$ ) ambas a compresión axil es el siguiente:

Estado Límite	Resistencia de Nominal a compresión axil $P_n$ (kN)	Relación( $P_u/fP_n$ )
Pandeo flexional en el plano	853,8	0,0693
Pandeo torsional con giro restringido	<u>529,4</u>	0,1118

Del cuadro anterior se observa que el **Estado Límite Crítico es el Pandeo torsional con giro restringido.**

La **Resistencia de Diseño** de la columna a compresión axil ( $fP_n$ ) es:

$$P_d = fP_n = 0,85 \times 529,4 = \underline{450 \text{ kN}}$$

#### EJEMPLO 5.7.- Viga de altura variable con alas desiguales y arriostamiento unilateral

**Enunciado:** Determinar la Resistencia de Diseño a flexión del miembro de sección doble te de del Ejemplo 5.6, indicado en la Figura 5-9. Las Resistencias Requeridas a flexión incluyendo efectos de Segundo Orden se indican en la Figura 5-9.

**Material:** Acero F36 :  $F_y = 355 \text{ MPa}$   $F_u = 510 \text{ MPa}$

**Dimensiones:** Ala izquierda (exterior) : # 152x5,6 (mm) (6"x7/32")

Ala derecha (interior) : # 152x7,95 (mm) (6"x5/16")

Espesor del alma: 3,2 mm (1/8")

Altura del alma: linealmente variable de 30 cm a 60 cm

Longitud total de la columna: 365 cm

Arriostramientos: el ala exterior está arriestrada por un cabio a 230cm del extremo inferior

el ala interior no está arriestrada

Altura del cabio: 20,3 cm

Dos agujeros de diámetro 18mm (para bulones diámetro 16mm) en el ala exterior en el punto de arriostramiento.

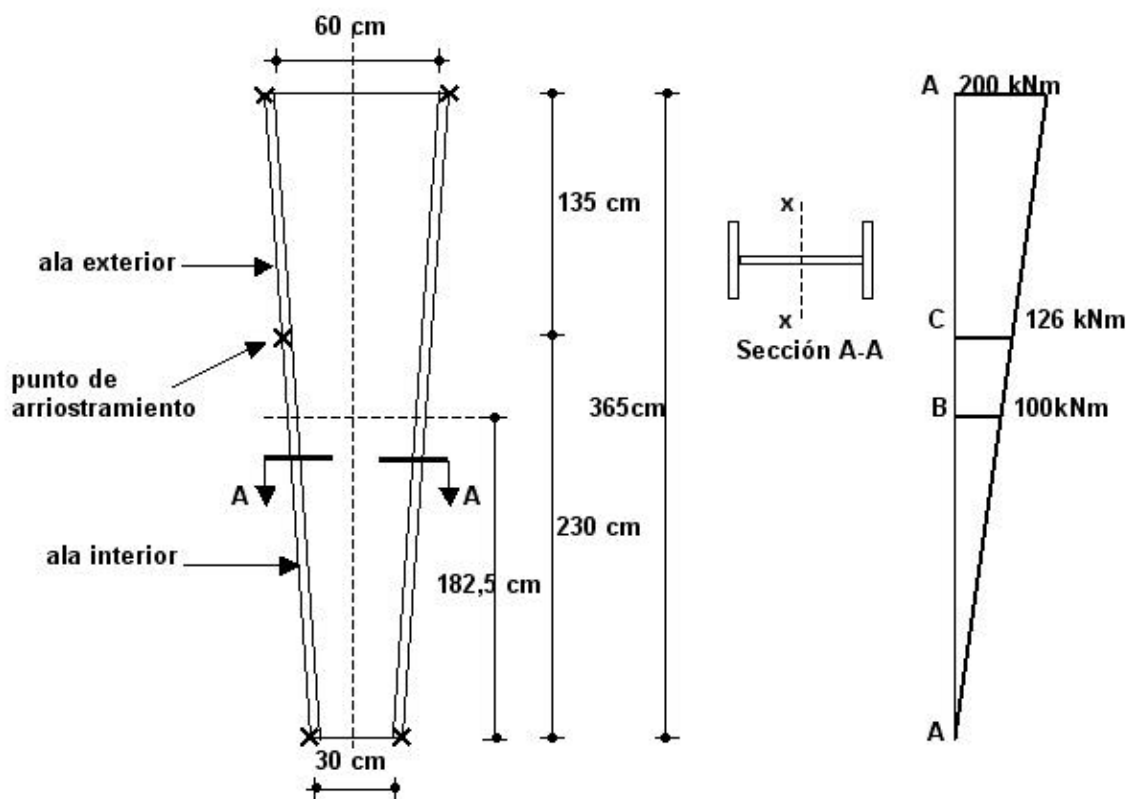


Figura 5-9. Miembro de altura variable sometido a flexión del Ejemplo 5.7

Tabla 5-4. Propiedades de la sección. Momentos Elastico y Plástico		
sección en extremo superior	h	60 cm
	$S_{xc}$	887,5 cm <sup>3</sup>
	$S_{xt}$	747,3 cm <sup>3</sup>
	$Z_x$	903,1 cm <sup>3</sup>
	$M_{xc}$	315,1 kNm
	$M_{xt}$	265,3 kNm
	$M_p$	320,6 kNm
Sección en punto de arriostamiento	h	48,9 cm
sección en mitad de la luz	$S_{xc}$	620,52 cm <sup>3</sup>
	$S_{xt}$	510,77 cm <sup>3</sup>
	$M_{xc}$	220,3 kNm
	$M_{xt}$	181,40 kNm
	$M_p$	221,1 kNm
sección en extremo inferior	h	30 cm
$S_{xc}$ está referida al ala interior; $S_{xt}$ está referida al ala exterior		

Se analizan los siguientes Estados Límites:

- Fluencia en el ala traccionada
- Pandeo lateral-torsional
- Pandeo local del ala comprimida
- Rotura del ala traccionada en la sección de agujeros para bulones

No es necesario analizar el Estado Límite de fluencia del ala comprimida por ser el ala traccionada mas pequeña que el ala comprimida (sección de simple simetría)

**(A) ESTADO LÍMITE DE PANDEO LATERAL-TORSIONAL. LONGITUD LATERALMENTE NO ARRIOSTRADA INTERIOR (L<sub>B</sub>= 365 CM)**

**Esbeltez del alma**

Se verifica la **esbeltez del alma** en las secciones ubicadas en la **mitad** y en el **extremo superior** de la longitud lateralmente no arriostrada. **No** es necesario verificar la sección ubicada en el **extremo inferior** por ser el Momento flector **nulo** en esa sección.

- **En la mitad de la longitud lateralmente no arriostrada**

$\bar{y}_c = 20,93 \text{ cm}$  (distancia desde la fibra comprimida extrema (interior) al centro de gravedad de la sección)

$$h_c = 2(\bar{y}_c - t_{fc}) = 2(20,93 - 0,795) = 40,27 \text{ cm}$$

$$\frac{h_c}{t_w} = \frac{40,27}{0,32} = 125,9$$

$\bar{y}_p = 17,72 \text{ cm}$  (distancia desde la fibra comprimida extrema (interior) al eje neutro plástico de la sección)

$$h_p = 2(\bar{y}_p - t_{fc}) = 2(17,72 - 0,795) = 33,85 \text{ cm}$$

De **Tabla 5-4**

$$M_{xt} = 181,40 \text{ kNm}$$

$$M_{xc} = 220,30 \text{ kNm}$$

$$M_p = 221,00 \text{ kNm}$$

Con las especificaciones de la **Tabla B.4-1b** del CIRSOC 301-2017 (Caso 17) se determinan los límites de la relación ancho-espesor del alma para secciones doble te de simple simetría compactas y no compactas para flexión.

$$l_{pw} = \frac{(h_c / h_p) (\sqrt{E / F_y})}{[0,54 (M_p / M_{x\min}) - 0,09]^2} \quad l_{pw} = \frac{(40,27 \text{ cm} / 33,85) \sqrt{200.000 \text{ MPa} / 355 \text{ MPa}}}{[0,54 (221 \text{ kNm} / 181,40 \text{ kNm}) - 0,09]^2} = 87,56$$



$$l_{rw} = 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 5,70 \sqrt{\frac{200.000\text{MPa}}{355\text{MPa}}} = 135,3$$

Resulta  $l_{pw} = 87,56 < l_{rw} = 135,3$  luego se utiliza  $l_{pw} = 87,56$

- En el extremo superior de la longitud lateralmente no arriostrada

$\bar{y}_c = 28,05 \text{ cm}$  (distancia desde la fibra comprimida extrema (interior) al centro de gravedad de la sección)

$$h_c = 2(\bar{y}_c - t_{fc}) = 2(28,05 - 0,795) = 54,5 \text{ cm}$$

$$\frac{h_c}{t_w} = \frac{54,5}{0,32} = 170,3$$

$\bar{y}_p = 25,24 \text{ cm}$  (distancia desde la fibra comprimida extrema (interior) al eje neutro plástico de la sección)

$$h_p = 2(\bar{y}_p - t_{fc}) = 2(25,24 - 0,795) = 48,84 \text{ cm}$$

De Tabla 5-4

$$\begin{aligned} M_{xt} &= 265,30 \text{ kNm} \\ M_{xc} &= 315,10 \text{ kNm} \\ M_p &= 320,60 \text{ kNm} \end{aligned}$$

Con las especificaciones de la Tabla B.4-1b del CIRSOC 301-2017 (Caso 17) se determinan los límites de la relación ancho-espesor del alma para secciones doble te de simple simetría compactas y no compactas para flexión.

$$l_{pw} = \frac{(h_c / h_p) (\sqrt{E / F_y})}{[0,54 (M_p / M_{x\text{mín}}) - 0,09]^2} \quad l_{pw} = \frac{(54,5\text{cm} / 48,84) \sqrt{200.000\text{MPa} / 355\text{MPa}}}{[0,54 (320,6\text{kNm} / 265,3\text{kNm}) - 0,09]^2} = 83,69$$

$$l_{rw} = 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 5,70 \sqrt{\frac{200.000\text{MPa}}{355\text{MPa}}} = 135,3$$

Resulta  $l_{pw} = 83,69 < l_{rw} = 135,3$

**Conclusión:**

- En la sección a la mitad de la longitud no arriostrada  $87,56 < (h / t_w) = 125,9 < 135,3$  el alma es no compacta
- En la sección del extremo superior de la longitud no arriostrada  $135,3 < (h / t_w) = 170,9$  el alma es esbelta

### Cálculo de $R_{pc}$ y $R_{pg}$

Para determinar la Resistencia Nominal a flexión para el Estado Límite de Pandeo Lateral-torsional es necesario calcular el Factor de Plastificación del alma  $R_{pc}$  y el Factor de Pandeo del alma  $R_{pg}$ .

- En la sección ubicada en la **mitad de la longitud no arriostrada**

Siendo el alma **no compacta** se aplica la Sección 5.4 de esta Recomendación y la Sección F.4 del CIRSOC 301-2017.

Cuando  $(I_{yc} / I_y) > 0,23$  y Cuando  $(h_c / t_w) > l_{pw}$

$$R_{pc} = \frac{M_p}{M_{xc}} - \frac{\alpha M_p}{\zeta M_{xc}} - 1 \frac{\alpha}{\zeta} \frac{l - l_{pw}}{l_{rw} - l_{pw}} \leq 1 \quad [(5.4-5), \text{CIRSOC 301-2017 (F.4-9b)}]$$

$$R_{pc} = \frac{221,1 \text{ kNm}}{220,3 \text{ kNm}} - \frac{\alpha 221,1}{\zeta 220,3} - 1 \frac{\alpha}{\zeta} \frac{125,9 - 87,56}{135,3 - 87,56} = 1,00 \leq 1 \quad \frac{221,1}{220,3} = 1,00$$

Luego :  $R_{pc} = 1,00$

Por ser el alma no compacta  $R_{pg} = 1,00$

- En la sección ubicada en el **extremo superior de la longitud no arriostrada**

Siendo el alma **esbelta** se aplica la Sección F.5 del CIRSOC 301-2017

$$R_{pc} = 1,00$$

$$R_{pg} = 1 - \frac{a_w}{1200 + 300a_w} \frac{\alpha h_c}{\zeta t_w} - 5,70 \sqrt{\frac{E}{F_{crf}}} \leq 1,0 \quad [(5.4-5), \text{CIRSOC 301-2017 (F.5-6)}]$$

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} \leq 10 \quad a_w = \frac{54,5 \text{ cm} \times 0,32 \text{ cm}}{15,2 \text{ cm} \times 0,795 \text{ cm}} = 1,443 \leq 10$$

Por simplicidad se adopta  $F_{crf} = F_y$

$$R_{pg} = 1 - \frac{1,443}{1200 + 300 \times 1,443} \frac{\alpha 54,5}{\zeta 0,32} - 5,70 \sqrt{\frac{200.000}{355}} \leq 0,97 \leq 1,0$$

Luego:

$$R_{pg} = 0,97$$

### Determinación de la Resistencia Nominal a Pandeo Lateral-torsional $M_n$

Se determina la Resistencia Nominal para el Estado Límite de Pandeo Lateral-torsional de un miembro con una simple variación lineal de altura de alma, con las especificaciones de la Sección 5.4.3.

En primer lugar con lo especificado en la Sección F.4 del CIRSOC 301-2017 se determina la tensión elástica de Pandeo Lateral-torsional  $F_{eLTB}$  con  $C_b = 1,0$  para la sección de máxima tensión por flexión utilizando las propiedades de la sección ubicada en la mitad de la longitud lateralmente no arriostrada. Para secciones doble te  $c = 1,0$

$$F_{cr} = (F_{eLTB})_{Cb=1} = \frac{1,0p^2E}{\frac{\pi^2 L_b^2}{r_t^2}} \sqrt{1 + 0,078 \frac{1,0J}{S_{xc} h_o} \frac{\pi L_b}{r_t}} \quad [(5.4-10); \text{CIRSOC 301-2017 Ec.}(F.4-5)]$$

donde:

$$h_o = 45\text{cm} + 0,5(0,56\text{cm} + 0,795\text{cm}) = 45,678 \text{ cm}$$

$$h_c = 40,27 \text{ cm (previamente determinada)}$$

$$a_w = \frac{h_c t_w}{b_{fc} t_{fc}} = \frac{40,27\text{cm} \times 0,32\text{cm}}{15,2\text{cm} \times 0,795\text{cm}} = 1,066$$

$$r_t = \frac{b_{fc}}{\sqrt{12 \frac{h_o}{d} + \frac{a_w h^2}{6 h_o d}}} \quad [(5.4-11); \text{CIRSOC 301-2017 Ec.}(F.4-10)]$$

$$r_t = \frac{15,2\text{cm}}{\sqrt{12 \frac{45,678\text{cm}}{46,355\text{cm}} + \frac{1,066 (45\text{cm})^2}{6 \cdot 45,678\text{cm} \times 46,355\text{cm}}}} = 4,082\text{cm}$$

$$S_{xc} = 620,52 \text{ cm}^3$$

$J = 0$  (porque el alma es esbelta en algunas secciones a lo largo de la longitud no arriostrada)

$$(F_{eLTB})_{Cb=1} = \frac{1,0p^2 \times 200.000\text{MPa}}{\frac{\pi^2 (365\text{cm})^2}{(4,082\text{cm})^2}} \sqrt{1 + 0,078 \frac{1,0J \times 0}{620,52\text{cm}^3 \times 40,27\text{cm}} \frac{\pi \cdot 365}{4,082}} = 246,88 \text{ MPa}$$

Se ubica la sección con máxima tensión de compresión por flexión.

Para el caso de altura del miembro linealmente variable y un diagrama de momentos flectores linealmente variable con momento nulo en el extremo mas pequeño (efectos P-d pequeños) la máxima tensión normal por flexión ocurre en la sección de mayor altura (extremo superior)

$$f_{\text{máx}} = (M_u/S_{xc}) = (200 \text{ kNm}/887,5 \text{ cm}^3) \times 10^3 = 225,35 \text{ MPa}$$

Se calcula el factor multiplicador de pandeo elástico  $(g_{eLTB})_{Cb=1}$  con  $C_b = 1,0$

$$(g_{eLTB})_{Cb=1} = \frac{(F_{eLTB})_{Cb=1}}{f_{m\acute{a}x}} = \frac{246,88\text{MPa}}{225,35\text{MPa}} = 1,096$$

### Verificación de Resistencia en la sección del extremo superior de la longitud lateralmente no arriostrada

Se calcula la Resistencia Nominal a flexión para el Estado Límite de Pandeo Lateral-torsional en el extremo superior de la longitud no arriostrada. Se selecciona la Ecuación aplicable para determinar la Resistencia Nominal a flexión  $M_n$  en base a la siguiente relación donde  $f_u = f_{m\acute{a}x}$

$$\frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} \cdot f_u}{F_y} = \frac{1,096 \times 225,35\text{MPa}}{355\text{MPa}} = 0,696$$

Cuando  $(S_{xt} / S_{xc})^3 \leq 0,7$

$F_L$  = el menor valor de  $(F_{yt} - F_r)$  ó  $F_{yw}$ . (MPa) [(5.4-14); CIRSOC 301-2017(F.4-6a)  
 $F_r$  = tensión residual de compresión en ala = **69 MPa** para secciones laminadas; **114 MPa** para secciones soldadas.

$$F_L = 355\text{MPa} - 114\text{MPa} = 241 \text{ MPa} \quad (F_L/F_y) = (241 \text{ MPa}/355\text{MPa}) = 0,679$$

Siendo  $8,2 > \frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} \cdot f_u}{F_y} = 0,696 > \frac{F_L}{F_y} = 0,679$  y siendo el **alma esbelta** corresponde aplicar la Ecuación (5.4-19) (Pagina 82)

$$M_n = C_b R_{pg} R_{pc} M_{xc} \left[ 1 - \frac{F_L}{R_{pc} F_y} \right] \sqrt{\frac{F_y}{(g_{eLTB})_{Cb=1} f_u} - 1,1} \leq R_{pg} R_{pc} M_{xc} \sqrt{\frac{F_y}{F_L} - 1,1}$$

#### • Determinación de $C_b$

Se determina el factor  $C_b$  con las especificaciones de la Sección 5.4.1 para el diagrama de Momentos flectores indicado en la Figura 5-9.

$$f_o = 0 \text{ kNm} \quad f_{mid} = 10^3 M_u / S_{xc} = 10^3 \times 100 \text{ kNm} / 620,52 \text{ cm}^3 = 161,16 \text{ MPa}$$

$$f_2 = 10^3 M_u / S_{xc} = 10^3 \times 200 \text{ kNm} / 887,5 \text{ cm}^3 = 225,35 \text{ MPa}$$

$$\text{Siendo } |f_{mid}| = 161,16 > \left| \frac{f_o + f_2}{2} \right| = \left| \frac{0 + 225,35}{2} \right| = 112,68$$

$$\text{resulta } f_1 = 2 f_{mid} - f_2 = 2 \times 161,16 - 225,35 = 96,96 \text{ MPa} \quad (5.4-2)$$

$$C_b = 1,75 - 1,05 \frac{f_1}{f_2} + 0,3 \frac{f_1}{f_2} \leq 2,3 \quad (5.4-1)$$

$$C_b = 1,75 - 1,05 \frac{96,96}{225,35} + 0,3 \frac{96,96}{225,35} = 1,36 < 2,3$$

- **Determinación de la Resistencia Nominal a Pandeo Lateral-torsional en el extremo superior del miembro**

$$M_n = 1,36 \times 0,97 \times 1 \times 315,1 - \frac{241}{1 \times 355} \frac{P \sqrt{1,096 \times 225,35}}{P \sqrt{\frac{355}{241} - 1,1}} - 1,1 = 284,48 \text{ kNm} < 0,97 \times 315,1 = 305,6$$

**M<sub>n</sub> = 284,48 kNm**

- **Verificación de la relación de Resistencia en el extremo superior del miembro**

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{200 \text{ kNm}}{0,9 \times 284,48 \text{ kNm}} = 0,78 \quad (\text{VERIFICA})$$

**Verificación de Resistencia a Pandeo Lateral-torsional en la sección ubicada en la mitad de la longitud lateralmente no arriostrada**

La tensión por flexión es:

$$f_u = 10^3 M_u / S_{xc} = 10^3 \times 100 \text{ kNm} / 620,52 \text{ cm}^3 = 161,16 \text{ MPa}$$

Se selecciona la Ecuación aplicable para determinar la Resistencia Nominal a flexión  $M_n$  en base a la siguiente relación con el  $f_u$  correspondiente

$$\frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} \cdot f_u}{F_y} = \frac{1,096 \times 161,16 \text{ MPa}}{355 \text{ MPa}} = 0,498$$

Siendo  $\frac{(g_{eLTB})_{Cb=1} \cdot f_u}{F_y} = 0,498 < \frac{F_L}{F_y} = 0,679$  y siendo que el miembro tiene un alma esbelta corresponde aplicar la Ecuación (5.4-20) (Pagina 82)

$$M_n = C_b R_{pg} (g_{eLTB})_{Cb=1} f_u S_{xc} (10)^3 \leq R_{pg} M_{xc} \quad (5-4-20)$$

$C_b$	= 1,36	(determinado previamente)
$(g_{eLTB})_{Cb=1}$	= 1,096	(determinado previamente)
$f_u$	= 161,16 MPa	(determinado previamente)
$S_{xc}$	= 620,52 cm <sup>3</sup>	(de Tabla 5-4)

$$R_{pg} = 1,00 \quad (\text{determinado previamente})$$

$$M_{xc} = 220,3 \text{ kNm} \quad (\text{de Tabla 5-4})$$

$$M_n = 1,36 \times 1,0 \times 1,096 \times 161,16 \times 620,52 \times (10)^{-3} = 149,06 \text{ kNm} < 1,0 \times 220,3 \quad (5-4-20)$$

$$\underline{M_n = 149,06 \text{ kNm}}$$

- Verificación de la relación de Resistencia en la sección ubicada a la mitad de la longitud no arriostrada del miembro

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{100 \text{ kNm}}{0,9 \times 149,06 \text{ kNm}} = 0,745 \quad (\text{VERIFICA})$$

### Conclusión:

La Resistencia a Pandeo Lateral-torsional está definida por el extremo superior del miembro al ser en esa sección mayor la relación de Resistencia Requerida a Resistencia de Diseño.  $(M_u/M_d) = 0,78$

### (B) ESTADO LÍMITE DE DE FLUENCIA DEL ALA TRACCIONADA

De acuerdo a lo especificado en la Sección F.4.4 del CIRSOC 301-2017 y en la Sección 5.4.5 de esta Recomendación si  $S_{xt} < S_{xc}$  la Resistencia Nominal para el Estado Límite de Fluencia del ala traccionada se determina por:

$$M_n = R_{pt} M_{xt} (10)^{-3} \quad [\text{CIRSOC 301-2017 Ec (F.4-14)}]$$

$$M_n = R_{pt} F_y S_{xt} (10)^{-3} \quad (5.4-25)$$

- Sección ubicada en la mitad de la longitud no arriostrada

$$S_{xt} = 510,77 \text{ cm}^3 \quad (\text{de Tabla 5-4})$$

En la mitad de la longitud lateralmente arriostrada el Factor de Plastificación  $R_{pt}$  depende de los siguientes parámetros:

$$l_w = (h_c/t_w) = 125,9 \quad l_{pw} = 87,56 \quad l_{rww} = 135,3 \quad (\text{determinados previamente})$$

$$\text{Siendo } l_{pw} = 87,56 < l_w = 125,9 < l_{rww} = 135,3$$

Corresponde utilizar

$$R_{pt} = \frac{M_p}{M_{xt}} - \frac{M_p}{M_{xt}} - 1 \frac{l_w - l_{pw}}{l_w - l_{pw}} \frac{M_p}{M_{xt}} \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(F.4-15b)}] (5.4-27)$$

$$R_{pt} = \frac{221,1}{181,4} - \frac{221,1}{181,4} - 1 \frac{125,9 - 87,56}{135,3 - 87,56} = 1,04 < \frac{221,1}{181,4} = 1,219$$

Corresponde usar:

$$R_{pt} = 1,04$$

Luego:  $M_n = 1,04 \times 355 \text{ MPa} \times 510,77 \times (10)^3 = \underline{188,60 \text{ kNm}}$

- Sección ubicada en el extremo superior de la longitud no arriostrada

$$S_{xt} = 747,3 \text{ cm}^3 \text{ (de Tabla 5-4)}$$

En el extremo superior de la longitud lateralmente arriostrada el Factor de Plastificación  $R_{pt}$  depende de los siguientes parámetros:

$$l_w = (h_c/t_w) = 170,3 \quad l_{rwv} = 135,3 \quad \text{(determinados previamente)}$$

Siendo  $l_w = 170,3 > l_{rwv} = 135,3 \quad R_{pt} = 1,00$

$$M_n = R_{pt} F_y S_{xt} (10)^3 = 1,0 \times 355 \text{ MPa} \times 747,3 \text{ cm}^3 \times 10^{-3} = \underline{265,3 \text{ kNm}} \quad (5.4-25)$$

### (C) ESTADO LÍMITE DE PANDEO LOCAL DEL ALA COMPRIMIDA

- Sección ubicada en la mitad de la longitud no arriostrada

La elección de la Ecuación aplicable depende de la esbeltez del ala

$$(b_f/2t_f) = (15,2/2 \times 795) = 9,56$$

De Tabla **B.4-1b** del CIRSOC 301-2017 (Caso 12)

$$l_{pf} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 9,02$$

$$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{k_c E}{F_L}} = 0,95 \sqrt{\frac{0,35 \times 200.000}{241}} = 16,20$$

siendo  $k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{45/0,32} = 0,337 < 0,35$  se utiliza  $k_c = 0,35$   
 $F_L = 241 \text{ MPa}$

Siendo  $l_{pf} = 9,02 < l_f = 9,56 < l_{rf} = 16,2$  ala **no compacta**

corresponde aplicar la Ecuación (5.4-22)

$$M_n = R_{pg} \left[ R_{pc} M_{xc} - (R_{pc} M_{xc} - F_L S_{xc} 10^{-3}) \left( \frac{(b_f/2t_f) - 0,38 \sqrt{E/F_y}}{0,95 \sqrt{k_c E/F_L} - 0,38 \sqrt{E/F_y}} \right) \right] \quad (5.4-22)$$

$R_{pg} = 1,0 \quad R_{pc} = 1,0 \quad F_L = 241 \text{ MPa}$  (determinadas previamente)

$$M_n = 1,0 \times 1,0 \times 220,3 - (1 \times 220,3 - 241 \times 620,52 \times 10^{-3}) \frac{9,56 - 9,02}{16,2 - 9,02} = 215 \text{ kNm}$$

$$\underline{M_n = 215 \text{ kNm}}$$

- **Sección ubicada en el extremo superior de la longitud no arriostrada**

La elección de la Ecuación aplicable depende de la esbeltez del ala

$$(b_f/2t_f) = (15,2/2 \times 795) = 9,56$$

De Tabla **B.4-1b** del CIRSOC 301-2017 (Caso 12)

$$l_{pf} = 0,38 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 0,38 \sqrt{\frac{200.000}{355}} = 9,02$$

$$l_{rf} = 0,95 \sqrt{\frac{k_c E}{F_L}} = 0,95 \sqrt{\frac{0,35 \times 200.000}{241}} = 16,20$$

siendo  $k_c = 4 / \sqrt{h/t_w} = 4 / \sqrt{60/0,32} = 0,292 < 0,35$  se utiliza  $k_c = 0,35$

$$F_L = 241 \text{ MPa}$$

Siendo  $l_{pf} = 9,02 < l_f = 9,56 < l_{rf} = 16,2$  ala **no compacta**

corresponde aplicar la Ecuación (5.4-22)

$$M_n = R_{pg} R_{pc} M_{xc} - (R_{pc} M_{xc} - F_L S_{xc} 10^{-3}) \frac{(b_f/2t_f) - 0,38 \sqrt{E/F_y}}{0,95 \sqrt{k_c E/F_L} - 0,38 \sqrt{E/F_y}} \quad (5.4-22)$$

$$R_{pg} = 0,97 \quad R_{pc} = 1,0 \quad F_L = 241 \text{ MPa} \quad (\text{determinadas previamente})$$

$$M_n = 0,97 \times 1,0 \times 315,1 - (1 \times 315,1 - 241 \times 887,5 \times 10^{-3}) \frac{9,56 - 9,02}{16,2 - 9,02} = 298,3 \text{ kNm}$$

$$\underline{M_n = 298,3 \text{ kNm}}$$

#### (D) ESTADO LÍMITE DE ROTURA DEL ALA TRACCIONADA

Para determinar la Resistencia Nominal a flexión para el Estado Límite de Rotura del ala traccionada en la sección con agujeros para bulones ubicada en la unión del cabo de arriostramiento se utilizan las especificaciones de la Sección **F.13.1** del CIRSOC 301-2017.

Si  $F_u A_{fn} < Y_t F_y A_{fg}$  es aplicable el Estado Límite

Si  $F_u A_{fn} \geq Y_t F_y A_{fg}$  No es aplicable el Estado Límite

$$Y_t = 1 \text{ si } (F_y/F_u) < 0,8 \quad (F_y/F_u) = (355 \text{ MPa}/510 \text{ MPa}) = 0,70 \text{ luego } Y_t = 1,0$$



$$A_{fg} = 15,2 \text{ cm} \times 0,56 \text{ cm} = 8,512 \text{ cm}^2$$

$$A_m = 8,512 \text{ cm}^2 - 0,56 \text{ cm} \times 2 \times (1,8 \text{ cm} + 0,2 \text{ cm}) = 6,272 \text{ cm}^2$$

$$\text{Resulta } 510 \times 6,272 = 3.199 > 3.022 = 1 \times 355 \times 8,512$$

Luego no es aplicable el Estado Límite de Rotura del ala traccionada

### (E) MÁXIMA RELACIÓN DE RESISTENCIAS A FLEXIÓN

#### Resumen de Resistencias a flexión

- **Pandeo Lateral-torsional.** (Valor gobernante en el extremo superior de la longitud no arriostrada)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{200 \text{ kNm}}{0,9 \times 284,48 \text{ kNm}} = 0,78$$

- **Fluencia del ala traccionada** (en el extremo superior de la longitud no arriostrada)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{200 \text{ kNm}}{0,9 \times 265,3 \text{ kNm}} = 0,837$$

- **Pandeo local del ala comprimida** (en el extremo superior de la longitud no arriostrada)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{200 \text{ kNm}}{0,9 \times 298,3 \text{ kNm}} = 0,745$$

- **Pandeo Lateral-torsional.** (en la sección ubicada a la mitad de la longitud no arriostrada)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{100 \text{ kNm}}{0,9 \times 149,06 \text{ kNm}} = 0,745$$

- **Fluencia del ala traccionada** (en la sección ubicada a la mitad de la longitud no arriostrada)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{100 \text{ kNm}}{0,9 \times 188,60 \text{ kNm}} = 0,59$$

- **Pandeo Local del ala comprimida.** (en la sección ubicada a la mitad de la longitud no arriostrada)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{100 \text{ kNm}}{0,9 \times 215 \text{ kNm}} = 0,517$$

**Conclusión: La Resistencia de Diseño a Flexión está gobernada por la fluencia del ala traccionada**

### EJEMPLO 5.8.- Combinación de Compresión axil y Flexión

**Enunciado:** Verificar la Resistencia de el miembro utilizado en los Ejemplos 5.6 y 5.7 para la combinación de Compresión axil y Flexión, utilizando las Resistencias Requeridas y las Resistencias de Diseño dadas y determinadas en dichos Ejemplos.

**Se utilizarán** para la verificación las especificaciones de las Secciones H.1.1 y H.2 del CIRSOC 301-2017. **No se utilizarán** las especificaciones de la Sección H.1.3 por no ser recomendable su aplicación a miembros que no sean con seccioines compactas de doble simetría.

#### Relaciones de Resistencia axil del Ejemplo 5.6

- Pandeo flexional en el plano

$$\frac{P_u}{P_d} = \frac{P_u}{f_c P_n} = \frac{50,3 \text{ kN}}{0,85 \times 853,8 \text{ kN}} = 0,0693$$

- Fuera del plano. Pandeo torsional con giro restringido

$$\frac{P_u}{P_d} = \frac{P_u}{f_c P_n} = \frac{50,3 \text{ kN}}{0,85 \times 529,4 \text{ kN}} = 0,1118$$

#### Relaciones de Resistencia a Flexión del Ejemplo 5.7

- Pandeo Lateral-torsional. (Valor gobernante en el extremo superior de la longitud no arriostrada)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{200 \text{ kNm}}{0,9 \times 284,48 \text{ kNm}} = 0,78$$

- Fluencia del ala traccionada (en el extremo superior de la longitud no arriostrada)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{200 \text{ kNm}}{0,9 \times 265,3 \text{ kNm}} = 0,837$$

- Pandeo Lateral-torsional. (en la sección ubicada a la mitad de la longitud no arriostrada)

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{100 \text{ kNm}}{0,9 \times 149,06 \text{ kNm}} = 0,745$$

- **Fluencia del ala traccionada (en la sección ubicada a la mitad de la longitud no arriostrada)**

$$\frac{M_u}{M_d} = \frac{M_u}{f_b M_n} = \frac{100 \text{ kNm}}{0,9 \times 188,60 \text{ kNm}} = 0,59$$

### SOLUCIÓN A

Con las especificaciones de la Sección **H.1.1** del CIRSOC 301-2017 y con la peor relación entre el pandeo en el plano y fuera del plano para la compresión axial y la peor relación para flexión en la longitud no arriostrada.

- El pandeo torsional con giro restringido fuera del plano controla la Resistencia a Compresión axial

$$\frac{P_u}{P_d} = 0,1118 < 0,20 \quad \text{luego corresponde usar la Ecuación (5.5-1b)}$$

$$\frac{P_u}{2 \times f_c \times P_n} + \frac{M_{ux}}{f_b \times M_{nx}} + \frac{M_{uy}}{f_b \times M_{ny}} \leq 1,0 \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec.(H.1.-1b)}](5.5-1b)$$

La Fluencia del ala traccionada en la sección del extremo superior de la longitud no arriostrada controla la Resistencia a flexión.

Luego:

$$\frac{0,1118}{2} + [0,837 + 0] = 0,893 < 1,0 \quad \text{VERIFICA}$$

### SOLUCIÓN B

Con las especificaciones de la Sección **H.2** del CIRSOC 301-2017 se seleccionan las secciones que pueden ser críticas y se verifican con las Tensiones Requeridas y las Tensiones de Diseño determinadas con las propiedades de las secciones seleccionadas.

#### Verificación en la sección inferior de la longitud no arriostrada

$$f_{ua} = \frac{P_u}{A_g} \cdot 10 = \frac{50,3 \text{ kN}}{30,2 \text{ cm}^2} \times 10 = 16,66 \text{ MPa}$$

$$F_{da} = \frac{f_c P_n}{A_g} \cdot 10 = \frac{0,85 \times 529,4 \text{ kN}}{30,2 \text{ cm}^2} \times 10 = 149 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dbx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dby}} \leq 1,0 \quad [\text{desde CIRSOC 301,2017, Ec.(H.2-1)}](5.5-5)$$

Siendo nulo el momento son nulas las tensiones por flexión

$$\frac{16,66}{149} + 0 + 0 = 0,112 < 1,0 \quad \text{VERIFICA}$$

### Verificación en la sección ubicada en la mitad de la longitud no arriostrada

$$h = 45 \text{ cm} \quad A_g = 35 \text{ cm}^2 \quad S_{xc} = 620,52 \text{ cm}^3 \quad S_{xt} = 510,77 \text{ cm}^3$$

- Se verifica el ala comprimida por flexión

La Resistencia Axil es gobernada por el pandeo torsional con giro restringido. La Resistencia a Flexión es gobernada por el Pandeo Lateral-torsional.

$$f_{ua} = \frac{P_u}{A_g} \cdot 10 = \frac{50,3 \text{ kN}}{35 \text{ cm}^2} \cdot 10 = 14,37 \text{ MPa}$$

$$F_{da} = \frac{f_c P_n}{A_g} \cdot 10 = \frac{0,85 \times 529,4 \text{ kN}}{35 \text{ cm}^2} \cdot 10 = 128,6 \text{ MPa}$$

$$f_{ubx} = \frac{M_{ux}}{S_{xc}} \cdot 10^3 = \frac{100 \text{ kNm}}{620,52 \text{ cm}^3} \cdot 10^3 = 161,16 \text{ MPa}$$

$$F_{dbx} = \frac{f_b M_{nx}}{S_{xc}} \cdot 10^3 = \frac{0,9 \times 149,06 \text{ kNm}}{620,52 \text{ cm}^3} \cdot 10^3 = 206,23 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dbx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dby}} \leq 1,0 \quad [\text{desde CIRSOC 301,2017, Ec.(H.2-1)}](5.5-5)$$

$$\frac{14,37}{128,6} + \frac{161,16}{206,23} + 0 = 0,893 < 1,0$$

**VERIFICA**

- Se verifica el ala traccionada por flexión

La Resistencia Axil es gobernada por el pandeo torsional con giro restringido. La Resistencia a Flexión es gobernada por la Fluencia del ala traccionada.

$$f_{ubx} = \frac{M_{ux}}{S_{xt}} \cdot 10^3 = \frac{100 \text{ kNm}}{510,77 \text{ cm}^3} \cdot 10^3 = 195,78 \text{ MPa}$$

$$F_{dbx} = \frac{f_b M_{nx}}{S_{xc}} \cdot 10^3 = \frac{0,9 \times 188,60 \text{ kNm}}{510,77 \text{ cm}^3} \cdot 10^3 = 332,32 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dbx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dby}} \leq 1,0 \quad [\text{desde CIRSOC 301,2017, Ec.(H.2-1)}](5.5-5)$$

$$\frac{14,37}{128,6} + \frac{195,78}{332,32} + 0 = 0,48 < 1,0$$

**VERIFICA**

### Verificación en la sección ubicada en el extremo superior de la longitud no arriostrada

$$h = 60 \text{ cm} \quad A_g = 39,8 \text{ cm}^2 \quad S_{xc} = 887,5 \text{ cm}^3 \quad S_{xt} = 747,3 \text{ cm}^3$$

- Se verifica el ala comprimida por flexión

La Resistencia Axil es gobernada por el pandeo torsional con giro restringido. La Resistencia a Flexión es gobernada por el Pandeo Lateral-torsional.

$$f_{ua} = \frac{P_u}{A_g} \cdot 10 = \frac{50,3\text{kN}}{39,8\text{cm}^2} \times 10 = 12,64 \text{ MPa}$$

$$F_{da} = \frac{f_c P_n}{A_g} \cdot 10 = \frac{0,85 \times 529,4\text{kN}}{39,8\text{cm}^2} \times 10 = 113,06 \text{ MPa}$$

$$f_{ubx} = \frac{M_{ux}}{S_{xc}} \cdot 10^3 = \frac{200\text{kNm}}{887,5\text{cm}^3} \times 10^3 = 225,35 \text{ MPa}$$

$$F_{dbx} = \frac{f_b M_{nx}}{S_{xc}} \cdot 10^3 = \frac{0,9 \times 284,48\text{kNm}}{887,5\text{cm}^3} \times 10^3 = 288,49 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dbx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dby}} \leq 1,0 \quad \text{[desde CIRSOC 301,2017, Ec.(H.2-1)](5.5-5)}$$

$$\frac{12,64}{113,06} + \frac{225,35}{288,48} + 0 = 0,893 < 1,0$$

**VERIFICA**

- Se verifica el ala traccionada por flexión

La Resistencia Axil es gobernada por el pandeo torsional con giro restringido. La Resistencia a Flexión es gobernada por la Fluencia del ala traccionada.

$$f_{ubx} = \frac{M_{ux}}{S_{xt}} \cdot 10^3 = \frac{200\text{kNm}}{747,3\text{cm}^3} \times 10^3 = 267,63 \text{ MPa}$$

$$F_{dbx} = \frac{f_b M_{nx}}{S_{xc}} \cdot 10^3 = \frac{0,9 \times 265,3\text{kNm}}{747,3\text{cm}^3} \times 10^3 = 319,51 \text{ MPa}$$

$$\frac{f_{ua}}{F_{da}} + \frac{f_{ubx}}{F_{dbx}} + \frac{f_{uby}}{F_{dby}} \leq 1,0 \quad \text{[desde CIRSOC 301,2017, Ec.(H.2-1)](5.5-5)}$$

$$\frac{12,64}{113,06} + \frac{267,63}{319,51} + 0 = 0,726 < 1,0$$

**VERIFICA**



# CAPÍTULO 6

## PROYECTO DE PÓRTICOS

Las siguientes secciones presentan temas relevantes para el proyecto de pórticos que estén parcial o enteramente compuestos por miembros de altura variable. Se hace énfasis en las configuraciones comunes en la construcción metálica, pero esta información sigue siendo aplicable a los miembros fabricados que sean similares.

Se da a los proyectistas una considerable libertad con respecto a los métodos de Análisis Estructural a emplear, y está más allá del alcance de esta Recomendación explorar a fondo todas las posibilidades. Las siguientes secciones abordan muchas de las cuestiones que afectan a la exactitud de los Análisis de Primero y Segundo orden, pero no prescriben un procedimiento detallado a seguir. Independientemente del enfoque de Análisis seleccionado, la exactitud de la técnica de Análisis deberá ser confirmada por la comparación con los resultados de problemas de referencia, tales como aquellos planteados en el Apéndice C.

### 6.1.- ANÁLISIS DE PRIMER ORDEN DE PÓRTICOS

En la práctica, la gran mayoría de pórticos con miembros de altura variable se analizan usando un software informático en lugar de técnicas manuales. Aunque los miembros prismáticos son modelados con precisión con elementos de viga ordinarios en modernos software informático de rigidez directa, los miembros de altura variable deben ser modelados con elementos especiales de altura variable o bien deben subdividirse en un número mayor de elementos prismáticos más cortos para poder representar con precisión el comportamiento del miembro de altura variable.

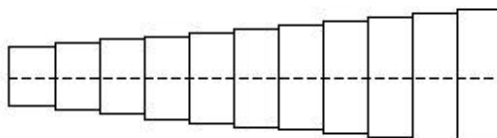
En la producción industrial, el proyecto de pórticos con miembros de altura variable suele ser realizado utilizando software especializados que incorporan un tipo de elemento desarrollado específicamente para modelar los miembros de altura variable. Estos elementos suelen hacer uso de técnicas de integración numérica para proporcionar buenos resultados, pero aproximados, para los coeficientes de rigidez de miembros y las reacciones de apoyo. La precisión de estos elementos varía y depende de la formulación de los elementos y la precisión con la que el elemento se subdivide internamente en la integración numérica. En el Apéndice C se proporcionan ejemplos de referencia con coeficientes de rigidez calculados con precisión.

Alternativamente, un miembro de altura variable puede ser modelado en un Análisis matricial plano usando una serie de elementos prismáticos cortos, como se muestra en la Figura 6-1, con propiedades que representan las propiedades promedio del miembro de altura variable dentro de la longitud de cada elemento corto. La exactitud de tal modelado mejora con una mayor subdivisión del miembro de altura variable y finalmente converge al comportamiento real del miembro de altura variable al adoptar un número suficientemente aceptable de elementos cortos.

Varias cuestiones adicionales en el modelado informático surgen de las propiedades de los miembros de altura variable con tamaños de alas desiguales.

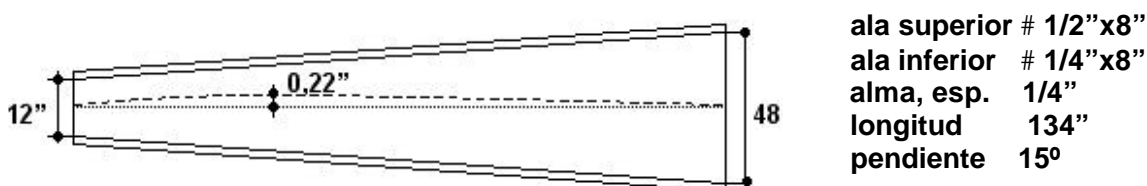
El eje de gravedad de un miembro de este tipo no se encuentra en la mitad de la altura. Este cambio de eje deberá tenerse en cuenta en el modelo informático. Además, un miembro de

sección doble Te de altura variable con áreas de alas desiguales no tiene un eje centroidal recto. El eje se curva hacia el ala más grande.



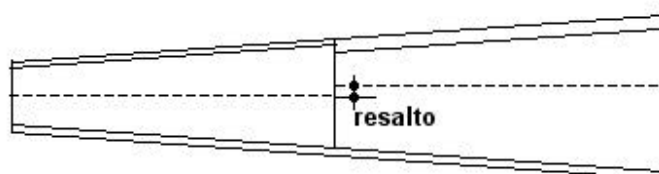
**Figura 6-1. Miembro de altura variable modelado como una serie de elementos prismáticos**

La Figura 6-2 ilustra un caso típico. Con un ángulo de pendiente de  $15^\circ$ , la curvatura del eje mostrado es equivalente a una excentricidad de aproximadamente  $L / 600$ . Cuando actúa sobre el miembro una fuerza de compresión axial  $P$ , esta curvatura provoca momentos flectores adicionales iguales a  $P$  veces el desplazamiento del eje curvo en relación a una recta que una los extremos del miembro. Estos momentos adicionales causan deformaciones transversales adicionales hacia el ala más pesada, lo que incrementa los momentos  $P-d$  de Segundo Orden a lo largo de la longitud de miembro. El uso de numerosos segmentos más cortos para modelar el miembro representará esta curvatura si los nudos en el extremo de cada elemento están situados en el eje centroidal, en lugar de a lo largo de una línea recta entre los extremos del miembro.



**Figura 6-2. Eje centroidal curvo de miembro de altura variable de simple simetría**

En los miembros de sección doble Te de altura variable con diferentes tamaños de ala, donde se juntan en el modelo las transiciones de sección, hay por lo general un desplazamiento en la ubicación teórica de los ejes de gravedad, tal como se muestra en la Figura 6-3. Estos desplazamientos pueden ser de varios centímetros. Esta discontinuidad puede ser manejada introduciendo un elemento de enlace corto entre los centros de gravedad, o desplazando cada eje ligeramente para unirse en un punto común.



**Figura 6-3. Resalto del eje centroidal por cambio de placas de ala**



Los miembros primarios en pórticos metálicos suelen estar unidos entre sí mediante uniones extremas de chapa abulonadas. Para fines del Análisis, las uniones típicas de chapa extremas de altura completa generalmente se consideran uniones de momento totalmente restringidas (tipo TR). Las uniones de altura parcial o de chapa delgada se utilizan algunas veces como uniones simples y por lo tanto se tratan como articulaciones en el modelo de Análisis, a pesar de que contribuyen con rigidez rotacional al sistema.

Los niveles de tensión de corte de las vigas son típicamente bajos en pórticos de acero debido a que las secciones utilizadas son relativamente altas pues la flexión determina el proyecto. En consecuencia, los efectos de las deformaciones por corte generalmente no se incluyen en el Análisis. Los proyectistas deben ser concientes de aquellas situaciones en donde las deformaciones por corte puedan contribuir sustancialmente a las deformaciones, como en el caso de viga cortas y muy cargadas, y tenerlas en cuenta donde sean relevantes.

En el modelo de análisis se debe hacer una hipótesis sobre la rigidez de la región de la unión de momento donde las vigas y las columnas se cruzan. Estos paneles nodales normalmente son considerados tan rígidos o aún más rígidos que los miembros que se unen en ellos, suponiendo que los paneles no están sometidos a pandeo por corte. Algunas técnicas de modelado posibles son: continuar con la rigidez de los miembros en el punto de intersección o incorporar un enfoque más avanzado utilizando rigideces calculadas del panel nodal. Dado la gran rigidez y las longitudes cortas de estas regiones, los efectos de esta elección sobre los desplazamientos del pórtico y sobre la distribución global de las fuerzas son generalmente de menor importancia. La suposición de una zona de panel nodal rígido puede ser algo no conservador.

Aunque el uso de columnas empotradas en su base puede resultar en un ahorro de costos para los pórticos de miembros de altura variable, por razones de economía general del proyecto, las bases de columnas suelen ser proyectadas como articulaciones. La restricción parcial de las placas base de la columna se puede incluir en el modelo de análisis a través del uso de resortes lineales o no lineales según el caso, siempre que la respuesta momento-rotación se puede cuantificar. Eroz y otros (2008) presentan sugerencias detalladas para el modelado de detalles de base de columna articulada usando un resorte equivalente con rotación elasto-perfectamente plástica.

En algunos casos, en particular pórticos con vigas largas y columnas cortas, la distribución de fuerzas y momentos puede ser sensible a los movimientos laterales causados por el empuje de las reacciones de apoyo en las bases de las columnas exteriores. Durante el proceso de proyecto, los proyectistas de estructuras de acero no tienen conocimiento de los detalles de las bases que se utilizarán para sostener los pórticos y por lo tanto generalmente suponen en el Análisis que los apoyos son rígidos en las direcciones verticales y lateral. Por esta razón, es recomendable para los proyectistas de las fundaciones mantener bajas las tensiones en los elementos que resisten el movimiento lateral de los apoyos (Newman, 2004).

## **6.2.- ANÁLISIS DE SEGUNDO ORDEN DE PÓRTICOS**

Aunque la obtención de resultados precisos del Análisis de Primer Orden no es difícil con un poco de atención a los detalles señalados en la Sección 6.1, se necesita mucho más cuidado en la elección del método, los detalles de la ejecución, y el modelado estructural para obtener resultados precisos del Análisis de Segundo Orden.

La primera medida de un Análisis de Segundo Orden exitoso es la exactitud de los desplazamientos nodales y de las reacciones de apoyo calculadas. Todos los métodos numéricos de cálculo de los desplazamientos y las fuerzas de Segundo Orden se vuelven cada vez más inexactos a mayor nivel de carga axial. Para estructuras con niveles relativamente altos de carga axial en relación a la carga de pandeo en el plano de la estructura o miembro, la influencia tanto de los efectos **P-D** como **P-d** es importante y debe ser incluida de alguna forma en el Análisis para obtener precisos desplazamientos nodales y reacciones. Dependiendo del tipo de método de Segundo Orden que se utiliza, esto se puede hacer a través de la subdivisión de los elementos de viga y columna en un número suficiente de elementos más pequeños o bien con la inclusión directa de los efectos **P-d** en la formulación de la matriz de rigidez. Se recomienda que las pruebas de exactitud se centren en los desplazamientos nodales, porque las reacciones resultantes y las verificaciones de los miembros tienden a ser tanto o más precisos que los desplazamientos a partir de los cuales se calculan.

Pueden obtenerse resultados precisos de los efectos **P-d** sobre los miembros entre sus nudos, ya sea directamente desde el modelo de análisis o por la aplicación de un amplificador adecuado. El familiar factor  $B_1$  (véase la Ecuación (4.6-3a)) es un ejemplo de un amplificador de este tipo. Para los miembros prismáticos, las formulaciones "exactas" de los efectos **P-d** están disponibles para varias condiciones de carga con apoyos extremos ideales empotrados o articulados. Para los miembros con alma de altura variable no se encuentran disponibles soluciones exactas y prácticas aún para esas ideales condiciones extremas. Por lo tanto, deben utilizarse otros enfoques para el problema.

Cuando se utiliza el método de la Longitud Efectiva (**MLE**), la subdivisión de los miembros de manera que  $(P_u / P_{ei})$  para cada elemento sea menor o igual a **0,02** dará lugar a solicitaciones internas en los miembros suficientemente precisas de manera que no sea necesario el uso de ningún amplificador  $B_1$  u otro tipo de cálculo. Del mismo modo, cuando se utiliza el método de Análisis Directo (**MAD**), el límite apropiado es  $(P_u / \overline{P_{ei}}) \leq 0,02$ , donde  $\overline{P_{ei}}$  es la carga de pandeo del elemento con extremos articulados y con el uso de las rigideces elásticas reducidas del modelo de Análisis **MAD**. En las secciones 4.6.1 y 4.6.2 se sugieren varios procedimientos para los casos en que este nivel de subdivisión no resulta deseable y los momentos internos **P-d** de los elementos no se contabilicen en los cálculos de alguna otra manera.

Se han desarrollado y están en uso varios métodos de solución para el Análisis de Segundo Orden. Los ingenieros deben ser conscientes de las limitaciones del software que están utilizando. Se necesita una evaluación comparativa a fondo para verificar el número necesario de elementos por miembro para el peor de los casos de condiciones de apoyo del mismo (véase el Apéndice C), y luego ese número de elementos por miembro puede emplearse con confianza para el Análisis general. Esas características de programación del Análisis de Segundo Orden en el software también deben tener en cuenta las cuestiones de eficiencia en la ejecución y la computación. El siguiente es un breve resumen de las limitaciones y problemas de aplicación de varios procedimientos ampliamente utilizados de Análisis de Segundo Orden.

### 6.2.1.- Análisis sólo de efectos P-D

Muchos de los procedimientos comúnmente usados para el Análisis de Segundo Orden, tales como el método de cargas laterales ficticias, el método iterativo de cargas gravitatorias, y el

método de la rigidez negativa (Chen y Lui, 1991), incluyen sólo los efectos **P-D**. La mayoría de estos métodos especializados fueron desarrollados para proporcionar soluciones convenientes para los sistemas de pórticos rectangulares y no han demostrado ser precisos con el espectro completo de geometrías encontradas en los edificios. Sin embargo, el Eurocode 3 (CEN, 2005) permite el uso de tales métodos para pórticos con vigas inclinadas cuando la pendiente de la cubierta no supera los **26°**, aunque requiere que  $P_u < 0,09P_{eL}$  en las vigas usando toda su longitud en pendiente de columna a columna para el cálculo de  $P_{eL}$ . Al realizar un análisis con el **MAD**, se debe garantizar que  $P_u \leq 0,09\overline{P_{eL}}$ . Para los casos que no se cumple el límite de  $0,09P_{eL}$  o  $0,09\overline{P_{eL}}$ , la rigidez de la viga se puede calcular conservadoramente de la manera descrita en la Sección 6.2.5. Las soluciones de análisis sólo **P-D** utilizando el método iterativo de carga gravitatoria o inclusión directa de los términos de rigidez geométrica **P-D** en la matriz de rigidez son suficientemente generales para manejar geometrías de pórticos metálicos sin la limitación de la pendiente de la cubierta.

En los niveles más altos de carga axil en relación a la carga de pandeo del miembro o a la carga de pandeo del pórtico que se encuentran en algunos pórticos, los métodos solo **P-D** pueden no determinar deformaciones nodales o reacciones exactas a menos que las vigas y columnas se subdividan en un número suficiente de elementos de longitud más corta. En algunos casos, tal subdivisión se producirá naturalmente como resultado de definir los lugares en los que ocurren cambios de pendiente o de dimensiones de placas. De lo contrario, se deben introducir los nudos y los elementos adicionales para mantener un nivel razonable de precisión. Las siguientes recomendaciones aseguran que se logrará una precisión del 5% para los desplazamientos nodales y de un 3% para las solicitaciones internas para niveles de carga de hasta el **68%** de la carga de pandeo elástico en todos los casos de nudos desplazables y hasta un 66% de la carga de pandeo elástico en todos los casos de nudos indesplazables para las cargas y condiciones de vínculo más exigentes. Estos límites máximos corresponden a relaciones de desplazamiento lateral ( $D_{2do} / D_{1ro}$ ) de más de **3,0**, y relaciones de desplazamiento transversal de miembros no desplazables ( $d_{2do} / d_{1ro}$ ) y relaciones de rotación de apoyo ( $q_{2do} / q_{1ro}$ ) de más de **2,0**, donde  $D$ ,  $d$  y  $q$  son calculados utilizando la rigidez nominal para el **MLE** y la rigidez reducida para el **MAD**. Si se desea un límite más alto o más bajo para el nivel de carga axil, estas recomendaciones se pueden ajustar de acuerdo con estudios similares a los realizados por Guney y White (2007). Se supone que los efectos internos **P-d** a lo largo de las longitudes de los elementos se manejan mediante los procedimientos discutidos en el punto 2 de la sección 4.6.1 (**MLE**) o el punto 2 de la sección 4.6.2 (**MAD**).

La Tabla 6-1 se puede utilizar como una guía para seleccionar la cantidad de segmentos a subdividir para soluciones **P-D** en columnas resistentes a carga lateral con apoyos articulados. Dado un valor calculado para  $(P_u / P_{eL})$  o  $(P_u / \overline{P_{eL}})$  o equivalentemente  $(1 / g_{eL})$  o  $(1 / \overline{g_{eL}})$ , el número necesario de elementos por miembro se selecciona de forma tal que no se supere el límite máximo de  $(P_u / P_{eL}) = (1 / g_{eL})$  o  $(P_u / \overline{P_{eL}}) = (1 / \overline{g_{eL}})$  en la primera columna de la tabla. Ver los Comentarios al CIRSOC 301-2017, Sección C-C.2.1 donde se indican condiciones para desprestigiar los efectos **P-d** en columnas de pórticos a nudos desplazables y no desplazables.

<b>Tabla 6-1. Subdivisión de miembros para columnas a nudos desplazables con bases articuladas, para Análisis solo P-D</b>		
Máximo $P_u/P_{eL}$ o $P_u/\overline{P_{eL}}$	Número de elementos requeridos	Máximo $P_u/P_{cr}$ o $P_u/\overline{P_{cr}}$
0,05	1	0,20
0,12	2	0,50
0,17	3	0,68

La Tabla 6-2 proporciona información similar a la Tabla 6-1 para los casos de miembros resistentes a carga lateral que tienen restricción de rotación considerable en ambos extremos, por ejemplo, a través de bases empotradas y / o uniones de momento TR con correas o vigas adyacentes. Condiciones de restricción con una rigidez rotacional equivalente de por lo menos **1,5 (IE / L)** para el **MLE**, o **1,5 (0.8EI' / L)** para el **MAD**, se suponen para el extremo de un miembro para que se considere una restricción rotacional considerable, donde **I'** se define con la Ecuación (4.5-4).

<b>Tabla 6-2. Subdivisión de miembros para columnas a nudos desplazables con restricción rotacional en sus extremos superior e inferior, para Análisis solo P-D</b>		
Máximo $P_u/P_{eL}$ o $P_u/\overline{P_{eL}}$	Número de elementos requeridos	Máximo $P_u/P_{cr}$ o $P_u/\overline{P_{cr}}$
0,12	1	0,24
0,23	2	0,24
0,31	3	0,38
0,47	4	0,51
0,58	5	0,62
0,68	6	0,68

La Tabla 6-3 proporciona información equivalente para la subdivisión de vigas y columnas arriostradas contra la traslación en sus extremos superior e inferior.

La tercera columna en cada una de estas tablas da el valor máximo de  $P_u/P_{cr}$  (o  $P_u/\overline{P_{cr}}$ ) que se puede lograr mientras se mantenga el 5% de precisión en los desplazamientos nodales y 3% de precisión en las fuerzas internas, donde  $P_{cr}$  es la fuerza axil en el sistema de pandeo elástico usando el **MLE** basado en la rigidez nominal elástica de la estructura y  $\overline{P_{cr}}$  es la fuerza axil correspondiente usando el **MAD** basado en la rigidez elástica reducida. Los valores máximos de  $P_u/P_{cr}$  (o  $P_u/\overline{P_{cr}}$ ) no necesariamente se corresponden con la misma carga crítica y las condiciones de borde con los valores máximos de  $P_u/P_{eL}$  o  $P_u/\overline{P_{eL}}$ . El número requerido de elementos debe seleccionarse en base a los valores de  $P_u/P_{eL}$  o  $P_u/\overline{P_{eL}}$  del miembro que figuran en la primera columna de las tablas.

Las columnas con nudos desplazables que soportan momentos por cargas gravitatorias importantes deberán satisfacer tanto la tabla 6-2 como la Tabla 6-3.

Tabla 6-3. Subdivisión de miembros para vigas y columnas a nudos no desplazables, para Análisis solo P-D		
Máximo $P_u/P_{eL}$ o $P_u/P_{eL}$	Número de elementos requeridos	Máximo $P_u/P_{cr}$ o $P_u/P_{cr}$
0,05	1	0,05
0,20	2	0,12
0,36	3	0,19
0,50	4	0,24
0,61	5	0,31
0,67	6	0,38
1,18	7	0,45
1,35	8	0,51
2,12	9	0,57
2,42	10	0,62
2,65	11	0,66

En algunos casos, la subdivisión requerida resultante de los cambios en las dimensiones de las placas de alas o alma, o en la pendiente, será suficiente para satisfacer los requisitos anteriores. Si ello no ocurre, deberán introducirse en el modelo nudos y elementos adicionales. Se pueden encontrar discusiones más amplias y antecedentes de los cuadros anteriores en Guney y White (2007).

Las Tablas 6-1 a 6-3 se basan principalmente en los estudios de miembros de pórticos prismáticos que tienen una amplia gama de cargas y condiciones de vínculo. Se aplican a geometrías no prismáticas suponiendo que la rigidez elástica de los miembros no prismáticos están representados con el menor error en el Análisis de Segundo Orden.

### 6.2.2.- Análisis utilizando elementos que incluyen tanto los efectos P-D y como P- $\delta$ en la formulación

Los resultados precisos del Análisis de Segundo Orden se pueden lograr con un menor número de elementos cuando se tienen en cuenta los efectos de **P-D** y **P-d** directamente en los elementos de las matrices de rigidez de la estructura. Esto se puede lograr mediante la formulación de las ecuaciones de rigidez de los elementos del pórtico tomando en cuenta los efectos de los momentos **P-d** y **P-D**. En este caso, los términos adicionales de la **rigidez geométrica** de elementos se incluyen con los términos de rigidez **P-D** del elemento en cada paso del análisis. Usando estos tipos de elementos, la rigidez de la estructura depende en detalle del nivel específico de fuerza axial en cada elemento del modelo. Esto puede ser contrastado con el comportamiento **P-D** de pórticos rectangulares, donde la rigidez lateral depende sólo de la carga vertical total en cada piso, en lugar de sobre la distribución de esta carga a las diferentes columnas. Sin embargo, debido a que cada término de la matriz de rigidez del elemento es proporcional a la carga axial del elemento, la solución converge luego que las cargas axiales en los miembros se estabilizan. Las fuerzas axiales de los elementos convergen suficientemente después de la solución de Primer Orden para la mayoría de los pórticos metálicos utilizados en la práctica. Un enfoque en el que las iteraciones se detienen después de la segunda iteración se describe como el "método iterativo de dos ciclos" por Chen y Lui (1991).

Usando términos de rigidez geométrica basada en los desplazamientos de elementos cúbicos, todas las columnas desplazables sometidas principalmente a fuerzas en sus extremos generarán errores de desplazamiento lateral de no más del 5% y errores de momento de no más de 3% para relaciones  $P_u/P_{cr}$  o  $P_u/\overline{P_{cr}}$  de hasta 0,83 sin ningún tipo de subdivisión. Los miembros sin desplazamiento lateral no necesitan ser subdivididos en más de dos elementos para lograr  $P_u/P_{cr}$  o  $P_u/\overline{P_{cr}}$  hasta 0,66, en comparación con un máximo de 11 elementos cuando se usan soluciones solo **P-D** para los problemas del peor caso con relaciones  $P_u/P_{eL}$  o  $P_u/\overline{P_{eL}}$  (véase la tabla 6-3). El uso de un solo elemento es suficiente para miembros sin desplazamiento lateral en todos los casos cuando  $P_u/P_{eL} \leq 0,17$  usando la rigidez elástica nominal con el **MLE** o  $P_u/P_{eL}$  o  $P_u/\overline{P_{eL}} \leq 0,17$  usando la rigidez elástica reducida con el **MAD**.

Aunque los efectos de **P-d** sobre los **P-D** se incluyen en los tipos previos de Análisis, todavía es necesario el uso de un método como el recomendado en el punto 2 de la sección 4.6.1 (con el **MLE**) o el punto 2 de la Sección 4.6.2 (con el **MAD**) para determinar los momentos de Segundo Orden precisos entre los nudos, salvo que  $P_u/P_{ei}$  o  $P_u/\overline{P_{ei}} \leq 0,02$  para cada elemento. Si se utilizan las Ecuaciones (4.6-2) o (4.6-5) para calcular los momentos internos entre los nudos de los elementos  $P_u/P_{ei}$  o  $P_u/\overline{P_{ei}}$  deben ser menor o igual a **0,13** para asegurar que los errores en momentos sean de no más del **3%** en todos los casos.

En general, los resultados de Análisis de Segundo Orden con programas informáticos utilizando los tipos anteriores de elementos del pórtico pueden variar mucho debido a diferencias en su implementación dentro de los procedimientos globales de solución del Análisis no lineal de Pórticos. Por lo tanto, es esencial que los proyectistas hagan un control a fondo del software específico utilizado en sus proyectos. El apéndice C de esta Recomendación ofrece una serie de útiles problemas de referencia con un énfasis en el Análisis de Segundo Orden de los pórticos con miembros con almas de altura variable.

### 6.2.3.- Análisis alternativo de amplificación de resultados del Análisis de Primer Orden

White, Surovek y Kim (2007a) y White, Surovek y Chang (2007b) han demostrado que los resultados de Segundo Orden se pueden obtener a partir de un Análisis de Primer Orden mediante el uso de cargas ficticias más grandes (o más específicamente, mediante la aplicación de fuerzas de corte **P-D** correspondientes a los desplazamientos laterales de piso amplificados). Este enfoque proporciona un método confiable para el cálculo de los resultados de Segundo Orden sin la necesidad de un software capaz de realizar un Análisis de Segundo Orden. El procedimiento proporciona resultados con precisión comparable o mejor que otras técnicas de amplificación de resultados del Análisis de Primer Orden y se recomienda como una alternativa al Análisis de Primer Orden con la amplificación por los factores  $B_1$  y  $B_2$ . El método de Análisis de Primer Orden (**MAPO**) del CIRSOC 301-2017 dado en la Sección 7.2 del Apéndice 7 hace uso de una forma simplificada de este procedimiento de análisis. Sin embargo, el procedimiento más general descrito por White y otros (2007a, 2007b) da una mejor precisión y se puede utilizar ya sea para el **MLE** o para el Análisis de Segundo Orden para el **MAD**. Similar al Análisis de Primer Orden con la amplificación por los factores  $B_1$  y  $B_2$ , este enfoque se basa en una idealización de pórtico rectangular. Por lo tanto, su uso debe estar sujeto a las limitaciones que se especifican en el Eurocode 3 (CEN, 2005) y que se discutieron anteriormente en la Sección 6.2.1.

### 6.2.4.- Precisión requerida para el Análisis de Segundo Orden

Históricamente, un error máximo del 5% en defecto se ha considerado aceptable en el desarrollo y la calibración de las ecuaciones de interacción de resistencias de viga-columna en relación a las soluciones inelásticas refinadas de referencia (ASCE, 1997). En la actualidad, las ecuaciones de interacción de resistencias de viga-columna del **MLE** usadas con un Análisis elástico de Segundo Orden exacto en la verificación de interacción de resistencias de viga-columna como una unidad, puede dar lugar a errores en defecto de hasta 8% en relación con las soluciones inelásticas rigurosas para los miembros de sección doble Te doblemente simétricos sometidos a flexión alrededor del eje fuerte (Maleck y White, 2003). Además, es importante reconocer que los errores en los momentos internos calculados son generalmente mayores que los errores en la verificación de la viga-columna como una unidad, y los errores en los desplazamientos nodales calculados son generalmente mayores que los errores en los momentos nodales internos de elementos. Además, es útil reconocer que las especificaciones de proyecto típicamente permiten errores implícitos en algunas soluciones aproximadas de Análisis de Segundo Orden que son mayores al 10% bajo condiciones de carga usuales en la práctica. Por ejemplo, para una viga prismática simplemente apoyada sometida a flexión simple con momento uniforme, la ecuación de  $B_1$  del CIRSOC 301-2017 da una amplificación del momento de:

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \frac{P_u}{P_{e1}}} \approx 1,0$$

mientras que la solución exacta para la máxima amplificación elástica de Segundo Orden del momento es (Chen y Lui, 1987)

$$A_F = \sec \frac{\pi P}{2 \sqrt{P_{eL}}}$$

Para  $P_u/P_{eL} = P_u/P_{e1} = 1/g_{eL} = 0,67$  donde la amplificación exacta es  $A_F = 3,52$ ,  $B_1$  es solamente igual a  $3,0$ , o sea un error en defecto del **14,8%**. Para usar con el **MLE**, este nivel de precisión se considera aceptable. Sin embargo, el **MAD** es generalmente más sensible a los errores del análisis porque los efectos del pandeo flexional global en el plano en pórticos a nudos desplazables se trasladan del cálculo de  $g_e$ ,  $P_e$  y/o  $kL$  en la determinación de  $P_d$  en el **MLE**, al cálculo de los momentos internos amplificados de los miembros en el **MAD**. De hecho, en los casos en que el proyecto por el **MAD** está basado en  $P_n = QP_y$ , los efectos de pandeo flexional en el plano se trasladan por completo de la determinación de  $P_d$  al cálculo de los momentos internos amplificados del miembro. Por lo tanto, se necesita una menor tolerancia del error en defecto en las solicitaciones internas de Segundo Orden para un Análisis de Segundo Orden por el **MAD**. Además, es importante resaltar que los resultados del Análisis de Segundo Orden del **MAD** son mas precisos en comparación con soluciones exactas utilizando las rigideces elásticas reducidas.

Teniendo en cuenta que los momentos internos nodales son generalmente obtenidos a partir de las soluciones de un análisis matricial con una precisión igual o mejor que para los desplazamientos nodales y que las verificaciones unitarias de las solicitaciones internas de las viga-columna resultan generalmente con una precisión igual o mejor que los momentos internos, se concluye que una tolerancia del 5% en los desplazamientos nodales es aceptable para las soluciones prácticas de Análisis de Segundo Orden.

Las tolerancias aceptadas por el CIRSOC 301-2017 en relación al nivel de carga axil-carga de pandeo flexional se indican en la Sección C-C.2.1 de los Comentarios al CIRSOC 301-2017 para los proyectos realizados con el **MAD**.

### 6.2.5.- Reducción de rigidez

Como se indicó en la Sección 4.6.2, se establece en el CIRSOC 301-2017 que cuando se utiliza el **MAD**, en el Análisis de Segundo Orden es necesario reducir la rigidez de los miembros que contribuyen a la estabilidad lateral de la estructura en al menos un 20%. Esta reducción se debe aplicar a todos los elementos que contribuyen a la estabilidad de la estructura, incluyendo vigas rigidamente unidas a columnas, bases empotradas, etc. Esta reducción no se debe aplicar cuando se buscan resultados de Primer Orden, como por ejemplo, al comprobar las deformaciones bajo carga de servicio.

Como cuestión práctica, se recomienda que la rigidez de todos los miembros se reduzcan en el mismo porcentaje para el Análisis de Segundo Orden ajustando el valor del módulo de elasticidad longitudinal **E**. Además de la sencillez de aplicación del procedimiento, esto tiene la ventaja de evitar los efectos secundarios no deseados en el análisis que resulten de esta reducción de la rigidez, como los acortamientos diferenciales de columnas.

En los miembros que contribuyen a la estabilidad de la estructura, cuando el nivel de carga axil requerida  $P_u$  supera el 50% de la Resistencia Nominal por fluencia  $P_y$ , debe realizarse para el Análisis de Segundo Orden una reducción adicional  $t_b$  en la rigidez de esos miembros según lo siguiente:

$$\text{Cuando } (P_u / P_y) > 0,5 \quad t_b = 4 (P_u / P_y) [1 - (P_u / P_y)] \quad [\text{CIRSOC 301-2017, Ec. (C.2-2b)}] \\ (6.2-1)$$

donde:

$P_u$  = Resistencia Requerida a compresión axil del miembro (kN)

$P_y$  = Resistencia Nominal a compresión por fluencia =  $F_y \cdot A_g (10)^{-1}$  (kN)

Esta reducción adicional puede ser reemplazada por la aplicación en todos los niveles de la estructura de una carga ficticia horizontal de **0,001**  $Y_i$  siendo  $Y_i$  la suma de todas las cargas gravitatorias mayoradas aplicadas en el nivel considerado. Esta carga adicional será incluida en todas las combinaciones de acciones. Será adicionada a las cargas ficticias que se utilicen para considerar el efecto de las imperfecciones iniciales, cuando esa alternativa sea adoptada para tomar en cuenta dichos efectos.

### 6.2.6.- Niveles de carga para el Análisis de Segundo Orden

El Análisis de Segundo Orden es no lineal por naturaleza. Por ello los resultados válidos obtenidos para una Combinación de Carga no se pueden obtener mediante la superposición de los resultados del Análisis de Segundo Orden realizados para cada tipo de carga individual. Debe llevarse a cabo para cada Combinación de Carga un Análisis de Segundo Orden por separado. Sin embargo, si se utiliza un Análisis elástico de Primer Orden amplificando sus resultados para determinar las solicitaciones internas de Segundo Orden, los resultados de los Análisis de Primer Orden obtenidos para cada tipo de carga por separado, pueden superponerse para determinar el total de las solicitaciones de Primer Orden para cada Combinación de Carga. Posteriormente se pueden determinar los factores de amplificación



para cada combinación de carga y aplicarlos a los desplazamientos y/o solicitaciones totales de Primer Orden.

Los Análisis de Segundo Orden para el proyecto por el **MLE** o por el **MAD** deben llevarse a cabo con las cargas mayoradas para obtener solicitaciones de Segundo Orden.

### 6.2.7.- Cargas ficticias

Las cargas ficticias son cargas laterales no reales que toman en cuenta los desplomes iniciales de la estructura. En el **MAD** y en el **MLE** se calculan como un porcentaje de la carga vertical en la Combinación de Carga que se analiza o como una función de la carga y el desplazamiento lateral de primer orden en el **MAPO**. Las intensidades de las cargas ficticias y las condiciones requeridas para que deban adicionarse a otras cargas laterales se discuten en la Sección 4.6.

Para estructuras rectangulares de pisos, la carga ficticia total en cada nivel de piso o techo se calcula utilizando la sumatoria de la carga vertical introducida a ese nivel. No hay que calcular las cargas ficticias en cada nivel por la acumulación de la carga en ese nivel. **La carga ficticia se determina sólo a partir de la carga introducida en ese nivel.**

Para situaciones más complicadas, la aplicación de las cargas ficticias puede ser a veces menos sencilla. En caso de duda acerca de la aplicación de cargas ficticias, hay que tener en cuenta de que están destinadas a simular el efecto de un desplome inicial uniforme. La consideración de la visión del pórtico fuera de plomo generalmente pondrá en claro el cálculo adecuado de las cargas ficticias.

Todas las cargas ficticias se aplican en la misma dirección en cualquier Combinación de Carga analizada. Para Combinaciones de Carga únicamente gravitatorias que provocan un desplazamiento lateral determinado, las cargas ficticias deben aplicarse en el sentido en que aumenta el desplazamiento lateral. Para las estructuras con múltiples pisos o niveles y en los que los desplazamientos laterales se producen en diferentes direcciones en diferentes pisos o niveles, es necesario incluir un par de combinaciones de carga, teniendo en cuenta por separado las cargas ficticias asociadas con un desplome uniforme en cada dirección. Para Combinaciones de Carga en la que las cargas ficticias se combinan con cargas laterales, las cargas ficticias deben aplicarse en la misma dirección que las cargas laterales. Para Combinaciones de Cargas solamente gravitatorias, si no hay desplazamiento lateral de primer orden para una Combinación de Carga, como es el caso de una estructura simétrica simétricamente cargada, las Combinaciones de Carga con cargas ficticias deben ser aplicadas por separado en ambas direcciones, a menos que alguna simetría en el proyecto sea reforzada por otros medios.

La fuerza horizontal total resultante a cualquier nivel debida a las cargas ficticias es en realidad una fuerza de corte ficticia que causa los mismos momentos **P-D<sub>o</sub>** que las cargas gravitatorias reales **P** actuando con los desplomes iniciales, **D<sub>o</sub>**. Por lo tanto, las reacciones horizontales debidas a las cargas ficticias pueden restarse a las reacciones resultantes del Análisis. Sin embargo, en la práctica, esto puede crear más problemas que ventajas. Las fuerzas de corte **P-D<sub>o</sub>** físicas sí existen en columnas y/o miembros diagonales de arriostramiento en muchas estructuras, aunque la suma de estas fuerzas de corte a través de todos los miembros de un piso debe ser cero. La verdadera distribución de estas fuerzas internas sólo se puede

determinar por el modelado explícito de las imperfecciones iniciales. Por ejemplo, en la Figura 4-1, la columna resistente a carga lateral tiene una fuerza de corte adicional  $PD_o / L$  debido a cualquier desplome  $D_o$  inicial de la columna que se inclina a la derecha. Esto se equilibra con la componente horizontal de la fuerza axial en la columna sin rigidez lateral. En los casos en que puede haber significativas fuerzas físicas internas de corte  $P-D_o$ , la aproximación lograda con la carga ficticia tiende a dar una razonable estimación de las mayores fuerzas internas de corte  $P-D_o$ . En los pórticos resistentes a carga lateral, estas fuerzas de corte  $P-D_o$  tienden a ser pequeñas (pero no necesariamente insignificantes) en comparación con los otros efectos de corte y de fuerza axial.

El siguiente ejemplo ilustra el cálculo de las cargas ficticias en un pórtico con pendiente única indicado en la Figura 6-4, y suponiendo un desplome inicial de  $L/300$ .

$$N_1 = N_4 = \frac{PD_o}{L} = 45 \text{ kN} \frac{\frac{L}{300}}{L} = \frac{45}{300} = 0,15 \text{ kN}$$

$$N_2 = N_3 = \frac{PD_o}{L} = 112,5 \text{ kN} \frac{\frac{L}{300}}{L} = \frac{112,5}{300} = 0,375 \text{ kN}$$

### 6.2-8.- Desplome explícito

En lugar de las cargas ficticias, el pórtico puede ser modelado utilizando una desplome inicial uniforme. Para combinaciones de carga solamente gravitatorias, el desplome debe estar en la dirección de la inclinación de Primer Orden para la combinación de cargas considerada. Esto puede ser determinado por un análisis preliminar de Primer Orden usando la geometría sin deformar de la estructura. Para las estructuras con múltiples pisos o niveles y en las que los desplazamientos laterales se encuentran en diferentes direcciones en diferentes pisos o niveles, es necesario incluir un par de combinaciones de carga, teniendo en cuenta por separado la influencia de un desplome inicial uniforme en cada dirección. Si la estructura no tiene desplazamiento lateral por una combinación de carga gravitatoria particular, por ejemplo, una estructura simétrica con carga simétrica, se deben considerar combinaciones de carga separadas con desplomes en ambas direcciones, salvo que cualquier simetría del proyecto sea reforzada por cualquier otro medio. Para combinaciones de carga que incluyan cargas laterales, el desplome debe tomarse en la dirección de las cargas laterales.

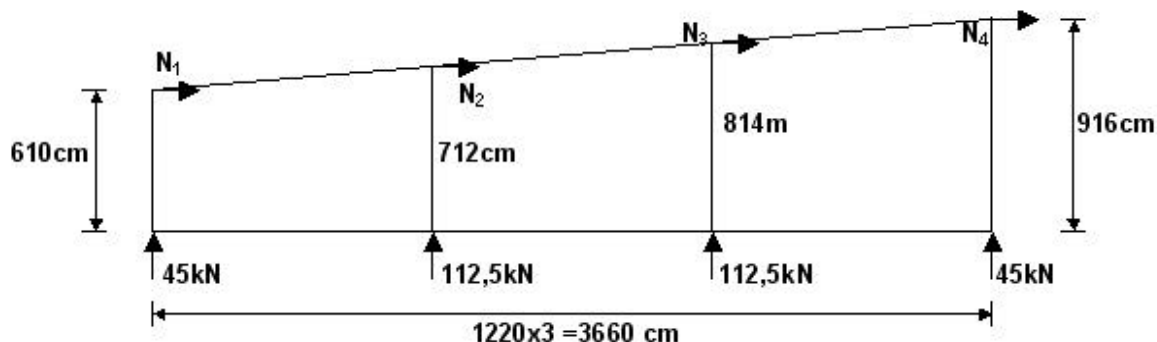
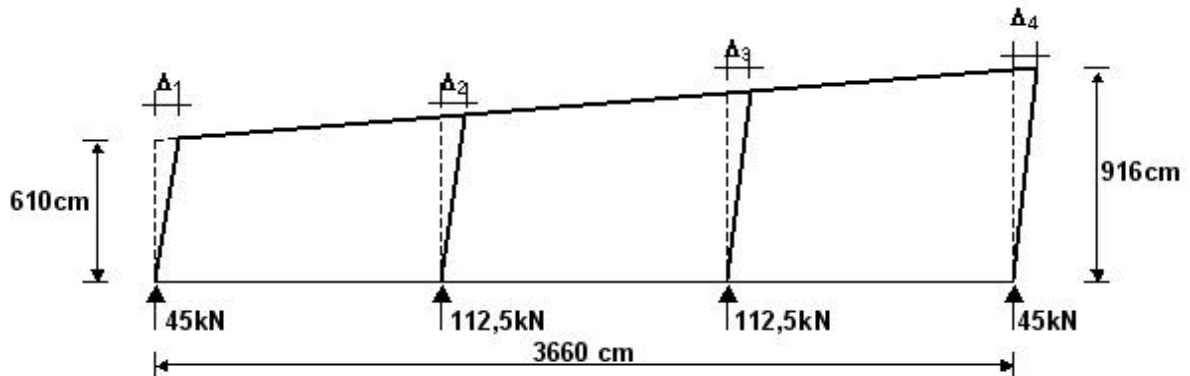


Figura 6-4. Cálculo de las cargas ficticias



**Figura 6-5. Cálculo del desplome explícito**

La magnitud del desplome de cada columna puede determinarse utilizando las pautas dadas en la Sección 4.4.3, con la altura de cada extremo superior de la columna medida desde su base. El siguiente ejemplo ilustra la cálculo del desplome para un pórtico de una sola pendiente que se muestra en la Figura 6-5, suponiendo un desplome inicial de  $L / 300$ .

$$D_1 = \frac{610 \text{ cm}}{300} = 2,03 \text{ cm}$$

$$D_2 = \frac{712 \text{ cm}}{300} = 2,37 \text{ cm}$$

$$D_3 = \frac{814 \text{ cm}}{300} = 2,71 \text{ cm}$$

$$D_4 = \frac{916 \text{ cm}}{300} = 3,05 \text{ cm}$$

La aplicación de los valores de desplome a la parte superior de las columnas, tal como se muestra en la Figura 6-5 dará lugar a pequeños cambios en las longitudes de Análisis de las vigas entre los topes de las columnas..

El CIRSOC 301-2017 permite explícitamente el uso del desplome inicial en lugar de las cargas ficticias con el **MAD**, pero no indica explícitamente que esto sea permitido para el **MLE**. Debido a que la correcta aplicación del desplome inicial da lugar a deformaciones y solicitaciones de Segundo Orden equivalentes o más precisas que las obtenidos utilizando cargas ficticias, este enfoque podría también ser utilizado para el **MLE**.

### 6.2.9.- Elementos estructurales que no aportan rigidez lateral

Las estructuras sin rigidez lateral son elementos de la estructura que soportan cargas gravitatorias pero que dependen del pórtico para su estabilidad lateral. Los ejemplos más comunes en la construcción de baja altura incluyen partes de entresijos, elementos suspendidos, y paneles de hormigón que se unen al pórtico para su estabilidad lateral, pero cuya carga gravitatoria no es tomada por el pórtico. Estos elementos incrementan las deformaciones y fuerzas de Segundo Orden y deben tenerse en cuenta en el Análisis de Segundo Orden.

Cuando se utiliza un programa de análisis de uso general, las estructuras sin rigidez lateral deben tenerse en cuenta para modelarlas conjuntamente con las otras partes del pórtico. Alternativamente en muchos casos, una estructura sin rigidez lateral compleja puede

simplificarse a una sola columna ficticia que recibe la carga gravitatoria y está articulada con el pórtico que aporta la rigidez lateral.

Los elementos que deben ser adecuadamente modelados incluyen:

- (1) La altura de la columna o columnas que representan a la estructura sin rigidez lateral.
- (2) La intensidad de la carga vertical que se estabiliza lateralmente por el pórtico.
- (3) Las cargas ficticias aportadas por la estructura sin rigidez lateral, o el desplome inicial explícito si este está siendo modelado.

El siguiente ejemplo ilustra el cálculo de la carga gravitatoria permanente (peso propio) y las cargas ficticias, conjuntamente con simplificaciones razonables del modelado para un pórtico a dos aguas que soporta lateralmente a paneles de pared de hormigón y a un techo de cobertizo adosado (ver Figura 6-6). El ancho tributario del pórtico es de 760 cm. y el desplome supuesto es  $L/500$ . Las cargas verticales y ficticias mostradas son las aportadas por el panel de Hormigón y el techo del cobertizo y se deben agregar a las cargas normalmente aplicadas en un Análisis de Primer Orden. Se utiliza la mitad del peso de los paneles de hormigón porque el centro de gravedad del peso de los paneles está a la mitad de la altura de las columnas exteriores en lugar de estar al nivel del techo.  $Y_2$  incluye sólo la mitad derecha de la carga de peso propio del techo, porque se supone que la mitad izquierda y su carga ficticia ( $N_3$ ) ya se habrán incluido en el Análisis en el lugar donde el techo se une al pórtico a dos aguas. Las cargas verticales y ficticias de la pared en el lado derecho de la estructura se han combinado en una columna ficticia para simplificar el modelo.

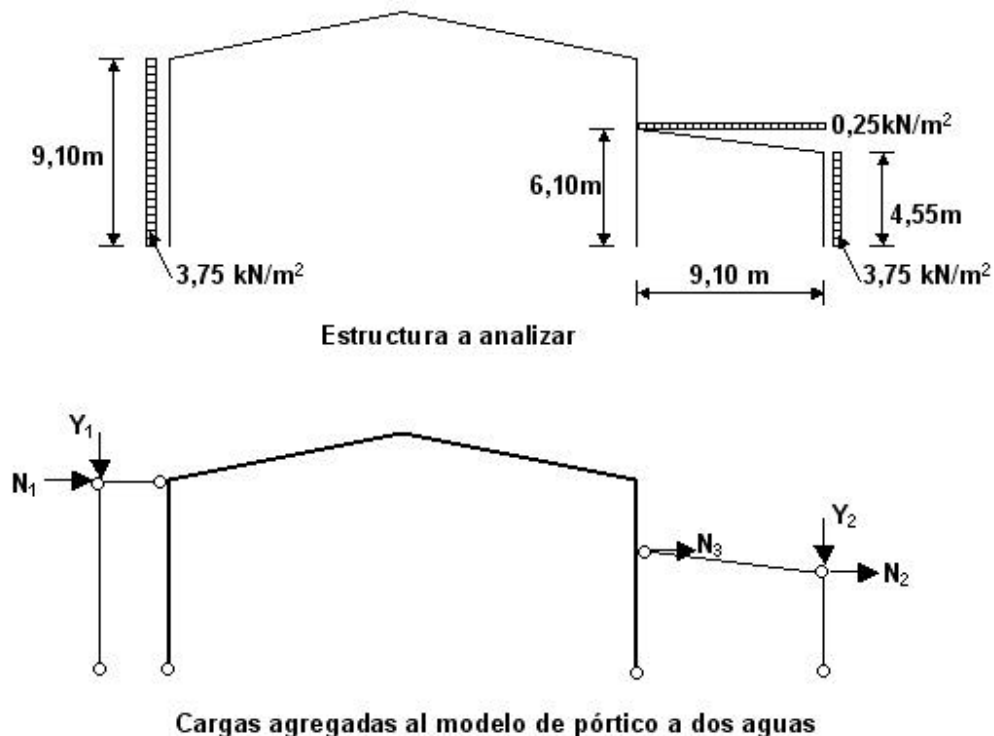


Figura 6-6. Cálculo de las cargas ficticias para estructuras sin rigidez lateral

Se adopta :

muro de hormigón: espesor= 0,15 m      peso por m<sup>2</sup>: 0,15x25kN/m<sup>3</sup>= 3,75 kN/m<sup>2</sup>  
peso propio techo cobertizo: 0,25 kN/m<sup>2</sup>  
ancho tributario = 7,60 m

Del CIRSOC 301-2017, Sección C.C.2(b):

$$Y_1 = [0,5(9,10)(7,60)(3,75)] = \mathbf{129,7 \text{ kN}}$$

$$N_1 = \mathbf{0,002} Y_1 = 0,002 \times 129,7 = \mathbf{0,26 \text{ kN}}$$

$$Y_2 = [0,5(4,55)(7,60)(3,75) + 0,5(9,10)(7,60)(0,25)] = \mathbf{73,5 \text{ kN}}$$

$$N_2 = 0,002 \times 73,5 = \mathbf{0,147 \text{ kN}}$$

$$N_3 = 0,002 Y_3 = [0,002 (0,5)(9,10)(7,60)(0,25)] = \mathbf{0,017 \text{ kN}}$$

### 6.3.- ANÁLISIS DE PÓRTICOS DE UN SOLO PISO Y UN SOLO VANO

Los pórticos de un solo piso y un solo vano, particularmente aquellos a dos aguas, difieren en algunas maneras importantes de los pórticos rectangulares supuestos en la mayoría de las especificaciones de análisis del CIRSOC 301-2017.

#### 6.3.1.- Comportamiento de pórticos de un solo piso y un solo vano

El comportamiento de la estabilidad de pórticos de un solo piso y un solo vano es claramente diferente del comportamiento de la estabilidad de los pórticos varios pisos o de los pórticos de múltiples vanos debido a los efectos **P-D** y **P-d** por la compresión axil en las vigas. En pórticos de un solo piso y de un solo vano, los momentos debidos a las cargas gravitatorias se producen en los ángulos del pórtico por los empujes axiales desde la fundación. Estos empujes axiales son típicamente de un valor similar a las fuerzas axiales de la columna. Por el contrario, en los pórticos de múltiples vanos, las columnas interiores reciben la mayor parte de las cargas gravitatorias actuantes sobre las vigas y reducen el valor de los momentos en las columnas exteriores. Además, en los pórticos de varios pisos, las fuerzas de corte en las columnas inducidas por la flexión de las columnas bajo cargas gravitatorias actúan en direcciones opuestas por encima y por debajo de cada nivel. Estas fuerzas de corte opuestas tienden a anularse entre sí de tal manera que la fuerza axil en las vigas del piso resulta relativamente pequeña. Además, la relación luz-altura de las vigas de pisos tiende a ser más pequeña que la de las vigas de los pórticos rígidos. Esto es debido a que las cargas de piso tienden a ser más grandes que las cargas normales de techo; también, las vigas de pisos tienden a ser más rígidas para satisfacer exigencias de deformación y de vibración de piso. Debido a las situaciones anteriores, los efectos de Segundo Orden en vigas comunes de piso de pórticos de varios pisos y vigas de pórticos de múltiples vanos suelen ser lo suficientemente pequeños de manera que no afectan al comportamiento de estabilidad del pórtico.

#### 6.3.2.- Luz de cálculo en el plano de las vigas

La luz axil de cálculo en el plano de las vigas en pórticos rectangulares tradicionalmente ha sido tomada como la distancia entre ejes de columnas. En un vano a dos aguas sin apoyos, una práctica común ha sido tomar la luz de cálculo como la distancia desde la columna a la

cumbrera si hay un suficiente cambio de inclinación en la cumbrera. Un cambio suficiente de inclinación es aquel que asegura que la sección de la cumbrera no puede descender lo suficiente para permitir que la viga se deforme en una sola semionda entre los apoyos en las columnas. La práctica de la industria ha variado este límite, tan bajo como una pendiente de 1/4 a 12 a cada lado de la cumbrera. Un pequeño estudio llevado a cabo en conjunción con el desarrollo la guía AISC N° 25 mostró que la reducción de longitud efectiva para pórticos a dos aguas se debe principalmente a la restricción de rotación que producen las columnas en lugar del cambio de inclinación de la cumbrera de la viga. En consecuencia, cuando se proyectan pórticos con el **MLE**, se recomienda que cualquier reducción en la longitud efectiva de la longitud inclinada entre columnas se base en un análisis de estabilidad de la viga incorporando la restricción al giro que producen las columnas. Véase el Apéndice B para una discusión de varios enfoques racionales para el cálculo de los parámetros de pandeo de las vigas.

Cuando se utiliza el **MAD**, se deben seguir las recomendaciones discutidas en artículos 4a a 4c de la sección 4.6.2. El **MAD** es generalmente más adecuado para caracterizar el verdadero comportamiento a pandeo de las correas, ya que se basa directamente en un apropiado análisis carga-deformación de Segundo Orden tomando en cuenta la rigidez reducida a niveles de cargas mayoradas y los efectos de imperfecciones geométricas globales donde ellas sean importantes.

### 6.3.3.- Cálculo de los desplazamiento laterales para pórticos a dos aguas

Es necesario calcular la relación de ( $D_{2do} / D_{1ro}$ ) para establecer la aplicabilidad de los tres métodos de proyecto por estabilidad y resistencia; para determinar la aplicabilidad de la adopción de  $k = 1,0$  para el **MLE**; para determinar si las cargas ficticias se adicionan a las cargas laterales en el **MAD**, y para implementar el método de amplificación por  $B_1$ - $B_2$ , cuando este se utiliza. Para pórticos a dos aguas, son necesarios algunos ajustes de este cálculo para evitar la subestimación de los efectos de Segundo Orden. Los nudos extremos de un pórtico a dos aguas en el que la cumbrera esta apoyada en una columna se extenderán en direcciones opuestas bajo carga gravitatoria mientras que la cumbrera se deformará verticalmente. Las deformaciones simétricas de este tipo no contribuyen a una inestabilidad de desplazamiento lateral del pórtico y no deben ser consideradas como inclinación del pórtico cuando se evalúa la intensidad de los efectos de Segundo Orden. El promedio del desplazamiento lateral en los extremos superiores de la columna multiplicado por la carga gravitatoria en cada columna se recomienda para el cálculo del desplazamiento neto total de Primero y de Segundo Orden tal como se muestra en el ejemplo siguiente.

Calcular ( $\Delta_{2do} / \Delta_{1ro}$ ) para el pórtico de la Figura 6-7

$$D_{1ro} = \frac{-2,03(70) + 3,05(95)}{70 + 95} = 0,89\text{cm}$$

$$D_{2do} = \frac{-1,78(70) + 3,30(95)}{70 + 95} = 1,14\text{cm}$$

$$\frac{D_{2do}}{D_{1ro}} = \frac{1,14}{0,89} = 1,28 \quad \text{Solución correcta}$$

Una solución incorrecta es el cálculo de ( $D_{2do} / D_{1ro}$ ) usando los máximos desplazamientos lo que resulta en una subestimación de los efectos de Segundo Orden, tal como se muestra en el siguiente ejemplo:

$$\frac{D_{2do}}{D_{1ro}} = \frac{3,30 \text{ cm}}{3,05 \text{ cm}} = 1,08$$

Solución **incorrecta**

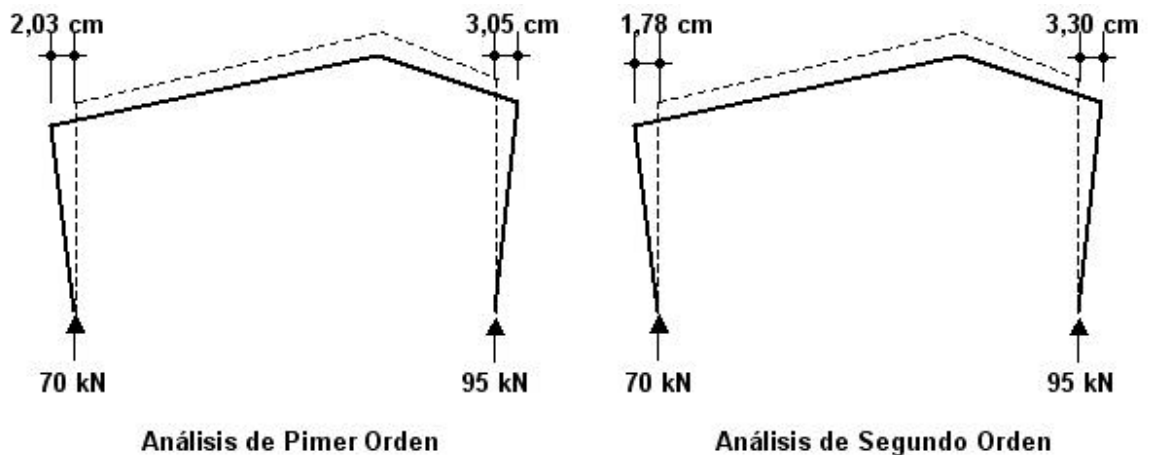


Figura 6-7. Cálculo de  $(D_{2do} / D_{1ro})$  en pórtico a dos aguas

#### 6.4.- CONSIDERACIONES DE SERVICIO

A excepción del desplazamiento lateral de piso producido por el sismo, las condiciones de servicio de las estructuras de una planta se han evaluado tradicionalmente usando deformaciones elásticas de Primer Orden. Estas se comparan con los valores límites para desplazamientos laterales y deformaciones que son valores empíricos que históricamente han permitido adecuadas condiciones de servicio cuando se utilizan como límites para deformaciones de Primer Orden. En la mayoría de los pórticos metálicos, la subestimación de las verdaderas deformaciones de Segundo Orden bajo cargas de servicio no causa problemas porque los límites arbitrarios anteriores están bastante dentro de las tolerancias que darían lugar a cualquier daño estructural o no estructural significativo. Por esta razón, se recomienda que las deformaciones de Primer Orden se sigan utilizando con estos tipos tradicionales de límites de servicio.

Una posible excepción es el cálculo del desplazamiento lateral de piso donde es posible el choque con una estructura adyacente. En este caso, sería prudente utilizar las deformaciones de Segundo Orden para una evaluación más precisa. Además, cuando hay elementos estructurales o no estructurales específicos que se pueden dañar en los niveles de carga de servicio si se exceden los límites específicos de deformación, se recomienda que se calculen las deformaciones de Segundo Orden bajo carga de servicio.





## APÉNDICE A

### CÁLCULO DE $\gamma_{eL}$ O $P_{eL}$ PARA MIEMBROS CON ALMA DE ALTURA VARIABLE

$P_{eL}$  es la resistencia elástica nominal a pandeo flexional de un miembro que tiene sus extremos idealmente articulados. Debido a que la fuerza axial interna puede variar a lo largo de la longitud del miembro, es generalmente más conveniente trabajar con el parámetro equivalente  $g_{eL}$ . La carga nominal de pandeo elástico en la columna en cualquier punto para una Combinación de Carga en particular es  $g_{eL}$  multiplicado por la Resistencia Requerida en la columna en ese punto, es decir,  $P_{eL} = g_{eL} P_u$ . En términos de tensiones, la tensión nominal de pandeo elástico de la columna en cualquier punto para una combinación particular de carga es  $g_{eL}$  multiplicada por la tensión requerida en la columna en ese punto.

Para una columna prismática recta, geoméricamente perfecta, con una carga axial constante,

$$P_{eL} = \frac{p^2 EI}{L^2} (10)^{-1} \quad (\text{kN}) \quad (\text{A-1})$$

$$y \quad g_{eL} = \frac{P_{eL}}{P_u} = \frac{p^2 EI}{P_u L^2} (10)^{-1} \quad (\text{A-2})$$

Para un miembro de altura variable sometido a una carga axial constante o variable, no existe una solución práctica exacta para  $P_{eL}$  o  $g_{eL}$ . Se recomiendan los siguientes procedimientos para el cálculo de  $P_{eL}$  y/o  $g_{eL}$  para los miembros de altura variable.

#### A.1.- MOMENTO DE INERCIA EQUIVALENTE

Para los miembros de altura de alma variable sometidos a carga axial, con **un único ángulo de altura variable y ningún cambio en las placas de alma o alas en su longitud**, la siguiente ecuación empírica da resultados precisos dentro de varios porcentajes para el rango de los miembros considerados en esta Recomendación. Esta ecuación proporciona la resistencia de pandeo flexional elástico de un miembro prismático de la misma longitud con un momento de inercia equivalente:

$$P_{eL} = \frac{p^2 EI'}{L^2} (10)^{-1} \quad (\text{kN}) \quad (\text{A-3})$$

$$y \quad g_{eL} = \frac{P_{eL}}{P_u} \quad (\text{A-4})$$

donde

- $I'$  = momento de inercia equivalente (cm)<sup>4</sup>
- = momento de inercia del segmento respecto del eje fuerte, calculado utilizando la altura a una distancia del extremo mas pequeño de  $0,5L (I_{menor} / I_{mayor})^{0,0732}$
- $I_{menor}$  = momento de inercia respecto del eje fuerte en el extremo mas pequeño (cm)<sup>4</sup>
- $I_{mayor}$  = momento de inercia respecto del eje fuerte en el extremo mas grande (cm)<sup>4</sup>

$L$  = longitud del miembro de altura de alma variable (cm)

**Ejemplo:**

$$\begin{aligned}b_f &= 20,3 \text{ cm} & t_f &= 1,27 \text{ cm} & t_w &= 0,48 \text{ cm} \\h_{\text{menor}} &= 45,7 \text{ cm} & h_{\text{mayor}} &= 91,4 \text{ cm} \\L &= 915 \text{ cm} \\P_u &= 445 \text{ kN}\end{aligned}$$

Se calculan los momentos de inercia en cada extremo. Resultan:

$$\begin{aligned}I_{\text{menor}} &= 32.264 \text{ cm}^4 \\I_{\text{mayor}} &= 141.250 \text{ cm}^4\end{aligned}$$

Se calcula la ubicación de la sección de altura equivalente

$$x = 0,5 \times L \times \frac{32.264}{141.250}^{0,0732} = 0,449L$$

Se calcula la altura equivalente

$$h_{0,449L} = 45,7 + [0,449(91,4 - 45,7)] = 66,22 \text{ cm}$$

Se calcula el momento de inercia equivalente  $I'_{0,449L}$  y  $P_{eL}$

$$I' = 70.340 \text{ cm}^4$$

$$P_{eL} = \frac{p^2 EI'}{L^2} (10)^{-1} = \frac{p^2 \times 200.000 \times 70.340}{915^2} \times 0,01 = 16.584 \text{ kN}$$

Con una fuerza axial requerida de **445 kN**

$$g_{eL} = \frac{P_{eL}}{P_u} = \frac{16.584}{445} = 37,3$$

El momento de inercia equivalente  $I'$  solo se debe usar para aplicar la ecuación (A-3).

La **Tabla A-1** muestra una comparación de la ecuación (A-3) con los resultados obtenidos a partir del método de aproximaciones sucesivas usando 10 elementos para un rango de parámetros. Nótese que la precisión es independiente de la longitud del miembro.

Para miembros con almas de altura linealmente variable sometidos a **compresión axial no uniforme**  $g_{eL}$  se puede calcular conservadoramente como  $P_{eL}/(P_u)_{\text{max}}$ , donde  $P_{eL}$  se calcula con la ecuación (4.5-4) y  $(P_u)_{\text{max}}$  es la máxima compresión axial requerida a lo largo de la longitud del miembro.

La ecuación (A-3) también puede ser aplicada para determinar el valor de  $P_{eL}$  para segmentos de miembros de altura linealmente variable para ser usado en la determinación del número de elementos requeridos por miembro para un Análisis de Segundo Orden, y para determinar los momentos  $P-d$  entre los nudos de los elementos.

Tabla A-1. Precisión del Momento de Inercia Equivalente													
Longitud cm	$b_f$ cm	$t_f$ cm	$t_w$ cm	$h_{menor}$ cm	$h_{mayor}$ cm	$I_{menor}$ cm <sup>4</sup>	$I_{mayor}$ cm <sup>4</sup>	$x$ cm	$h_x$ cm	$I'$ cm <sup>4</sup>	$P_{eL}$ (kN)		
											Ec. (A-3)	Aprox. sucesivas	% Error
305	12,7	0,48	0,48	20,3	25,4	1651	2.695	147,13	22,76	2.118	4.490	4.493	-0,06
					50,8		13.260	130,93	33,39	4.986	10.580	10.620	-0,38
					76,2		35.620	121,80	42,62	8.760	18.590	18.644	-0,29
					101,6		73.710	115,48	51,08	13.430	28.490	28.512	-0,08
	20,3	1,27	0,48	20,3	25,4	6339	9.830	147,68	22,77	7.930	16.830	16.834	-0,02
					50,8		40.200	133,21	33,62	17.220	36.540	36.558	-0,05
					76,2		95.068	125,08	43,22	28.760	61.030	60.928	+0,17
					101,6		178.350	119,45	52,14	42.450	90.080	89.734	+0,39
610	12,7	0,48	0,48	20,3	25,4	1651	2.695	294,26	22,76	2.118	1.120	1.121	-0,09
					50,8		13.260	261,86	33,39	4.986	2.645	2.654	-0,34
					76,2		35.620	243,60	42,62	8.760	4.648	4.662	-0,30
					101,6		73.710	230,96	51,08	13.430	7.120	7.125	-0,07
	20,3	1,27	0,48	20,3	25,4	6339	9.830	295,36	22,77	7.930	4.210	4.212	-0,03
					50,8		40.200	266,43	33,62	17.220	9.140	9.145	-0,05
					76,2		95.068	250,16	43,22	28.760	15.260	15.233	+0,18
					101,6		178.350	238,9	52,14	42.450	22.520	22.435	+0,38

## A.2.- MÉTODO DE APROXIMACIONES SUCESIVAS

$P_{eL}$  y/o  $g_{eL}$  pueden ser determinados utilizando el método de aproximaciones sucesivas (Timoshenko y Gere, 1961). Este método usa un análisis iterativo de viga para determinar la carga axial  $g_{eL}P_u$ , a la cual las deformaciones por flexión resultantes de los momentos  $P-d$  son un múltiplo uniforme  $g_{eL}$ , de las deformaciones supuestas para calcular los momentos  $P-d$ . Este método puede aplicarse a múltiples casos de miembros de alma de altura variable, ya sea que presenten cambios en las dimensiones de las placas y/o cambios en la carga axial a lo largo de la longitud del miembro.

El procedimiento general es el siguiente:

- (1) Se supone una deformada inicial del miembro debida a los momentos  $P-d$ . El método va a converger con cualquier suposición razonable inicial, pero va a converger con menos iteraciones a medida que la precisión de la suposición inicial sea mayor.
- (2) Se calculan los momentos a lo largo de la longitud del miembro debidos a la carga axial requerida en cada punto multiplicada por la deformación en el mismo punto.
- (3) Se realiza un análisis de la deformación por flexión del miembro como viga simplemente apoyada usando esos momentos para determinar una nueva deformada.

- (4) Si las deformaciones en los puntos a lo largo del miembro son un múltiplo constante de las deformaciones supuestas, el análisis queda completado y  $g_{eL}$  es igual al factor de multiplicación resultante.
- (5) Si las deformaciones en cada punto a lo largo del miembro no son un múltiplo constante de las deformaciones supuestas se debe realizar nuevamente el paso (2) y proceder usando la nueva deformada.
- (6)  $P_{eL}$  en cualquier punto es igual a  $(g_{eL} P_u)$  siendo  $P_u$  la carga axial usada en el análisis en cada punto del miembro.

Algunos detalles de implementación del método sugeridos en base a Timoshenko y Gere (1961) y Newmark (1943) son:

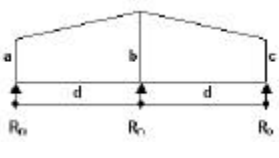
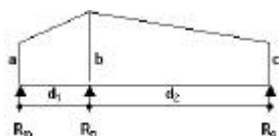
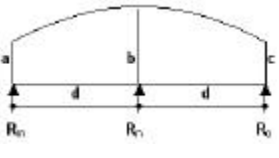
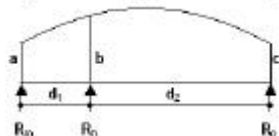
- (1) Modelar el miembro dividiéndolo en un número de elementos para el análisis con nudos en cada extremo de los elementos [llamados “estaciones” en Timoshenko y Gere (1961)]. Los nudos deben estar localizados en los extremos del miembro y en las secciones de cambios en placas, pendiente o carga. Agregar nudos adicionales con una separación razonable entre ellos. La precisión del método se incrementa a medida que se incrementa la fineza de la subdivisión. No se deberán incluir en el modelo ningún cambio de ángulo o de pendiente, si ellos no están presentes en el miembro real.
- (2) Para computar la deformación de la viga sometida al diagrama de momentos **P-d**, se puede usar el método de la viga conjugada. La carga aplicada para el análisis es el diagrama **M/EI** a partir de los momentos **P-d**. Timoshenko y Gere dan expresiones para cargas concentradas en los nudos, equivalentes a la carga **M/EI** en la viga conjugada, para variación lineal o parabólica en el segmento. Estas expresiones de cargas concentradas equivalentes pueden aproximarse a un diagrama **M/EI** continuamente curvo, y simplifican los cálculos.

Las expresiones de cargas concentradas provistas por Timoshenko y Gere (1961) son indicadas en la Tabla **A-2** en la columna “Segmentos de igual longitud”. Estas expresiones están basadas en la suposición de que el miembro es dividido en segmentos de igual longitud. También se incluyen en la Tabla **A-2** expresiones generalizadas de estas funciones que pueden ser usadas para nudos donde confluyen segmentos de distinta longitud. Esto a menudo sucede cuando existen cambio de placas o de pendiente. Nótese que para los casos de diagramas **M/EI** multilíneales, el cálculo de reacciones de extremos  $R_m$  y  $R_o$  requiere cargas concentradas equivalentes solo en el nudo correspondiente a la reacción y en el nudo adyacente. Las funciones parabólicas requieren tres valores de carga concentrada equivalente adyacentes de **M/EI**; en consecuencia, cualquier segmento debería ser dividido en un mínimo de dos partes si son utilizadas estas expresiones.

Se recomienda el uso de expresiones parabólicas ya que se aproximan mejor a la forma del diagrama **M/EI** y dan como resultado una mayor precisión para un nivel de subdivisión dado.

En lugar del método de viga conjugada se puede utilizar cualquier método de análisis de viga capaz de analizar con precisión una carga aplicada con la forma del diagrama de momento **P-d** dividido por **IE**. El método convergerá en una solución precisa ante cualquier suposición de deformación inicial razonable, pero convergerá más rápidamente cuando se parta de una mejor estimación inicial. Una primera aproximación que use la deformada resultante de una carga transversal uniforme sobre el miembro, produce buenos resultados.

Aunque un miembro de alma de altura variable puede tener un eje de gravedad curvo debido a la presencia de alas asimétricas o presentar saltos o curvas en el eje de gravedad debido a cambios bruscos en la geometría del miembro (como ser en la sección de cumbrera de una viga a dos aguas, o cambios en la sección transversal en cualquier ubicación de miembros de un pórtico), los cálculos de momentos **P-d** y el análisis de viga deben realizarse suponiendo un eje recto. De lo contrario, el método de aproximaciones sucesivas no entregará un único factor multiplicador de pandeo. Cualquiera de los momentos flectores que resulten de un eje de gravedad no recto se consideran en última instancia, en las ecuaciones de interacción de resistencias de viga-columna.

Tabla A-2. Reacciones de Vigas cargadas con diagrama de momentos reducido			
Segmentos de igual longitud		Segmentos de desigual longitud	
Diagrama multilíneal (M/EI)			
	$R_m = (d/6)(2a + b)$ $R_n = (d/6)(a + 4b + c)$ $R_o = (d/6)(b + 2c)$		$R_m = (d_1/6)(2a + b)$ $R_n = (d_1/6)(a + 2b) + (d_2/6)(2b + c)$ $R_o = (d_2/6)(b + 2c)$
Diagrama parabólico (M/EI)			
	$R_m = (d/24)(7a + 6b - c)$ $R_n = (d/12)(a + 10b + c)$ $R_o = (d/24)(7c + 6b - c)$		$R_m = \frac{d_1 [d_2^2 (4a + 2b) + 3d_1 d_2 (a + b)]}{12d_2 (d_1 + d_2)} + \frac{d_1^3 (b - c)}{12d_2 (d_1 + d_2)}$ $R_n = \frac{d_1 [d_2^2 (2a + 4b) + d_1 d_2 (a + 5b)]}{12d_2 (d_1 + d_2)} + \frac{d_1^3 (b - c)}{12d_2 (d_1 + d_2)} + \frac{d_2 [d_1^2 (4b + 2c) + d_1 d_2 (5b + c)]}{12d_1 (d_1 + d_2)} + \frac{d_2^3 (b - a)}{12d_1 (d_1 + d_2)}$ $R_o = \frac{d_2 [d_1^2 (2b + 4c) + 3d_1 d_2 (b + c)]}{12d_1 (d_1 + d_2)} + \frac{d_2^3 (b - a)}{12d_1 (d_1 + d_2)}$

Se recomienda que los usuarios de esta Recomendación analicen los problemas de referencia incluidos en el Apéndice C para establecer la exactitud de su software y seleccionar la densidad de malla adecuada para el proyecto. La sección C.3 del apéndice C proporciona cálculos detallados de  $g_e$  y  $P_{eL}$  con el uso de este método para dos columnas con alma de altura variable.

### A.3.- ANÁLISIS DE PANDEO POR EL MÉTODO DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ

$P_{eL}$  y/o  $g_{eL}$  pueden ser determinados por un análisis de pandeo elástico por la matriz de rigidez. Muchos programas avanzados de elementos finitos y/o de análisis de pórticos pueden calcular los factores de pandeo elástico  $g_{eL}$  para cualquier carga axial de referencia supuesta, utilizando técnicas numéricas de valores propios.  $P_{eL}$  se determina entonces como la resistencia requerida a compresión axial, que se utiliza como una carga de referencia en el análisis, multiplicada por  $g_{eL}$ . La calidad de estas soluciones depende de la precisión del modelado del miembro de altura variable, de la elección de los elementos y del mallado. Los programas informáticos que incluyen solo los efectos **P-1** requerirán una subdivisión más fina que la de aquellos que incorporan los efectos **P-1** y **P-d** en el análisis. El Proyectista previamente al uso en el proyecto de un programa, debe aplicarlo a los ejemplos de referencia incluidos en el apéndice **C** para establecer las propiedades del programa utilizado y las técnicas de modelado.

Se debe tener cuidado de asegurar que haya sido determinado el modo de pandeo correspondiente al valor propio más bajo. Aunque esta técnica tiene la ventaja de manejar prácticamente cualquier geometría y carga posible, puede no ser práctica a menos que la solución del pandeo por valores propios esté automatizada e integrada en el software de Análisis.

Los comentarios anteriores se refieren sólo al cálculo de las cargas de pandeo de miembros  $P_{eL}$  o de los factores de carga de pandeo  $g_{eL}$  basados en la hipótesis de vínculos idealmente articulados en ambos extremos del miembro. Se remite al usuario a la Sección 6.3.2 y al Apéndice B para la discusión de los métodos para el cálculo de la carga de pandeo de miembros tales como las vigas en pórticos a dos aguas de un solo vano o las columnas con base empotrada en pórticos arriostrados, para tener en cuenta la influencia de la restricción del extremo del miembro producida por miembros adyacentes y/o por las condiciones de la base. Estos procedimientos se pueden usar para considerar los efectos de estabilidad en el plano en estos tipos de miembros en el proyecto por el **MLE**.

## APÉNDICE B

### CÁLCULO DE LOS FACTORES $\gamma_e$ EN EL PLANO PARA EL MLE

Para pórticos con baja relación entre desplazamientos laterales de Segundo y de Primer Orden ( $\delta_{2do} / \delta_{1ro} \sim B_2$ ) el CIRSOC 301-2017 y su Especificación AISC base, permiten el uso de un Factor de Longitud Efectiva en el plano  $k = 1,0$  para cada uno de los tres métodos de Proyecto especificados en ellos (**MAD**, **MLE**, y **MAPO**). Para pórticos con  $\delta_{2do} / \delta_{1ro}$  (o  $B_2$ ) menor que **1,1**, el **MLE** puede usarse  $k = 1,0$ . Para pórticos con relaciones de  $\delta_{2do} / \delta_{1ro}$  (o  $B_2$ ) mayores a **1,5** el CIRSOC 301-2017 sólo permite el uso del **MAD** para el cual siempre  $k = 1,0$ . En consecuencia, no hay necesidad de calcular cargas de pandeo o factores  $g_e$  distintos de aquellos determinados para vínculos articulados en cualquiera de estos casos. Para pórticos con  $\delta_{2do} / \delta_{1ro}$  (o  $B_2$ ) entre **1,1** y **1,5**, el Proyectista puede optar por utilizar el **MLE**. Sin embargo, en este caso, los Factores de Longitud Efectiva  $k$  (o factores  $g_e$ ) deben calcularse "por un análisis de pandeo lateral de la estructura" [Sección 7.2.3 (2) CIRSOC 301-2017].

#### B.1.- COLUMNAS

La bibliografía incluida en el Capítulo 7 de la Steel Design Guide N° 25 de la AISC revisa los estudios anteriores para el establecimiento de procedimientos de cálculo para determinar las cargas de pandeo flexional o los Factores de Longitud Efectiva para las columnas con almas de altura variable. Los métodos seleccionados para su inclusión en ediciones anteriores de la Especificación AISC y en el CIRSOC 301-2005 se basaron en gran medida en el uso de nomogramas y gráficos, y tenían restricciones significativas con respecto a la geometría y a la carga, lo que limitaba su uso práctico. Los siguientes métodos no requieren el uso de nomogramas o tablas y son adaptables a una amplia gama de estructuras.

##### B.1.1.- Método modificado de la Rigidez de Piso

El siguiente método modificado de la Rigidez de Piso es recomendado (Wihite y Kim, 2006) para los pórticos metálicos típicos que son de geometría rectangular o casi rectangular.

Se determina el factor multiplicador de pandeo de piso  $g_{episo}$  como:

$$g_{episo} = \frac{(0,85 + 0,15R_L) \frac{H}{D_H}}{\sum_{total} \frac{P_{ui}}{L_i}} \quad (B-1)$$

donde:

$P_{ui}$  = Carga axil requerida en columna  $i$  (kN)

$L_i$  = longitud de la columna  $i$  (cm)

$H$  = Fuerza de corte horizontal total aplicada en el piso, igual a la carga horizontal aplicada total para pórticos de un solo piso (kN)

$\delta_H$  = deformación lateral promedio del piso debida a la carga horizontal  $H$  (cm)

$$R_L = \frac{\dot{a}_{\text{sinrigidez}} \frac{P_i}{L_i}}{\dot{a}_{\text{total}} \frac{P_i}{L_i}} \quad (\text{B-2})$$

$\dot{a}_{\text{sinrigidez}}$  = sumatoria sobre todas las columnas sin rigidez lateral (kN)

$\dot{a}_{\text{total}}$  = sumatoria sobre todas las columnas (kN)

En el procedimiento de determinación de la resistencia de columna dado en la Sección 5.3,  $g_e$  se toma como el valor de  $g_{\text{episo}}$  para el pandeo en el plano de las columnas que aportan rigidez lateral, pero no menor que  $g_{eL}$ . Si  $S_{\text{total}} P_i/L_i$  es cero, o si hay una fuerza vertical neta en el piso, se deberá tomar para cualquier columna individual comprimida  $g_e$  igual a  $g_{eL}$ .

$H$  y  $\phi_H$  se pueden calcular utilizando una carga lateral unitaria o arbitraria actuando a nivel de la viga y realizando un análisis de rigidez de Primer Orden. Para pórticos con columnas de distinta altura y/o pórticos a dos aguas,  $H$  debe subdividirse y se aplica en la parte superior de las columnas en proporción al valor de  $P_i/L_i$  para cada columna. Esto da la representación más precisa de los efectos del desplazamiento lateral en la estabilidad y da un valor más uniforme del desplazamiento lateral del piso en la parte superior de cada una de las columnas. En la mayoría de las situaciones, la variación de  $(P_i/L_i)/S_{\text{total}}(P_i/L_i)$  entre las diferentes combinaciones de carga es pequeña y por ello es en general aceptable determinar  $H/\phi_H$  a partir de un único análisis de carga lateral basado en cualquiera de las combinaciones de carga de proyecto. Si en cualquier combinación de carga existen fuerzas axiales importantes en las vigas, el momento de inercia de las vigas se debe reducir para esa combinación de carga en el análisis de primer orden anterior aplicando la Ecuación (6.2-1). Se puede utilizar de forma conservadora para todas las combinaciones, la reducción de rigidez de la viga más grande para alguna combinación.

La influencia de una restricción a la rotación de la base de una columna asociada en los nomogramas tradicionales con  $G=10$  para bases nominalmente articuladas y  $G=1$  para bases nominalmente empotradas, se puede considerar en la Ecuación (B-1) mediante la inclusión en el modelo utilizado para calcular  $\phi_H$ , de resortes rotacionales elásticos equivalentes en las bases de las columnas. Eroz, White y DesRoches (2008) proveen pautas específicas para estos cálculos.

### B.1.2.- Análisis de pandeo mediante valores propios

Los factores  $g_e$  se pueden determinar por un análisis de pandeo elástico por valores propios. El análisis de valores propios deberá ser realizado usando una solución de Segundo Orden y utilizando un número adecuado de elementos. El factor de pandeo para desplazamiento lateral en el plano para el pórtico completo  $g_{\text{episo}}$  es determinado a partir de un análisis de valores propios del pórtico. El factor  $g_e$  para cada columna es tomado igual al  $g_{\text{episo}}$ .

Para pórticos metálicos de un solo piso, el valor propio más bajo o el primer modo de pandeo a partir del análisis de valores propios, es por lo general el modo de pandeo de desplazamiento lateral en el plano. En algunos raros casos tales como pórticos a dos aguas con bases de



columnas empotradas combinadas con vigas de gran luz, el modo de desplazamiento lateral puede ser un modo de mayor valor propio.

#### **B.1.2.1.- Soluciones de pandeo por valores propios usando un análisis solo P-?**

Generalmente, se requiere un mayor número de elementos para obtener soluciones mas precisas en un análisis de pandeo de desplazamiento lateral por valores propios en comparación con el número especificado para el análisis carga-deformación especificado en las Secciones 6.2.1 y 6.2.2. Para las columnas con desplazamiento lateral permitido con extremos articulados, los máximos errores potenciales con un análisis de pandeo solo **P-?** se indican en la Tabla **B-1**.

<b>Tabla B-1. Máximo error para <math>g_e</math> para columnas a nudos desplazables con ambos extremos articulados con Análisis solo P-D</b>	
<b>Elementos por columna</b>	<b>Máximo error para <math>g_e</math> (%)</b>
1	22
2	5
3	2

Para las columnas con desplazamiento lateral permitido con extremos empotradas, los máximos errores potenciales con un análisis de pandeo solo **P-?** se indican en la Tabla **B-2**. El porcentaje de error es el mismo para uno o dos elementos por columna, ya que con iguales restricciones de rotación en los extremos de la columna, el desplazamiento lateral de un nudo a la mitad de la longitud de la columna es el promedio de los desplazamientos laterales del miembro. Por lo tanto, la rotación de la cuerda del elemento es la misma en ambos elementos de la columna en una división del miembro en dos elementos.

<b>Tabla B-2. Máximo error para <math>g_e</math> para columnas a nudos desplazables con ambos extremos empotrados con Análisis solo P-D</b>	
<b>Elementos por columna</b>	<b>Máximo error para <math>g_e</math> (%)</b>
1	22
2	22
3	9
4	5
6	2

#### **B.1.2.2.- Soluciones de pandeo por valores propios utilizando elementos que incluyen tanto los efectos P-? como P-d**

Con el uso de una formulación de elementos más precisa que incluya los efectos **P-d** en los elementos de la matriz de rigidez, generalmente es posible utilizar un número menor de elementos. Para las columnas con desplazamiento lateral permitido con extremos articulados o empotrados, el máximo error potencial para elementos derivados basados en la suposición de

un desplazamiento transversal cúbico es aproximadamente del 1% usando un solo elemento por miembro.

Todos los límites de error anteriores se basan en la suposición de que la rigidez elástica de los miembros no prismáticos se representa con el error insignificante en la solución de la matriz de análisis.

## **B.2.- VIGAS**

En general, los factores de pandeo para vigas calculados usando el procedimiento de pandeo de piso precedente van a ser extremadamente conservadores, porque las vigas típicamente se consideran que no participan directamente en el pandeo en el plano del pórtico, salvo para proveer rigidez rotacional a los extremos de las columnas que aportan rigidez lateral y que están unidas a las vigas. Por esta razón, el Factor de Longitud Efectiva de las vigas unidas a las columnas que aportan rigidez lateral ha sido típicamente tomado con éxito igual a **1,0** por los proyectistas.

Una cuestión importante es la longitud efectiva de la viga de un pórtico dos aguas sin un apoyo vertical en la cumbrera. Una práctica común de los proyectistas ha sido considerar la longitud efectiva como la distancia entre la columna y la cumbrera si la inclinación del techo es mayor que algún valor crítico. Sin embargo, debido al desplazamiento hacia afuera de las columnas bajo la acción de cargas gravitatorias o bajo un modo de pandeo relacionado con la inestabilidad de las vigas en pórticos a dos aguas, las vigas generalmente tienden a actuar más como un solo miembro que tiene una longitud igual al desarrollo total en pendiente de la viga  $L_{os}$ . Sin embargo, para pórticos a dos aguas de un solo vano con alturas de columna relativamente cortas desde las bases a los aleros, las columnas tienden a proveer una sustancial restricción rotacional a los extremos de las vigas, de tal manera que el Factor de Longitud Efectiva  $k$ , correspondiente a la longitud  $L_{os}$  es cercano a **0,5**. Sin embargo, a medida que la altura de columna se incrementa en relación a la luz de la viga, el Factor de Longitud Efectiva de la viga comienza a incrementarse significativamente por encima del valor **0,5** generalmente supuesto. Por ello se recomienda que los factores de pandeo de viga sean calculados usando realistas condiciones de restricciones de giro en los extremos de las vigas. Debe ser considerada la influencia de la compresión axial en las columnas sobre la restricción que ellas proporcionan a los extremos de las vigas.

### **B.2.1.- Análisis de pandeo mediante valores propios**

Los factores de viga  $g_e$  pueden ser determinados por un análisis de pandeo por valores propios en una manera similar a la descrita para las columnas en la sección anterior. El análisis por valores propios deberá ser realizado usando una solución de Segundo Orden y utilizando un número adecuado de elementos. El factor más bajo para el pandeo elástico en el plano de la viga  $g_{eviga}$ , es determinado a partir de un análisis de valores propios del pórtico.

En pórticos a dos aguas de un solo vano y un solo piso, el menor valor propio del modo de pandeo de una viga raramente es el modo más bajo del pórtico completo, excepto en casos raros tales como pórticos con vigas de grandes vanos. En la mayoría de los casos  $g_{eviga}$  debe ser tomado como el segundo mas bajo valor propio de pandeo. El proyectista debe en general examinar las formas del modo de pandeo para interpretar si para un miembro dado debe ser

usado el valor propio más bajo o el próximo mas bajo. Para pórticos modulares y vigas de piso de pórticos de múltiples pisos, generalmente el nivel de carga axil en las vigas es bastante pequeño. En estos casos, el uso de cualquier factor diferente a  $g_{eL}$  ( $k=1,0$ ) para las vigas y/o vigas de piso, difícilmente valga la pena.

### B.2.1.1.- Soluciones de pandeo por valores propios usando un análisis solo P-?

Para columnas sin desplazamiento lateral permitido y vigas de pórticos con condiciones de vínculo generales, los errores potenciales máximos de un análisis de pandeo solo P-? se indican en la Tabla B-3.

Tabla B-3. Máximo error para $g_e$ para vigas y columnas a nudos indesplazables con Análisis solo P-D	
Elementos por viga	Máximo error para $g_e$ (%)
1	NA
2	36
3	37
4	22
6	10
8	5
16	1

El máximo error para tres elementos es mayor que para dos elementos porque, para un miembro prismático con ambos extremos empotrados, el uso de tres elementos P-? en realidad incrementa el error en el cálculo de carga de pandeo al 37% en comparación con un error del 22% usando cuatro elementos. Las soluciones de dos elementos muestran el error más grande en la carga de pandeo (36%) cuando un extremo del miembro está idealmente articulado y el otro extremo está idealmente empotrado.

Si uno compara estos requerimientos con los listados en la Tabla 6-3 de la sección 6.2.1, se puede observar que el número de elementos requerido para obtener resultados precisos de valor propio es generalmente mayor a los requeridos para obtener solicitaciones requeridas precisas de Segundo Orden.

### B.2.1.2.- Soluciones de pandeo por valores propios utilizando elementos que incluyen tanto los efectos P-? como P-d

Con el uso de una formulación de elementos más precisa que incluya los efectos P-d en los elementos de la matriz de rigidez, generalmente es posible usar un número significativamente menor de elementos. Para columnas con desplazamiento lateral impedido y vigas con condiciones de vínculo generales, siempre debería haber un nudo cercano a la mitad de la luz. Con el uso de dos elementos de longitud aproximadamente igual de este tipo, el máximo error potencial en el análisis de pandeo es aproximadamente del 3% (Guney y White, 2007).

Todos los límites de error precedentes están basados en la hipótesis de que la rigidez elástica de miembros no prismáticos es representada con un error insignificante en la solución del Análisis de Segundo Orden.

### B.2.2.- Método de aproximaciones sucesivas

Pueden calcularse los factores de viga  $g_e$  utilizando el método de aproximaciones sucesivas de una manera similar a la presentada en el Apéndice **A** para calcular  $g_{eL}$ . Para el caso de vigas con articulaciones en ambos extremos, el método del Apéndice **A** se puede utilizar exactamente como se indica en dicho Apéndice. Para el caso más común, donde los extremos de las vigas están unidos a las columnas y/o vigas adyacentes con uniones total (**TR**) o parcialmente (**PR**) restringidas, tal como se define en el CIRSOC 301-2017, el método anterior sigue siendo válido si el análisis de deformación de la viga se lleva a cabo representando en los extremos de las vigas, la rigidez rotacional de las uniones y/o los miembros adyacentes.

La rigidez rotacional de cada miembro unido adyacente puede ser determinada utilizando un modelo de rigidez con una unión articulada en el extremo de la viga, aplicando un momento unitario en ese extremo y dividiendo el momento aplicado por la rotación final resultante. La condición de vínculo del otro extremo del miembro debe representar las condiciones reales en el pórtico. Si existe una carga axil significativa en el elemento adyacente, la rigidez rotacional

calculada deberá ser multiplicada por  $\xi \left( 1 - \frac{P_u \bar{\theta}}{P_{eL} \theta} \right)$ , donde  $P_{eL}$  se calcula utilizando uno de los métodos indicados en el Apéndice A.

El procedimiento de aproximaciones sucesivas produce directamente un  $g_e$  para pandeo flexional en el plano de la columna, que puede ser utilizado en la evaluación de la resistencia de la columna en la Sección 5.3.

### B.3.- RELACIÓN ENTRE $k$ Y $g_e$

Dado un conjunto de valores para  $g_e$  y  $g_{eL}$  correspondientes al pandeo flexional en el plano, donde  $g_{eL}$  se basa en las extremos idealmente articulados y una longitud del miembro dada  $L$ , el cálculo de un Factor de Longitud Efectiva de miembro es bastante simple. El Factor de Longitud Efectiva  $k$  se puede determinar como

$$k = \sqrt{\frac{g_{eL}}{g_e}} \quad (B-3)$$

Esto significa que para cualquier geometría de miembro, el Factor de Longitud Efectiva está ligado a la relación de la carga de pandeo que toma en cuenta la interacción del miembro con componentes adyacentes y/o con el sistema estructural global ( $g_e$ ) y la carga de pandeo del miembro con extremos idealmente articulados ( $g_{eL}$ ). La ecuación (B-3) es equivalente a  $k_2$  de las discusiones de los desarrollos anteriores de la Sección 2.1 y del el Capítulo 7 de esta Recomendación. Generalmente  $F_e = g_e f_u$  es la valor importante para la determinación de la resistencia a la compresión axil del miembro. Para los miembros no prismáticos, el Factor de Longitud Efectiva anterior es útil sólo como un indicador del efecto de los componentes adyacentes y/o del sistema estructural global en la estabilidad del miembro.

# APÉNDICE C

## PROBLEMAS DE REFERENCIA

Este apéndice ofrece una serie de problemas de referencia con soluciones matriciales y/o numéricas. Estos problemas están destinados a ser utilizados por los desarrolladores y usuarios de software para establecer la veracidad y exactitud de sus procedimientos de análisis. Aunque el tema de este documento es el análisis de miembros con almas de altura variable también se proporcionan soluciones para los miembros prismáticos. Estas pueden ser usadas para establecer la exactitud de los procedimientos de análisis utilizando previamente miembros prismáticos para luego añadir la complejidad de los miembros con alma de altura variable.

Se proporcionan tres tipos de soluciones de referencia.

**(1) Coeficientes de rigidez del miembro:** coeficientes de rigidez de Primer Orden del miembro altamente precisos, para cuatro diferentes geometrías de miembros con alma de altura variable. Éstos se pueden utilizar para la evaluación de la exactitud de la parte de Primer Orden de los cálculos. Los desarrolladores pueden comparar estos coeficientes con los generados dentro de sus programas. Los usuarios de software pueden modelar estos miembros con las condiciones de vínculo y las cargas correspondientes, para cada una de las columnas de las matrices de rigidez y comparar los resultados con los provistos (es decir, los coeficientes de rigidez  $K_{ij}$  corresponden a las fuerzas generalizadas en el extremo  $i$  debido a un desplazamiento unitario en el extremo  $j$ ; la carga unitaria puede ser aplicada en un extremo articulado del miembro, y entonces el desplazamiento correspondiente en este extremo  $d_i$  se puede determinar desde el software de análisis de primer orden y todas las fuerzas nodales pueden entonces ser determinadas con el factor  $(d_j / 1,0)$  para su comparación con los valores en la columna  $j$  de la matriz de rigidez). Se debe tener en cuenta que en todos los casos, se supone que todos los extremos del miembro son empotrados excepto el liberado en la ubicación de la carga aplicada.

**(2) Resistencias axiales de pandeo elástico en el plano:** Estas son utilizadas para verificar la exactitud de los valores calculados de  $P_{eL}$ ,  $P_e$ ,  $g_{eL}$  y  $g_e$ .

**(3) Desplazamientos y momentos de Segundo Orden de los miembros:** Se proveen soluciones para los desplazamientos y momentos flectores de Segundo Orden bajo diferentes niveles de carga axial. Se recomienda que la precisión del software se establezca para miembros prismáticos a niveles de carga axial de al menos  $P_u/P_{cr} = 0,67$  salvo que se vayan a usar niveles aún más altos. En general, la precisión de las soluciones de Segundo Orden va a disminuir a medida que el nivel de carga axial se incrementa, por lo que es importante chequear la precisión en el mayor porcentaje de carga de pandeo elástico que va a ser usado. El nivel de carga axial de  $P_u/P_{cr} = 0,67$  corresponde a una relación  $D_{do}/D_{ero}$  cercana a **3,0**, rango dentro del cual se encuentran con máximo las estructuras de acero.

### Observación:

**En los problemas de referencia se han mantenido las unidades utilizadas** en la Guía de Diseño N° 25 de la AISC a fin de poder verificar exactamente por parte del usuario, las aptitudes del Programa de Análisis utilizado.

### C.1.- MIEMBROS PRISMÁTICOS

La Tabla **C-1a** presenta cinco casos de carga y condiciones de vínculo que cubren un rango de situaciones que se encuentran en las estructuras de acero. La Tabla **C-1b** da expresiones precisas para determinar deformaciones, momentos flectores y  $P_{cr}$  para cada caso. Se sugiere que la verificación del software sea realizada a niveles de hasta por lo menos  $P_u/P_{cr} = 0,67$ , utilizando estos casos de miembros prismáticos antes de encarar la verificación de los miembros con alma de altura variable.

Tabla C-1a. Miembros prismáticos	
Caso	Condiciones de vínculo y diagrama de carga
1	
2	
3	
4	
5	

Tabla C-1b. Miembros Prismáticos. Deformaciones, Momentos y $P_{cr}$					
Caso	Primer Orden		Segundo Orden		
	D	$M_1$	$P_{cr}$	D	$M_1$
1	$\frac{HL^3}{3EI}$	HL	$P_{eL}/4$	$\frac{HL^3}{3EI} \frac{3(\tan.2u - 2u)}{(2u)^3} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}$	$HL \frac{\tan.2u}{2u} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}$
2	$\frac{HL^3}{12EI}$	$\frac{HL}{2}$	$P_{eL}$	$\frac{HL^3}{12EI} \frac{3(\tan.u - u)}{(u)^3} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}$	$\frac{HL}{2} \frac{\tan.u}{u} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}$
3	$\frac{5qL^4}{384EI}$	$\frac{qL^2}{8}$	$P_{eL}$	$\frac{5qL^4}{384EI} \frac{12(2 \sec.u - u^2 - 2)}{5u^4} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}$	$\frac{qL^2}{8} \frac{2(\sec.u - 1)}{u^2} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}$
4	$\frac{qL^4}{384EI}$	$\frac{qL^2}{12}$	$4P_{eL}$	$\frac{qL^4}{384EI} \frac{12(2 - 2\cos.u - u \sec.u)}{u^2 \sin.u} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}$	$\frac{qL^2}{12} \frac{3(\tan.u - u)}{u^2 \tan.u} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}$
5	$\frac{qL^4}{192EI}$	$\frac{qL^2}{8}$	$2,05P_{eL}$	$\frac{qL^4}{192EI} \frac{6}{u^4} (2 \sec.u - u^2 - 2) - \frac{(\tan.u - u)(\sec.u - 1)}{2u \tan.2u} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}$	$\frac{qL^2}{8} \frac{2(\tan.u - u)}{u^2 \tan.u} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}$
<p>Notas: (1) Para todos los Casos: <math>P_{eL} = \frac{p^2 EI}{L^2}</math> ; <math>u = \frac{p}{2 \sqrt{\frac{P_u}{P_{eL}}}}</math></p> <p>(2) Para Caso 4: Primer Orden: <math>M_2 = \frac{qL^2}{24}</math> ; Segundo Orden <math>M_2 = \frac{qL^2}{24} \frac{6(u - \sec.u)}{u^2 \sin.u} \frac{\dot{u}}{\ddot{u}}</math></p>					

## C.2.- MIEMBROS CON ALMA DE ALTURA VARIABLE

Aquí se presentan varios problemas de referencia de miembros con alma de altura variable. Dado que soluciones prácticas con expresiones determinadas no están disponibles, los resultados se presentan numéricamente. Una discusión adicional con respecto a los dos primeros ejemplos se puede encontrar en Kim y White (2006a).

Los coeficientes de rigidez del análisis de Primer Orden presentados se derivan con todos los grados de libertad distintos de aquél que presenta un desplazamiento unitario o rotación, totalmente restringidos. Para las resistencias de pandeo, desplazamientos laterales y momentos por desplazamiento lateral, los valores se obtienen a partir de las "condiciones de borde" dadas para cada ejemplo.

Las cargas  $P_u$  y  $H$  y las condiciones de borde se aplican en el centro de gravedad de la sección transversal de los extremos del miembro. Las cargas  $P_u$  y  $H$  están orientadas en forma paralela y perpendicular respectivamente a una cuerda que une los centros de gravedad de las secciones extremas. Para los programas que requieren que el ala exterior de la columna sea vertical y que las cargas aplicadas sean verticales y horizontales, se puede aplicar una

transformación de coordenadas a las cargas  $P_u$  y  $H$  para obtener las cargas verticales y horizontales apropiadas.

En cada uno de los casos, los símbolos  $A_m$  e  $I_m$  denotan respectivamente el área y el momento de inercia con respecto al eje de gravedad de la sección ubicada en la mitad del tramo del miembro. También se indican las relaciones entre áreas y momentos de inercia en el extremo de sección mayor ( $A_L$ ,  $I_L$ ) y en el extremo de sección menor ( $A_s$ ,  $I_s$ ) en relación a  $A_m$  e  $I_m$ .

**Caso 1: Miembro de sección doblemente simétrica con alma de altura linealmente variable con moderada variación sujeto a desplazamiento lateral (ver Figura C-1)**

**Propiedades Geométricas:**

Altura del alma en extremo inferior = **9,5 in.**

Altura del alma en extremo superior = **24,5 in.**

Alas = # ( $\frac{1}{4}$ "  $\times$  6")

Espesor del alma = **0,125 in.**

$L = 16,36$  ft (196,3 in.)

$H/P_u = 0,01$

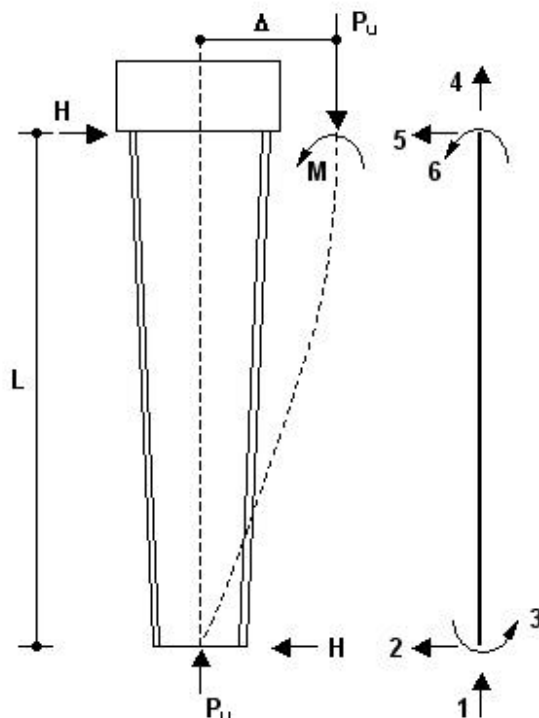
$A_m = 5,125$  in<sup>2</sup>

$I_m = 274$  in<sup>4</sup>

**Condiciones de borde:**

extremo inferior : articulado

extremo superior: rotación completamente restringida. Nudo desplazable



**Figura C-1. Miembro de sección doblemente simétrica con alma de altura linealmente variable con moderada variación sujeto a desplazamiento lateral**



## Coefficientes de rigidez. Análisis de Primer Orden

Unidades: kips, pulgadas

$$k = \begin{pmatrix} 0,989 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 & -0,989 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 10,95 \frac{EI_m}{L^3} & 3,685 \frac{EI_m}{L^2} & 0 & -10,95 \frac{EI_m}{L^3} & 7,264 \frac{EI_m}{L^2} \\ 0 & 3,685 \frac{EI_m}{L^2} & 2,029 \frac{EI_m}{L} & 0 & -3,685 \frac{EI_m}{L^2} & 1,656 \frac{EI_m}{L} \\ -0,989 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 & 0,989 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -10,95 \frac{EI_m}{L^3} & -3,685 \frac{EI_m}{L^2} & 0 & 10,95 \frac{EI_m}{L^3} & -7,264 \frac{EI_m}{L^2} \\ 0 & 7,264 \frac{EI_m}{L^2} & 1,656 \frac{EI_m}{L} & 0 & -7,264 \frac{EI_m}{L^2} & 5,607 \frac{EI_m}{L} \end{pmatrix}$$

Para sección mayor (extremo superior) =  $A_L/A_m = 1,183$

$I_L/I_m = 2,233$

Para sección menor (extremo inferior) =  $A_S/A_m = 0,817$

$I_S/I_m = 0,292$

## Resistencia a pandeo flexional elástico en el plano

$P_{eL} = 1.757$  kips

$P_{cr} = 649$  kips

$P_{yo} = 230$  kips

Desplazamientos laterales y momentos flectores de Primero y Segundo Orden para varios niveles de carga axial se indican en la Tabla C-2.1.

Tabla C-2.1. Desplazamientos laterales y momentos flectores				
$\frac{P_u}{P_{cr}}$	$\frac{P_u}{P_{eL}}$	$\frac{P_u}{P_{yo}}$	D (in.)	M (kip-ft)
0,00 (Primer Orden)	0,000	0,000	0,223H	16,36H
0,10	0,037	0,282	0,246H	17,70H
0,20	0,074	0,564	0,277H	19,34H
0,30	0,111	0,847	0,316H	21,46H
0,40	0,148	1,129	0,367H	24,27H

**Caso 2: Miembro de sección simplemente simétrica con alma de altura linealmente variable con gran variación sujeto a desplazamiento lateral (ver Figura C-2)**

El Caso 2 es similar al Caso 1 excepto que el ángulo de variación de la altura del alma es relativamente grande y la sección transversal es de simple simetría. El eje de gravedad de este miembro no es recto debido a que la sección transversal es simplemente simétrica.

En la práctica, puede ser difícil tener en cuenta del efecto menor resultante de la curvatura del eje de gravedad. En consecuencia, se plantean dos soluciones:

- (1) Una solución exacta que tiene en cuenta la curvatura del eje de gravedad
- (2) Una solución aproximada que considera un eje de referencia recto con el momento de inercia variando a lo largo de la longitud del miembro idénticamente que el del caso de eje de gravedad curvo.

**Propiedades Geométricas:**

Altura del alma en extremo inferior = **9,125 in.**

Altura del alma en extremo superior = **39,875 in.**

Ala izquierda = # **(1/2" x 6")**

Ala derecha = # **(3/8" x 6")**

Espesor del alma = **0,21875 in.**

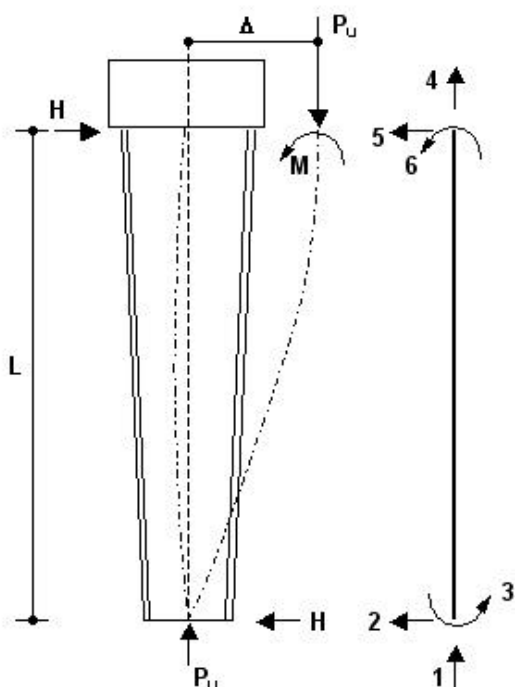
**L = 15,1 ft (181,2 in.)**

**H/P<sub>u</sub> = 0,01**

**A<sub>m</sub> = 10,609 in<sup>2</sup>**

**I<sub>m</sub> = 1.076 in<sup>4</sup>**

**Condiciones de borde:** extremo inferior : articulado  
extremo superior: rotación completamente restringida. Nudo desplazable



— Eje de referencia recto entre los centros de gravedad de los extremos superior e inferior  
- - - Eje de gravedad

**Figura C-2. Miembro de sección simplemente simétrica con alma de altura linealmente variable con gran variación sujeto a desplazamiento lateral**

**1.- Solución exacta considerando el eje de gravedad curvo**  
**Coefficientes de rigidez. Análisis de Primer Orden**

Unidades: kips, pulgadas

$$k = \begin{pmatrix} 0,966 \frac{EA_m}{L} & (3,049e - 4) \frac{EA_m}{L} & - 0,0385 \frac{EA_m}{L} & - 0,966 \frac{EA_m}{L} & - (3,049e - 4) \frac{EA_m}{L} & 0,0938 \frac{EA_m}{L} \\ (3,049e - 4) \frac{EA_m}{L} & 9,801 \frac{EI_m}{L^3} & 2,498 \frac{EI_m}{L^2} & - (3,049e - 4) \frac{EA_m}{L} & - 9,801 \frac{EI_m}{L^3} & 7,303 \frac{EI_m}{L^2} \\ - 0,0385 \frac{EA_m}{L} & 2,498 \frac{EI_m}{L^2} & 1,206 \frac{EI_m}{L} & 0,0385 \frac{EA_m}{L} & - 2,498 \frac{EI_m}{L^2} & 1,291 \frac{EI_m}{L} \\ - 0,966 \frac{EA_m}{L} & - (3,049e - 4) \frac{EA_m}{L} & 0,0385 \frac{EA_m}{L} & 0,966 \frac{EA_m}{L} & (3,049e - 4) \frac{EA_m}{L} & - 0,0938 \frac{EA_m}{L} \\ - (3,049e - 4) \frac{EA_m}{L} & - 9,801 \frac{EI_m}{L^3} & - 2,498 \frac{EI_m}{L^2} & (3,049e - 4) \frac{EA_m}{L} & 9,801 \frac{EI_m}{L^3} & - 7,303 \frac{EI_m}{L^2} \\ 0,0938 \frac{EA_m}{L} & 7,303 \frac{EI_m}{L^2} & 1,291 \frac{EI_m}{L} & - 0,0938 \frac{EA_m}{L} & - 7,303 \frac{EI_m}{L^2} & 6,012 \frac{EI_m}{L} \end{pmatrix}$$

Para sección mayor (extremo superior) =  $A_u/A_m = 1,317$        $I_u/I_m = 3,041$   
 Para sección menor (extremo inferior) =  $A_s/A_m = 0,684$        $I_s/I_m = 0,123$

**Resistencia a pandeo flexional elástico en el plano**

$P_{eL} = 6.683$  kips  
 $P_{cr} = 2.996$  kips  
 $P_{yo} = 399$  kips

Desplazamientos laterales y momentos flectores de Primero y Segundo Orden para varios niveles de carga axil se indican en la Tabla C-2.2.

Tabla C-2.2. Desplazamientos laterales y momentos flectores				
$\frac{P_u}{P_{cr}}$	$\frac{P_u}{P_{eL}}$	$\frac{P_u}{P_{yo}}$	D (in.)	M (kip-ft)
0,00 (Primer Orden)	0,000	0,000	0,0412H	15,10H
0,04	0,018	0,301	0,0395H	15,49H
0,08	0,036	0,601	0,0410H	15,91H
0,12	0,054	0,902	0,0428H	16,36H
0,16	0,072	1,203	0,0447H	16,86H

**2.- Solución aproximada basada en un eje de referencia recto**  
**Coefficientes de rigidez. Análisis de Primer Orden**

Unidades: kips, pulgadas

$$k = \begin{pmatrix} 0,966 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 & -0,966 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 9,793 \frac{EI_m}{L^3} & 2,495 \frac{EI_m}{L^2} & 0 & -9,793 \frac{EI_m}{L^3} & 7,298 \frac{EI_m}{L^2} \\ 0 & 2,495 \frac{EI_m}{L^2} & 1,206 \frac{EI_m}{L} & 0 & -2,495 \frac{EI_m}{L^2} & 1,290 \frac{EI_m}{L} \\ -0,966 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 & 0,966 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -9,793 \frac{EI_m}{L^3} & -2,495 \frac{EI_m}{L^2} & 0 & 9,793 \frac{EI_m}{L^3} & -7,298 \frac{EI_m}{L^2} \\ 0 & 7,298 \frac{EI_m}{L^2} & 1,290 \frac{EI_m}{L} & 0 & -7,298 \frac{EI_m}{L^2} & 6,008 \frac{EI_m}{L} \end{pmatrix}$$

Para sección mayor (extremo superior) =  $A_L/A_m = 1,317$        $I_L/I_m = 3,038$   
 Para sección menor (extremo inferior) =  $A_s/A_m = 0,683$        $I_s/I_m = 0,123$

**Resistencia a pandeo flexional elástico en el plano**

$P_{eL} = 6.683$  kips (igual valor que para la Solución 1 dentro de las cuatro cifras significativas)  
 $P_{cr} = 3.019$  kips (1,008 del valor de  $P_{cr}$  de la Solución 1)  
 $P_{yo} = 398$  kips (0,997 del valor de  $P_{yo}$  de la Solución 1)

Desplazamientos laterales y momentos flectores de Primero y Segundo Orden para varios niveles de carga axial se indican en la Tabla C-2.3.

Tabla C-2.3. Desplazamientos laterales y momentos flectores				
$\frac{P_u}{P_{cr}}$	$\frac{P_u}{P_{eL}}$	$\frac{P_u}{P_{yo}}$	D (in.)	M (kip-ft)
0,00 (Primer Orden)	0,000	0,000	0,0412H	15,10H
0,04	0,018	0,304	0,0428H	15,52H
0,08	0,036	0,607	0,0446H	15,98H
0,12	0,054	0,911	0,0465H	16,48H
0,16	0,072	1,214	0,0486H	17,03H

Los desplazamientos de Segundo Orden D, y los momentos máximos en el extremo superior de la columna **M**, son levemente **más pequeños** en la **Solución 1** que los del modelo con un eje de referencia recto **de la Solución 2**. Esto es debido a la curvatura física del eje de gravedad modelada en la solución 1 (el eje de gravedad inicial está curvado hacia la derecha) y la influencia de la fuerza axil  $P_u$  actuando a través de esa curvatura inicial del eje de gravedad físico. Sin embargo, las soluciones para la rigidez de Primer Orden son prácticamente idénticas. Hay algunos paralelismos entre el comportamiento axil y flexional en la solución del análisis de Primer Orden de la Solución 1. Esto se ve en los coeficientes de rigidez distintos a cero en filas y columnas 1 y 4 de la matriz de rigidez de la Solución 1 donde los coeficientes de rigidez son cero en la matriz de rigidez de la Solución 2. Las soluciones para  $P_{eL}$  son idénticas en ambos casos dentro de cuatro dígitos significativos y las soluciones para  $P_{cr}$  difieren solo en un 0.8%.

**Caso 3: Miembro de sección doblemente simétrica con alma de altura linealmente variable sometido a carga transversal (ver Figura C-3)**

El caso 3 es una viga empotrada en un extremo y apoyada en el otro sometida a carga transversal uniformemente distribuida. La geometría de este caso es similar a la geometría de la correa en el pórtico del ejemplo 5.3 en el capítulo 4 de Lee y otros (1981). La carga transversal se aplica normal al eje de gravedad del miembro

**Propiedades Geométricas:**

Altura del alma en extremo izquierdo = **38,5 in.**

Altura del alma en extremo derecho = **8,5 in.**

Alas = # ( $\frac{1}{4}$ " x 6")

Espesor del alma = **0,1875 in.**

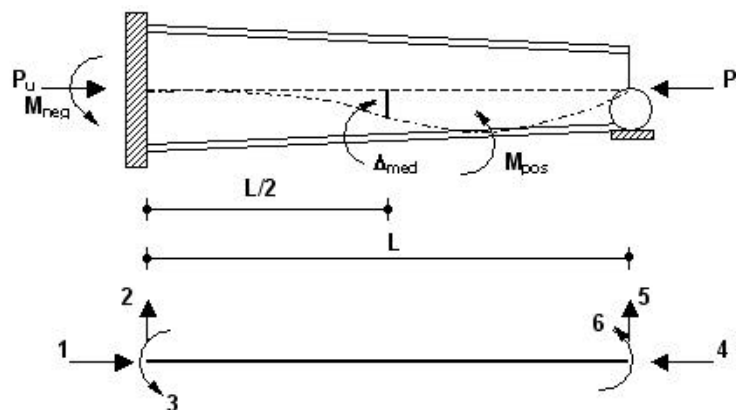
**L = 40,0 ft (480 in.)**

**$qL/P_u = 0,1$**

**$A_m = 7,406 \text{ in}^2$**

**$I_m = 625,8 \text{ in}^4$**

**Condiciones de borde:** extremo izquierdo: empotrado  
extremo derecho : simplemente apoyado



**Figura C-3. Viga empotrada – simplemente apoyada**

## Coeficientes de rigidez. Análisis de Primer Orden

Unidades: kips, pulgadas

$$k = \begin{pmatrix} 0,950 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 & -0,950 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 9,677 \frac{EI_m}{L^3} & 7,328 \frac{EI_m}{L^2} & 0 & -9,677 \frac{EI_m}{L^3} & 2,349 \frac{EI_m}{L^2} \\ 0 & 7,328 \frac{EI_m}{L^2} & 6,085 \frac{EI_m}{L} & 0 & -7,328 \frac{EI_m}{L^2} & 1,243 \frac{EI_m}{L} \\ -0,950 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 & 0,950 \frac{EA_m}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -9,677 \frac{EI_m}{L^3} & -7,327 \frac{EI_m}{L^2} & 0 & 9,677 \frac{EI_m}{L^3} & -2,349 \frac{EI_m}{L^2} \\ 0 & 2,349 \frac{EI_m}{L^2} & 1,243 \frac{EI_m}{L} & -2,349 \frac{EI_m}{L^2} & 1,106 \frac{EI_m}{L} & 0 \end{pmatrix}$$

Para sección mayor (extremo izquierdo) =  $A_L/A_m = 1,380$        $I_L/I_m = 3,224$   
 Para sección menor (extremo derecho) =  $A_S/A_m = 0,620$        $I_S/I_m = 0,107$

## Resistencia a pandeo flexional elástico en el plano

$P_{eL} = 547$  kips  
 $P_{cr} = 1.078$  kips  
 $P_{yo} = 253$  kips

Deformaciones y momentos flectores de Primero y Segundo Orden para varios niveles de carga axil se indican en la Tabla C-2.4.

Tabla C-2.3. Deformaciones y momentos flectores							
$\frac{P_u}{P_{cr}}$	$\frac{P_u}{P_{eL}}$	$\frac{P_u}{P_{yo}}$	$D_{med}$ (in.)	$M_{neg}$ (kip-ft)	$f_{neg}$ (ksi)	$M_{pos}$ (kip-ft)*	$f_{pos}$ (ksi)*
0,00 (Primer Orden)	0,000	0,000	0,0273qL	7,501qL	0,870qL	1,950qL	0,726qL
0,10	0,197	0,427	0,0297qL	7,939qL	0,921qL	2,153qL	0,815qL
0,20	0,394	0,853	0,0327qL	8,475qL	0,983qL	2,407qL	0,928qL
0,30	0,591	1,280	0,0364qL	9,145qL	1,061qL	2,728qL	1,072qL

\* La ubicación del máximo momento positivo es de **28 ft** desde el extremo izquierdo (dentro de los dos dígitos significativos) en todos los casos  
 \*\* La ubicación de la máxima tensión por flexión en el tramo es de **32 ft** desde el extremo izquierdo (dentro de los dos dígitos significativos) en todos los casos

Diagramas de momentos flectores y tensiones en ala

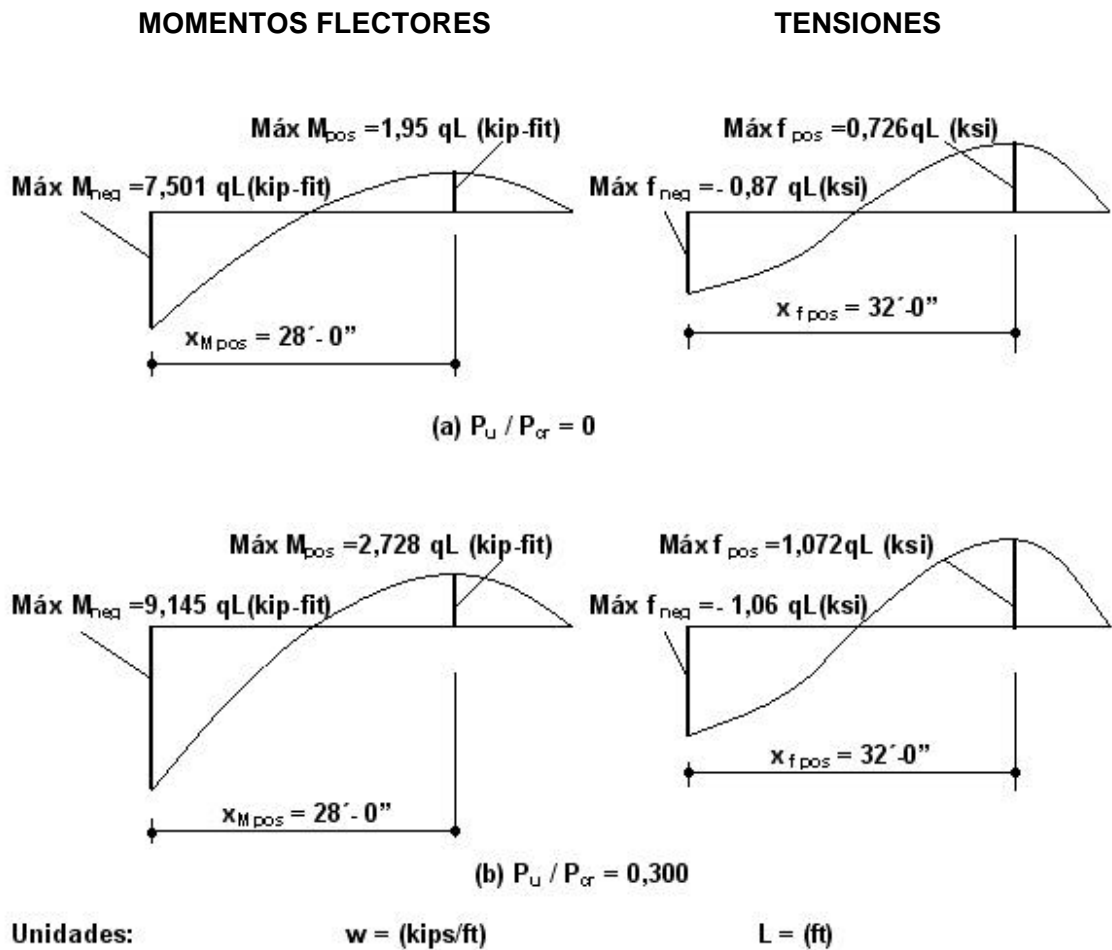


Figura C-4. Diagramas de Momentos y Tensiones viga empotrada – simplemente apoyada  
(ver Tabla C.2-4)

### C.3.- MÉTODO DE APROXIMACIONES SUCESIVAS

#### C.3.1.- $g_{eL}$ y $P_{eL}$ de una columna con alma de altura linealmente variable simple

Los cálculos siguientes muestran los pasos a seguir para determinar los valores de  $g_{eL}$  y  $P_{eL}$  para columnas con alma de altura linealmente variable simple, tal como la representada en la Figura C-5, usando el método de aproximaciones sucesivas. Se muestran los primeros dos ciclos y la iteración final en las Tablas C-3a, b y c respectivamente. Las iteraciones tercera a séptima no se muestran y las puede desarrollar el usuario.

**Dimensiones:** Ambas alas : # 152x6,35 (mm) (6"x1/4")  
Espesor del alma: 3,2 mm (1/8")  
Altura del alma: linealmente variable de 30,5 cm a 61 cm  
Longitud total de la columna: 365,8 cm

Los nudos se distribuyen a igual distancia entre ellos a lo largo de la longitud del miembro y se indican en las columnas 1 y 2 de la Tabla C-3a. Cada uno de los nudos entre los dos extremos de la columna presentan en la Tabla dos filas para permitir un cambio de propiedades del miembro y/o carga a cada lado del nudo (nudo izquierdo o superior, L; nudo derecho o inferior, R). En este ejemplo, **no hay** cambio de propiedades o de carga a cada lado del nudo. Alturas y momentos de inercias para la sección transversal en cada nudo se presentan en las columnas 3 y 4 respectivamente.

La carga supuesta es una carga axil constante de **33,4 kN** en cada nudo, y se indica en la columna 5. La deformación lateral supuesta para la primera iteración (indicada en la columna 6) es linealmente variable desde **ceró** en los extremos hasta **25,4 cm** en el centro de la columna. Aunque esta es una pobre estimación de la deformada final de la columna, resulta sin embargo converger con ella en cuatro cifras con ocho iteraciones. Una mejor estimación de la deformada para la primera iteración reduciría el número de iteraciones requeridas para lograr la misma precisión. El momento flector en cada nudo es la carga axil **P** en ese punto, multiplicada por la deformación supuesta  $d$ . La curvatura en cada punto es entonces  $Pd/EI$ , y está tabulada en la columna 7. Con el método de la viga conjugada se determinan las rotaciones  $q$  y las deformaciones  $d$  en cada punto.

En este ejemplo, los valores de la carga de la viga conjugada  $M/EI$ , dados en la columna 7, son reducidos a una serie de cargas concentradas equivalentes  $M'/EI$  en la columna 8, usando las ecuaciones para curva parabólica dadas en la Tabla A-2 de la sección A.2, a los fines de simplificar el análisis de la viga. La reducción se realiza colocando en cada nudo la reacción  $R_n$  de una viga de luz igual a la suma de los vanos adyacentes al nudo y con el diagrama de carga  $M/EI$ . La reacción del diagrama  $M'/EI$  (viga cargada con cargas concentradas en los nudos) en el Nudo 0 (rotación en nudo 0) se obtiene restando a la carga equivalente total (suma de columna 8 menos suma de los momentos de las cargas equivalentes respecto al nudo 0 divididas por la luz de la viga, dada en la columna 9). Dicha reacción es tomada como una rotación promedio entre los nudos 0 y 1 en la columna 10 y las rotaciones de cada segmento siguiente son calculadas como la rotación previa menos el valor de la carga concentrada de la columna 8 (Esfuerzo de corte de la viga conjugada).



Con las rotaciones promedio de la columna **10** se determinan las deformaciones de la columna **11**, sumando algebraicamente a la deformación en cada nudo la rotación del nudo anterior por la distancia entre nudos (Momentos de la viga conjugada). Las relaciones entre las deformaciones supuestas  $y_1$  (de la columna **6**) y las deformaciones calculadas  $y_2$  (de la columna **11**) designada por  $g$  se dan en la columna **12**. Un nuevo juego de deformaciones, normalizado a una deformación en el centro de **25,4 cm** se calcula en la columna **13**, multiplicando cada una de las deformaciones calculadas en la columna **11** por el valor de  $g$  en el centro de la viga. Este nuevo juego de deformaciones supuestas reemplaza a los de la columna **6** para la iteración siguiente. Se realizan las iteraciones necesarias para que el valor de  $g$  en la columna **12** sea esencialmente el mismo en todos los nudos, y las deformaciones estimadas para el próximo ciclo en la columna **13** sean esencialmente iguales a las usadas en la columna **6**.

**Tabla C-3a. Columna con alma de altura linealmente variable simple - Primera iteración**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nudo	x Dist. desde nudo 0 (cm)	h Alt. de alma (cm)	I Mom. de inerc. (cm) <sup>4</sup>	P (kN)	Def. sup. d (y <sub>1</sub> ) (cm)	Pd/EI rad/cm	(M <sup>c</sup> d/EI) rad	M <sup>c</sup> d/EIx rad/cm	q Rotac. Prome. rad.	Def. d (y <sub>2</sub> ) (cm)	g (y <sub>1</sub> /y <sub>2</sub> )	Prox. Def. estim. d (cm)
0	0	<b>61,00</b>	24380	33,4	0	0,00	---	0,00		0	---	<b>0</b>
1L	36,58	57,95	21750	33,4	5,08	3,90x10 <sup>-7</sup>	146x10 <sup>-7</sup>	5,34x10 <sup>-4</sup>	<b>2,80x10<sup>-4</sup></b>	1,02x10 <sup>-2</sup>	498	6,763
1R		57,95	21750	33,4		3,90x10 <sup>-7</sup>						
2L	73,16	54,90	19290	33,4	10,16	8,80x10 <sup>-7</sup>	326x10 <sup>-7</sup>	23,6x10 <sup>-4</sup>	2,65x10 <sup>-4</sup>	1,99x10 <sup>-2</sup>	510	13,194
2R		54,90	19290	33,4		8,80x10 <sup>-7</sup>						
3L	109,74	51,85	17010	33,4	15,24	14,96x10 <sup>-7</sup>	552x10 <sup>-7</sup>	60,58x10 <sup>-4</sup>	2,324x10 <sup>-4</sup>	2,84x10 <sup>-2</sup>	536	18,829
3R		51,85	17010	33,4		14,96x10 <sup>-7</sup>						
4L	146,32	48,80	14890	33,4	20,32	22,79x10 <sup>-7</sup>	840x10 <sup>-7</sup>	122,9x10 <sup>-4</sup>	1,772x10 <sup>-4</sup>	3,49x10 <sup>-2</sup>	582	23,139
4R		48,80	14890	33,4		22,79x10 <sup>-7</sup>						
5L	182,9	45,75	12930	33,4	25,4	32,80x10 <sup>-7</sup>	1162x10 <sup>-7</sup>	212,5x10 <sup>-4</sup>	0,932x10 <sup>-4</sup>	3,83x10 <sup>-2</sup>	663	<b>25,40</b>
5R		45,75	12930	33,4		32,80x10 <sup>-7</sup>						
6L	219,48	42,70	11140	33,4	20,32	30,46x10 <sup>-7</sup>	1110 x10 <sup>-7</sup>	243,6x10 <sup>-4</sup>	- 0,23x10 <sup>-4</sup>	3,75x10 <sup>-2</sup>	542	24,862
6R		42,70	11140	33,4		30,46x10 <sup>-7</sup>						
7L	256,06	39,65	9490	33,4	15,24	26,82x10 <sup>-7</sup>	975 x10 <sup>-7</sup>	249,7x10 <sup>-4</sup>	- 1,34x10 <sup>-4</sup>	3,26x10 <sup>-2</sup>	467	21,614
7R		39,65	9490	33,4		26,82x10 <sup>-7</sup>						
8L	292,64	36,60	8000	33,4	10,16	21,21x10 <sup>-7</sup>	767 x10 <sup>-7</sup>	224,5x10 <sup>-4</sup>	- 2,32x10 <sup>-4</sup>	2,41x10 <sup>-2</sup>	421	15,978
8R		36,60	8000	33,4		21,21x10 <sup>-7</sup>						
9L	329,22	33,55	6640	33,4	5,08	12,78x10 <sup>-7</sup>	454 x10 <sup>-7</sup>	149,5x10 <sup>-4</sup>	- 3,08x10 <sup>-4</sup>	1,29x10 <sup>-2</sup>	394	8,553
9R		33,55	6640	33,4		12,78x10 <sup>-7</sup>						
10	365,8	<b>30,50</b>	5440	33,4	0	0,00	---	0,00	- 3,54x10 <sup>-4</sup>	0	---	<b>0</b>
S							<b>6332x10<sup>-7</sup></b>	<b>1292,11x10<sup>-4</sup></b>				

$$q_{2-1} = 6332x10^{-7} - (1292,11x10^{-4} / 365,8) = \underline{2,80x10^{-4}}$$

**Tabla C-3b. Columna con alma de altura linealmente variable simple - Segunda iteración**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nudo	x Dist. desde nudo 0 (cm)	h Alt. de alma (cm)	I Mom. de inerc. (cm) <sup>4</sup>	P (kN)	Def. sup. d (y <sub>i</sub> ) (cm)	Pd/EI rad/cm	(M <sup>d</sup> /EI) rad	M <sup>d</sup> /EI)x rad/cm	q Rotac. Prome. rad.	Def. d (y <sub>2</sub> ) (cm)	g (y <sub>1</sub> /y <sub>2</sub> )	Prox. Def. estim d cm
0	0	<b>61,00</b>	24380	33,4	0,00	0,00	---	0,00		0	----	<b>0</b>
1L	36,58	57,95	21750	33,4	6,763	5,193x10 <sup>-7</sup>	193x10 <sup>-7</sup>	7,06x10 <sup>-4</sup>	<b>3,42x10<sup>-4</sup></b>	1,25x10 <sup>-2</sup>	541	6,80
1R		57,95	21750	33,4		5,193x10 <sup>-7</sup>						
2L	73,16	54,90	19290	33,4	13,194	11,42x10 <sup>-7</sup>	420x10 <sup>-7</sup>	30,73x10 <sup>-4</sup>	3,23x10 <sup>-4</sup>	2,43x10 <sup>-2</sup>	543	13,22
2R		54,90	19290	33,4		11,42x10 <sup>-7</sup>						
3L	109,74	51,85	17010	33,4	18,829	18,49x10 <sup>-7</sup>	678x10 <sup>-7</sup>	74,40x10 <sup>-4</sup>	2,807x10 <sup>-4</sup>	3,46x10 <sup>-2</sup>	544	18,82
3R		51,85	17010	33,4		18,49x10 <sup>-7</sup>						
4L	146,32	48,80	14890	33,4	23,139	25,95x10 <sup>-7</sup>	947x10 <sup>-7</sup>	138,6x10 <sup>-4</sup>	2,13x10 <sup>-4</sup>	4,24x10 <sup>-2</sup>	546	23,06
4R		48,80	14890	33,4		25,95x10 <sup>-7</sup>						
5L	182,9	45,75	12930	33,4	25,4	32,80x10 <sup>-7</sup>	1192x10 <sup>-7</sup>	218x10 <sup>-4</sup>	1,182x10 <sup>-4</sup>	4,67x10 <sup>-2</sup>	544	<b>25,40</b>
5R		45,75	12930	33,4		32,80x10 <sup>-7</sup>						
6L	219,48	42,70	11140	33,4	24,862	37,27x10 <sup>-7</sup>	1352x10 <sup>-7</sup>	296,7x10 <sup>-4</sup>	-0,01x10 <sup>-4</sup>	4,66x10 <sup>-2</sup>	534	25,35
6R		42,70	11140	33,4		37,27x10 <sup>-7</sup>						
7L	256,06	39,65	9490	33,4	21,614	38,04x10 <sup>-7</sup>	1375x10 <sup>-7</sup>	352,1x10 <sup>-4</sup>	-1,36x10 <sup>-4</sup>	4,17x10 <sup>-2</sup>	518	22,68
7R		39,65	9490	33,4		38,04x10 <sup>-7</sup>						
8L	292,64	36,60	8000	33,4	15,978	33,35x10 <sup>-7</sup>	1199x10 <sup>-7</sup>	350,9x10 <sup>-4</sup>	-2,74x10 <sup>-4</sup>	3,16x10 <sup>-2</sup>	506	17,19
8R		36,60	8000	33,4		33,35x10 <sup>-7</sup>						
9L	329,22	33,55	6640	33,4	8,553	21,51x10 <sup>-7</sup>	757x10 <sup>-7</sup>	249,3x10 <sup>-4</sup>	-3,94x10 <sup>-4</sup>	1,72x10 <sup>-2</sup>	498	9,36
9R		33,55	6640	33,4		21,51x10 <sup>-7</sup>						
10	365,8	<b>30,50</b>	5440	33,4	0,00	0,00	---	0,00	-4,69x10 <sup>-4</sup>	0,00	----	<b>0,0</b>
S							8113x10 <sup>-7</sup>	1717,83x10 <sup>-4</sup>				

$$q_{2-1} = 8113x10^{-7} - (1717,83x10^{-4} / 365,8) = \underline{3,42x10^{-4}}$$

Tabla C-3c. Columna con alma de altura linealmente variable simple - Última iteración												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N u d o	x Dist. desde nudo 0 (cm)	h Alt. de alma (cm)	I Mom. de inerc. (cm) <sup>4</sup>	P (kN)	Def. sup. d (y <sub>1</sub> ) (cm)	Pd/EI rad/cm	(M <sup>o</sup> d/EI) rad	M <sup>o</sup> d/EI)x rad/cm	q Rotac. Prome. rad.	Def. d (y <sub>2</sub> ) (cm)	g (y <sub>1</sub> /y <sub>2</sub> )	Prox. Def. estim. d cm
0	0	<b>61,00</b>	24380	33,4	0	0,00	---	0,00		0	----	<b>0</b>
1L	36,58	57,95	21750	33,4	6,754	5,19x10 <sup>-7</sup>			<b>3,48x10<sup>-4</sup></b>			
1R		57,95	21750	33,4		5,19x10 <sup>-7</sup>	192,7x10 <sup>-7</sup>	7,05x10 <sup>-4</sup>		0,0127	530,5	6,754
2L	73,16	54,90	19290	33,4	13,132	11,37x10 <sup>-7</sup>			3,29x10 <sup>-4</sup>			
2R		54,90	19290	33,4		11,37x10 <sup>-7</sup>	418,3x10 <sup>-7</sup>	30,6x10 <sup>-4</sup>		0,0248	530,5	13,132
3L	109,74	51,85	17010	33,4	18,70	18,36x10 <sup>-7</sup>			2,87x10 <sup>-4</sup>			
3R		51,85	17010	33,4		18,36x10 <sup>-7</sup>	673x10 <sup>-7</sup>	73,86x10 <sup>-4</sup>		0,0352	530,5	18,70
4L	146,32	48,80	14890	33,4	22,96	25,75x10 <sup>-7</sup>			2,20x10 <sup>-4</sup>			
4R		48,80	14890	33,4		25,75x10 <sup>-7</sup>	941x10 <sup>-7</sup>	137,7x10 <sup>-4</sup>		0,0433	530,5	22,96
5L	182,9	45,75	12930	33,4	25,4	32,80x10 <sup>-7</sup>			1,26x10 <sup>-4</sup>			
5R		45,75	12930	33,4		32,80x10 <sup>-7</sup>	1195x10 <sup>-7</sup>	218,6x10 <sup>-4</sup>		0,0479	530,5	<b>25,40</b>
6L	219,48	42,70	11140	33,4	25,52	38,26x10 <sup>-7</sup>			-0,06x10 <sup>-4</sup>			
6R		42,70	11140	33,4		38,26x10 <sup>-7</sup>	1389 x10 <sup>-7</sup>	304,9x10 <sup>-4</sup>		0,0481	530,5	25,52
7L	256,06	39,65	9490	33,4	22,94	40,37x10 <sup>-7</sup>			-1,32x10 <sup>-4</sup>			
7R		39,65	9490	33,4		40,37x10 <sup>-7</sup>	1459 x10 <sup>-7</sup>	373,6x10 <sup>-4</sup>		0,0432	530,5	22,94
8L	292,64	36,60	8000	33,4	17,54	36,61x10 <sup>-7</sup>			-2,78x10 <sup>-4</sup>			
8R		36,60	8000	33,4		36,61x10 <sup>-7</sup>	1313 x10 <sup>-7</sup>	384,1x10 <sup>-4</sup>		0,0330	530,5	17,54
9L	329,22	33,55	6640	33,4	9,59	24,12x10 <sup>-7</sup>			-4,10x10 <sup>-4</sup>			
9R		33,55	6640	33,4		24,12x10 <sup>-7</sup>	847 x10 <sup>-7</sup>	278,8x10 <sup>-4</sup>		0,0180	530,5	9,59
10	365,8	<b>30,50</b>	5440	33,4	0	0,00	---	0,00	-4,95x10 <sup>-4</sup>	0	---	<b>0</b>
S							<b>8428x10<sup>-7</sup></b>	<b>1809,21x10<sup>-4</sup></b>				

$$q_{2-1} = 8428x10^{-7} - (1809,21x10^{-4} / 365,8) = \underline{\underline{3,48x10^{-4}}}$$

Si la carga supuesta en la columna **5** es idéntica a  $P_u$  para la combinación de carga en consideración, entonces  $g_{eL}$  es igual al  $g$  final de la columna **12**.

Planteado de otra forma:

$$g_{eL} = g_{\text{columna 12}}(P_{\text{columna 5}} / P_u) \quad \text{y entonces} \quad P_{eL} = P_{\text{columna 5}} \cdot g_{\text{columna 12}}$$

Para este ejemplo, el valor convergente de  $g_{eL} = 530,5$   
y  $P_{eL} = 33,4 \text{ kN} \times 530,5 = 17.720 \text{ kN}$  valor que se obtiene después de ocho iteraciones.

A partir de un análisis de pandeo por valores propios usando el programa GT-Sabre (Chang, 2006), el valor determinado de  $P_{eL}$  fue  $P_{eL} = 17.250 \text{ kN}$  resultando una diferencia de **2.7%**.

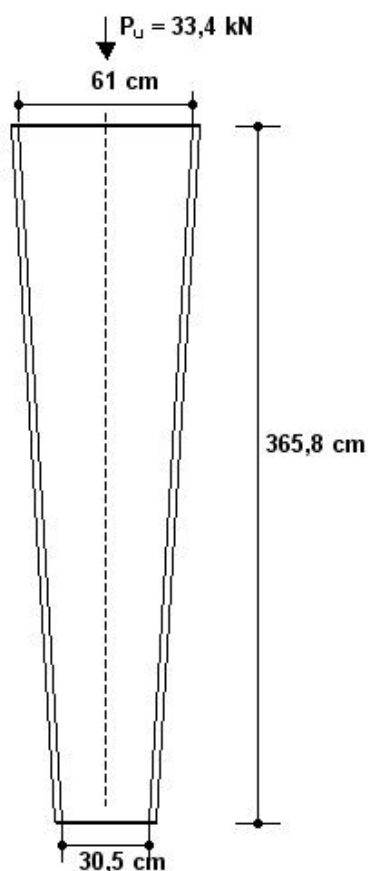


Figura C-5. Ejemplo Columna altura alma linealmente variable simple

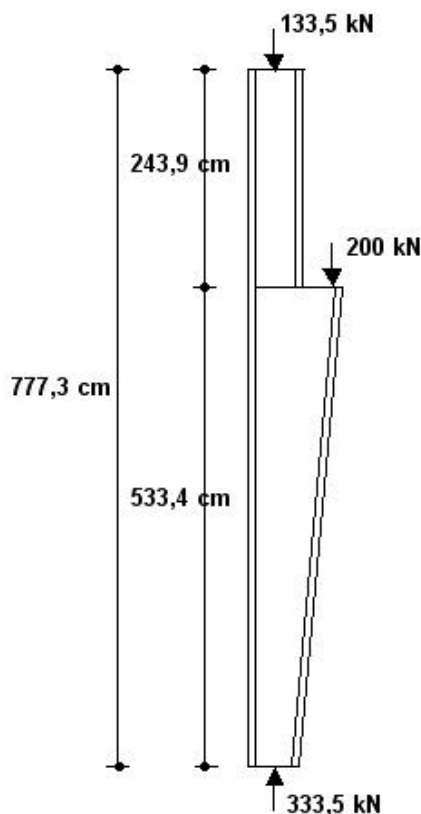


Figura C-6. Ejemplo columna escalonada

### C.3.2.- $g_{eL}$ y $P_{eL}$ de una columna con alma de altura variable escalonada

Los siguientes cálculos muestran la solución para determinar  $P_{eL}$  para columnas con alma de altura variable bastante complejas, tal como la que se muestra en la Figura C-6, utilizando el método de aproximaciones sucesivas. Los dos ciclos iniciales se presentan en las Tablas C-3d y C-3e junto con la solución final en la Tabla C-3f. Las iteraciones tercera a octava no se presentan y las puede desarrollar el usuario. El procedimiento es idéntico al que se acaba de presentar para la columna simple, pero el ejemplo ilustra como se pueden resolver los cambios bruscos en la carga y en la geometría.

El tramo superior está dividido en tres tramos de **81,3 cm**. El tramo inferior se divide en siete tramos de **76,2 cm** para crear segmentos de aproximadamente la misma longitud en los tramos superior e inferior. Se debe tener en cuenta que en las proximidades del nudo 3, donde se produce el salto, es necesario utilizar las ecuaciones de la Tabla A-2 considerando la reacción extrema en  $2R/3L$  para el tramo superior y la reacción extrema en  $3R/4L$  para el tramo inferior considerando dos tramos iguales hacia arriba y hacia abajo respectivamente. También se debe tener en cuenta que las excentricidades de la geometría y la carga se ignoran en el análisis.

El g resultante en la columna **12** de la Tabla **C-3f** para la iteración final (novena) indica que la carga de pandeo flexional elástico en el plano para esta columna es **62,7** veces las cargas utilizadas en el análisis. Esto se compara con un g de **64,2** calculado a partir de un análisis elástico de pandeo por valores propios con iguales suposiciones, realizado utilizando el programa GT-Sabre (Chang, 2006), lo que arroja una diferencia de **2,4%**.

**Dimensiones:** Altura del alma en tramo superior = **30,50 cm**  
 Altura del alma en escalón = **83,82 cm**  
 Altura del alma en extremo inferior = **30,5 cm**  
 Ala izquierda = # 203x12,7 (mm) (**8"x1/2"**)  
 Ala derecha debajo del escalón = # 203x19,05 (mm) (**8"x3/4"**)  
 Ala derecha encima del escalón = # 203x15,88 (mm) (**8"x5/8"**)  
 Espesor del alma encima del escalón = **4,76 mm (3/16")**  
 Espesor del alma debajo del escalón = **6,35 mm (1/4")**

**Tabla C-3d. Columna con alma de altura variable escalonada - Primera iteración**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
N u d o	x Dist. desd e nudo o 0 (cm)	h Alt. de alma (cm)	I Mom. de inerc. (cm) <sup>4</sup>	P (kN)	Def. sup. d (y <sub>1</sub> ) (cm)	Pd/EI rad/cm	(M <sup>c</sup> /EI) rad	M <sup>c</sup> /EI)x rad/cm	q Rotac. Prome. rad.	Def. d (y <sub>2</sub> ) (cm)	g (y <sub>1</sub> /y <sub>2</sub> )	Prox. Def. estim. d cm
0	0	<b>30,5</b>	15780	133,5	0	0,00	---	0,00	<b>1262x10<sup>-6</sup></b>	0	----	<b>0</b>
1L	81,3	30,5	15780	133,5	5,08	2,148x10 <sup>-6</sup>	175x10 <sup>-6</sup>	14,23x10 <sup>-3</sup>	1087x10 <sup>-6</sup>	0,1026	49,51	8,713
1R		30,5	15780	133,5		2,148x10 <sup>-6</sup>						
2L	162,6	30,5	15780	133,5	10,16	4,298x10 <sup>-6</sup>	349 x10 <sup>-6</sup>	56,75 x10 <sup>-3</sup>	738 x10 <sup>-6</sup>	0,1910	53,19	16,22
2R		30,5	15780	133,5		4,298x10 <sup>-6</sup>						
3L	243,9	<b>30,5</b>	15780	133,5	15,24	6,447x10 <sup>-6</sup>	311,7x10 <sup>-6</sup>	76,02 x10 <sup>-3</sup>	426,3 x10 <sup>-6</sup>	0,2510	60,72	21,315
3R		<b>83,82</b>	146220	333,5		1,738x10 <sup>-6</sup>						
4L	320,1	76,20	118770	333,5	20,32	2,853x10 <sup>-6</sup>	221 x10 <sup>-6</sup>	70,74 x10 <sup>-3</sup>	205,3 x10 <sup>-6</sup>	0,2835	71,68	24,075
4R		76,20	118770	333,5		2,853x10 <sup>-6</sup>						
5L	396,3	68,58	94730	333,5	25,4	4,471x10 <sup>-6</sup>	331,3x10 <sup>-6</sup>	131,3 x10 <sup>-3</sup>	-126 x10 <sup>-6</sup>	0,2991	84,92	<b>25,40</b>
5R		68,58	94730	333,5		4,471x10 <sup>-6</sup>						
6L	472,5	60,97	73540	333,5	20,32	4,607x10 <sup>-5</sup>	350x10 <sup>-6</sup>	165,4 x10 <sup>-3</sup>	-476 x10 <sup>-6</sup>	0,2895	70,24	24,568
6R		60,97	73540	333,5		4,607x10 <sup>-5</sup>						
7L	548,7	53,35	55450	333,5	15,24	4,583x10 <sup>-6</sup>	347x10 <sup>-6</sup>	190,4 x10 <sup>-3</sup>	-823 x10 <sup>-6</sup>	0,2532	60,19	21,502
7R		53,35	55450	333,5		4,583x10 <sup>-6</sup>						
8L	624,9	45,73	40200	333,5	10,16	4,214x10 <sup>-6</sup>	316,2x10 <sup>-6</sup>	197,6 x10 <sup>-3</sup>	-1139 x10 <sup>-6</sup>	0,1905	53,33	16,177
8R		45,73	40200	333,5		4,214x10 <sup>-6</sup>						
9L	701,1	38,12	27630	333,5	5,08	3,066x10 <sup>-6</sup>	221,5x10 <sup>-6</sup>	155,3 x10 <sup>-3</sup>	-1361 x10 <sup>-6</sup>	0,1037	48,99	8,806
9R		38,12	27630	333,5		3,066x10 <sup>-6</sup>						
10	777,3	<b>30,5</b>	17610	333,5	0	0,00	---	0,00		0	---	<b>0</b>
S							<b>26,23x10<sup>-4</sup></b>	<b>1057,74x10<sup>-3</sup></b>				

$$q_{2-1} = 26,23x10^{-4} - (1057,74x10^{-3} / 777,3) = \underline{1,262x10^{-3}}$$

**Tabla C-3e. Columna con alma de altura variable escalonada - Segunda iteración**

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nudo	x Dist. desde nudo 0 (cm)	h Alt. de alma (cm)	I Mom. de inerc. (cm) <sup>4</sup>	P (kN)	Def. sup. d (y <sub>1</sub> ) (cm)	Pd/EI rad/cm	(M' d/EI) rad	M' d/EI)x rad/cm	q Rotac. Prome. rad.	Def. d (y <sub>2</sub> ) (cm)	g (y <sub>1</sub> /y <sub>2</sub> )	Prox. Def. estim. d cm
0	0	<b>30,5</b>	15780	133,5	0	0,00	---	0,00	<b>1771x10<sup>-6</sup></b>	0	----	<b>0</b>
1L	81,3	30,5	15780	133,5	8,713	3,686x10 <sup>-6</sup>	296,2x10 <sup>-6</sup>	24,08x10 <sup>-3</sup>	1475x10 <sup>-6</sup>	0,1440	60,51	9,324
1R		30,5	15780	133,5		3,686x10 <sup>-6</sup>						
2L	162,6	30,5	15780	133,5	16,22	6,861 x10 <sup>-6</sup>	550,9 x10 <sup>-6</sup>	89,53 x10 <sup>-3</sup>	923,9x10 <sup>-6</sup>	0,2639	61,46	17,09
2R			30,5	15780		133,5						
3L	243,9	<b>30,5</b>	15780	133,5	21,315	9,016 x10 <sup>-6</sup>	445,1x10 <sup>-6</sup>	108,5x10 <sup>-3</sup>	478,9 x10 <sup>-6</sup>	0,3390	62,87	21,95
3R			<b>83,82</b>	146220		333,5						
4L	320,1	76,20	118770	333,5	24,075	3,380 x10 <sup>-6</sup>	258,5x10 <sup>-6</sup>	82,73 x10 <sup>-3</sup>	220,4 x10 <sup>-6</sup>	0,3755	64,10	24,32
4R			76,20	118770		333,5						
5L	396,3	68,58	94730	333,5	25,40	4,471 x10 <sup>-6</sup>	340,8x10 <sup>-6</sup>	135,1 x10 <sup>-3</sup>	-120,4x10 <sup>-6</sup>	0,3923	64,75	<b>25,40</b>
5R			68,58	94730		333,5						
6L	472,5	60,97	73540	333,5	24,568	5,571 x10 <sup>-6</sup>	423,2x10 <sup>-6</sup>	199,9 x10 <sup>-3</sup>	-543,6x10 <sup>-6</sup>	0,3831	64,13	24,81
6R			60,97	73540		333,5						
7L	548,7	53,35	55450	333,5	21,502	6,466 x10 <sup>-6</sup>	488,6x10 <sup>-6</sup>	268,1 x10 <sup>-3</sup>	-1032x10 <sup>-6</sup>	0,3417	62,93	22,13
7R			53,35	55450		333,5						
8L	624,9	45,73	40200	333,5	16,177	6,710 x10 <sup>-6</sup>	500,9x10 <sup>-6</sup>	313,0 x10 <sup>-3</sup>	-1533 x10 <sup>-6</sup>	0,2630	61,51	17,03
8R			45,73	40200		333,5						
9L	701,1	38,12	27630	333,5	8,806	5,315 x10 <sup>-6</sup>	380,1x10 <sup>-6</sup>	266,5 x10 <sup>-3</sup>	-1913 x10 <sup>-6</sup>	0,1462	60,24	9,467
9R			38,12	27630		333,5						
10	777,3	<b>30,5</b>	17610	333,5	0	0,00	---	0,00	0	---	<b>0</b>	
S							<b>36,84x10<sup>-4</sup></b>	<b>1487,49x10<sup>-3</sup></b>				

$$q_{2-1} = 36,84 \times 10^{-4} - (1487,49 \times 10^{-3} / 777,3) = \underline{1,771 \times 10^{-3}}$$

Tabla C-3f. Columna con alma de altura variable escalonada - Última iteración												
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Nudo	x Dist. desde nudo 0 (cm)	h Alt. de alma (cm)	I Mom. de inerc. (cm) <sup>4</sup>	P (kN)	Def. sup. d (y <sub>1</sub> ) (cm)	Pd/EI rad/cm	(M'd/EI) rad	M'd/EI)x rad/cm	q Rotac. Prome. rad.	Def. d (y <sub>2</sub> ) (cm)	g (y <sub>1</sub> /y <sub>2</sub> )	Prox. Def. estim. d cm
0	0	<b>30,5</b>	15780	133,5	0	0,00	---	0,00	<b>1849x10<sup>-6</sup></b>	0	----	<b>0</b>
1L	81,3	30,5	15780	133,5	9,428	3,988x10 <sup>-6</sup>	320x10 <sup>-6</sup>	26,02x10 <sup>-3</sup>	1529 x10 <sup>-6</sup>	0,15	62,8	9,41
1R		30,5	15780	133,5		3,988x10 <sup>-6</sup>						
2L	162,6	30,5	15780	133,5	17,23	7,287 x10 <sup>-6</sup>	584 x10 <sup>-6</sup>	94,96 x10 <sup>-3</sup>	945 x10 <sup>-6</sup>	0,275	62,7	17,25
2R		30,5	15780	133,5		7,287 x10 <sup>-6</sup>						
3L	243,9	<b>30,5</b>	15780	133,5	22,04	9,016 x10 <sup>-6</sup>	462,4 x10 <sup>-6</sup>	112,8 x10 <sup>-3</sup>	482,6 x10 <sup>-6</sup>	0,351	62,7	22,01
3R		<b>83,82</b>	146220	333,5		2,431 x10 <sup>-6</sup>						
4L	320,1	76,20	118770	333,5	24,35	3,380 x10 <sup>-6</sup>	261,4 x10 <sup>-6</sup>	83,67 x10 <sup>-3</sup>	221,2 x10 <sup>-6</sup>	0,388	62,7	24,34
4R		76,20	118770	333,5		3,380 x10 <sup>-6</sup>						
5L	396,3	68,58	94730	333,5	25,40	4,471 x10 <sup>-6</sup>	342 x10 <sup>-6</sup>	135,5 x10 <sup>-3</sup>	-120,8x10 <sup>-6</sup>	0,405	62,7	<b>25,40</b>
5R		68,58	94730	333,5		4,471 x10 <sup>-6</sup>						
6L	472,5	60,97	73540	333,5	24,82	5,628 x10 <sup>-6</sup>	428,1 x10 <sup>-6</sup>	202,3 x10 <sup>-3</sup>	-548,9x10 <sup>-6</sup>	0,396	62,7	24,83
6R		60,97	73540	333,5		5,268 x10 <sup>-6</sup>						
7L	548,7	53,35	55450	333,5	22,19	6,672 x10 <sup>-6</sup>	504,6 x10 <sup>-6</sup>	276,8 x10 <sup>-3</sup>	-1054x10 <sup>-6</sup>	0,354	62,7	22,20
7R		53,35	55450	333,5		6,672 x10 <sup>-6</sup>						
8L	624,9	45,73	40200	333,5	17,14	7,110 x10 <sup>-6</sup>	531 x10 <sup>-6</sup>	331,8 x10 <sup>-3</sup>	-1585x10 <sup>-6</sup>	0,274	62,7	17,17
8R		45,73	40200	333,5		7,110 x10 <sup>-6</sup>						
9L	701,1	38,12	27630	333,5	9,555	5,766 x10 <sup>-6</sup>	411,9 x10 <sup>-6</sup>	288,7 x10 <sup>-3</sup>	-1997x10 <sup>-6</sup>	0,153	62,7	9,60
9R		38,12	27630	333,5		5,766 x10 <sup>-6</sup>						
10	777,3	<b>30,5</b>	17610	333,5	0	0,00	---	0,00	0	---		<b>0</b>
S							<b>38,45x10<sup>-4</sup></b>	<b>1551,54x10<sup>-3</sup></b>				

$$q_{2-1} = 38,45x10^{-4} - (1551,54x10^{-3} / 777,3) = \underline{1,849x10^{-3}}$$





## BIBLIOGRAFÍA

- AASHTO (2004), LRFD Bridge Design Specifications**, 3ª Ed., American Association of State Highway and Transportation Officials. Washington DC.
- AASHTO (2007), LRFD Bridge Design Specifications**, 4ª Ed., American Association of State Highway and Transportation Officials. Washington DC.
- AISC (1963), Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings**. April 17. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL.
- AISC (1978), Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings**. November 1. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL.
- AISC (1986), Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings**. September 1. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL.
- AISC (1989), Specification for Structural Steel Buildings- Allowable Stress and Plastic Design**. June 1. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL.
- AISC (1993), Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings**. December 1. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL.
- AISC (1999), Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings**. December 27. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL.
- AISC (2005), Specification for Structural Steel for Buildings. ANSI/AISC 360-05**. March 9. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL.
- AISC (2005b), Basic Design Values**. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL.
- AISC (2010), Specification for Structural Steel for Buildings. ANSI/AISC 360-10**. June 22. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL.
- AISI (1996), Specification for the Design of Cold-Formed Structural Steel Members**. American Iron and Steel Institute. Washington DC.
- AISI (2001), North American Specification for the Design of Cold-Formed Structural Steel Members**. American Iron and Steel Institute. Washington DC.
- AISI (2007), North American Specification for the Design of Cold-Formed Structural Steel Members**. American Iron and Steel Institute. Washington DC.
- Andrade, A. Camotim, D. and e Costa, P.P. (2005)**. "Elastic Lateral-Torsional Buckling Behavior of Double Symmetric Tapered Beam-Columns." Proceedings, Annual Technical Session, Structural Stability Research Council. University of Missouri. Rolla, MO. pp. 445-468
- Andrade, A. Camotim, D. and Dinis, P.B. (2007)**. "Lateral-Torsional Buckling of Singly Simmetric Web-Tapered Thin-Walled I- Beams: 1 D Model vs. Shell FEA." Computers and Structures. Vol 85. Issue 17-18. pp. 1343-1359.
- ASCE (1997), Effective Length and Notional Load Approaches for Assessing Frame Stability: Implications for American Steel Design**. American Society of Civil Engineers. Reston, VA
- ASCE (1998), Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, ASCE 7-98**. American Society of Civil Engineers. Reston, VA.
- ASCE (2005), Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures, ASCE 7-05**. American Society of Civil Engineers. Reston, VA
- Bachman, R.E, Drake R.M., Johnson, M.W. and Murray, T.M. (2004)**. Sismic Design Guide for Metal Building Systems. Internacional Code Council. Falls Church, V.A.
- Bairstow, L. and Stedman, E.W. (1914)**. "Critical Loads of Long Struts of Varing Sections". Engineering, Vol 98, Nº 403.
- Basler, K. (1961)**. "Strength of Plate Girders in Shear". Journal of the Structural Division, ASCE. Vol. 104, Nº 9, pp.151-180.

- Bazant, Z.P. and Cedolin, L. (1991).** Stability of Structures- Elastic, Inelastic, Fracture and Damage Theories. Oxford University Press. New York. NY. 984 pp.
- Bjorhovde, R., Colson, A. and Brozzetti, J. (1990).** "Clasificación System for Beam-to-Columns Connections". Journal of Structural Engineering, ASCE. Vol. 116, N° 11, pp.3059-3076.
- Bleich, F. (1952).** Buckling Strength of Metal Structures. McGraw-Hill. New York.
- Blodgett, O.W. (1966).** Design of Welded Structures. James F. Lincoln Arc Welding Foundation. Cleveland, O.H. pp. 4.4-1-4.4-7.
- Boissonnade, N. and Maquoui, R. (2005).** " A Geometrically and Materially Non-Linear 3-D Beam Finite Element for the Analysis of Tapered Steel Members". Steel Structures, Vol. 5. pp. 413-419.
- BSI (1985), BS 5950: Part 1: 1985.** Structural Use of Steel-Work in Buildings. British Standards Institution. London.
- Butler, D. J. (1966).** "Elastic Buckling Test on Laterally and Torsionally Braced Tapered I-Beams". Welded Journal Research Supplement. Vol. 45. N° 1.
- Butler, D. J. and Anderson G.C. (1963).** "The Elastic Buckling of Tapered Beam-Columns". Welded Journal Research Supplement. Vol. 42. N° 1.
- Cary, W.C. III and Murray T.M. (1997).** "Effective Lengths of Web-Tapered Columns in Rigid Metal Building Frames". Report N° CE/VPI-ST 97/06. May. 59 pp.
- CEN (2005). Eurocode 3: Design of Steel Structures. Part 1.1- General Rules and Rules for Buildings, EN 1993-1.1:2005 : E. Incorporating Corrigendum February 2006.** European Committee for Standardization. Brussels, Belgium 91 pp.
- Chang, C.J. (2006).** GT-Sabre User Manual, School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of Technology. Atlanta, GA.
- Chen, W.F. and Lui, E.M. (1987).** Structural Stability. Theory and Implementation. Elsevier. New York.
- Chen, W.F. and Lui, E.M. (1991).** Stability Design of Steel Frames. CRC Press. Boca Raton, FL.
- Chen, Y., Shen, Z., Zheng, Q. and Chen, C. (2001).** "Experimental Study on the Performance of Single Weld Joints in H-Shaped Steel Members". Steel Structures I, Korean Society of Steel Construction. Seoul. South Korea. pp. 201-211.
- CIRSOC 301-2005 "Reglamento Argentino de Estructuras de Acero para Edificios" y "Comentarios al Reglamento".** CIRSOC, 2005.
- CIRSOC 301-2017 "Reglamento Argentino de Estructuras de Acero para Edificios" y "Comentarios al Reglamento".** CIRSOC, 2016.
- Davies, J.M. (1990).** "In-Plane Stability in Portal Frames". Structural Engineer, Vol.68. N° 8.
- Davies, J.M. and Brown, B.A. (1996).** Plastic Design to BS 5950. Steel Construction Institute. Blackwell Science. 326 pp.
- Davis, B.D. (1996).** "LRFD Evaluation of Full-Scale Metal Building Frame Tests". M.S. Thesis. Charles Via Department of Civil Engineering. Virginia Polytechnic Institute and State University, Blacksburg, VA. 225 pp.
- Deierlein, G. (2003).** "Background and Illustrative Examples on Proposed Direct Analysis Method for Stability Design of Moment Frames". AISC Technical Committee on Frame Stability. Department of Civil and Environmental Engineering. Stanford University. 17 pp.
- Deierlein, G. (2004).** "Stable Improvements: Direct Analysis Method for Stability Design of Steel-Framed Buildings". Structural Engineer. November, pp. 24-28.
- Dinnik, A.N. (1914).** I svest. Gornogo Inst. Ekaterinoslav.
- Dinnik, A.N. (1916).** Vestnik Ingenerov. Moscow.

- Dinnik, A.N. (1929).** "Design of Columns of Varying Cross Sections". ASME Transactions, AMP-51-11, Vol.51. McGraw-Hill, New York, pp. 165-171.
- Dinnik, A.N. (1932).** "Design of Columns of Varying Cross Sections". ASME Transactions, AMP-54-16, Vol.54. McGraw-Hill, New York, pp. 105-109.
- Eroz, M., White, D.W. and DesRoches, R. (2008).** "Direct Analysis and Design of Steel Frames Accounting for Partially Restrained Column Base Condition". Journal of Structural Engineering. ASCE. Vol. 134. N° 9, pp1508-1517.
- Falby, W.E. and Lee, G.C. (1976).** "Tension-Field Design of Tapered Members". Engineering Journal.AISC. First Quarter 1976, pp 11-17.
- Fisher, J.M. (2005).** "Don't Stress Out". Modern Steel Construction . October 2005. American Institute of Steel Construction. Chicago, IL. pp 41-42
- Forest, R. and Murray, T.M. (1982).** "Rigid Frame Studies Full Scale Frame tests". Research Report No FSEL/STAR 82-01. School of Civil Engineering and Environmental Science. University of Oklahoma. Norman, OK. 109 pp.
- Galambos, T.V. (1998).** Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures. T.V. Galambos (Ed). Structural Stability Council. Wiley Interscience. New York. 911 pp.
- Galambos, T.V. and Ketter, R.L. (1959).** "Columns Under Combined Bending and Thrust". Journal of the Engineering Mechanics Division. ASCE. Vol. 85. N° 2.pp. 135-152.
- Guney, E. and White, D.W. (2007).** "Ensuring Sufficient Accuracy of Second-Order Frame Analysis Software". Structural Engineering Mechanics and Materials Report N° 55. School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of Technology. Atlanta. GA. May. 95 pp.
- HKS (2006).** ABAQUS Versión 6.6/Standar User's Manual. HKS Inc.. Providence, RI.
- IBC (2000).** International Building Code 2000. International Code Council. Falls Church. VA.
- Jenner, R.K., Densford, T.A., Astaneh-Asl, A. and Murray, T.M. (1985a).** "Experimental Investigation of Rigid Frames Including Knee Connection Studies, Frame FR1 Tests". Report N° FSEL/MESCO 85-02. Fears Structural Engineering Laboratory. School of Civil Engineering and Environmental Science. University of Oklahoma. Norman, OK. July. 210 pp.
- Jenner, R.K., Densford, T.A., Astaneh-Asl, A. and Murray, T.M. (1985b).** "Experimental Investigation of Rigid Frames Including Knee Connection Studies, Frame FR2 Tests". Report N° FSEL/MESCO 85-03. Fears Structural Engineering Laboratory. School of Civil Engineering and Environmental Science. University of Oklahoma. Norman, OK. August. 263 pp.
- Jimenez Lopez, G.A. (1998).** "Inelastic Stability of Tapered Structural Members". Doctoral Dissertation. University of Minnesota. Minneapolis-St. Paul. MN. 201 pp.
- Jimenez, G.A. (2005).** "Restrained Web-Tapered Columns. A Practical Design Approach. Proceedings, Annual Technical Session. Structural Research Council. University of Missouri. Rolla. MO. pp. 225-240.
- Jimenez, G.A. (2006).** "Further Studies on the Lateral-Torsional of Steel Web-Tapered Beam-Columns". Proceedings, Annual Technical Session. Structural Research Council. University of Missouri. Rolla. MO. pp. 267-280.
- Jimenez, G. and Galambos, T.V. (2001).** "Inelastic Stability of Pinned Tapered Columns". Proceedings, Annual Technical Session. Structural Research Council. University of Missouri. Rolla. MO. pp. 143-158.
- Kim, Y.D. and White, D.W. (2006a).** "Benchmark Problems for Second Order Analysis of Frames with Tapered-Web Members". Structural Engineering Mechanics and Materials Report N° 53. School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of Technology. Atlanta. GA. April. 10 pp.

- Kim, Y.D. and White, D.W. (2006b).** "Full no Linear Finite Element Analysis Simulation of the LB-3 Tests from Prawel et al. (1974)". Structural Engineering Mechanics and Materials Report N° 56. School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of Technology. Atlanta. GA. Septiembre. 15 pp.
- Kim, Y.D. and White, D.W. (2007a).** "Practical Buckling Solution for Tapered Beam Members". Proceedings. Structural Engineering Mechanics and Materials Report N° 53. School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of Technology. Atlanta. GA. April. pp 259-278.
- Kim, Y.D. and White, D.W. (2007b).** "Assessment of Nominal Resistance Calculations for Web-Tapered I-Shaped Members: Comparison to Experimental Tests and to Finite Element Simulations of Experimental Tests". Structural Engineering Mechanics and Materials Report N° 31. School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of Technology. Atlanta. GA. May. 59 pp.
- Kim, Y.D. (2010).** "Behavior and Design of Metal Building Frames with General Prismatic and Web-Tapered Steel I-Section Members". Doctoral Dissertation. School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of Technology. Atlanta. GA. 562 pp.
- King, C. (2001a).** In-Plane Stability of Portal Frames to BS 5950-1:2000. SCI Publication P292. Steel Construction Institute. Ascot. Berchshire. 213 pp.
- King, C. (2001b).** Design of Single Span Steel Portal Frames to BS 5950-1:2000. SCI Publication P252. Steel Construction Institute. Ascot. Berchshire.
- Kuchenbecker, G.H, White, D.W. and Surovek-Maleck, A.E. (2004).** "Simplified Design of Building Frames Using First-Order Analysis and  $k = 1,0$ ". Proceedings, Annual Technical Session. Structural Research Council. University of Missouri. Rolla. MO. pp. 119-138.
- Lagrange (1770-1773).** "Sur la figure des colonnes". Misc. Taurinensia. Vol. 5. (Reprinted in "Oeuvres de Lagrange". Vol. 2 Gauthier-Villars. Paris, 1868. pp. 125-170).
- Lee, G.C., Morell, M.L. and Ketter, R.L. (1972).** "Design of Tapered Members". Welded Research Council Bulletin. N° 173, pp. 1-32.
- Lee, G.C. and Morell, M.L. (1975).** "Application of AISC Design Provisions for Tapered Members". Engineering Journal AISC. Vol. 12. N° 1. pp.1-13.
- Lee, G.C., Chen, Y.C. and Hsu, T.L. (1979).** "Allowable Axial Stress of Restrained Multi-Segment, Tapered Roof Girders". Welded Research Council Bulletin. N° 248. May. pp. 1-28.
- Lee, G.C. and Hsu, T.L. (1981).** "Tapered Columns with Unequal Flanges". Welded Research Council Bulletin. N° 272. November. pp. 15-23.
- Lee, G.C., Ketter, R.L. and Hsu, T.L. (1981).** "The Design of Single Story Rigid Frames". Metal Building Manufacturers Association. Cleveland. OH. 267 pp.
- Lu, L.W. (1965).** "Effective Length of Columns in Gable Frames". Engineering Journal AISC. January. pp.6-7.
- Lui, E.M. (1992).** "A Novel Approach for k Factor Determination". Engineering Journal AISC. Vol. 29. N° 4. pp.150-159.
- Maleck, A.E. and White, D.W. (2003).** "Direct Analysis Approach for the Assessment of Frame Stability: Verification Studies". Proceedings, Annual Technical Session. Structural Research Council. University of Missouri. Rolla. MO. pp. 423-441.
- Martinez-Garcia, J.M. and Ziemian, R.D. (2006).** "Benchmark Studies to Compare Frame Stability Provisions". Proceedings, Annual Technical Session. Structural Research Council. University of Missouri. Rolla. MO. pp. 425-442.
- MBMA (2002).** "Common Industry Practices- Section 6-8- Erection Tolerances". Metal Building Systems Manual. Metal Building Manufacturers Association. Cleveland. OH. pp. IV-19.

- MBMA (2007).** Metal Building Systems Manual. Metal Building Manufacturers Association. Cleveland. OH.
- Moreeell, M. L. and Lee, G.C. (1974).** "Allowable Stresses for Web-Tapered Beams with Lateral Restraints". Welded Research Council Bulletin. N° 192. pp. 1-12.
- Murray, T.M. and Shoemaker, W.L. (2002).** Flush and Extended Multiple-Row Moment End-Plate Connections. Steel Design Guide 16. American Institute of Steel Construction. Chicago. IL.
- Nair, R.S, (2005).** "Stability and Analysis Provisions of the 2005 AISC Specification for Steel Buildings. Proceedings, SEI/ASCE Structures Congress. ASCE. 3 pp.
- Nethercot, D.A. and Trahair, N.S. (1976).** "Lateral Buckling Approximations for Elastic Beams", The Structural Engineer, Vol. 54. N° 6. pp. 197-204.
- Newman, A. (2004).** Metal Building Systems: Design and Specification. "a. Ed.. McGraw-Hill. New York.
- Newman, N.M.(1943).** "A Numerical Procedure for Computing Deflections, Moment and Buckling Loads". Transactions ASCE, 108. pp.1161-1188.
- Ostwald (1910).** "Klassker der exactenWissenschaften". N° 175. Leipzig. Germany.
- Ozgur, C., Kim, I.D. and White, D.W. (2007).**"Consideration of End Restraint Effects in Web-Tapered Members". Structural Engineering Mechanics and Materials Report N° 32. School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of Technology. Atlanta. GA. June.
- Polyzois, D. and Raftoyiannis, I.G. (1998).** "Lateral-Torsional Stability of Steel Web-Tapered I-Beams". Journal of Structural Engineering. ASCE.Vol. 124. N° 10. pp. 1208-1216.
- Prawel, S.P., Morrel, M.L. and Lee, G.C. (1974).** "Bending and Buckling Strength of Tapered Structural Members". Welded Research Supplement. Vol. 53. February. pp. 75-84.
- Righman, J.E. (2005).** "Rotatio Compatibility Approach to Moment Redistribution for Desing and Rating of Steel I-Girders". Doctoral Dissertation. West Virginia University. Morgantown WV. 363 pp.
- SAA (1987).** Draft Limit State Steel Structures Code AS 1250. Standards Association of Australia. Sydney.
- Salter, J.B., Anderson, D. and May, I.M. (1980).** "Tests on Tapered Steel Columns". The Structural Engineer. Vol. 58A. N° 6. pp. 189-193.
- Salvadori, M.G. (1951).** "Numerical Computation of Buckling Loads by Finite Differences". ASCE. Transactions 116. pp. 590-625.
- Shiomi, H., Nishikawa, S. and Kurata, M. (1983).** "Tests on Tapered SteelBeam-Columns. Transactions of JSCE ,15. pp. 99-101.
- Shiomi, H. and Kurata, M. (1984).** "Strength Formula for Tapered Beam-Columns". Journal of Structural Engineering.Vol. 110. N° 7. pp. 1630-1643.
- Silvestre, N. and Camotim, D. (2002).** "Post-Buckling Behavior. Imperfection Sensitivity and Mode Interaction in Pitched-Roof Steel Frames". Proceedings, Annual Technical Session. Structural Research Council. University of Missouri. Rolla. MO. pp. 139-162.
- Surovek-Maleck, A.E. and White, D.W. (2004a).** "Alternative Approaches for Elastic Analysis and Design of Steel Frames. I : Overview ".Journal of Structural Engineering. ASCE. Vol. 130. N° 8, pp. 1186-1196.
- Surovek-Maleck, A.E. and White, D.W. (2004b).** "Alternative Approaches for Elastic Analysis and Design of Steel Frames. II: Verificacion Studies". Journal of Structural Engineering. ASCE. Vol. 130. N° 8, pp. 1197-1205.
- Timoshenko. S.P. (1936).** Theory of Elastic Stbility. McGraw-Hill. New York. 518 pp.
- Timoshenko. S.P. and Gere, J.M. (1961).** Theory of Elastic Stbility. McGraw-Hill. New York. 541 pp.

- Watwood, V.B. (1985).** "Gable Frame Design Considerations". Journal of Structural Engineering. ASCE. Vol. 111. N° 7, pp. 1543-1558.
- White, D.W. (2010).** "Structural Behavior of Steel". Steel Bridge Design Handbook. National Steel Bridge Alliance. Chapter 6.
- White, D.W., Barker, M. and Aziziznamini, A. (2008).** "Shear Strength and Moment-Shear Interaction in Transversely-Stiffened Stedel I-Girders". Journal of Structural Engineering. ASCE. Vol. 134. N° 9, pp. 1437-1449.
- White, D.W. and Barker, M. (2008).** "Shear Resistance of Transversely-Stiffened Stedel I-Girders". Journal of Structural Engineering. ASCE. Vol. 134. N° 9, pp. 1425-1436.
- White, D.W. and Chang, C.J. (2007).** "Improved Flexural Stability Design of I-Shaped Members in AISC (2005)-A Case Study Comparison to AISC (1989) ASD". Engineering Journal. AISC. Vol. 44. N° 3. 3<sup>rd</sup>. Quarter.
- White, D.W. and Jung, S.K. (2006).** "Effect of Web Distortion on the Buckling Strength of Noncomposite Discretely-Braced I-Beams". Engineering Structures. doi:10.1016/j.engstruct.2006.09020. 17 pp.
- White, D.W. and Jung, S.K. (2008).** "Unified Flexural Resistance Equations for Stability Design of Steel I-shaped Members- Uniform Bending Tests". Journal of Structural Engineering. ASCE. Vol. 134. N° 9, pp. 1450-1470.
- White, D.W. and Kim, Y.D. (2006).** "A Prototype Application of the AISC (2005) Stability Analysis and Design Provisions to Metal Building Structural Systems". Report prepared for Metal Building Manufacturers Association. School of Civil and Environmental Engineering. Georgia Institute of Technology. January. 157 pp.
- White, D.W. and Kim, Y.D. (2008).** "Unified Flexural Resistance Equations for Stability Design of Steel I-shaped Members – Moment Gradient Tests". Journal of Structural Engineering. ASCE. Vol. 134. N° 9, pp. 1471-1486.
- White, D.W., Surovek, A.E. and Kim, S.C. (2007a).** "Direct Analysis and Design Using Amplified First-Order Analysis. Part 1-Combined Braced and Gravity Framing Systems". Engineering Journal. AISC. Vol. 44. N° 4. 4<sup>th</sup>. Quarter.
- White, D.W., Surovek, A.E. and Chang, C.J. (2007b).** "Direct Analysis and Design Using Amplified First-Order Analysis. Part 2-Moment Frames and General Rectangular Framing Systems". Engineering Journal. AISC. Vol. 44. N° 4. 4<sup>th</sup>. Quarter.
- Yura, J. and Helwig, T. (1996).** "Bracing for Stability". Short Course Notes. Structural Stability Research Council.

**INTI**

INSTITUTO NACIONAL DE  
TECNOLOGÍA INDUSTRIAL



**CIRSOC**

CENTRO DE INVESTIGACIÓN DE LOS  
REGLAMENTOS NACIONALES DE  
SEGURIDAD PARA LAS OBRAS CIVILES